

Sýndu alla útreikninga. Öll dæmi hafa sama vægi. Án útreikninga fæst ekkert fyrir dæmið. Gangi þér vel.

Nafn: \_\_\_\_\_ Einkunn \_\_\_\_\_

1. (10%) Gefnir eru punktarnir  $A = (-3, 4)$  og  $B = (-2, 0)$

a. Finndu hnit vigursins  $\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2 - (-3) \\ 0 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

b. Finndu hnit vigurs gagnstefna  $\overrightarrow{AB}$

$$-\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

c. Finndu lengd vigursins  $\overrightarrow{AB}$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1^2 + (-4)^2} = \sqrt{1+16} = 17$$

d. Finndu hallatölu vigursins  $\overrightarrow{AB}$

$$h = \frac{-4}{1} = -4$$

e. Finndu þvervigur  $\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AB}_\perp = \begin{pmatrix} -(-4) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. (5%) Vigurinn  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 12 \\ 9 \end{pmatrix}$  og endapunkturinn  $B = (14, 10)$ . Reiknaðu upphafspunktinn A.

$$\begin{pmatrix} 12 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 - x \\ 10 - y \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} x &= 14 - 12 = 2 \\ y &= 10 - 9 = 1 \end{aligned}$$

$$A = (2, 1)$$

3. (15%) Reiknaðu  $s$  þannig að eftirfarandi vigrar verði jafn langir  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} s+2 \\ 3 \end{pmatrix}$  og  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2s \end{pmatrix}$

$$\sqrt{(s+2)^2 + 3^2} = \sqrt{(-3)^2 + (2s)^2}$$

$$(s+2)^2 + 3^2 = (-3)^2 + (2s)^2$$

$$s^2 + 4s + 4 + 9 = 9 + 4s^2$$

$$0 = 3s^2 - 4s - 4$$

$$a = 3 \quad b = -4 \quad c = -4$$

$$s = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-4)}}{2 \cdot 3}$$

$$s = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{6} = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{6}$$

$$s = -\frac{2}{3} \text{ og } 2$$

$$s = \frac{4 \pm 8}{6} = \begin{cases} \frac{12}{6} = 2 \\ -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

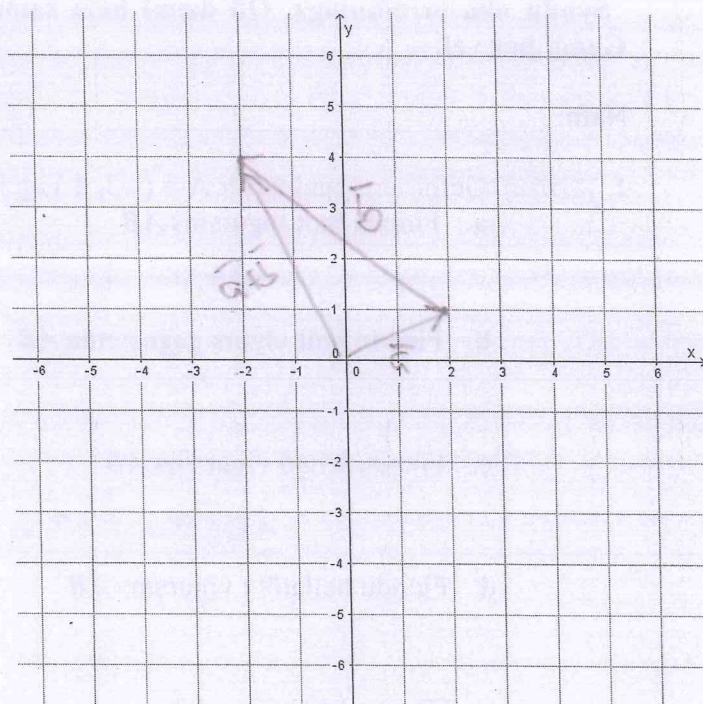
4. (15%) Gefnir eru vigrarnir  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} -8 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

a) Reiknaðu og teiknaðu  $\mathbf{a} + \mathbf{b}$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

b) Reiknaðu  $2\mathbf{a} + 3\mathbf{b} - 2\mathbf{c}$ .

$$\begin{aligned} & 2\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} -8 \\ 5 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -12 \\ 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 \\ -10 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$



5. (20%) Leystu  $\mathbf{c}$  upp eftir  $\mathbf{a}$  og  $\mathbf{b}$  þannig að  $\mathbf{c} = s\mathbf{a} + t\mathbf{b}$  fyrir  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  og  $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} 2s + 3t &= 1 \\ -2 \cdot (s + t = 3) &\Rightarrow \begin{aligned} 2s + 3t &= 1 \\ -2s - 2t &= -6 \end{aligned} \end{aligned}$$

$$t = -5$$

$$s = 8$$

$$t = -5$$

$$2s + 3 \cdot (-5) = 1$$

$$2s - 15 = 1$$

$$2s = 16$$

$$s = 16/2$$

$$s = 8$$

6. (10%) Reiknaðu viga með lengdina 5 sem eru samsíða línunni  $y = 2x + 1$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad |\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$$\pm \frac{5}{\sqrt{5}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

7. (10%) Finndu einingaviga sem liggja hornrétt á vigurinn  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$\vec{a}_b = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad |\vec{a}_b| = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

$$\pm \frac{1}{\sqrt{13}} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

8. (15%) Reiknaðu fyrir hvaða gildi á  $t$  vigrarnir  $\vec{a} = \begin{pmatrix} t \\ -2 \end{pmatrix}$  og  $\vec{b} = \begin{pmatrix} t+1 \\ 3 \end{pmatrix}$  eru hornréttir hvor á annan?

Notum innfellu  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$$t \cdot (t+1) + (-2) \cdot 3 = 0$$

$$t^2 + t - 6 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = 1$$

$$c = -6$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$t: -3 \text{ og } 2$

$$\frac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} \frac{-1+5}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{-1-5}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \end{cases}$$