

Integration

Type-1: $\int \tan^n x \, dx = \int \tan^{n-2} x \cdot \tan^2 x \, dx$

$$\int \cot^n x \, dx = \int \cot^{n-2} x \cdot \cot^2 x \, dx$$

Type-2: $\int \sin^m x \cdot \cos^n x \, dx$ এরকম থাকলে

- m ও n উভয়ই বিজোড় হলে যে বড় তাকে **unchange** রাখব
- একটি জোড় ও অপরটি বিজোড় হলে জোড় কে **unchange** রাখব
- উভয় জোড় থাকলে সাধারন নিয়মে করব

Type-3: $\int (x + \alpha)\sqrt{x + \beta}$ অথবা $\int \frac{dx}{(x + \alpha)\sqrt{x + \beta}}$ থাকলে

- এরকম গুণনীয়ক আকারে থাকলে ROOT এর রাশিকে z^2 ধরব

Type-4: $\int \frac{px^2 + qx + r}{ax^2 + bx + c} \, dx$ এরকম একই জাতীয় রাশি থাকলে

- লবকে হরের মত বানাবো

Type-5: $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c} / \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$ হর এ রুট/সাধারন দ্বিঘাত থাকলে

- দুটি রাশির বর্গের যোগফল/বিয়োগফল আকারে প্রকাশ করতে হবে

$$ax^2 + bx + c = (\quad)^2 + (\quad)^2$$

Type-6: $\int \frac{px + q}{ax^2 + bx + c} \, dx$ এরকম লব এ একঘাত আর হর এ দ্বিঘাত থাকলে

- হর = **unchanged**
- লব = $\frac{d}{dx}$ হর + সমতা করতে হবে

Type-7: $\int \frac{\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}} dx$ এরকম থাকলে

- হরের অনুবন্ধী রাশি দিয়ে লব ও হরকে গুন করতে হবে

Type-8: $\int e^{ax}\{af(x) + f'(x)\}dx = e^{ax}\{f(x)\} + c$

$$\int e^x\{f(x) + f'(x)\}dx = e^x\{f(x)\} + c$$

- e^x / e^{ax} এর সাথে কিছু গুন আবস্থায় থাকলে এ নিয়মে হওয়ার chance সবথেকে বেশি

Type-9: $\int \frac{x^2 + c}{x^4 + kx^2 + c}$ এরকম থাকলে

- লব ও হরকে x^2 দিয়ে ভাগ করতে হবে
- লব এ (+) থাকলে হরে এ $[a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab]$ সূত্র প্রয়োগ করব
- লব এ (-) থাকলে হরে এ $[a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab]$ সূত্র প্রয়োগ করব

Type-10: $\int \frac{dx}{\sin^4 x + \cos^4 x}$

- লব ও হরকে $\cos^4 x$ দিয়ে ভাগ করতে হবে
- এরপর Type-9 ফলো করব

Type-11: $\int \sqrt{\tan x} dx / \int \sqrt{\cot x} dx$

- $\tan x / \cot x$ কে z^2 ধরব
- এরপর Type-9 ফলো করব

Type-12: $\int \frac{dx}{a + be^{mx}} / \int \frac{dx}{a + be^{-mx}} / \int \frac{dx}{ae^{mx} + be^{-mx}}$

- হর ও লব কে e^{-mx} / e^{-mx} দিয়ে গুনন করতে হবে

Type-13: $\int \frac{dx}{\sqrt{(x-\alpha)(x-\beta)}}$ এরকম থাকলে [শটকাট=2lnz]

- $\sqrt{(x-\alpha)} + \sqrt{(x-\beta)} = z$ ধরব

Type-14: $\int \frac{dx}{(ax+b)\sqrt{cx+d}}$ / $\int (ax+b)\sqrt{cx+d} dx$ / $\int \frac{(ax+b)dx}{\sqrt{cx+d}}$

এরকম রুটে একঘাত এবং বাইরে একঘাত থাকলে,

- রুটের মধ্যের রাশিকে z^2 ধরব

Type-15: $\int \frac{dx}{(ax+b)\sqrt{ax^2+bx+c}}$

Root এ দ্বিঘাত এবং বাইরে একঘাত থাকলে

- বাইরের একঘাতকে $1/z$ ধরব [$ax+b=1/z$]

Sub type: root এর ভিতরের রাশিকে $\frac{d}{dx}$ করে বাইরের রাশি পাওয়া গেলে, রুটের রাশিকে z^2 ধরব

Type-16: $(a^2 - x^2)$ এরকম থাকলে $x = a \sin \theta$ ধরব

$(a^2 - x^2)$ এরকম থাকলে $x = a \tan \theta$ ধরব

$(x^2 - a^2)$ এরকম থাকলে $x = a \sec \theta$ ধরব

Type-17: $\int \frac{dx}{a^2 + b \sin^2 x}$ / $\int \frac{dx}{a + b \cos^2 x}$ / $\int \frac{dx}{a^2 \sin^2 x + b \cos^2 x}$ / $\int \frac{dx}{a^2 \sin^2 x + b \cos^2 x + c}$

- লব ও হরকে $\cos^2 x$ দিয়ে ভাগ করব

Type-18: $\int \frac{dx}{a + b \sin x}$ / $\int \frac{dx}{a + b \cos x}$ / $\int \frac{dx}{a \sin x + b \cos x}$ / $\int \frac{dx}{a \sin x + b \cos x + c}$

- $\sin x = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}}$, , $\cos x = \frac{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}}$

Type-19: $\int \frac{a \sin x + b \cos x}{c \sin x + d \cos x}$

- লব=M(হর)+N $\frac{d}{dx}$ (হর)
- সমতা করে সলভ করব

Type-20: $\int \frac{\sin x}{\sin(x-a)} / \int \frac{\sin(x+a)}{\sin(x-b)} / \int \frac{dx}{\sin(x-a)\sin(x-b)}$ থাকলে

- লবের কোণকে হরের কোণের মত বানাবো
- এরপর $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$ এর সূত্র প্রয়োগ করব

Type-21: $\int e^{e^{e^x}} e^{e^x} e^x dx$

- বড় ঘাতযুক্তকে z ধরব
- Shortcut: ans= বড় ঘাতযুক্ত রাশিটি, Ans: $e^{e^{e^x}} + C$

Type-22: $\int a^{a^{a^x}} a^{a^x} a^x dx$

- বড় ঘাতযুক্তকে z ধরব
- Shortcut: $\frac{\text{বড়টা}}{\ln a^{\text{যতটা } a}}$, Ans: $\frac{a^{a^{a^x}}}{\ln a^3}$

Type-23: $\int \frac{dx}{1 + \sin ax} / \int \frac{dx}{1 + \cos ax} / \int \frac{dx}{1 - \sin ax} / \int \frac{dx}{1 - \cos ax}$

- হরের অনুবন্ধী রাশি দিয়ে লব ও হরকে গুন করব

Type-24: $\int \sin ax \cdot \cos bx \, dx / \int \sin ax \cdot \sin bx \, dx / \int \cos ax \cdot \cos bx \, dx$

- $2\sin A \cos B / 2\sin A \sin B / 2\cos A \cos B$ এর formula প্রয়োগ করব

Type-25: $\int \frac{1}{\frac{1}{x^n} - \frac{1}{x^m}}$

- n ও m এর লসাগু p হলে $x=z^p$ ধরতে হবে

Type-26: $\int \frac{1}{x(a+x^n)}$

- x^n কে $\frac{1}{z}$ ধরব

$$\int \frac{1}{x\sqrt{a+x^n}}$$

- x^n কে $\frac{1}{z^2}$ ধরব

Type-27: $\int \frac{x^m}{(a+bx)^n} dx$

- $a+bx=z$

Type-28: $\int \frac{e^{px} + e^{qx}}{e^{mx} + e^{nx}}$

- $p-q = m-n$ হলে, লব ও হর হতে $e^{(q-n)x}$ common নিতে হবে
- $p-q \neq m-n$ হলে, লবের power এর গড় করে common নিতে হবে $[e^{\frac{(p+q)}{2}x}]$

Type-29: $\int \sin^{-m} x \cos^{-n} x dx$

- m ও n উভয় ভগ্নাংশ এবং $-(m+n)$ =ধনাত্মক জোড় পূর্ণসংখ্যা হলে $\tan x$, $\sec x$ এ covert করে $\tan x=z$ ধরব

Type-30: দুটি ফাংশন গুণ আকারে থাকলে,

- $\int uv$ এবং LIATE রুল ফলো কর
- $\int uv dx = u \int v dx - \int \left\{ \frac{d}{dx} u \int v dx \right\} dx$

A	Algebraic functions	\sqrt{x}, x, x^2
T	Trigonometric functions	$\sin x, \cos x, \tan x$
E	Exponential functions	$e^x, 2^x$

Symbol	Functions	Examples
L	Logarithmic functions	$\log x$, $\ln x$
I	Inverse trigonometric functions	$\sin^{-1} x$, $\cos^{-1} x$, $\tan^{-1} x$

আংশিক ভগ্নাংশ সংক্রান্ত

Type-1: প্রকৃত ভগ্নাংশ = লব < হর

- সাধারন নিয়ম

Type-2: লবের power = হরের power

- সর্বোচ্চ power এর সহগ যোগ করব + সাধারন নিয়ম

Type-3: অপ্রকৃত ভগ্নাংশ = লব > হর

- লবকে হরের মত বানাবো

সাধারন নিয়মঃ

