

Tema 1. INTRODUCCIÓN A LA INVESTIGACIÓN OPERATIVA

Asignatura: **INVESTIGACIÓN OPERATIVA I.**

2º Grado en Estadística

1. ¿Qué es la Investigación Operativa?

La **Investigación Operativa** (IO) es una disciplina que utiliza métodos cuantitativos y técnicas analíticas para tomar decisiones óptimas en situaciones complejas. La IO se aplica en una amplia gama de áreas, como la gestión de operaciones, la logística, la planificación, el transporte, la economía, la ingeniería, la salud y muchos otros campos.

La IO se desarrolló principalmente durante la Segunda Guerra Mundial, cuando los gobiernos necesitaban tomar decisiones estratégicas y tácticas eficientes en áreas como el despliegue de tropas, la asignación de recursos y la logística. Por lo que en sus primeras etapas, la disciplina se conocía como Investigación de Operaciones Militares.

La IO se basa en el uso de modelos matemáticos y técnicas de optimización para resolver problemas complejos y tomar decisiones basándose en los datos y los posibles escenarios. Por lo que su objetivo es maximizar el rendimiento, la eficiencia y la efectividad de los sistemas y procesos, al tiempo que se minimizan los costos, los recursos utilizados o los tiempos de espera. La IO utiliza un enfoque científico y analítico para abordar los problemas, teniendo en cuenta restricciones, incertidumbre y objetivos múltiples. Estos modelos pueden incluir programación lineal, programación entera, programación no lineal, programación dinámica, teoría de grafos, teoría de la decisión, teoría de juegos, simulación, teoría de colas, planificación de proyectos y control de inventarios, entre otros.

2. Historia y desarrollo de la Investigación Operativa.

A lo largo de la historia es frecuente encontrarse con la colaboración entre científicos y militares con el fin de dictaminar la decisión óptima en la batalla. Es por esto que muchos expertos consideran el inicio de la Investigación Operativa en el siglo III A.C., durante la II Guerra Púnica, con el análisis y solución que **Arquímedes** propuso para la defensa de la ciudad de Siracusa, sitiada por los romanos. Entre sus inventos se encontraban la

catapulta, y un sistema de espejos con el que incendiaba las embarcaciones enemigas al enfocarlas con los rayos del sol.

En 1503, **Leonardo DaVinci** participó como ingeniero en la guerra contra Pisa, ya que conocía técnicas para realizar bombardeos, construir barcos, vehículos acorazados, cañones, catapultas, y otras máquinas bélicas.

Otro antecedente de uso de la Investigación Operativa se debe a **F. W. Lanchester**, quien hizo un estudio matemático sobre la potencia balística de las fuerzas opositoras y desarrolló, a partir de un sistema de ecuaciones diferenciales, la Ley Cuadrática de Combate de Lanchester, con la que era posible determinar el desenlace de una batalla militar.

Thomas Edison también hizo uso de la Investigación Operativa, contribuyendo en la guerra antisubmarina, con sus grandes ideas, como la protección anti-torpedos para los barcos.

Desde el punto de vista matemático, en los siglos XVII y XVIII, **Newton**, **Leibnitz**, **Bernoulli** y **Lagrange**, trabajaron en obtener máximos y mínimos condicionados de ciertas funciones.

El trabajo de **Leonhard Euler**, en 1736, sobre el problema de los puentes de Königsberg es considerado el primer resultado de la teoría de grafos. El economista **Quesnay** en 1759 empieza a utilizar modelos primitivos de programación matemática, que más tarde usaría **Walras** en 1874. El matemático francés **Jean Baptiste-Joseph Fourier** esbozó métodos de la actual programación lineal. Y en los últimos años del siglo XVIII, **Gaspar Monge** asentó los precedentes del Método Gráfico gracias a su desarrollo de la Geometría Descriptiva.

Los modelos lineales de la Investigación de Operaciones tienen como precursores a **Jordan** en 1873, **Minkowsky** en 1896 y a **Farkas** en 1903. Los modelos dinámicos probabilísticos tienen su origen con **Markov** a fines del siglo XIX. El desarrollo de los modelos de inventarios, así como el de tiempos y movimientos, se lleva a cabo posteriormente, mientras que los modelos de línea de espera se originan con los estudios de **Erlang**, a principios del siglo XX. Los problemas de asignación se estudian con métodos matemáticos por los húngaros **Konig** y **Egervary** en la segunda y tercera década. En 1845 **Gustav Kirchhoff** publicó sus leyes de los circuitos para calcular el voltaje y la corriente en los circuitos eléctricos. En 1852 **Francis Guthrie** planteó el problema de los cuatro colores, que plantea si es posible, utilizando solamente cuatro colores, colorear cualquier mapa de países de tal forma que dos países vecinos nunca tengan el mismo color. Este problema, no fue resuelto hasta un siglo después por **Kenneth Appel** y **Wolfgang Haken**. En 1928 **Janos Von Neumann** publicó su trabajo “Teoría de Juegos”, que proporcionó fundamentos matemáticos a la programación lineal. Posteriormente, en 1947, visionó la similitud entre los problemas de programación lineal y la teoría de matrices que desarrolló.

Hay que hacer notar que los modelos matemáticos de la Investigación Operativa que utilizaron estos precursores, estaban basados en el Cálculo Diferencial e Integral (**Newton**, **Lagrange**, **Laplace**, **Lebesgue**, **Leibnitz**, **Reimman**, **Stieltjes**, por mencionar algunos), la Probabilidad y la Estadística (**Bernoulli**, **Poisson**, **Gauss**, **Bayes**, **Gosset**,

Snedecor, etc.).

A finales de los años 30 y principios de los 40, **George Joseph Stigler** planteó un problema particular conocido como régimen alimenticio optimal o más comúnmente conocido como *problema de la dieta*, que surgió a raíz de la preocupación del ejército americano por asegurar unos requerimientos nutricionales al menor coste para sus tropas. Fue resuelto mediante un método heurístico cuya solución difería tan solo unos céntimos de la solución aportada años más tarde por el Método Simplex.

Durante los años 1941 y 1942, **Kantorovich** y **Koopmans** estudiaron por primera vez de forma independiente el *problema del transporte*, conociéndose este tipo de problemas como problema de Koopmans-Kantorovich. Para su solución, emplearon métodos geométricos que están relacionados con la teoría de convexidad de Minkowski.

Pero no se considera que ha nacido una nueva ciencia llamada Investigación Operativa o Investigación de Operaciones hasta la II Guerra Mundial, durante la batalla de Inglaterra, donde la Fuerza Aérea Alemana, es decir, la Luftwaffe, estaba sometiendo a los británicos a un duro ataque aéreo, ya que estos tenían una capacidad aérea pequeña, aunque experimentada en el combate. El gobierno británico, buscando algún método para defender su país, convocó a varios científicos de diversas disciplinas para tratar de resolver el problema de sacar el máximo beneficio de los radares de que disponían. Gracias a su trabajo determinando la localización óptima de las antenas y la mejor distribución de las señales consiguieron duplicar la efectividad del sistema de defensa aérea. Al apreciar el alcance de esta nueva disciplina, Inglaterra creó otros grupos de la misma índole para obtener resultados óptimos en la contienda. Junto con los Estados Unidos, que se unieron a la Guerra en 1942, creando el proyecto SCOOP (Scientific Computation Of Optimum Programs), donde se encontraba trabajando **George Bernard Dantzig**, quien desarrolló en 1947 el algoritmo del método Simplex. **John Von Neumann**, desarrolló la teoría de la dualidad en el mismo año.

Durante la Guerra Fría, la antigua Unión Soviética, excluida del Plan Marshall, quiso controlar las comunicaciones terrestres, incluyendo rutas fluviales, de Berlín. Para evitar la rendición de la ciudad, y su sumisión a formar parte de la zona comunista alemana, Inglaterra y Estados Unidos decidieron abastecer la ciudad, o bien mediante convoyes escoltados (lo que podría dar lugar a nuevos enfrentamientos) o mediante puente aéreo, rompiendo o evadiendo en cualquier caso el bloqueo de Berlín. Se optó por esta segunda opción, iniciando la Luftbrücke (puente aéreo) el 25 de junio de 1948. Este fue otro de los problemas en los que participó el grupo SCOOP, en diciembre de ese mismo año se conseguía abastecer con 4500 toneladas diarias, y tras estudios de Investigación Operativa se optimizó el abastecimiento hasta llegar a las 8000-9000 toneladas diarias en marzo de 1949. Esta cifra era la misma que se hubiera transportado por medios terrestres, por lo que los soviéticos decidieron levantar el bloqueo el 12 de mayo de 1949.

Tras la Segunda Guerra Mundial, la organización de los recursos de Estados Unidos (energía, armamentos, y todo tipo de suministros) se estimó oportuno realizarla mediante modelos de optimización, resueltos mediante la programación lineal.

Al mismo tiempo, que se desarrolla la doctrina de la Investigación Operativa, se desarrollan las técnicas de computación y ordenadores, gracias a los cuales se redujo el tiempo de resolución de los problemas.

El primer resultado de estas técnicas fue dado en el año 1952, cuando se usó un ordenador SEAC del National Bureau of Standards para obtener la solución de un problema. El éxito en el tiempo de resolución fue tan alentador que de inmediato se usó para todo tipo de problemas militares, como determinar la altura óptima a la que deberían volar los aviones para localizar los submarinos enemigos, gestión de fondos monetarios para logística y armamento, e incluso determinar la profundidad a la que se debían enviar las cargas para alcanzar los submarinos enemigos de forma que causara el mayor número de bajas, que se tradujo en un aumento de hasta cinco veces en la eficacia de la fuerza aérea.

Durante las décadas de los 50 y 60, crece el interés y el desarrollo de la Investigación Operativa, debido a su aplicación en el ámbito del comercio y la industria. Sirva de ejemplo, el problema del cálculo del plan óptimo de transporte de arena de construcción a las obras de edificación de la ciudad de Moscú, en los que había 10 puntos de origen y 230 de destino. Para resolverlo, se usó un ordenador Strena, que empleó 10 días en el mes de junio de 1958, y tal solución aportó una reducción del 11 % de los gastos respecto a los costes originales.

Anteriormente, ya se habían planteado estos problemas en una disciplina conocida como Investigación de Empresas o Análisis de Empresas, que no disponían de métodos tan efectivos como los desarrollados durante la Segunda Guerra Mundial (por ejemplo, el Método Simplex).

Con el avance de las computadoras se empezó a extender la Investigación de Operaciones, durante la decena de los cincuenta, en las áreas de Programación Dinámica (**Bellman**), Programación No Lineal (**Kuhn y Tucker**), Programación Entera (**Gomory**), Redes de Optimización (**Ford y Fulkerson**), Simulación (**Markowitz**), Inventarios (**Karlin, Arrow, Scarf, Whitin**), Análisis de Decisiones (**Raiffa**) y Procesos Markovianos de Decisión (**Howard**).

Leonid Kantoróvich, que ya utilizaba técnicas similares en la economía antes de Dantzig ganó el premio Nobel en economía en 1975. En 1979, otro matemático ruso, **Leonid Khachiyan**, demostró que el problema de la programación lineal era resoluble en tiempo polinomial. Más tarde, en 1984, **Narendra Karmarkar** introduce un nuevo método del punto interior para resolver problemas de programación lineal, lo que constituiría un enorme avance en los principios teóricos y prácticos en el área.

Las aplicaciones no bélicas de la Investigación Operativa se extienden tanto como se imagine, con problemas que van desde la alimentación, ganadería, distribución de campos de cultivo en agricultura, producción, transporte de mercancías, almacenaje, localización, distribución de personal, problemas de redes, optimización de colas de espera, grafos, etc.

3. Investigación Operativa en la actualidad.

En la actualidad, la Investigación Operativa se utiliza en una amplia gama de campos y sectores para abordar problemas y mejorar la eficiencia en la toma de decisiones. Estas áreas han ido más allá de las aplicaciones militares e industriales, para incluir hospitales, instituciones financieras, bibliotecas, planeación urbana, sistemas de transporte y sistemas de comercialización.

La investigación operativa ha ido evolucionando no solo en sus técnicas y aplicaciones sino en la forma como la conceptualizan los diferentes autores, en la actualidad no existe solamente una definición, sino muchas, algunas demasiado generales, otras demasiado engañosas, aquí seleccionamos dos de las más aceptadas y representativas.

Una generalización de la Investigación Operativa han tratado de darla **Churchman, Ackoff y Arnoff**: *“La investigación de operaciones es la aplicación, por grupos interdisciplinarios, del método científico a problemas relacionados con el control de las organizaciones o sistemas (hombre-máquina), a fin de que se produzcan soluciones que mejor sirvan a los objetivos de la organización”*.

De ésta definición se pueden destacar los siguientes conceptos:

1. Una organización es un sistema formado por componentes que se interaccionan, unas de estas interacciones pueden ser controladas y otras no.
2. En un sistema la información es una parte fundamental, ya que entre las componentes fluye información que ocasiona la interacción entre ellas. También dentro de la estructura de los sistemas se encuentran recursos que generan interacciones. Los objetivos de la organización se refieren a la eficacia y eficiencia con que las componentes pueden controlarse, el control es un mecanismo de autocorrección del sistema que permite evaluar los resultados en términos de los objetivos establecidos.
3. La complejidad de los problemas que se presentan en las organizaciones, ya no encajan en una sola disciplina del conocimiento, se han convertido en multidisciplinario, por lo cual para su análisis y solución se requieren grupos compuestos por especialistas de diferentes áreas del conocimiento que logran comunicarse con un lenguaje común.
4. La investigación de operaciones es la aplicación de la metodología científica a través modelos matemáticos, primero para representar al problema y luego para resolverlo.

La definición de la Sociedad de Investigación Operativa de Gran Bretaña es la siguiente: *“La investigación de operaciones es el ataque de la ciencia moderna a los complejos problemas que surgen en la dirección y en la administración de grandes sistemas de hombres, máquinas, materiales y dinero, en la industria, en los negocios, en el gobierno y en la defensa. Su actitud diferencial consiste en desarrollar un modelo científico del sistema tal, que incorpore valoraciones de factores como el azar y el riesgo, y mediante el cual se predigan y comparen los resultados de decisiones, estrategias o controles alternativos. Su propósito es el de ayudar a la gerencia a determinar científicamente sus políticas y acciones”*.

En relación con esta definición pueden destacarse los siguientes aspectos:

1. Generalmente, se asocian los conceptos de dirección y administración a las empresas de tipo lucrativo, sin embargo, una empresa es un concepto más amplio, es algo que utiliza hombres, máquinas, materiales y dinero con un propósito específico; desde este punto de vista, se considera como empresa desde una universidad hasta una fábrica de automóviles.

2. Para tratar de explicar el comportamiento de un sistema complejo, el científico debe representarlo en términos de los conceptos que maneja, lo hace expresando todos los rasgos principales del sistema por medio de relaciones matemáticas. A esta representación formal se le llama modelo.
3. La esencia de un modelo es que debe ser predictivo, lo cual no significa predecir el futuro, pero sí ser capaz de indicar acerca de la forma en que se puede esperar que un sistema opere en una variedad de circunstancias, lo que permite valorar su vulnerabilidad. Si se conocen las debilidades del sistema se pueden tomar cursos de acción agrupados en tres categorías:

- Efectuar cambios que lleven a la empresa o parte de ella a una nueva ruta.
- Realizar un plan de toma de decisiones.
- Instalar estrategias que generen decisiones.

Cuando se aplica alguno de estos remedios, la investigación operativa ayuda a determinar la acción menos vulnerable ante un futuro incierto.

4. El objetivo global de la investigación de operaciones es el de apoyar al tomador de decisiones, en cuanto ayudarlo a cumplir con su función basada en estudios científicamente fundamentados.

La Investigación Operativa ha tenido un gran impacto en el avance y mejora de la eficiencia de numerosas organizaciones en todo el mundo. En el proceso, la IO ha hecho contribuciones significativas al incremento de la productividad dentro de la economía de muchos países.

En la actualidad, unos 55 países son miembros de la International Federation of Operational Research Societies (IFORS), www.ifors.org, en la que cada país cuenta con una sociedad propia de Investigación Operativa y tiene la responsabilidad de promover el uso de la IO y el intercambio de conocimientos y mejores prácticas a nivel internacional, organizando y apoyando congresos y premios.

La Sociedad Española de Estadística e Investigación Operativa (SEIO) www.seio.es forma parte de la IFORS desde 1963. La SEIO fue inicialmente la Sociedad Española de Investigación Operativa y fue creada el 12 de febrero de 1962. Su constitución tuvo lugar en los locales del Instituto de Investigaciones Estadísticas del Consejo Superior de Investigaciones Científicas en el transcurso de una reunión a la que asistieron cincuenta y dos personas de diversos ámbitos, todas ellas interesadas en los métodos de la Investigación Operativa y en la propagación de la teoría y práctica de esta disciplina en España. En junio de 1976, se amplió el campo de actividades de la SEIO a la Estadística y a la Informática, pasó entonces a llamarse Sociedad de Estadística e Investigación Operativa. En marzo de 1999 se modificaron ciertos artículos de los estatutos, quedando su redacción como figura en la actualidad. Actualmente, la sociedad potencia la difusión de conocimientos a través de las revistas científicas TEST (Trabajos de Estadística) y TOP (Trabajos de Investigación Operativa) con impacto en JCR (Journal Citation Report, que es una medida de calidad científica para evaluar las revistas académicas). Además, publica artículos de divulgación científica de Estadística y de Investigación Operativa en BEIO (Boletín de Estadística e Investigación Operativa) y a través de InfoSEIO, informa a los socios de todo tipo de acontecimientos y novedades de interés para ellos.

4. Metodología y formulación de modelos

Llevar a cabo un estudio de Investigación Operativa suele ser por lo general un trabajo de equipo en el que tanto los especialistas (estadísticos, matemáticos, ingenieros, informáticos, economistas...) como el cliente (persona o entidad a la que le ha surgido el problema) trabajan en colaboración. Independientemente de la naturaleza de la aplicación, en cualquier proyecto de Investigación Operativa cabe distinguir una serie de etapas comunes que lo identifican como tal.

Etapas de un Proyecto de Investigación Operativa

1. Formulación del problema.
2. Construcción de un modelo matemático que lo represente.
3. Obtención de una solución.
4. Verificación del modelo y de la solución.
5. Puesta en práctica y mantenimiento de la solución.

Cabe destacar que aunque las fases del proyecto suelen iniciarse en el orden anterior, normalmente no se terminan en el mismo orden. De hecho, la interacción entre ellas hace que cada fase se revise y actualice continuamente hasta que se da por finalizado el proyecto. La tercera parte es la única puramente matemática ya que es a la hora de obtener la solución del problema cuando se aplican las técnicas y teorías adecuadas. Llevar a cabo con éxito el resto de etapas es más un arte que una teoría y solo la experiencia enseña cómo debe realizarse.

1. Formulación del Problema

Esta es quizás la fase más delicada del proceso, ya que supone establecer una definición clara y precisa del problema al que nos enfrentamos. En esta etapa del estudio juega un papel fundamental el cliente que ha planteado el problema. En general, suelen ser necesarias varias reuniones en las que poco a poco se pueda ir definiendo claramente cuáles son las alternativas de decisión (variables), el objetivo que permitirá valorar las distintas alternativas, y las restricciones o limitaciones que se presentan. La formulación inicial del problema debe revisarse continuamente a la vista de los resultados obtenidos en el resto de las etapas. No se puede perder de vista el hecho de que un problema mal definido puede conducir a una solución absurda echando por la borda todo el trabajo realizado.

2. Modelización

En esta etapa se construye un modelo matemático que represente la esencia del problema definido en la etapa anterior. Este modelo será un conjunto de ecuaciones y expresiones matemáticas relacionadas entre sí. Las distintas alternativas, aspectos susceptibles de cambio del problema, se modelizarán utilizando variables, x_1, x_2, \dots, x_n , la forma de medir la calidad de una u otra alternativa será una función de esas variables, la *función objetivo*, y las limitaciones que impiden que las variables tomen cualquier valor se modelizarán utilizando desigualdades y ecuaciones, las *restricciones*.

3. Obtención de una solución

Si el modelo resultante responde a uno de los modelos típicos de IO y sus dimensiones lo permiten podremos obtener la solución utilizando el algoritmo apropiado. En otro caso podremos acudir a la simulación o la aplicación de técnicas heurísticas. El resultado de esta fase debe ser un conjunto de valores para las variables que proporcionen, si es posible, el mejor valor de la función objetivo o, en caso de haber aplicado un algoritmo heurístico, una solución aceptable para el cliente. No podemos perder de vista que nuestro modelo no deja de ser una simplificación de la realidad. Esto hace que muchos de los datos utilizados para construirlo sean estimaciones de los verdaderos parámetros, por lo que conviene llevar a cabo un análisis de sensibilidad que nos permita valorar cómo afecta a la solución óptima pequeños cambios en dichos valores.

4. Verificación del modelo y de la solución

En esta fase se verifica si el modelo propuesto hace lo que se supone que debe hacer, es decir, ¿el modelo proporciona una predicción razonable del comportamiento del sistema que se está estudiando? Para ello podemos plantearnos algunas preguntas, ¿tiene sentido la solución?, ¿los resultados son aceptables?, para contestar a estas preguntas podemos comprobar utilizando datos históricos si la solución proporcionada por el modelo hubiese sido la correcta.

5. Puesta en práctica

En esta fase, el equipo de Investigación Operativa debe encargarse de formar al personal responsable de aplicar el modelo de manera que sean capaces de traducir los resultados del modelo en instrucciones de operación. Es decir, el equipo de IO debe asegurarse de que el modelo se utiliza apropiadamente para tomar las decisiones en los problemas que motivaron su creación.

5. Aplicaciones

A continuación se presentan algunos problemas tipo de aplicación de I.O.:

- **Problemas de Transporte y Transbordo.** El problema clásico consiste en diseñar un conjunto de rutas de mínimo coste para un conjunto de vehículos, que deben servir un determinado producto a un conjunto de clientes, cuyas demandas y localizaciones son conocidas.
- **Problemas de Asignación y Distribución de Recursos.** Se trata de asignar recursos escasos a una serie de tareas para realizar de la mejor manera posible una serie de trabajos. Por ejemplo, problemas de mezclas de productos (elaboración de dietas), problemas de inversiones, distribución de materiales, emparejamientos, etc...
- **Problemas de Inventarios.** Son aquellos en los que se desea establecer el nivel de inventario que debe mantenerse en una empresa para optimizar los costes asociados. El inventario puede ser capital, productos, agua. . .

- **Problemas de Mantenimiento, Reemplazamiento y Fiabilidad.** El objetivo es el mantenimiento de los equipos industriales, militares, e incluso sociológicos. Estos equipos suelen deteriorarse con el tiempo, esto implica tomar decisiones sobre si interesa o no reemplazar determinadas piezas del equipo, y de hacerlo, decidir en qué momento.
- **Problemas de Colas.** Este tipo de problemas surge cuando una serie de ítems acceden a un sistema en demanda de un servicio. El objetivo es diseñar el centro de servicio para optimizar criterios como, minimizar el tiempo de espera, la longitud de ítems en espera, minimizar costes, etc.
- **Problemas de Secuenciación de Actividades.** Se trata de decidir en qué orden deben realizarse un conjunto de tareas, teniendo en cuenta que dichas tareas suelen estar sujetas a relaciones de precedencia entre ellas.
- **Problemas de Redes y Grafos.** Son problemas donde se desea obtener el camino mínimo entre diferentes localizaciones, optimizar el flujo que puede pasar por una red de canalizaciones, determinar los puntos de conexiones en circuitos. . .
- **Problemas de Cubrimientos y Localización.** Donde hay que determinar la posición de ciertos productos para cubrir el área de interés. Radares, bomberos, cámaras de vigilancia. . .

Son muchos más los tipos de problemas de los que se encarga la Investigación Operativa, sin embargo, es suficiente para dar una idea de la problemática general a la que se enfrenta la IO. El objetivo en todos estos problemas es la búsqueda de la optimalidad. Esta búsqueda ha conducido al desarrollo de una gran variedad de métodos de solución, diseñados teniendo en cuenta las propiedades matemáticas del modelo planteado para representar el problema. Podría decirse que la mayoría de las técnicas de Investigación Operativa tienen en común su carácter algorítmico, ya que tratan de resolver el problema iterativamente, creando en cada iteración soluciones cada vez más cerca de la solución óptima.

Cuando la dificultad del problema impide diseñar un método eficiente (efectivo y rápido) para encontrar la solución óptima, se puede abordar el problema diseñando un algoritmo de naturaleza heurística que encuentre en tiempo razonable una buena solución para el problema.

Entre las técnicas de IO más desarrolladas encontramos la **Programación Lineal** (PL) que se ocupa de los modelos en los que tanto la función objetivo como las restricciones son lineales y las variables continuas. Al estudio de la PL se centrará la mayor parte de la asignatura, con las variaciones que se derivan de ella como son la Programación Lineal Entera y la Programación No Lineal. El resto de metodologías aparecen en el programa del Grado de Estadística en las otras dos asignaturas de Investigación Operativa (IO II, IO III), de las que consta el Módulo completo.