Índice

Ejercicio 1

Resolver gráficamente:

$$\text{máx}\, 20x_1 + 60x_2$$
$$30x_1 + 20x_2 \leq 2700$$
$$5x_1 + 10x_2 \leq 850$$
$$x_1 + x_2 \geq 95$$
$$x_i \geq 0, i = 1, 2$$

Así, debemos dibujar las rectas:

- $R1 : 30x_1 + 20x_2 = 2700$
- $R2 : 5x_1 + 10x_2 = 850$
- R3: $x_1 + x_2 = 95$

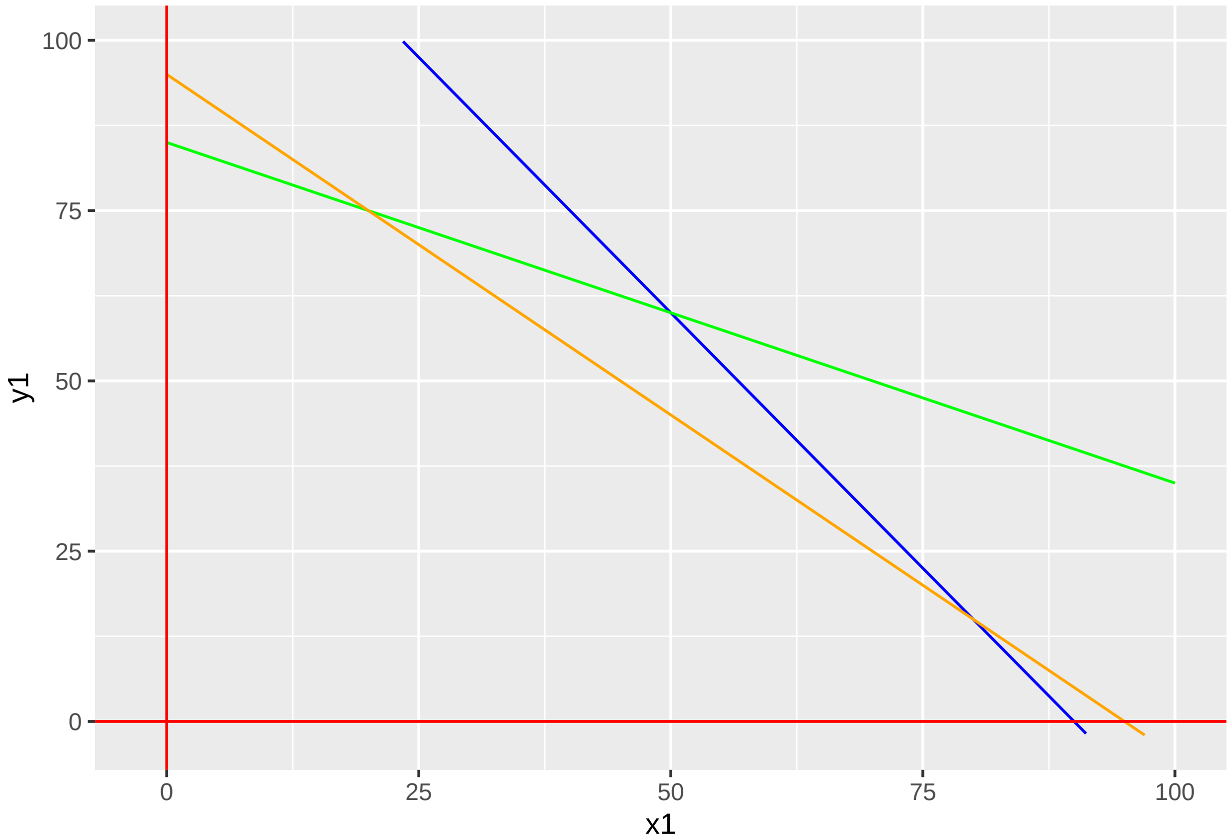
```
library (ggplot2)
```

```
R1 <- function (x) --------------

R2 <- function (x) --------------

R3 <- function (x) --------------
```

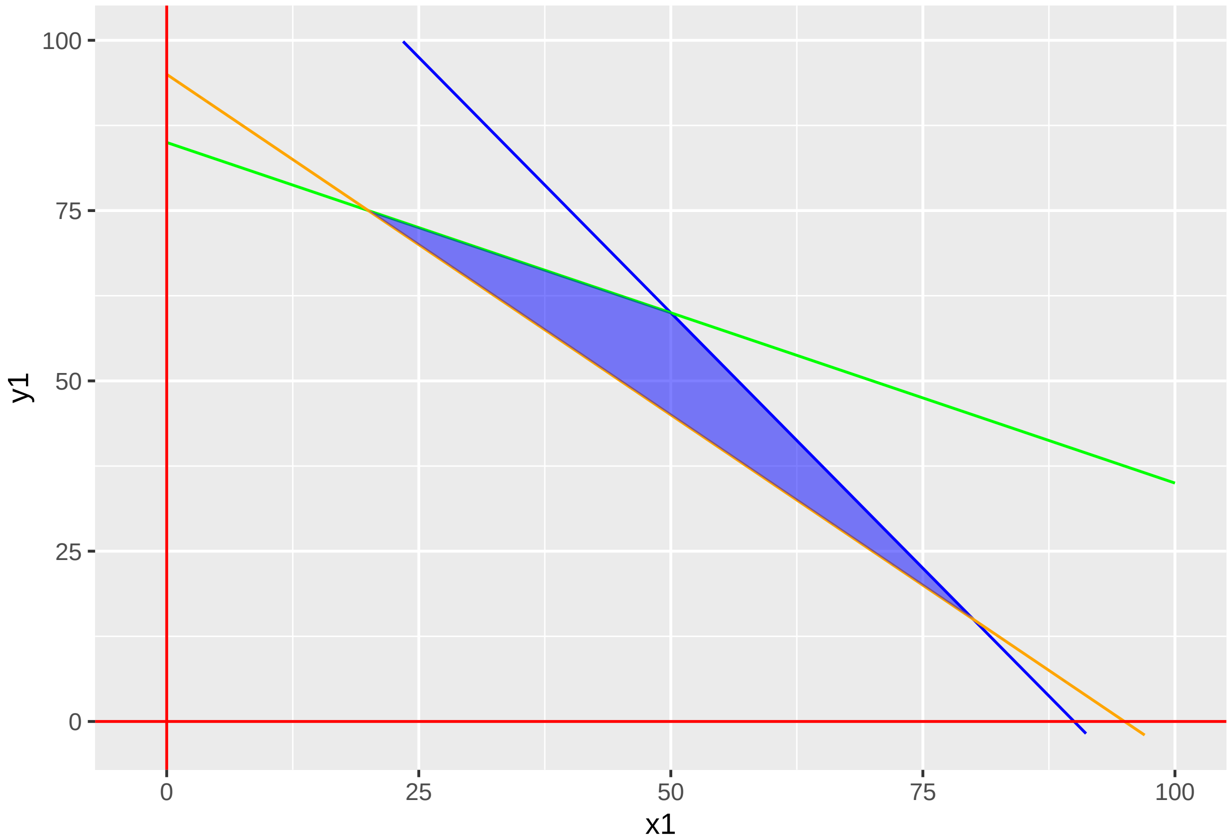
```
x1<- seq(0,100,length.out=500)
datos <- data.frame (x1, y1 = R1(x1), y2 = R2(x1), y3=R3(x1))
p <- ggplot(datos, aes (x = x1)) +
  geom_line(aes(y = y1), colour = "blue") +
  geom_line(aes(y = y2), colour = "green") +
  geom_line(aes(y = y3), colour = "orange") +
  geom_hline(yintercept = 0, colour ="red") +
  geom_vline(xintercept = 0, colour = "red") +
  ylim(-2,100)+
  xlim(-2,100)
  p
```



Y rellenamos **la región factible**, tras comprobar los planos definidos por las inecuaciones:

`datos <- transform (datos, z = ----------------------------)`

```
p +  geom_ribbon(data=datos,aes(ymin=y3,ymax = z), fill = 'blue',alpha=0.5)
```



Ahora tenemos que buscar las intersecciones:

- R1-R2: __________
- R1-R3: __________
- R2-R3: __________

Por último comprobamos qué punto o puntos maximizan la función objetivo

```
obj <- function(pto) 20*pto[1] + 60*pto[2]
```

```
obj(pto_R1R2)
```

```
obj(pto_R1R3)
```

```
obj(pto_R2R3)
```

Por tanto la solución es: __________

Ejercicio 2

Resolver gráficamente:

$$\begin{gathered} \min -x_1 + 3x_2 \\ x_1 - x_2 \leq 4 \\ x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ x_i \geq 0, i = 1, 2 \end{gathered}$$

Ejercicio 3

Resolver gráficamente:

$$\begin{gathered} \max 4x_1 + x_2 \\ 8x_1 + 2x_2 \leq 16 \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ x_i \geq 0, i = 1, 2 \end{gathered}$$

Ejercicio 4

Resuelve con la función `simplex()`

$$\begin{gathered} \max x_1 + x_2 \\ 4x_1 + x_2 \leq 12 \\ x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_i \geq 0, i = 1, 2 \end{gathered}$$

Solución: ______________________________

Ejercicio 5

Resuelve con la función `simplex()`

$$\begin{gathered} \max 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 \\ 8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 48 \\ 8x_1 + 4x_2 + 3x_3 \geq 40 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 16 \\ x_i \geq 0, i = 1, 2, 3 \end{gathered}$$

Solución: ______________________________

Ejercicio 6

Resuelve con la función `simplex()`

$$\text{máx}\, x_1 + 5x_2 - x_3$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 100$$
$$5x_1 - x_2 + 8x_3 \leq 500$$
$$-x_1 + x_2 + 2x_3 = 0$$
$$2x_1 + x_2 + 12x_3 \leq 800$$
$$x_i \geq 0, i = 1, 2, 3$$

Solución: ______________________________

Ejercicio 7

Resuelve con la función `simplex()`

Un fabricante de muebles tiene 6 planchas de madera y 28 horas de trabajo disponibles, durante las cuales fabricará biombos decorativos. Con anterioridad, se han vendido bien dos modelos, de manera que se limitará a producir estos dos. Estima que el modelo I requiere dos planchas de madera y 7 horas del tiempo disponible, mientras que el modelo II necesita 1 plancha de madera y 8 horas. Los precios de los modelos son 120 y 80 euros respectivamente. ¿Cuántos biombos de cada modelo debe fabricar si desea maximizar su ingreso por la venta?

Llamando x_1 al número de biombos del modelo 1 y x_2 el número del modelo 2, el problema en forma estándar sería:

____

____

____

____

con solución: x_1: ______________; x_2: ______________ El valor óptimo de la función objetivo es ______________________ ¿Qué problema hay con la solución?¿Qué tipo de problema deberemos de resolver aquí?

Ejercicio 8

Resuelve con la función `lp()`

Un pastelero dispone de 150 kg de harina, 22 kg de azúcar y 27.5 kg de mantequilla para elaborar dos tipos de pasteles (A y B). Cada caja de pasteles de tipo A requiere 3 kg de harina, 1 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla y su venta le reporta un beneficio de 20 euros.

Cada caja de pasteles de tipo B requiere 6 kg de harina, 0.5 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla y su venta le reporta un beneficio de 30 euros.¿Cuántas cajas de cada tipo debe elaborar el pastelero de manera que se maximicen sus ganancias? (Se supone en principio que también puede elaborar cajas incompletas, es decir, que no se trata de un problema de programación entera.)

El problema se escribiría como:

____

____

____

____

____

Los argumentos que se deben pasar a la función serían:

- direction ____________________
- El vector de coeficientes quedaría: $(Unveterinarioaconsejaaungranjerodedicadoalacríadepollosunad$ $maíz, harinadepescadoypiensosintético.Cadakilodemaízproporciona2.5unidadesdehierroy1unidadd$, __________)
- La matriz de coeficientes
$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix}$$
- El vector de términos independientes (__________, __________, __________)
- El vector con la dirección de las restricciones: ____________________

```r
library(lpSolve)
sol <- lp("max",coef,A,dir,b)
```

El objeto sol que hemos generado al ejecutar la última línea es una lista con diversos elementos entre los cuáles los más importantes son objval, el valor objetivo óptimo, y solution, las coordenadas de la solución factible óptima del problema.

```r
sol$objval
```

```
## [1] 775
```

```r
sol$solution
```

```
## [1]  5.0 22.5
```

Esto significa que la producción óptima del pastelero es de _____ cajas de A y _____ de B, con lo que tendrá el máximo beneficio posible de _____ euros.

Ejercicio 9

Supongamos ahora que, en el ejercicio 8 el pastelero solo puede fabricar un número entero de cajas de cada tipo, es decir, que las variables x_1 y x_2 solo pueden tomar valores enteros. La forma de indicar esta restricción adicional es añadiendo a la función `lp` el argumento `all.int=TRUE`, indicando que todas las variables son enteras y no necesitando indicar todos los índices.

```
sol <- lp("max",coef,A,dir,b,all.int=TRUE)
sol$objval
sol$solution
```

En este caso, la producción óptima del parámetro es de ______ cajas de A y ______ de B, con lo que tendrá el máximo beneficio posible de ______ euros.

Ejercicio 10

Resuelve con el paquete `lpSolve`:

$$\text{máx}\, 5x_1 + 7x_2$$
$$8x_1 + 14x_2 \leq 63$$
$$10x_1 + 4x_2 \leq 45$$
$$x_i \in \mathbb{Z}^+, i = 1, 2$$

Solución: ______________________________________

Ejercicio 11

Resuelve con el paquete `lpSolve`:

$$\text{máx}\, x_1 - 2x_2 - 3x_3 - x_4$$
$$x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 \leq 4$$
$$2x_1 + x_3 - 4x_4 \leq 2$$
$$-2x_1 + x_2 + x_4 \leq 1$$
$$x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4$$

Solución: ______________________________________

Ejercicio 12

Resuelve con el paquete `lpSolve`:

$$\text{mín } -2x_2 + x_3$$
$$-x_1 - 2x_2 \geq -3$$
$$4x_1 + x_2 + 7x_3 \geq -1$$
$$2x_1 - 3x_2 + x_3 \geq -5$$
$$x_i \geq 0, i = 1, 2, 3$$

Solución: ______________________________

Ejercicio 13

Resuelve con el paquete `lpSolve`:

Una compañía está evaluando 5 proyectos a desarrollar durante los próximos 3 años. Cada año dispone de 25 millones de euros para invertir en proyectos. El beneficio esperado (en millones) para cada proyecto, así como la cantidad a invertir cada año (en millones) para el mantenimiento del proyecto vienen dadas por la siguiente tabla:

Proyecto	Año 1	Año 2	Año 3	Beneficio
1	5	1	8	20
2	4	7	10	40
3	3	9	2	20
4	7	4	1	15
5	8	6	10	30

¿Qué proyectos se deberían desarrollar para obtener un beneficio mayor? Plantea el problema:

Se debería invertir en los proyectos: ______________________________

El beneficio esperado es de: ______________________________

Ejercicio 14

Resuelve con el paquete `lpSolve`:

Una empresa está estudiando llevar a cabo una campaña publicitaria, para ello dispone de 1.000.000 de euros. Puede difundir sus anuncios en dos canales publicitarios distintos, el primero de ellos cobra 15.000 euros cada vez que emite un anuncio, mientras que el segundo cobra el doble. La probabilidad de que un anuncio del primer canal sea visto es del 30 %, mientras que del segundo es del 70 %. Como mínimo deben emitirse 26 anuncios en el primer canal y 13 en el segundo. Determinar el número de anuncios que debe lanzar en cada canal de manera que maximice la probabilidad de que se vea el anuncio de la empresa, teniendo en cuenta la restricción presupuestaria y las del número de anuncios.

____

____

____

____

____

La solución óptima consiste en emitir ____________ anuncios por el primer canal y ____________ anuncios por el segundo.

Ejercicio 15

Un veterinario aconseja a un granjero dedicado a la cría de pollos una dieta mínima para la alimentación de las aves consistente en al menos 3 unidades de hierro y al menos 4 unidades de vitaminas. El granjero tiene la posibilidad de mezclar tres alimentos distintos: maíz, harina de pescado y pienso sintético. Cada kilo de maíz proporciona 2.5 unidades de hierro y 1 unidad de vitaminas, cada kilo de harina de pescado da 3 unidades de hierro y 3 unidades de vitaminas y cada kilo de pienso sintético 1 unidad de hierro y 2 unidades de vitaminas. El granjero se pregunta por la composición de la dieta que, satisfaciendo las necesidades alimenticias, minimice el coste total. Los precios por kilo de maíz, harina y pienso son, respectivamente, 0.3, 0.5 y 0.2 euros.

Variables de decisión: ________, ________, ________

s.a.

$$\underline{\hspace{6cm}} \leq \underline{\hspace{1.2cm}}$$

$$\underline{\hspace{6cm}} \leq \underline{\hspace{1.2cm}}$$

$$\underline{\hspace{6cm}} \geq \underline{\hspace{1.2cm}}$$

$$\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \geq \_\_\_\_$$

$$\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \geq \_\_\_\_$$

$$x_{ij} \in \mathbb{Z}^+$$

Solución ____ kg de maíz, ____ kg de harina y ____ kg de pienso.

El coste total son ____€.

Ejercicio 16

Seis alumnos de una Facultad reciben la noticia de que hay seis puestos de trabajo en diversas empresas en las cuales se les asignará una beca. No dispuestos a seguir con el método de oposición deciden realizar un estudio en el que cada uno especifique sus preferencias, valuando de uno a treinta, para luego establecer la asignación de puestos de forma que la suma de satisfacciones sea máxima. Determinar dicha asignación suponiendo que esa lista de preferencias es la siguiente:

	Puesto					
Alumno	P1	P2	P3	P4	P5	P6
A	4	22	18	8	30	15
B	16	9	30	9	24	13
C	12	30	17	14	21	11
D	15	30	28	17	1	9
E	16	30	10	20	10	5
F	30	18	12	25	0	12

- Alumno A a ____
- Alumno B a ____
- Alumno C a ____
- Alumno D a ____
- Alumno E a ____
- Alumno F a ____

Ejercicio 17

Una empresa energética dispone de cuatro plantas para satisfacer la demanda diaria eléctrica en cuatro ciudades, Salamanca, Zamora, León y Valladolid. Las plantas 1, 2, 3 y 4 pueden satisfacer 80, 30, 60 y 45 millones de KW al día respectivamente. Las necesidades de las ciudades son de 70, 40, 70 y 35 millones de Kw al día respectivamente. Los costos asociados al envío de suministro energético por cada millón de KW entre cada planta y cada ciudad son los registrados en la siguiente tabla. Hallar una solución óptima que permita satisfacer las necesidades de todas las ciudades al tiempo que minimice los costes asociados al transporte.

	Salamanca	Zamora	León	Valladolid
Planta 1	5	2	7	3
Planta 2	3	6	6	1
Planta 3	6	1	2	4
Planta 4	4	3	6	6

- La Planta 1 suministraría ________
- La Planta 2 suministraría ________
- La Planta 3 suministraría ________
- La Planta 4 suministraría ________

Ejercicio 18

Las tarifas aéreas (en euros) por transporte entre siete ciudades son las siguientes:

Ciudad	1	2	3	4	5	6	7	Oferta
1	-	21	50	62	93	77	-	**70**
2	21	-	17	54	67	-	48	**80**
3	50	17	-	60	98	67	25	**50**
4	62	54	60	-	27	-	38	
5	93	67	98	27	-	47	42	
6	77	-	67	-	47	-	35	
7	-	48	25	38	42	35	-	
Demanda				**30**	**60**	**50**	**60**	

Cierta empresa debe embarcar un determinado artículo desde las ciudades 1,2 y 3, hacia las ciudades 4,5, 6 y 7. Deben enviarse, respectivamente, 70, 80 y 50 toneladas de las tres primeras ciudades y deben recibirse, respectivamente, 30, 60, 50 y 60 toneladas, en las cuatro últimas. El transporte puede realizarse a través de las ciudades intermedias con un costo igual a la suma de los costos para cada una de las etapas del trayecto. Determinar el plan óptimo de transporte.