

# Problemas del Tema 3. Dualidad

## INVESTIGACIÓN OPERATIVA I.

2º Grado en Estadística

**3.1.-** Plantear el correspondiente problema dual asociado:

**a) Maximizar:**  $z = 2x_1 - 2x_2 + 3x_3$

**sueto a:**

$$x_1 - x_2 + x_3 \leq 4$$

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 5$$

$$x_i \geq 0 \quad i=1,2,3$$

**b) Minimizar:**  $z = 2x_1 + 5x_2 - 4x_3$

**sueto a:**

$$x_1 + x_2 + 5x_3 \geq 2$$

$$2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 8$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 10$$

$$x_1 \leq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \text{ sin restr.}$$

**c) Maximizar:**  $z = 2x_1 - 4x_2 + 5x_3$

**sueto a:**

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 20$$

$$-x_1 + 5x_2 - 2x_3 \geq -10$$

$$3x_1 + 4x_2 - 6x_3 \leq 40$$

$$x_1 \leq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0$$

**d) Minimizar:**  $z = 4x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 2x_4$

**sueto a:**

$$4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 \leq -10$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$$

$$5x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 \geq 5$$

$$x_1 \leq 0 \quad x_2 \leq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad x_4 \geq 0$$

**3.2.-** Plantear el problema dual asociado y resolver gráficamente el primal y el dual:

**a) Min:**  $z = 2x_1 + 3x_2$

**sueto a:**

$$2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_1 + 4x_2 \geq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

**b) Max:**  $z = -2x_1 + 6x_2$

**sueto a:**

$$-x_1 + 3x_2 \leq 9$$

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

**c) Max:**  $z = -3x_1 + 2x_2$

**sueto a:**

$$-2x_1 + x_2 \geq 1$$

$$x_1 - 2x_2 \leq -4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

**3.3.-** Plantear el correspondiente problema dual y obtener la solución del mismo sabiendo la solución del primal:

**a) Maximizar:**  $z = 4.5x_1 + 3x_2 + 1.5x_3$

**sueto a:**

$$x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 4$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 = 8$$

$$x_1 - x_2 \leq 6$$

$$x_i \geq 0 \quad i=1,2,3$$

$$\text{Solución: } x_1 = 0, x_2 = 12, x_3 = 20$$

**b) Minimizar:**  $z = -2x_1 - 3x_2$

**sueto a:**

$$7x_1 - x_2 \geq 5$$

$$5x_1 + 2x_2 \geq 4$$

$$2x_1 + x_2 = 30$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \leq 0$$

$$\text{Solución: } x_1 = 15, x_2 = 0$$

**c) Maximizar:**  $z = 4x_1 - x_2 + 2x_3$

**sueto a:**

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

$$2x_1 + x_2 \leq 7$$

$$2x_2 + x_3 \geq 6$$

$$x_1 + x_3 = 4$$

$$x_1 \geq 0$$

Solución:  $x_1 = 2.4, x_2 = 2.2, x_3 = 1.6$

**d) Minimizar:**  $z = 4x_1 + 2x_2 - x_3$

**sueto a:**

$$x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 = 8$$

$$x_i \geq 0 \quad i=1,2$$

Solución:  $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 4$

**3.4.-** Calcular la solución del problema dual a partir del primal sabiendo cuáles son las variables básicas de la tabla óptima:

**a) Maximizar:**  $z = -2x_1 - x_2 + x_3$

**sueto a:**

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$$

$$x_2 + x_3 \geq 2$$

$$x_1 + x_3 = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3$$

**VB:**  $[s_1, x_2, x_3]$

**b) Maximizar:**  $z = 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4$

**sueto a:**

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 7$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \geq 3$$

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 - 4x_4 \leq 10$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, 4$$

**VB:**  $[s_1, x_1, e_2, x_4]$

**3.5.-** Resolver utilizando el algoritmo dual del simplex y dar la solución del problema dual correspondiente:

**a) Minimizar:**  $z = 2x_1 + 3x_2 + 9x_3$

**sueto a:**

$$-x_1 - 3x_3 \leq -3$$

$$x_2 + 2x_3 \geq 5$$

$$x_1 + x_2 + x_4 = 4$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, 4$$

**b) Maximizar:**  $z = -x_1 - 2x_2 - x_3$

**sueto a:**

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 6$$

$$x_1 + 3x_2 + 4x_3 \geq 10$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3$$

**c) Minimizar:**  $z = 2x_1 + x_2 + 4x_3$

**sueto a:**

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 8$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 7$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3$$

**d) Maximizar:**  $z = 7x_1 + 4x_2 + 2x_3$

**sueto a:**

$$x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 18$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 12$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3$$

**e) Minimizar:**  $z = x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4$

**sueto a:**

$$3x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 \geq 10$$

$$x_1 - 3x_2 + 2x_3 \geq 7$$

$$2x_1 + 3x_3 - 5x_4 \leq 14$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, 4$$

**f) Minimizar:**  $z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$

**sueto a:**

$$2x_1 + x_4 \geq 250$$

$$3x_2 \geq 1000$$

$$3x_2 + 10x_3 + 6x_4 \geq 750$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, 4$$