

# Problemas de Modelización

## INVESTIGACIÓN OPERATIVA I.

### 2º Grado en Estadística

**1.-** Un nutricionista quiere encontrar la combinación óptima de alimentos para satisfacer los requerimientos nutricionales diarios, minimizando el coste total de la dieta. Para lo cual considera cinco alimentos básicos: pollo, arroz, brócoli, leche y manzanas. Los requerimientos nutricionales se expresan en términos de calorías, proteínas, carbohidratos, grasas y fibra. Los datos con los que trabaja son los siguientes:

- El pollo contiene 165 calorías, 31 g de proteínas y 3.6 g de grasas, con un coste de 2 € por porción.
- El arroz contiene 218 calorías, 4.4 g de proteínas, 45 g de carbohidratos, 0.6 g de grasas y 2.2 g de fibra, con un coste de 0.5 € por porción.
- El brócoli contiene 55 calorías, 5.6 g de proteínas, 11 g de carbohidratos, 0.6 g de grasas y 5 g de fibra, con un coste de 0.6 € por porción.
- La leche contiene 103 calorías, 8 g de proteínas, 12 g de carbohidratos y 2.4 g de grasas, con un coste de 1.5 € por porción.
- Las manzanas contienen 52 calorías, 0.3 g de proteínas, 14 g de carbohidratos, 0.2 g de grasas y 2.4 g de fibra, a un coste de 0.4 € por porción.

Los requerimientos diarios mínimos son de 2000 calorías, 50 g de proteínas, 225 g de carbohidratos, 50 g de grasas y 30 g de fibra. Plantear el PL correspondiente para encontrar la combinación óptima de alimentos que satisfaga los requerimientos nutricionales diarios.

Modifica el PL para que la dieta contenga como mínimo dos porciones de cada alimento.

**2.-** En dos granjas situadas al norte y sur de una explotación agrícola se cultiva trigo y maíz. Según el tipo de suelo hay diferencia en la producción y en los costes derivados de ambas granjas, como se muestra en la tabla. Cada granja dispone de 100 Ha para los cultivos. Hay que producir 11000 Kg. de trigo y 7000 Kg. de maíz.

Granja	Producción de maíz/Ha	Producción de trigo/Ha	Coste/ Ha de maíz	Coste/ Ha de trigo
Granja norte	500 Kg.	400 Kg.	100 euros	90 euros
Granja sur	650 Kg.	350 Kg.	120 euros	80 euros

Determinar un plan de siembra que minimice los costes para satisfacer estas demandas.

**3.-** Iberdrola tiene tres plantas de cogeneración de energía en Castilla y León situadas en León, Burgos y Valladolid que suministran la energía a las cuatro ciudades de Galicia: La Coruña, Lugo, Orense y Pontevedra. Cada planta suministra las siguientes cantidades de Kilowatios-hora:

Planta	León	Burgos	Valladolid
Kwh en millones	35	50	40

Las demandas máximas de energía en estas ciudades se presentan al mismo tiempo y son las siguientes:

Ciudad	La Coruña	Lugo	Orense	Pontevedra
Kwh en millones	45	20	30	30

Los costes para mandar 1 millón de Kwh de energía de una planta a la ciudad dependen de las infraestructuras utilizadas y aparecen en la siguiente tabla:

	La Coruña	Lugo	Orense	Pontevedra
León	8	6	10	9
Burgos	9	12	13	7
Valladolid	14	9	16	5

Formular el problema que minimice el coste para satisfacer la demanda máxima de energía de cada ciudad.

En un determinado momento, Zamora requiere 20 millones de Kwh de energía, y al pertenecer a Castilla y León el coste de envío por millón de KWh es de 2. Determinar cuál sería la solución del problema en esta situación.

**4.-** Una empresa minera dispone de tres canteras en León, Pontevedra y Lugo, pudiendo exportar un máximo de 200 m<sup>3</sup> desde León, 300 m<sup>3</sup> de Pontevedra y 150 m<sup>3</sup> desde Lugo. Por otra parte, el material debe transportarse a cinco almacenes que la empresa minera tiene repartidos por diferentes localidades (A1, A2, A3, A4 y A5), en donde se requieren 100 m<sup>3</sup>, 100 m<sup>3</sup>, 150 m<sup>3</sup>, 250 m<sup>3</sup> y 50 m<sup>3</sup>, respectivamente.

a) Determinar el PL que permita satisfacer las demandas al máximo.

b) Debido a las restricciones en la flotilla de camiones, en el equipo de explotación de las canteras y en los caminos de acceso, las capacidades máximas de transporte de cada una de las canteras a los lugares de almacenaje varían tal como se muestran en la siguiente tabla:

Modificar el PL anterior teniendo en cuenta estas nuevas restricciones.

c) Si los valores de la tabla se corresponden al beneficio obtenido por cada unidad enviada desde las canteras a los almacenes, plantear el PL correspondiente que maximice las ganancias esperadas.

5.- Una compañía produce artículos en dos plantas de producción en Madrid y Vigo con producciones máximas de 600 y 400 unidades respectivamente. Los componentes que se fabrican se envían a cualquiera de los dos almacenes regionales (A1 y A2) de la compañía desde los que se abastece los pedidos de las ciudades de París, Roma, Lisboa y Viena en cantidades de 200, 150, 350 y 300 respectivamente. En las tablas aparecen los costes de unitarios de transporte para cada ruta de distribución:

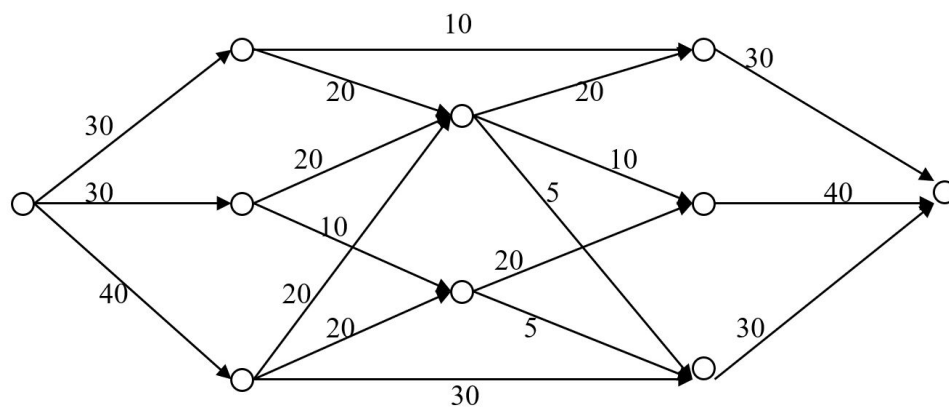
	A1	A2
Madrid	2	3
Vigo	3	1

	París	Roma	Lisboa	Viena
A1	2	6	3	6
A2	4	4	6	5

a) Determinar las rutas de distribución para que el coste de transporte sea mínimo. Replantea el PL sabiendo que el flujo que pasa por la red es constante.

b) Reformular el PL si en el almacén 1 se quedan almacenadas 50 unidades que no envía, y el almacén 2 envía 50 unidades que tiene almacenadas previamente a los envíos.

6.-La siguiente red representa las canalizaciones de una empresa de gas natural de una zona de la ciudad. Sobre cada arco aparece la capacidad máxima permitida de esa tubería. Plantear el PL para determinar el flujo máximo de gas que puede pasar por la red, teniendo en cuenta que se cumple la ley de conservación del flujo.



7.- Un fabricante debe producir un artículo en cantidad suficiente para satisfacer contratos de venta en los siguientes 4 meses. La producción del artículo está limitada y varía al igual que el coste según los meses. El artículo puede producirse en un mes y mantenerse en inventario para venderlo en un mes posterior, pero con un coste de almacenamiento de 1€/un. por mes. Actualmente, no se tiene un inventario de este producto y no se desea tener ninguno al final de los cuatro meses. Los datos de cada mes aparecen en la tabla:

Mes	Ventas ya contratadas	Producción máxima	Coste de producción por unidad
1	20	40	14
2	30	50	16
3	50	30	15
4	40	50	17

Plantear el correspondiente PL que permita al fabricante cumplir con los contratos.

**8.-** Una empresa fabrica dos componentes electrónicos para una compañía de motores. Esta compañía notifica a la empresa cuales van a ser sus requerimientos por trimestre (ver tabla 1). Cuesta 20 euros cada unidad que se fabrica del componente A y 10 euros cada unidad del B. Los componentes que se fabrican y no son utilizados tiene un coste de almacenaje que, sobre una base mensual, son del 1.5 % del coste del producto por unidad, el inventario al inicio es de 500 unidades para el componente A y 200 para el B, mientras que el inventario final debe ser como mínimo de 400 y 200 unidades para las componente A y B respectivamente. Por otra parte la empresa tiene limitaciones en la capacidad de producción, mano de obra y almacenaje (ver tabla 2), mientras que tiene unos requerimientos mínimos para la producción de los componentes (ver tabla 3)

<b>Tabla 1</b>	Mes 1	Mes 2	Mes 3
Componente A	1000	3000	5000
Componente B	1000	500	3000

<b>Tabla 2</b>	Capacidad de máquinas (horas)	Capacidad de mano de obra (horas)	Capacidad de almacenamiento ( $m^2$ )
Mes 1	400	300	10000
Mes 2	500	300	10000
Mes 3	600	300	10000

<b>Tabla 3</b>	Máquina (horas/unidad)	Mano de obra (horas/unidad)	Almacenamiento ( $m^2$ /unidad)
Componente A	0.10	0.05	2
Componente B	0.08	0.07	3

Determina el programa de producción de costes mínimos para la empresa.

**9.-** Una empresa tiene cinco máquinas disponibles y tiene que terminar cuatro trabajos. Si una máquina se encarga de realizar un trabajo, lo hace hasta completarlo y en principio, no hace más de uno. El tiempo que tarda cada una viene reflejado en la tabla siguiente:

Tiempo (horas)	Trabajo 1	Trabajo 2	Trabajo 3	Trabajo 4
Máquina 1	14	5	8	7
Máquina 2	2	12	6	5
Máquina 3	7	8	3	9
Máquina 4	2	4	6	10
Máquina 5	13	10	9	11

a) Determinar la asignación óptima que minimice el tiempo total empleado en la realización de los trabajos.

b) ¿Cambia la solución si la máquina 2 puede realizar dos trabajos?

c) ¿Cómo cambia la solución si la máquina 3, debido a un fallo, no puede realizar el trabajo 3?

**10.-** Suponer que la red del problema 6 se corresponde con una parte de un mapa y los valores de los arcos indican el tiempo en minutos que se tarda en pasar entre las diferentes localizaciones. Plantear un PL para determinar el camino mínimo para pasar del primer al último punto.

**11.-** El gerente de una empresa de transporte debe programar el alquiler de sus autobuses durante el mes próximo. Para simplificar el problema se supone que sólo dispone de un autobús. En la tabla aparecen los diferentes viajes que puede realizar en función de la demanda recibida, con el día de inicio y final del viaje y el beneficio que obtendría con el mismo:

Viaje	Día primero	Día último	Beneficio
A	14	16	10
B	15	20	30
C	16	21	20
D	17	22	35
E	20	23	15
F	21	24	25
G	22	24	10
H	23	25	15

Plantea el PL correspondiente que permita al gerente de la empresa maximizar su beneficio.

En el caso de disponer de dos autobuses, ¿cómo cambiaría el planteamiento?

**12.-** Una empresa posee un buque de carga con una capacidad máxima de 1000 toneladas. El carguero transporta contenedores de diferentes pesos y valores a lo largo de las diferentes rutas marítimas. Para la ruta actual tiene que decidir cuáles de los siguientes contenedores debe cargar para maximizar el valor de la carga teniendo en cuenta las restricciones del buque. Plantear el PL correspondiente.

Contenedor	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
Peso (Ton)	100	155	150	112	70	80	160	120	110	90
Valor	20	30	10	25	20	10	35	15	30	15

**13.-** TVE de cara a la retransmisión de un partido de fútbol, desea saber el mínimo número de cámaras que necesitará desplazar al estudio de forma que queden cubiertos todos los sectores. El campo se ha dividido en 20 sectores, los cuales se pueden cubrir desde 10 puntos en la forma siguiente:

Punto de localización	Sectores cubiertos
1	16, 17, 18, 19
2	17, 18, 19, 20
3	16, 17, 18, 19, 20
4	1, 2, 3, 4, 5
5	2, 3, 4, 5
6	7, 8, 9, 10
7	12, 13, 14, 15
8	6, 7, 8, 9
9	11, 12, 14, 15
10	7, 8, 9, 13, 14

Plantear y resolver el correspondiente problema de programación.

**14.-** Una oficina de correos necesita un número distinto de empleados de tiempo completo para distintos días de la semana, según se muestra:

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Valores	17	13	15	19	14	16	11

Cada empleado de tiempo completo, tiene que trabajar 5 días seguidos y descansar dos. Formule un PL para que la oficina minimice el número de empleados de tiempo completo que tiene que contratar cumpliendo sus necesidades diarias.

**15.-** Dada la lista de las actividades que intervienen en la construcción de una casa que aparecen en la siguiente tabla:

Tarea	Antecedora	Tiempo
A= Cimientos	-	5
B= Canales y Muros	A	8
C= Tejado	B	10
D= Electricidad	B	5
E= Ventanas	B	4
F= Revestimiento	E	6
G= Pintura	C, F	3

Dibujar la red que muestre el plan a seguir, determinar la ruta crítica y la duración total del proyecto por PL.

Supóngase que se puede reducir la duración de cada actividad contratando más trabajadores. En la tabla siguiente se dan los costes diarios de la reducción de la duración de cada una de las actividades y la máxima reducción posible de dicha duración. Plantear el PL que hay que resolver para minimizar el coste total de la terminación del proyecto dentro de 20 días.

Actividad	A	B	C	D	E	F	G
Coste diario por reducción	30	15	20	40	20	30	40
Máxima reducción posible	2	3	1	2	2	3	1

**16.-** Una empresa distribuye un producto en cuatro ciudades. Según los datos, la demanda potencial de cada ciudad es la que se muestra en la siguiente tabla:

Ciudad 1	Ciudad 2	Ciudad 3	Ciudad 4
3000 unidades	2000 unidades	2500 unidades	2700 unidades

Los costes de transporte son de 0.5 € por Km y unidad transportada. La distancia en Km existente entre las diferentes ciudades es la que figura en la tabla siguiente:

	Ciudad 1	Ciudad 2	Ciudad 3	Ciudad 4
Ciudad 1	-	250	350	400
Ciudad 2	250	-	200	400
Ciudad 3	350	200	-	300
Ciudad 4	400	400	300	-

Para minimizar los costes de transporte, la empresa decide instalar un almacén con capacidad para 6000 unidades en dos de estas cuatro ciudades. Determinar en qué ciudades se deben instalar los almacenes.

**17.-** Una empresa puede fabricar tres tipos de coches: A, B y C. En la tabla se muestran los recursos requeridos y las ganancias proporcionadas por cada tipo de coche.

	Tipo A	Tipo B	Tipo C
Acero	1.5 Ton	3 Ton	5 Ton
Horas	30	25	40
Ganancia	2000 €	3000 €	4000€

La empresa dispone de 6000 Ton de acero, y 60000 horas de trabajo. Formule un problema para maximizar las ganancias de la empresa, teniendo en cuenta que, para que la producción de un tipo de coche sea económicamente factible, hay que fabricar al menos 1000 coches de ese tipo.

**18.-** Una empresa está considerando la puesta en marcha de tres nuevos modelos de juguetes (M1, M2 y M3) para la próxima campaña navideña. Los costes de fabricación de estos modelos costarían 25.000€, 35.000€ y 30.000€ respectivamente, siendo la ganancia unitaria de 20€, 25€ y 23€ respectivamente. La empresa dispone de tres fábricas para la elaboración de estos modelos, pero para evitar gastos solo en una de ellas se producirían los juguetes. En la tabla siguiente se muestran el número de horas que se necesita para producir cada juguete en cada fábrica, así como el total de horas disponibles para la producción.

	M1	M2	M3	Horas
Fábrica 1	5	4	6	500
Fábrica 2	4	2	2	600
Fábrica 3	3	3	2	630

- Si la empresa ha decidido fabricar al menos uno de los tres juguetes, plantear el correspondiente problema para maximizar el beneficio total.
- La empresa decide fabricar únicamente el juguete M3, pero debe tener en cuenta que si produce más de 50 unidades de este juguete, entonces debe producirse en la fábrica 3, y el coste de fabricación del juguete sería de 40.000 €. Modelizar el problema, añadiendo esta información.

**19.-** Se quiere construir 3 edificios de oficinas. En la tabla se dan el tiempo necesario para terminar cada edificio y el número de trabajadores requeridos en cada momento.

	Duración	Trabajadores
Edificio 1	2 años	30
Edificio 2	2 años	20
Edificio 3	3 años	20

Una vez terminado un edificio, éste genera anualmente la siguiente cantidad por el concepto de renta: Edificio 1, 50000 euros; Edificio 2, 30000 euros; Edificio 3, 40000 euros. Plantear el problema que maximice el total de la renta hasta el final del año 4, teniendo en cuenta las siguientes restricciones:

- Se dispone de 60 trabajadores cada año.
- Se puede empezar con la construcción de a lo más un edificio en cualquier año.
- La construcción del Edificio 2 tiene que estar terminada como muy tarde a finales del año 4.

**20.-** Una cadena de radio está planeando su programación diaria y debe programar dos bloques de publicidad de entre 14 y 16 minutos de duración cada uno. La cadena tiene un conjunto de anuncios comerciales disponibles para su emisión, los cuales se clasifican en locales (L) y nacionales (N). Cada tipo de anuncio tiene una duración en minutos y una ganancia asociada, tal como aparece en la tabla siguiente:

Anuncio	1	2	3	4	5	6	7	8
Tipo	L	N	L	N	L	N	N	L-N
Duración	4	5	3	2	4	3	5	4
Ganancia	10	20	15	30	10	15	20	30

Plantear el correspondiente problema si la cadena de radio debe decidir qué anuncios deben ir en cada bloque de publicidad sin que se repitan, para maximizar sus ingresos publicitarios, teniendo en cuenta las siguientes restricciones:

- En cada bloque debe haber exactamente dos anuncios locales.
- En el primer bloque de haber por lo menos 3 anuncios nacionales.
- Ya sea el anuncio 5 o el 6 deben ir en el primer bloque.
- Si los anuncios 2 y 4 van en el primer bloque, entonces el anuncio 5 tendrá que estar en el segundo bloque.

**21.-** Una empresa realiza un estudio financiero sobre posibles inversiones cuyos costes y rentabilidades en miles de euros, así como sus condicionantes, se escriben en la tabla:

Inversión	1	2	3	4	5	6	7
Coste	60	50	90	100	80	120	70
Renta	180	130	250	220	260	310	100
Condición	-	Solo si 1	Solo si 2	Obligada si 2	No si 1 o 3	No si 2 y 4	Solo si 2 y no 3

Formular y resolver el problema correspondiente si la empresa pretende maximizar la renta total de sus inversiones con un límite en el coste total de 400.000 €.



**22.-** Una multinacional ha decidido instalar cuatro sucursales sobre cuatro de los terrenos que posee en las regiones A, B, C, D, E, y F, en los próximos cuatro años. Teniendo en cuenta las siguientes condiciones:

- a) Si dos de estas sucursales se instalan en las regiones A y C la construcción de las instalaciones necesariamente debe ser simultánea.
- b) Si el primer año se instala una sucursal en la región B, se debe de instalar otra en la región E en ese mismo año.
- c) Si se decide colocar sucursales en las regiones D y E, las instalaciones deben construirse antes del tercer año.
- d) Las instalaciones en las regiones F y B, en caso de llevarse a cabo, no pueden realizarse el mismo año.

Los costes previstos (en millones) para la construcción de las instalaciones necesarias para ubicar las cuatro sucursales según la región y el año en que se lleva a cabo vienen reflejados en la siguiente tabla:

Coste	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4
Región A	150	125	175	150
Región B	145	150	200	250
Región C	195	200	220	230
Región D	140	150	155	160
Región E	125	140	180	150
Región F	100	125	160	180

Determinar el plan a seguir para ubicar las sucursales al menor coste, teniendo en cuenta que el primer año no se puede invertir más de 300 millones y no se construye más de una sucursal en cada región.

**23.-** Se dispone de 4 camiones para entregar un producto en 5 tiendas. En la tabla se muestra la capacidad y el coste diario de operación de cada camión.

Camión	Capacidad	Coste diario
1	400 unidades	45 €
2	500 unidades	50 €
3	600 unidades	55 €
4	1100 unidades	60 €

Se tiene que satisfacer la demanda de una tienda mediante un solo camión, pero un mismo camión puede entregar el producto a más de una tienda. La demanda diaria de cada una de las tiendas es:

Tienda	1	2	3	4	5
Demanda	100	200	300	500	800

Formule un problema para minimizar el coste diario y satisfacer las demandas de las 5 tiendas.

**24.-** Un equipo de baloncesto quiere fichar a nuevos jugadores, entre cinco posibles candidatos. En la tabla se muestra el coste de su contratación y el número medio de puntos que se espera consiga jugando en el equipo.

Candidato	Coste en miles	Puntos
1	6	30
2	5	29
3	3	25
4	2	20
5	2	23

Plantear el correspondiente problema si el entrenador pretende maximizar el total de puntos esperado, pero está sujeto a las siguientes condiciones:

- a) El equipo solo puede gastarse 12 mil euros.
- b) Si se contrata al candidato 3 y al 4, entonces no se puede fichar al 2.
- c) Los candidatos 1 y 2 debido a su enemistad, no pueden jugar en el mismo equipo.
- d) Si se contrata al 2 o al 4 se debería contratar al 5.
- e) Si se elige al 4, entonces deberán contratar al 3 y al 5.

**25.-** Repsol produce dos tipos de gasolina (G1 y G2) a partir de dos tipos de petróleo (P1 y P2). Cada litro de G1 debe contener por lo menos el 50% de P1, y cada litro de G2 debe contener por lo menos el 60% de P1. Se puede vender cada litro de G1 a 12 céntimos y cada litro de G2 a 14 céntimos. Actualmente, se dispone de 500 litros de P1 y 1000 litros de P2. Se puede comprar hasta 1500 litros extra de P1 a los siguientes precios: los primeros 500 litros a 25 céntimos el litro, los siguientes 500 litros a 20 céntimos/litro y los siguientes 500 litros a 15 céntimos/litro. Plantear el problema para determinar la estrategia de Repsol que le permita maximizar las ganancias de la compañía.