

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Алгоритмы и модели вычислений.
Домашняя работа 5.

Георгий Никишин
Группа Б05-909

Задача 1а

а) Найти обратные к 20 по модулю 79, к 3 по модулю 62.

Решение.

а) $x = 20^{-1}(\text{mod } 79) \Leftrightarrow 20x + 79y = 1$, тогда решим $20x + 79y = 1$

Заметим, что: $20 \cdot 4 + 79 \cdot (-1) = 1$, тогда:

$$x = 4 + 79t, y = -1 - 20t \Rightarrow 20^{-1} = 4 \pmod{79}.$$

Аналогично, $x = 3^{-1} \pmod{62} \Leftrightarrow 3x + 62y = 1$

Заметим, что $3 \cdot 21 + 62 \cdot (-1) = 1$, тогда :

$$x = 21 + 62t, y = -1 - 3t \Rightarrow 3^{-1} = 21 \pmod{62}.$$

Задача 1б

Найдите все решения уравнения $35x = 10 \pmod{50}$.

Решение.

$$35x = 10 \pmod{50} \Leftrightarrow 35x + 50y = 10 \Leftrightarrow 7x + 10y = 2$$

$$\text{Заметим, что } 7 \cdot 3 + 10 \cdot (-2) = 1 \Rightarrow 7 \cdot 6 + 10 \cdot (-4) = 2 \Rightarrow x = 6 + 10t.$$

Задача 1в

Найдите все целые числа, дающие остаток 7 при делении на 15, остаток 10 при делении на 24 и остаток 34 при делении на 36.

Решение.

$$\begin{cases} x \equiv_{15} 7 \\ x \equiv_{24} 10 \\ x \equiv_{36} 34 \end{cases}$$

Алгоритм с семинара неприменим, тк $\gcd(15; 24; 36) \neq 1$, тогда будем решать систему аналогичным методом:

$$x = x_0 + 15x_1 + 360t, \text{ тк } \text{НОК}(15, 24, 36) = 360$$

$$x \equiv_{15} 7 \Rightarrow x_0 = 7$$

$$x \equiv_{24} 10 \Rightarrow 10 - 7 \equiv_{24} 15x_2 \Rightarrow 1 \equiv_8 5x_2, \text{ решаем } 5x + 8y = 1$$

$$\text{заметим, что } 5 \cdot 5 + 24 \cdot (-1) = 1 \Rightarrow x = 5 + 8t, \text{ тк } x_2 \leq 23 \Rightarrow x_1 = 5, 13, 21$$

$$x \equiv_{36} 34 \Rightarrow 15x_1 \equiv_{36} 27 \Rightarrow \text{решаем } 15x + 36y = 27 \Rightarrow 5x + 12y = 9, \text{ заметим, что:}$$

$$5 \cdot 5 - 12 \cdot 2 = 1 \Rightarrow 9(5 \cdot 5 - 12 \cdot 2) = 9 \Rightarrow x = 45 + 12t \Rightarrow x = -3 + 12t \Rightarrow x_1 = 9, 21$$

$$x_1 \in 9; 21 \cup 5; 13; 21 \Rightarrow x_1 = 21. \text{ В итоге: } x = 7 + 21 \cdot 15 + 360t$$