

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Лабораторная работа 4.7.1
Двойное лучепреломление

Георгий Никишин
Группа Б05-909

Теория

Плоские волны в кристаллах

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \text{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1)$$

Если среды прозрачны и однородны то в них распространяются волны:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})}, \vec{H} = \vec{H}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})} \quad (2)$$

Введем единичный вектор нормали к скорости распространения волны \vec{N} и направим его вдоль скорости, тогда

$$\vec{D} = -\frac{c}{v} [\vec{N}, \vec{H}], \vec{B} = \frac{c}{v} [\vec{N}, \vec{E}] \quad (3)$$

Оптические одноосные кристаллы

Введем *тензор диэлектрической проницаемости* ε ($\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$). Все его значения описываются эллипсоидом инерции.

В кристаллах этот эллипсоид — эллипсоид вращения. В них оптическая ось — ось вращения эллипсоида. В них принято обозначать $\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_z, \varepsilon_{\perp} = \varepsilon_x = \varepsilon_y$

$$\vec{D}_{\parallel} = \varepsilon_{\parallel} \vec{E}_{\parallel}, \vec{D}_{\perp} = \varepsilon_{\perp} \vec{E}_{\perp} \quad (4)$$

Можно показать, что угол θ между волновой нормалью и осью вращения эллипсоида при разделении \vec{D} на \vec{D}_e — лежащая в главном сечении и \vec{D}_o — нормальная составляющая такой, что

$$\sin \theta = \frac{D_{e\parallel}}{D_e}, \cos \theta = \frac{D_{e\perp}}{D_e} \quad (5)$$

$$n = \frac{1}{\sin A} \sqrt{\sin^2 \phi_1 + \sin^2 \phi_2 + 2 \sin \phi_1 \sin \phi_2 \cos A} \quad (6)$$

Из этого, если $n_o - n_e \ll n_o$ и n_e , то

$$n(\theta) \approx n_e + (n_o - n_e) \cos^2 \theta \quad (7)$$

Двойное лучепреломление в призме исландского шпата

При таком ходе луча и расположении призмы у нас повторяется ситуация из предыдущего параграфа теории. Тогда, можно посчитать показатель преломления изотропной среды по формуле

$$n = \frac{\sin \left(\frac{\psi_m + A}{2} \right)}{\sin \left(\frac{A}{2} \right)} \quad (8)$$

Здесь ψ_m — минимальный угол, на который призма преломляет луч. Если призма не изотропна, то этой формулой, строго говоря, можно воспользоваться только для обыкновенной волны, которая, как это было показано ранее, распространяется так же, как и в изотропной среде.

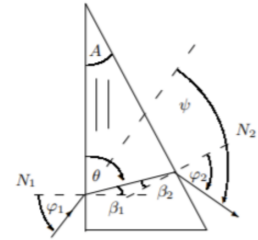


Рис. 1: Ход луча в призме

$\phi_1, ^\circ$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
$\delta\phi_1, ^\circ$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$\psi_0, ^\circ$	31	30	28	27	26	26	27	27	29	30	32	34	37
$\delta\psi_0, ^\circ$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$\psi_e, ^\circ$	21	21	20	20	20	20	21	22	23	25	27	29	32
$\delta\psi_e, ^\circ$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$\phi_{2o}, ^\circ$	58	52	45	39	33	28	24	19	16	12	9	6	4
$\delta\phi_{2o}, ^\circ$	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
$\phi_{2e}, ^\circ$	48	43	37	32	27	22	18	14	10	7	4	1	-1
$\delta\phi_{2e}, ^\circ$	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
$\theta_o, ^\circ$	84	81	78	75	72	70	67	64	63	60	58	57	55
$\delta\theta_o, ^\circ$	6	5	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3
$\theta_e, ^\circ$	83	80	77	74	71	67	65	62	60	58	56	54	52
$\delta\theta_e, ^\circ$	6	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3
$\cos^2\theta_o$	0,0111	0,0239	0,042	0,065	0,092	0,122	0,150	0,186	0,212	0,246	0,274	0,302	0,322
$\delta\cos^2\theta_o$	0,0007	0,0014	0,002	0,004	0,005	0,007	0,008	0,010	0,011	0,013	0,015	0,016	0,017
$\cos^2\theta_e$	0,0139	0,0298	0,052	0,079	0,111	0,147	0,181	0,218	0,256	0,287	0,319	0,351	0,37
$\delta\cos^2\theta_e$	0,0009	0,0016	0,003	0,004	0,006	0,008	0,010	0,012	0,014	0,016	0,017	0,019	0,02
n_o	1,65	1,67	1,66	1,66	1,65	1,65	1,66	1,64	1,66	1,65	1,65	1,65	1,66
δn_o	0,11	0,10	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
n_e	1,48	1,50	1,49	1,50	1,50	1,50	1,51	1,52	1,51	1,53	1,53	1,53	1,54
δn_e	0,10	0,09	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08

Таблица 1: Измеренные и все полученные данные в ходе эксперимента

7. Из графика мы получаем, что главные значения показателей преломления

$$n_o = 1,66 \pm 0,11$$

$$n_e = 1,49 \pm 0,09$$

8. Теперь из серии измерений мы получаем, что

$$\psi_{mo} = (26 \pm 1,5)^\circ$$

$$\psi_{me} = (20 \pm 1,5)^\circ$$

Отсюда, из формулы (8) получаем, что

$$n_o = 1,65 \pm 0,09$$

$$n_e = 1,50 \pm 0,09$$

9. Определим углы, соответствующие полному внутреннему отражению

$$\phi_{1o} = (-0,5 \pm 1)^\circ$$

$$\phi_{1e} = (-7,5 \pm 1)^\circ$$

Из этого, принимая, так как полное внутреннее отражение, $\phi_2 = 90^\circ$ из формулы (6) получаем, что

$$n_o = 1,6 \pm 0,2$$

$$n_e = 1,5 \pm 0,2$$

Вывод

В итоге, мы подтвердили, что показатели преломления соответствующих волн соответствуют уже известным. Так же мы установили, что самый точный метод расчета показателей преломления — по наклону графика n от $\cos^2 \theta$.