

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Лабораторная работа 3.6.1
Спектральный анализ электрических сигналов

Никишин Георгий
Группа Б05-99

Цель работы

Изучение спектрального состава периодических электрических сигналов.

Оборудование:

Анализатор спектра, генератор прямоугольных импульсов, генератор сигналов специальной формы, осциллограф.

Теоретическая введение

Периодические сигналы

Представление периодического сигнала в виде суммы гармонических сигналов называется разложением в ряд Фурье.

Пусть заданная функция $f(t)$ периодически повторяется с частотой $\Omega_1 = \frac{2\pi}{T}$, где T - период повторения. Ее разложение в ряд Фурье имеет вид

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\Omega_1 t) + b_n \sin(n\Omega_1 t)]$$

Здесь $\frac{a_0}{2}$ - среднее значение функции $f(t)$,

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} f(t) \cos(n\Omega_1 t) dt,$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} f(t) \sin(n\Omega_1 t) dt.$$

Спектры периодических сигналов

Рассмотрим периодические функции, которые исследуются в нашей работе.

1. **Периодическая последовательность прямоугольных импульсов** (рис. 1) с амплитудой V_0 , длительностью τ , частотой повторения $\Omega_1 = \frac{2\pi}{T}$, где T - период повторения импульсов. Найдем коэффициенты разложения ряда Фурье:

$$\frac{a_0}{2} = V_0 \frac{\tau}{T},$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} V_0 \cos(n\Omega_1 t) dt = 2V_0 \frac{\tau}{T} \frac{\sin(n\Omega_1 \frac{\tau}{2})}{n\Omega_1 \frac{\tau}{2}} \sim \frac{\sin x}{x}.$$

Поскольку наша функция четная, все коэффициенты синусоидальных гармоник $b_n = 0$.

Назовем *шириной спектра* $\Delta\omega$ расстояние от главного максимума ($\omega = 0$) до первого нуля огибающей, возникающего при $n = \frac{2\pi}{\tau\Omega_1}$. При этом

$$\Delta\omega\tau \approx 2\pi$$

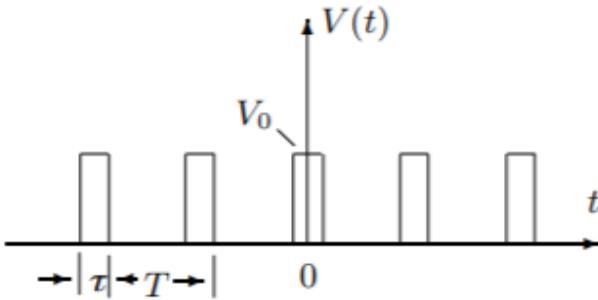


Рис. 1: Прямоугольные импульсы

или

$$\Delta\nu\Delta t \approx 1 \quad (1)$$

Полученное соотношение взаимной связи интервалов $\Delta\nu$ и Δt является частным случаем соотношения неопределенности в квантовой механике.

2. **Периодическая последовательность цугов** гармонического колебания $V_0 \cos(\omega_0 t)$ с длительностью цуга τ и периодом повторения T (рис. 3).

Функция $f(t)$ снова является четной относительно $t = 0$. Коэффициент при n -й гармонике равен

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} V_0 \cos(\omega_0 t) \cos(n\Omega_1 t) dt = V_0 \frac{\tau}{T} \left(\frac{\sin[(\omega_0 - n\Omega_1)\frac{\tau}{2}]}{(\omega_0 - n\Omega_1)\frac{\tau}{2}} + \frac{\sin[(\omega_0 + n\Omega_1)\frac{\tau}{2}]}{(\omega_0 + n\Omega_1)\frac{\tau}{2}} \right)$$

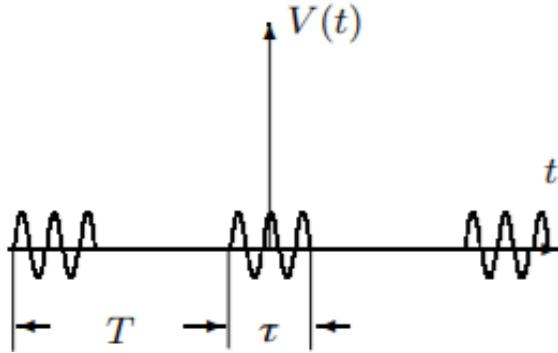


Рис. 2: Последовательность цугов

3. **Амплитудно-модулированные колебания.**

Рассмотрим гармонические колебания высокой частоты ω_0 , амплитуда которых медленно меняется по гармоническому закону с частотой Ω ($\Omega \ll \omega_0$) (рис. 5):

$$f(t) = A_0[1 + m \cos \Omega t] \cos \omega_0 t.$$

Коэффициент m называют **глубиной модуляции**. При $m < 1$ амплитуда колебаний меняется от минимальной $A_{min} = A_0(1 - m)$ до максимальной $A_{max} = A_0(1 + m)$. Глубина модуляции может быть представлена в виде

$$m = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}} \quad (2)$$

Простым тригонометрическим преобразованием можно найти спектр амплитудно - модулированных колебаний:

$$f(t) = A_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{A_0 m}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t + \frac{A_0 m}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t. \quad (3)$$

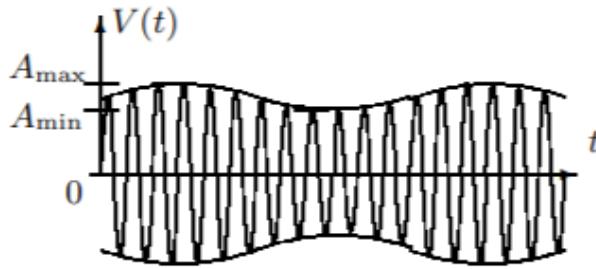


Рис. 3: Амплитудно-модулированные колебания

Спектр таких колебаний содержит три составляющих основную компоненту и две боковых. Первое слагаемое в правой части представляет собой исходное немодулированное колебание с основной (несущей) частотой ω_0 и амплитудой $a_{осн} = A_0$. Второе и третье слагаемые соответствуют новым гармоническим колебаниям с частотами $\omega_0 + \Omega$ и $\omega_0 - \Omega$. Амплитуды этих двух колебаний одинаковы и составляют $\frac{m}{2}$ от амплитуды немодулированного колебания: $a_{бок} = \frac{A_0 m}{2}$. Начальные фазы всех трех колебаний одинаковы.

1 Экспериментальные установки

1. **Экспериментальная установка А** для исследования спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов представлена на рис. 3. Сигнал с выхода генератора прямоугольных импульсов Г5-54 подается на вход анализатора спектра и одновременно на вход Y осциллографа. С генератора импульсов на осциллограф подается также сигнал синхронизации, запускающий ждущую развертку осциллографа. При этом на экране осциллографа можно наблюдать саму последовательность прямоугольных импульсов, а на экране ЭЛТ анализатора спектра распределение амплитуд спектральных составляющих этой последовательности.



Рис. 4: Схема для исследования спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов

2. **Экспериментальная установка Б** для исследования спектра периодической последовательности цугов гармонических колебаний (рис. 5). Генератор Г6-34 вырабатывает синусоидальные колебания высокой частоты. На вход АМ (амплитудная модуляция) генератора Г6-34 подаются прямоугольные импульсы с генератора Г5-54 и синусоида модулируется - "нарезается" на отдельные куски - цуги. Эти цуги с выхода генератора Г6-34 поступают на вход спектроанализатора и одновременно на вход Y осциллографа. Сигнал синхронизации подается на осциллограф с генератора импульсов.

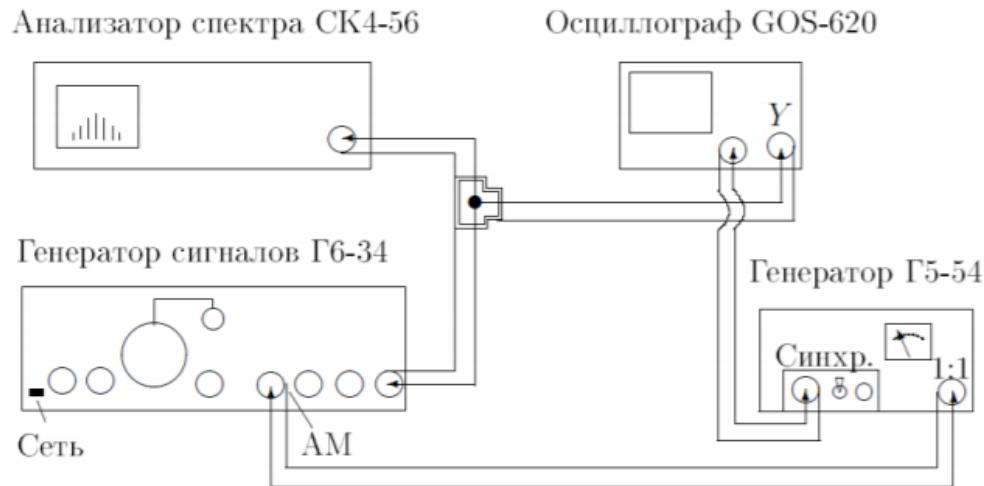


Рис. 5: Схема для исследования спектра периодической последовательности цугов высокочастотных колебаний

3. **Экспериментальная установка В** для исследования амплитудно - модулированного сигнала. В генератор сигналов встроен модуляционный генератор, который расположен в левой части Г6-34. Синусоидальный сигнал с частотой модуляции $f_{\text{мод}} = 1 \text{ кГц}$ подается с модуляционного генератора на вход АМ (амплитудная модуляция) генератора, вырабатывающего синусоидальный сигнал высокой частоты (частота несущей $\nu_0 = 25 \text{ кГц}$). Амплитудно-модулированный сигнал с основного выхода генератора поступает на осциллограф и на анализатор спектра.

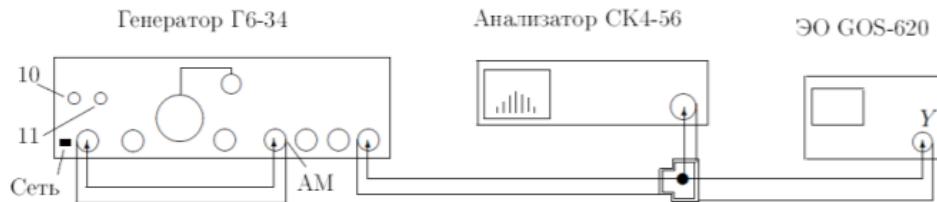


Рис. 6: Схема для исследования спектра амплитудно-модулированного сигнала

2 Ход работы

2.1 Исследование спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов

Соберем установку согласно рис.4 Установив на анализаторе режим работы с однократной разверткой, по- лучим на его экране спектр импульсов с параметрами $f_{\text{повт}} = 10^3$ Гц; $\tau = 25$ мкс; частотный масштаб $m_x = 5$ кГц/дел. Посмотрим, как меняется спектр сигнала при изменении его

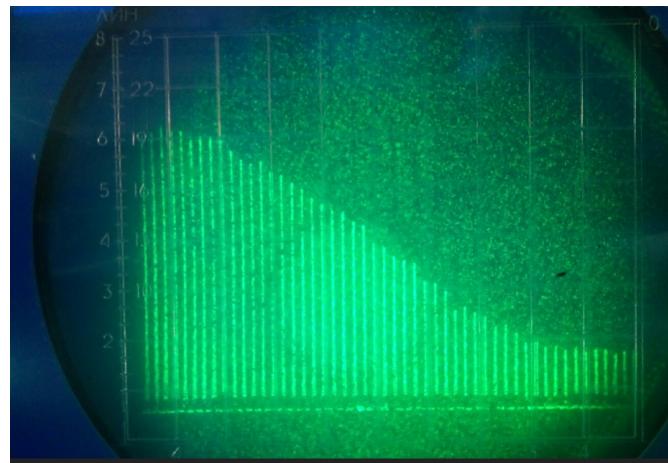


Рис. 7: Спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов

частоты f и длительности τ .

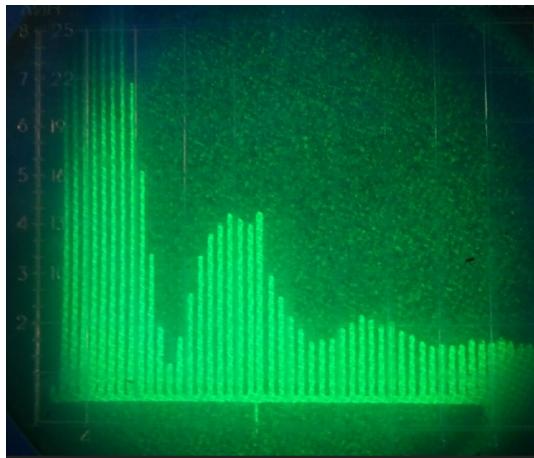
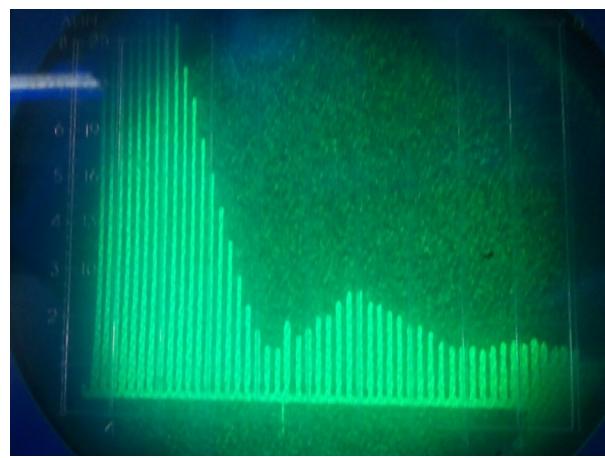
- При неизменном f при увеличении длительности сигнала τ ширина спектра уменьшается
- При увеличении f при неизменном τ увеличивается расстояние между ближайшими спектральными компонентами и амплитуда

Снимем зависимость ширины спектра от длительности импульсов, $\Delta\nu \left(\frac{1}{\tau} \right)$, при $f_{\text{повт}} = 1$ кГц и построим график.

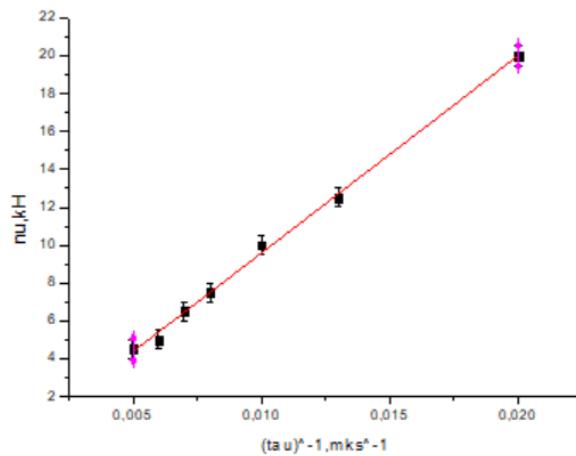
Из него получем коэффициент наклона :

$$a = 1,044 \pm 0,027 \quad (4)$$

Это соответствует соотношению неопределенности (1).

Рис. 8: Спектр периодических прямоугольных импульсов при $\tau = 75$ мксРис. 9: Спектр периодических прямоугольных импульсов при $\tau = 50$ мкс

τ , мкс	$\Delta\nu, \text{к Гц}$	$\tau^{-1}, \text{мкс}^{-1}$	$\delta(\Delta\nu)\text{k Гц}$
50	20	0,020	0,5
75	12,5	0,013	0,5
100	10	0,010	0,5
125	7,5	0,008	0,5
150	6,5	0,007	0,5
175	5	0,006	0,5
200	4,5	0,005	0,5

Рис. 10: График зависимости $\Delta\nu \left(\frac{1}{\tau} \right)$

2.2 Исследование спектра периодической последовательности цугов гармонических колебаний

Соберём схему, изображённую на рис. 5. Установив частоту несущей $\nu_0 = 25$ кГц, посмотрим, как изменяется вид спектра при увеличении длительности импульса вдвое (т.е. при $\tau = 50, 100$ мкс, $f_{\text{повт}} = 1$ кГц). Получаем, что ширина спектра уменьшится, а амплитуда увеличится.

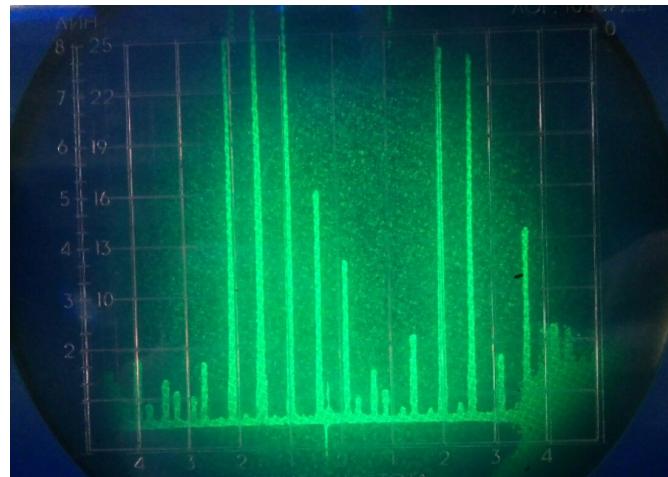


Рис. 11: Спектр периодической последовательности цугов гармонических колебаний при $f = 7\text{ кГц}$

При фиксированной длительности импульсов $\tau = 50$ мкс исследуем зависимость расстояния между соседними спектральными компонентами от частоты повторения импульсов $f_{\text{повт}}$. Построим график а $\delta\nu(f_{\text{повт}})$

$f, \text{ кГц}$	$\delta, \text{ дел}$	$\delta, \text{ кГц}$	$\delta(\delta), \text{ кГц}$
8	4	8	0,5
5	2,5	5	0,5
4	2	4	0,5
3	3	3	0,5
6	3	6	0,5
7	3,5	7	0,5

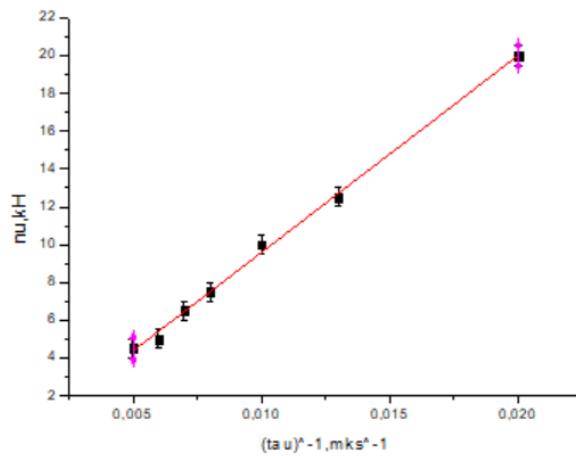


Рис. 12: График зависимости $\delta\nu(f_{\text{повт}})$

Коэффициент наклона :

$$\beta = 1 \pm 0,05$$

2.3 Исследование спектра гармонических сигналов, модулированных по амплитуде

Соберем схему, изображённую на рис. 6.

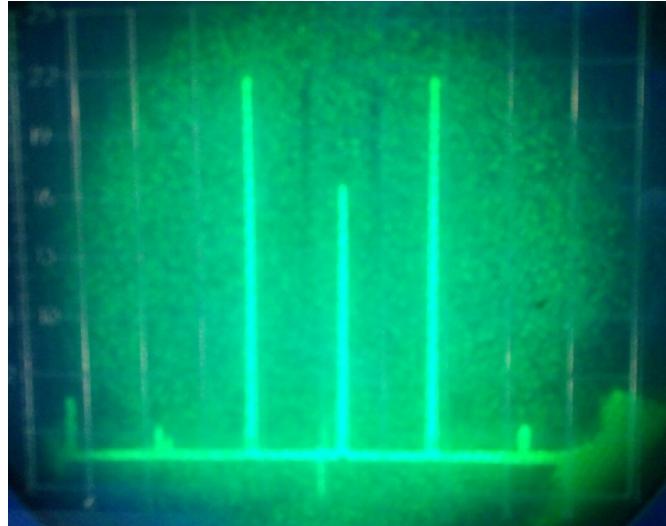
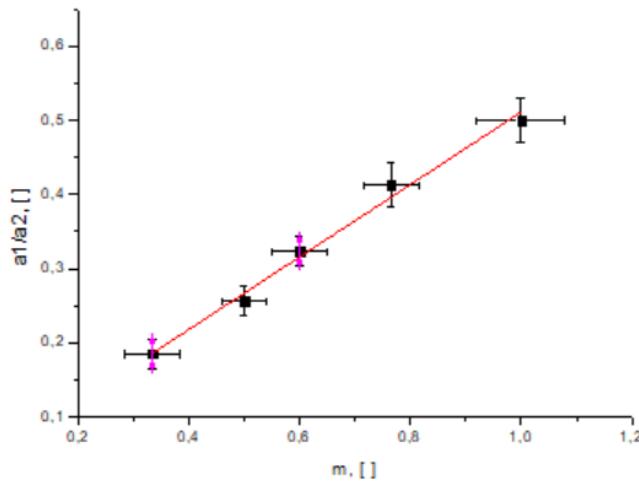


Рис. 13: Спектр гармонических сигналов, модулированных по амплитуде

Изменяя глубину модуляции на Г6-34, исследуем зависимость отношения амплитуды боковой линии спектра к амплитуде основной линии $\left(\frac{a_1}{a_2}\right)$ от глубины модуляции m , которая находится из отношения амплитуд на осциллографе по формуле (2). Результаты занесем в таблицу и построим график

A_{min} , дел	$A_{max max}$, дел	a_1 , дел	a_2 , дел	m	a_1/a_2	$\delta (a_1/a_2)$	δm
0,3	1,2	2,2	6,8	0,6	0,32	0,02	0,05
0,2	1,5	2,6	6,3	0,76	0,41	0,03	0,05
0	1,3	3	6	1	0,5	0,03	0,08
0,5	1,5	1,8	7	0,5	0,26	0,02	0,04
0,5	1	1,3	7	0,33	0,19	0,02	0,05

Рис. 14: График зависимости $\frac{a_1}{a_2}(m)$

Коэффициент наклона:

$$\gamma = 0,49 \pm 0,03$$

3 Вывод

- Были получены спектры различных периодических электрических сигналов.
- В задании А был построен график зависимости ширины спектра от длительности импульсов и расстояния между соседними спектральными компонентами от частоты повторения импульсов, по его коэффициенту наклона мы убедились в соотношении неопределенностей
- В задании Б была исследована зависимость расстояния между соседними спектральными компонентами от частоты повторения импульсов, построен график зависимости.
- В задании В была исследована зависимость отношения боковой и основной амплитуды спектра амплитудно-модулированных сигналов от глубины модуляции, коэффициент наклона графика совпадает с теоретическим значением в пределах погрешности