Домашняя работа 5 (Дедлайн – 1 декабря 12:30)

November 17, 2021

Задача 1 (3 балла) Пусть $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ — последовательность независимых случайных величин, причем X_n принимает значения $-\sqrt{n}$, $\sqrt{n}$ с вероятностями $1/2$ каждое. Выполняется для этой последовательности закон больших чисел?

Задача 2 (а) (1 балл)

$$x = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \sim \mathrm{N}\left(\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 2 & 5 & 7 \\ 7 & 7 & 14 \end{pmatrix} \right)$$

Найдите распределение случайного вектора $(Y_1, Y_2)^T$, где $Y_1 = X_1 + X_2 - X_3$, $Y_2 = X_1 + X_2 + X_3$

(б) (1 балл)

Пусть $\xi_k \sim \mathrm{N}(m_k, \sigma_k^2)$, $k = 1, 2 \ldots, n$ н.о.р.с.в. Найдите распределение случайной величины:

$$\eta = \xi_1 + \xi_2 + \cdots + \xi_n$$

Задача 3 (5 баллов)

Игральная кость подбрасывается до тех пор, пока общая сумма выпавших очков не превысит 700. Оценить вероятность того, что для этого потребуется более 210 бросаний; менее 180 бросаний; от 190 до 210 бросаний. (показать все выкладки и получить конкретное число)

Задача 4 (5 баллов)

Известно, что вероятность рождения мальчика приблизительно равна $0,515$. Какова вероятность того, что среди 10 тысяч новорождённых мальчиков будет меньше, чем девочек? (показать все выкладки и получить конкретное число)

Задача 5 (5 баллов)

Докажите

$$\lim_{n \to +\infty} \sum_{\lfloor n/2 + \sqrt{n} \rfloor}^{n} C_n^k 2^{-n} = 1 - \Phi(2)$$

Задача 6 (5 баллов)

Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ – последовательность независимых одинаково распределённых случайных величин с конечными дисперсиями. Для любого фиксированного вещественного x найти предел.

$$\lim_{n \to \infty} \mathbb{P}(\xi_1 + \xi_2 + \cdots + \xi_n < x)$$