

Домашняя работа 6 (Дедлайн: 10:00 11 декабря)

December 1, 2021

Задача 1 (5 баллов) Пусть ξ_0, ξ_1, \dots — н.с.в. $U[0, 1]$. Найти плотность распределения

$$\eta_n = \prod_{k=0}^n \xi_k$$

Задача 2 (5 баллов) Пусть функции $f_1(x), f_2(x), f_3(x)$ удовлетворяют соотношению:

$$f_3(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x-u)f_2(u)du$$

. Найти $f_1(x)$, если $f_2(x) = e^{-x^2}, f_3(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$

Задача 3 (5 баллов)

Каждая целочисленная точка k на числовой оси покрашена в белый цвет с вероятностью p и черный с вероятностью $q = 1 - p$ (независимо от остальных). Пусть B — множество всех черных точек, а S — множество всех таких целочисленных точек x , что расстояние от x до B не меньше расстояния от x до начала координат. Найти математическое ожидание числа элементов множества S .

Задача 4 (5 баллов) Докажите, что для любых целых положительных k и n ($k \leq n$) справедливо неравенство:

$$C_n^k \leq 2^n \sqrt{\frac{2}{\pi n}}$$

Задача 5 (5 баллов) Пусть ξ и η — независимые случайные величины с распределениями $\text{Beta}(2, 1)$ и $\text{Exp}(1)$ соответственно. Найдите $\mathbb{P}(\xi < \eta)$.