

MAT121

GALIŞMA SORULARI I

1) Aşağıdaki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulunuz.

a) $\frac{1}{|x-2|} > \frac{1}{|x+5|}$

b) $\frac{|x+1|}{x} \leq 2|x|$

c) $\left| \frac{x-1}{x+1} \right| \geq 1$

d) $|x-2| + x \cdot |x-1| - 2 \geq 0$

2) Aşağıdaki fonksiyonların tanım kümelerini bulunuz.

a) $f(x) = \sqrt{\left| 3 + \frac{2}{x} \right| - 5}$

b) $f(x) = \frac{1}{\lfloor 2x \rfloor - 1}$

c) $f(x) = \arcsin \frac{1}{x}$

d) $f(x) = \arccos(\sqrt{x} - 1)$

e) $f(x) = \sqrt{\pi - \arcsin x}$

f) $f(x) = \sqrt{\sin^{-1}\left(\frac{x^2 - 3x - 10}{2x - 4}\right)}$

g) $f(x) = \ln\left(\frac{\pi}{6} - \sin^{-1}\left(1 + \frac{2}{x}\right)\right)$

h) $f(x) = \frac{\sqrt[4]{6+5x}}{x^2-9}$

i) $y = \frac{1}{x+|x|}$

j) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-13-2x}}$

3) Aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

a) $f(x) = |x| + |x+1| + |x+2|$

b) $f(x) = \frac{2-x}{x-1}$

c) $f(x) = \sin^2 x$

d) $f(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$

e) $f(x) = (x+4)^{3/2} + 1$

f) $f(x) = 2 \cos(x - \pi/3)$

g) $y = (-2x)^{2/3}$

h) $f(x) = 1 + \sin(x + \pi/4)$

i) $f(x) = \begin{cases} 3 - |x-1| & ; -1 \leq x \leq 2 \\ \sqrt{x-2} + 1 & ; 2 < x \leq 3 \\ x+1 & ; 3 < x \leq 5 \end{cases}$

4) Aşağıdaki fonksiyonların tek ya da çift olup olmadığını araştırınız.

a) $y = \sec x, \tan x$

b) $f(x) = \sqrt[3]{(1-x)^2} + \sqrt[3]{(1+x)^2}$

c) $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$

d) $f(x) = 1 + \arcsin(-x)$

5) $f(x) = ax + b$ olmak üzere $(f \circ f)(x) = x$ olacak şekildeki tüm a ve b reel sayılarını bulunuz.

6) Aşağıda verilen trigonometrik eşitlikleri gösteriniz.

a) $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$

b) $\tan 2\theta = \frac{2}{\cot\theta - \tan\theta}$

c) $\tan(\pi/4 - x) = \cot(\pi/4 - x)$

7) f fonksiyonunun tanım kümesi $(1, 3)$ aralığı olarak verilsin. $g(x) = 2x + 1$ fonksiyonu için $f \circ g$ fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.

8) Birebir $f(x) = -7 + 3x^3 + \tan \frac{\pi x}{2}$, $|x| < 1$ şeklinde verilsin. $f(f^{-1}(2\pi))$ değerini belirleyiniz.

9) $f(x) = x^2 - 8$ ve $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ olmak üzere

a) $g \circ f$ fonksiyonunu ve tanım kümesini belirleyiniz.

b) $f \circ g$ fonksiyonunu ve tanım kümesini belirleyiniz.

10) Aşağıdaki fonksiyonların birebir olup olmadığını araştırınız. Eğer birebir ise tersini bulunuz.

a) $f(x) = (x^3+1)^{1/3}$

b) $f(x) = \frac{3x-1}{3x+1}$

11) $f(x) = -\ln(1-x) + 1$ fonksiyonu tersinir midir? Eğer öyle ise f^{-1} fonksiyonunu bulunuz ve f ve f^{-1} fonksiyonlarının grafiğini çiziniz.

12) $f(x) = \ln\left(\frac{\pi}{6} - \arcsin\left(1 + \frac{2}{x}\right)\right)$ fonksiyonunun 1-1 olduğunu gösteriniz ve tersini bulunuz.

13) Verilen limitleri hesaplayınız.

a) $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\sin^3 \sqrt{t}}{\sqrt{t} - \sqrt[3]{t}}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - x}{x-1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+3x} - 2}{\sqrt{3x+1} - 2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{\arcsin x}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin(2 \sin(4x))}{5x}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x| + x^2}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \sec x}$

i) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x \cdot \sqrt{x^2+1} - x^2)$

j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{\sin x}}{x^7}$

k) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{|x^2-1|}$

l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x}}{\tan x}$

m) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin\left(\frac{2\pi}{x}\right)$

14) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = 2$ olduğunu ispat ediniz.

15) $\lim_{x \rightarrow -3} (x^4 + 7x - 17) = 43$ olduğunu ispat ediniz.

$$16) f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 2x}, & x < 0 \\ e^x - a, & x = 0 \\ b, & x > 0 \end{cases}$$

fonksiyonunu her $x \in \mathbb{R}$ için sürekli yapan a ve b sabitlerini bulunuz.

$$17) f(x) = \begin{cases} -2 \sin x, & x < -\pi/2 \\ a \sin x + b, & -\pi/2 \leq x \leq \pi/2 \\ \cos x, & x > \pi/2 \end{cases}$$

fonksiyonunu her $x \in \mathbb{R}$ için sürekli yapan a ve b sabitlerini bulunuz.

$$18) f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2(x)}{x^2 - x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

fonksiyonunu $x = 0$ noktasında sürekli yaparak a sabitini belirleyiniz.

19) Aşağıdaki fonksiyonların sürekli olduğu noktaları belirleyiniz.

$$a) f(x) = \frac{3x}{x^2 - x}$$

$$b) g(x) = \begin{cases} 3x + 2, & x \leq 1 \\ 5, & 1 < x \leq 3 \\ 3x^2 - 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$20) y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} - x}$$

fonksiyonunun yatay ve dikey asimptotlarını bulunuz.

$$21) y = \frac{x \cdot e^x}{1 + e^x}$$

fonksiyonunun asimptotlarını belirleyiniz.