



HACETTEPE
ÜNİVERSİTESİ
İSTATİSTİK BÖLÜMÜ

İST155 İSTATİSTİĞE GİRİŞ I

DERS 8 –DEĞİŞİM ÖLÇÜLERİ

**Ders sorumluları: Prof.Dr.Serpil AKTAŞ ALTUNAY (01 Şubesi)
Doç.Dr. Ayten YİĞİTER (02 Şubesi)**

DEĞİŞİM ÖLÇÜLERİ (MEASURES OF DISPERSION)

Konum ölçüleri sıklık dağılımı merkezi hakkında bazı bilgiler verir. Sıklık dağılımlarını tanıtmak ve karşılaştırmak için konum ölçüleri yeterli değildir. Çok yönlü karşılaştırma yapabilmek için dağılımin **yayılımı** hakkında da bilgi sahibi olmak gereklidir.

Verilerdeki **değişkenliği** ölçen istatistiklerdir.

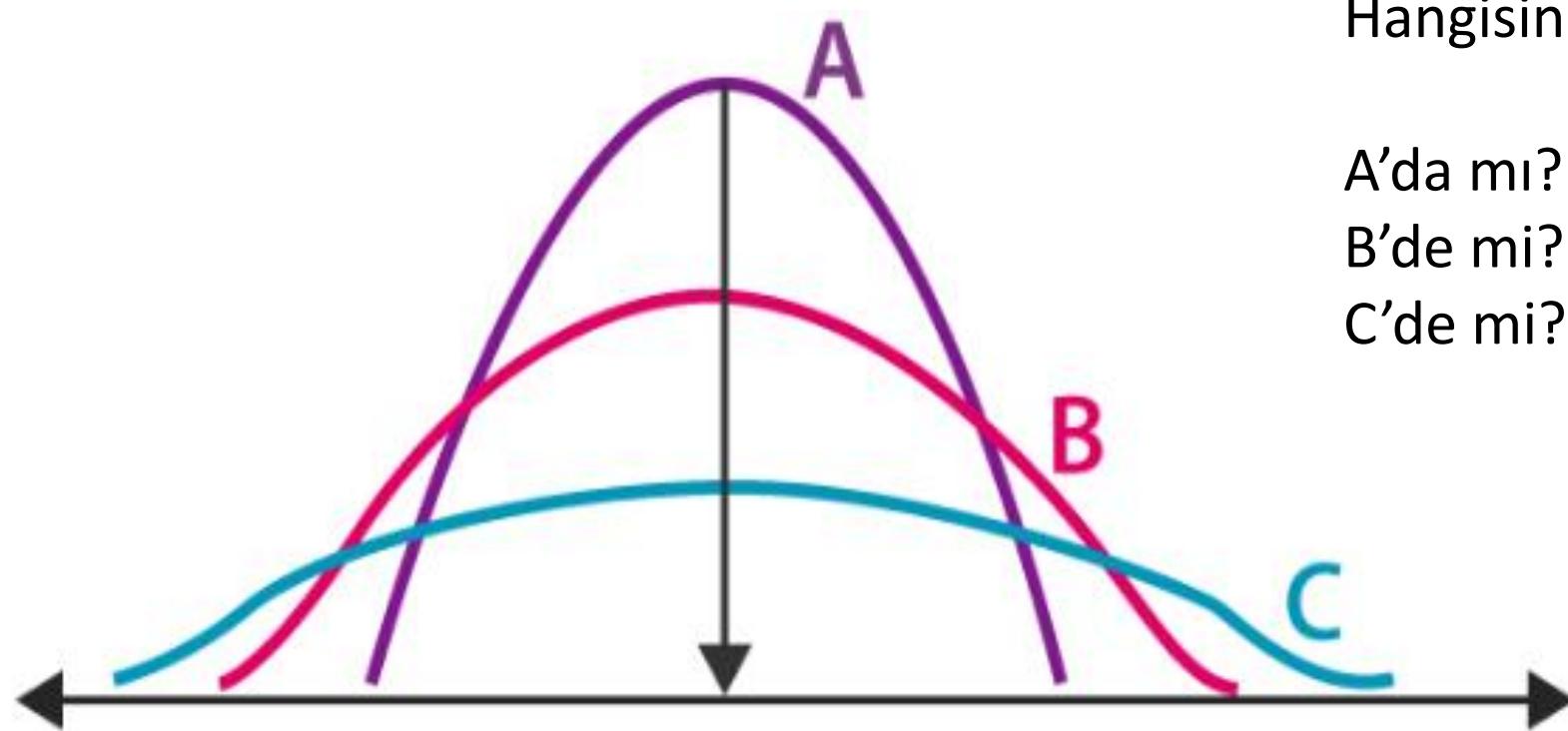
Bir örneklemdeki verilerin gözlemden gözleme gösterdiği farklılık (değişiklik) değişim olarak adlandırılır. Veriler arasında değişimden kaynaklanan farklılıkların istatistiksel ölçülerine **değişim ölçüleri** denir.

Değişim
Ölçüleri

Nicel
veriler için

Nitel
veriler için

NİCEL VERİLERDE DEĞİŞİM ÖLÇÜLERİ



Hangisinde değişkenlik en fazla?

A'da mı?

B'de mı?

C'de mı?

TARTIŞALIM !

Sınıf A

70

60

50

$$\bar{X}_A = 60$$

Sınıf B

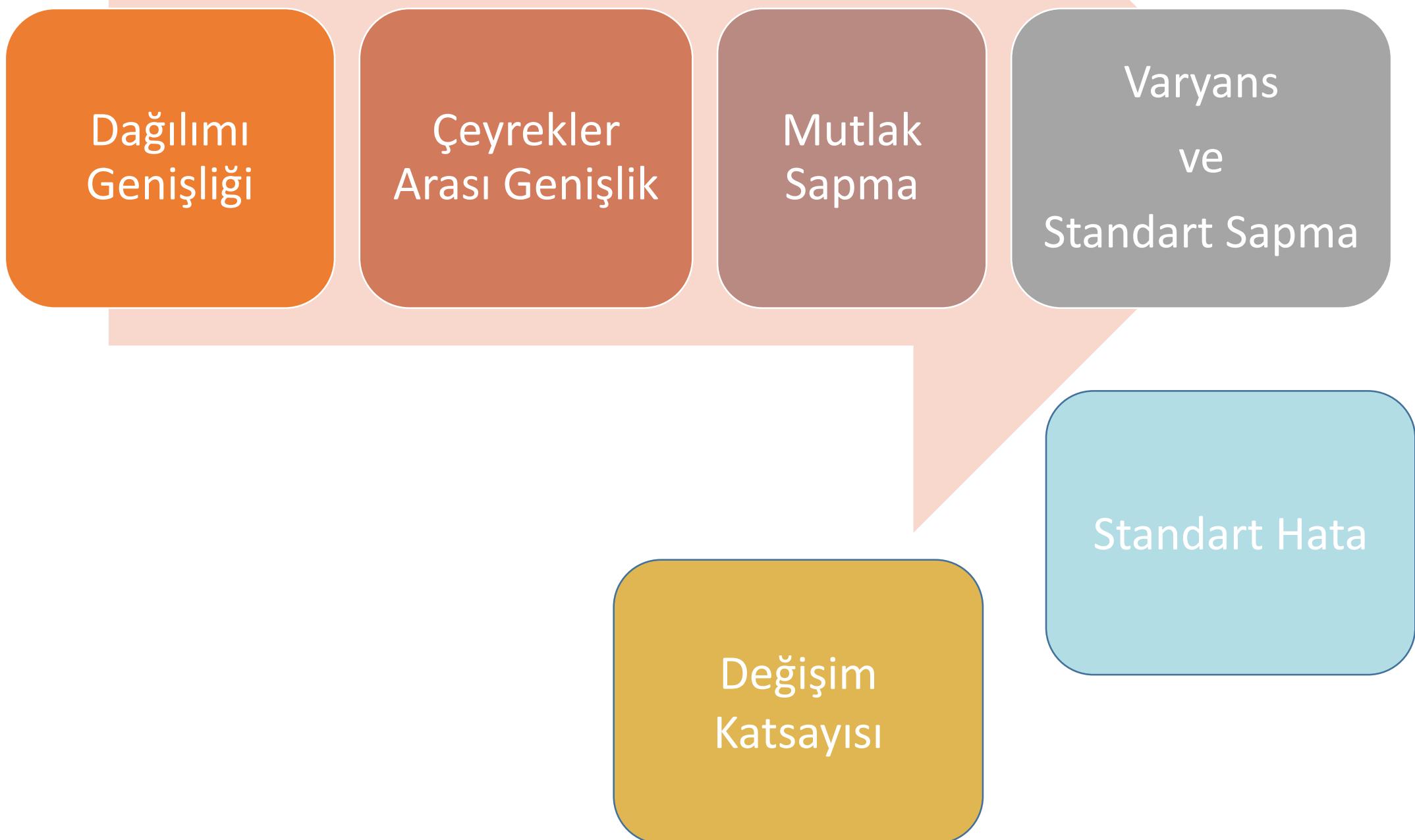
100

20

60

$$\bar{X}_B = 60$$

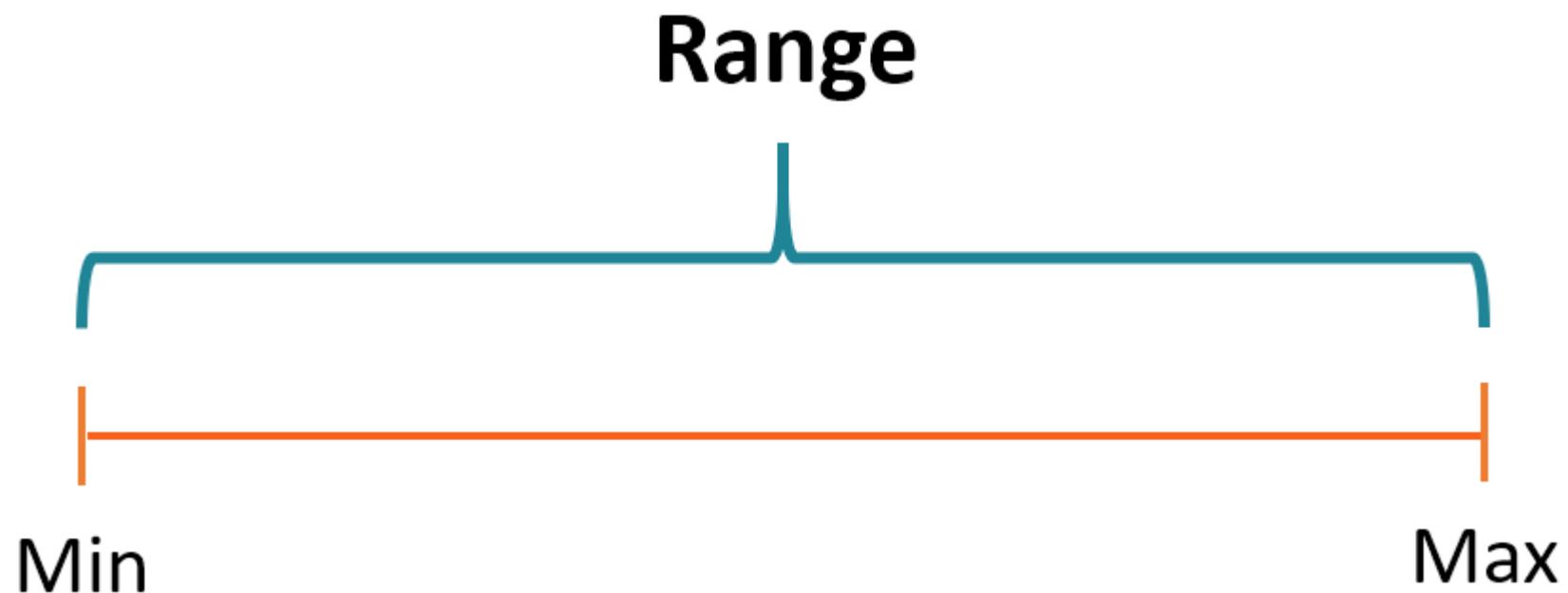
Her iki sınıfda da başarı aynı (benzer) düzeyde denilebilir mi?



1. Dağılım Genişliği: DG (Range)

En basit değişim ölçüsü, dağılım genişliği (range)'dır. Dağılım genişliği bir dağılımda en büyük değerli veri ile en düşük değerli veri arasındaki farktır (uzaklığıdır).

$$DG = \text{En Büyük Gözlem} - \text{En küçük gözlem}$$



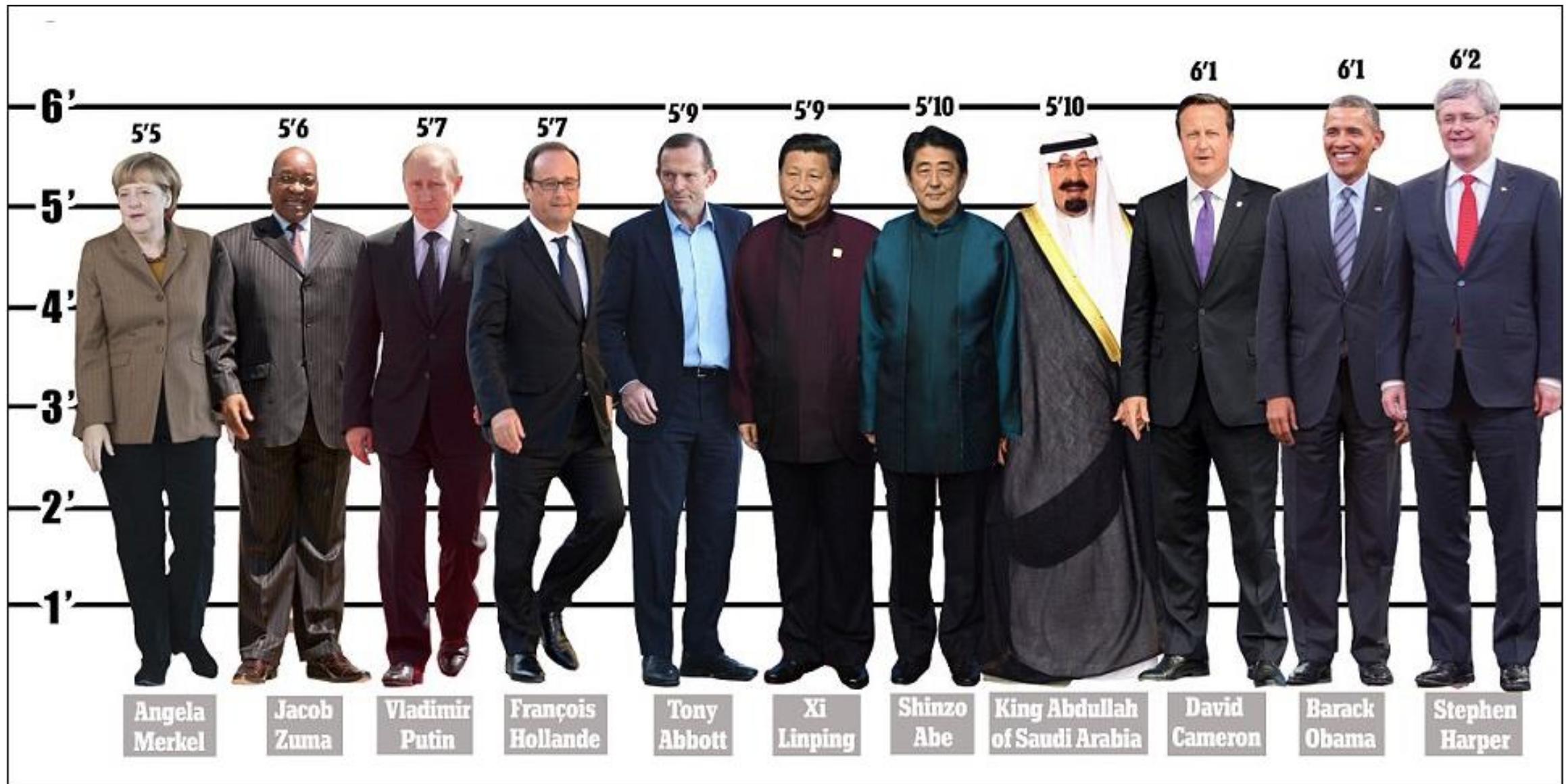
Örnek 1: Bir sınıfındaki öğrencilerin yaşları 17 22 19 25 18 17 15 15 10 ise ,

DG= 25-10=15'dir.

Örnek 2: Laboratuvara kullanılan iki hassas tartı ile aynı miktarda maddenin farklı oda sıcaklıklarında ağırlığı ölçülmüştür. Bu ölçüm sonuçları aşağıda verilmiştir. Bu veriler göre iki hassas tartıyı karşılaştırınız.

						ortalama	Dağılım Genişliği
1.tartı	1,2	1,1	1,1	1,0	1,3	1,1	=1,3-1,0=0,3
2.tartı	1,7	0,9	1,1	0,8	1,1	1,1	=1,7-0,8=0,90

Liderlerin boy uzunluklarına ilişkin DG=?



1 foot =
30.48 centimeters

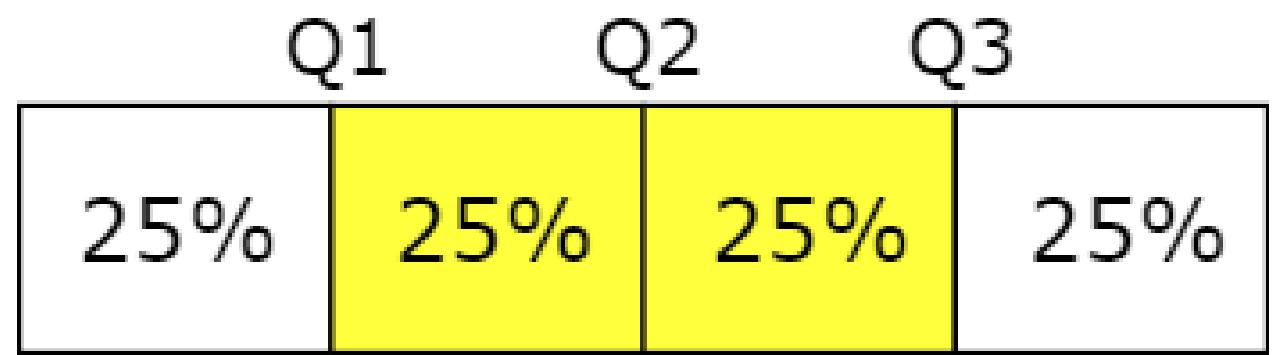
2. Çeyrekler arası genişlik (Interquartile range)

Dağılım genişliği uç ya da aykırı değerlerden etkilenmektedir. Çeyrek arası genişlik, bu sakıncayı ortadan kaldırmak için kullanılan bir ölçü birimidir. Bu ölçü, üçüncü çeyrek (Q_3) ile birinci çeyrek (Q_1) değer arasındaki fakın yarısıdır ve IQR ile gösterilir.

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

Q_3 : üçüncü çeyrek değer

Q_1 : birinci çeyrek değer



Interquartile Range
= $Q_3 - Q_1$

Örnek 3: 4,7,9,11,12,20 ve 5, 8, 10, 10, 15, 18, 23 sayılarının IQR?

4 7 9 11 12 20

$$\text{IQR} = Q_3 - Q_1 = 12 - 7 = 5 \checkmark$$

5 8 10 10 15 18 23

$$\text{IQR} = Q_3 - Q_1 = 18 - 8 = 10 \checkmark$$

wikiHow

6. Mutlak Sapma (Absolute Deviation)

Bir veri kümesindeki değerlerin ortalamadan ayrılışlarının mutlak değerlerinin ortalaması mutlak sapma olarak adlandırılır.

$$MS = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \bar{X}|}{n}$$

$$MS = \frac{\sum_{i=1}^k f_i |S_i - \bar{X}|}{n}$$

Örnek 4: 3, 6, 6, 7, 8, 11, 15, 16'nın mutlak sapması?

$$\bar{X} = \frac{72}{8} = 9$$

$$MS = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \bar{X}|}{n} = \frac{|3 - 9| + \dots + |16 - 9|}{8} = 3,75$$

2. Varyans (Variance)

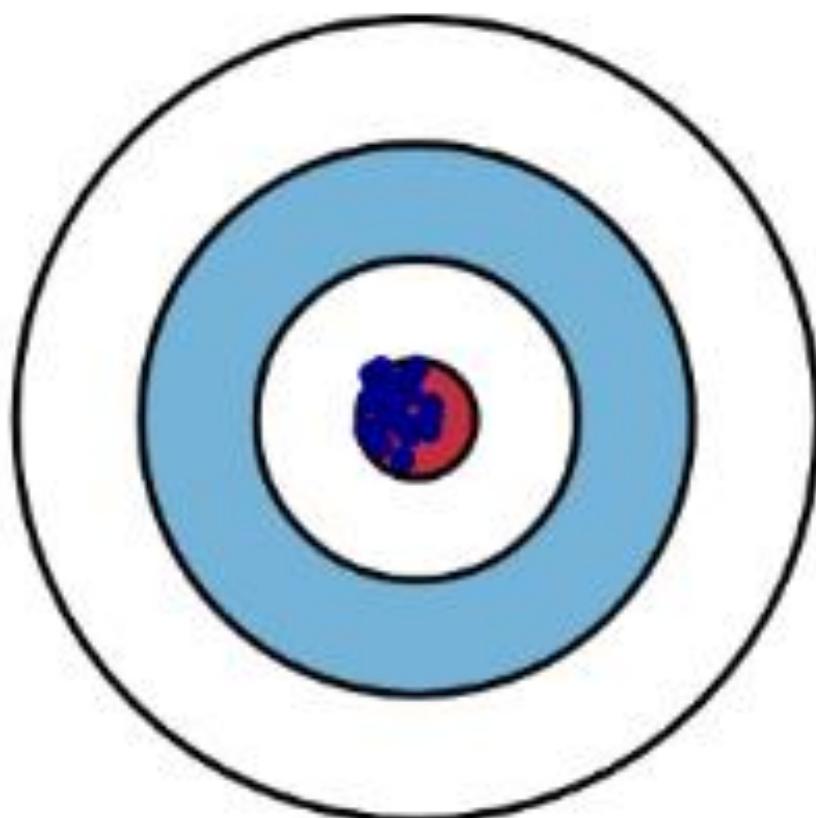
Varyans, gözlemlerin ortalamasından sapmasını gösteren bir değişim ölçüsüdür. Kitle varyansı σ^2 , örneklem varyansı S^2 ile gösterilir.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \left(X_i - \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} \right)^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}$$

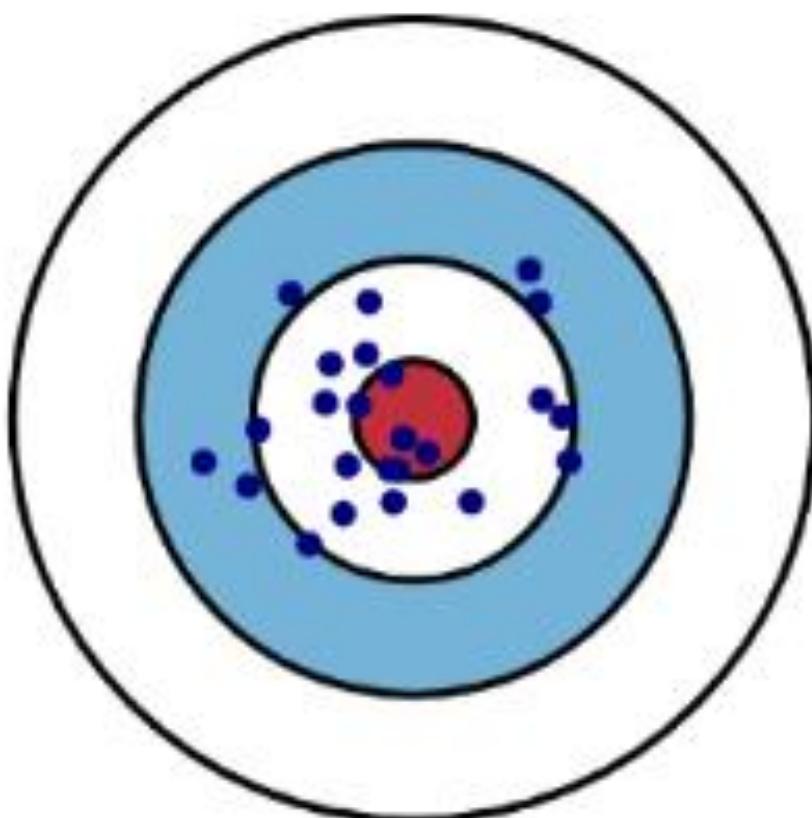
μ : kitle ortalaması

N: kitlede bulunan denek sayısı

Low Variance



High Variance



Ham Verilerde Varyans

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \left(X_i - \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \right)^2}{n - 1}$$

n: örneklemdeki denek sayısı

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n(\bar{X})^2}{n - 1}$$

Sıklık Çizelgesi Düzenlenmiş Verilerde Varyans

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i S_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^k f_i S_i \right)^2}{n}}{n - 1}$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (S_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i S_i^2 - n(\bar{X})^2}{n - 1}$$

Örnek 5 : 1+1 dairede yaşayan 15 kişinin bir aydaki doğal gaz tüketimleri verilmiştir.

10	8	6	4	2	1	9	12	14	8	4	2	5	6	9
----	---	---	---	---	---	---	----	----	---	---	---	---	---	---

$$\bar{X} = \frac{100}{15} = 6,67$$

$$S^2 = \frac{(10 - 6,67)^2 + (8 - 6,67)^2 + (6 - 6,67)^2 + \dots + (9 - 6,67)^2}{15 - 1} = 14,38$$

Örnek 6 : BEB dersinin ara sınavından alınan notlar verilmiştir. Notların varyansını hesaplayalım.

Not	fi	Si
54-57	5	55,5
58-61	7	59,5
62-65	10	63,5
66-69	12	67,5
70-73	6	71,5
74-77	5	75,5
78-81	4	79,5
82-85	1	83,5

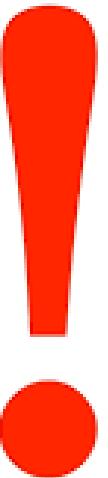
$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i S_i}{n} = \frac{3347}{50} = 66,94$$

$$\begin{aligned}
 S^2 &= \frac{\sum_{i=1}^k f_i (S_i - \bar{X})^2}{n - 1} = \frac{5(55,5 - 66,94)^2 + \dots + 1(83,5 - 66,94)^2}{50 - 1} \\
 &= \frac{2560,32}{50 - 1} = 51,206.
 \end{aligned}$$

Örnek 7: 50 kişinin çalıştığı bir işyerinde bir gün içinde işçilerin kaç dakika mola verdikleri kaydedilmiştir.

Mola süresi	fi	Si	fiSi	fiSi ²
10-12	4	11	44	484
13-15	12	14	168	2352
16-18	20	17	340	5780
19-21	14	20	280	5600
Toplam	50		832	14216

$$S^2 = \frac{14216 - \frac{(832)^2}{50}}{50 - 1} = 7,5820$$



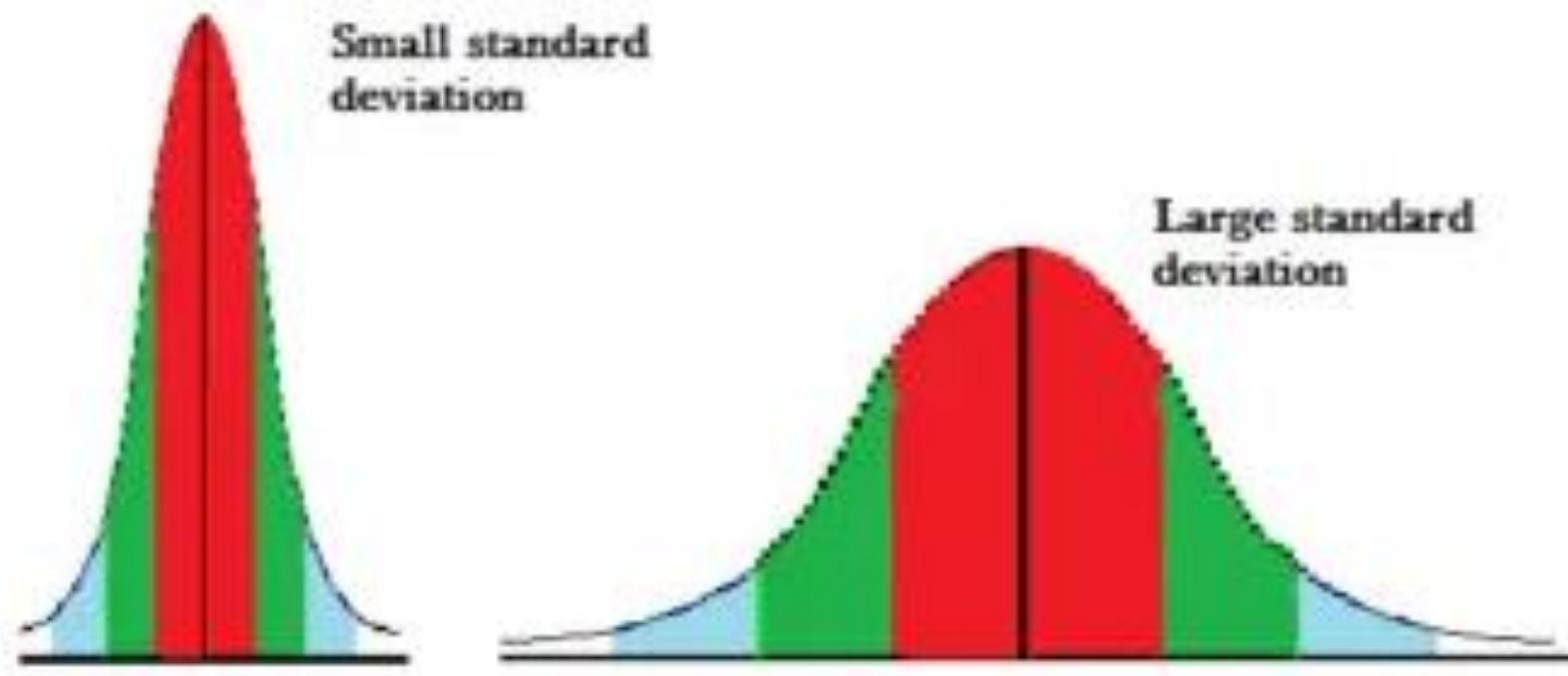
VARYANS NEGATİF DEĞER ALAMAZ

5. Standart Sapma (Standard Deviation)

Varyansın kareköküdür. Standart sapma ne kadar küçükse gözlemler o kadar ortalamaya yakındır.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}}$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$



Örnek 8 : 1+1 dairede yaşayan 15 kişinin bir aydaki doğal gaz tüketimleri verilmiştir.

10	8	6	4	2	1	9	12	14	8	4	2	5	6	9
----	---	---	---	---	---	---	----	----	---	---	---	---	---	---

$$S = \sqrt{\frac{(10 - 6,67)^2 + (8 - 6,67)^2 + (6 - 6,67)^2 + \dots + (9 - 6,67)^2}{15 - 1}} = 3,79$$

$$S = \sqrt{14,38} = 3,79$$

Örnek 9: İçinde 8 tane yumurta bulunan bir kutudadaki yumurtaların ağırlıkları verilmiştir. Standart sapma?

60
56
61
68
51
53
69
54

$$\bar{X} = 59$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{320}{8 - 1}} = 6,76$$

Örnek 10 : Fenerbahçe ve Beşiktaş futbol takımlarında sahaya çıkan oyuncuların boy uzunlukları (cm) verilmiştir. İki takımı karşılaştıralım

Fenerbahçe	Beşiktaş
191	192
181	184
187	180
183	170
179	173
187	179
170	176
184	178
173	171
177	180
182	183

	Varyans	Standart Sapma
Fenerbahçe	39,018	6,246
Beşiktaş	40,218	6,342

(Kaynak: Birdal Şenoğlu, Mehmet Yılmaz, Sibel Açık Kemaloğlu, İstatistiğe Giriş, TÜBİTAK e-kitap)

6. Standart Hata (Standard Error)

Ortalamanın dağılımındaki değişimi gösterir. Örneklem ortalamalarının standart sapmasıdır.

$$S_{\bar{X}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Örnek 11 : 1+1 dairede yaşayan 15 kişinin bir aydaki doğal gaz tüketimleri verilmiştir. Standart hata?

10	8	6	4	2	1	9	12	14	8	4	2	5	6	9
----	---	---	---	---	---	---	----	----	---	---	---	---	---	---

$$s = 3,79$$
$$n = 15$$

$$S_{\bar{X}} = \frac{3,79}{\sqrt{15}} = 0,98$$

$$\bar{X} = 6,667$$

Standart Hata Nerede Kullanılır?

$$\bar{X} \mp \frac{s}{\sqrt{n}} = \bar{X} \mp S_{\bar{X}}$$

$\underbrace{}_{S_{\bar{X}}}$

Örnek: 1+1 dairede yaşayan 15 kişinin bir aydaki doğal gaz tüketiminin kitle ortalamasının tahmini,

$$\begin{aligned}\bar{X} \mp S_{\bar{X}} &= 6,667 \mp 0,98 \\ \mu &\Rightarrow (5,687; 7,647)\end{aligned}$$

Nasıl yorumlanacak ?



2019 KPSS Lisans (Genel Yetenek - Genel Kültür, Eğitim Bilimleri, Alan Bilgisi) Oturumlara Göre Aday Sayıları

Testler	Ortalama	Standart Sapma	Aday Sayısı	Soru Sayısı
Genel Yetenek	21,440	8,678	608.263	60
Genel Kültür	21,840	10,629	604.854	60
Eğitim Bilimleri	33,604	12,912	359.728	80
Kamu Yönetimi	8,003	4,985	36.085	40
Uluslararası İlişkiler	4,387	3,264	27.238	40
Çalışma Ekonomisi ve Endüstri İlişkileri	7,569	4,013	38.843	40
Hukuk	12,684	9,326	50.503	40
İktisat	11,207	6,504	53.757	40
Maliye	9,425	5,778	52.253	40
İşletme	7,877	3,897	48.009	40
Muhasebe	8,659	6,697	38.389	40
İstatistik	2,327	1,979	17.848	40

7. Değişim Katsayısı (Coefficient of Variation)

Farklı ölçekte elde edilmiş iki örneklem homojenliğini karşılaştıran bir değişim ölçüsüdür.

$$DK = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 \Rightarrow \text{Kitle için}$$

$$DK = \frac{S}{\bar{X}} \times 100 \Rightarrow \text{Örneklem için}$$

$$DK = \frac{\text{oynaklık (volatility)}}{\text{Beklenen kar (expected return)}} \times 100$$

Finans'ta kullanımı

DK'nın büyük değer alması örneklem heterojen olduğunu,

DK'nın küçük değer alması örneklem homojen olduğunu gösterir.

Örnek 12 : İki farklı bölgedeki sıcaklıklar fahrenheit ve celcius cinsinden verilmiştir. İki bölgeyi karşılaştıralım.

Bölge 1 Fahrenheit	Bölge 2 Celcius
41	5
46	7
52	11
57	14
59	15
60	16
62	16

$$DK_1 = \frac{S}{\bar{X}} \times 100 = \frac{7,86}{53,86} \times 100 = \%14,6$$

$$DK_2 = \frac{S}{\bar{X}} \times 100 = \frac{4,50}{11,33} \times 100 = \%39,72$$

Bölge 1'deki sıcaklık Bölge 2'ye göre daha homojendir.

Örnek 13: İki ayrı sınıfın Matematiksel İstatistik I dersinin sınav sonuçları sırasıyla 10 ve 100 üzerinden değerlendirilmiştir. Aşağıdaki bilgilere göre bu iki sınıf için değişim katsayılarını bulunuz ve karşılaştırınız.

	A Sınıfı	B Sınıfı
Ortalama	6	75
Standart Sapma	1	5
	0.166667	0.066667
Değişim Katsayısı %	16.66667	6.666667

A sınıfının değişim katsayısı % 16,7; B sınıfının değişim katsayısı ise %6.7'dir. $DK_A > DK_B$ olduğuna göre, B sınıfındaki değişim daha az olduğunu, B sınıfının başarısı A sınıfına göre daha iyidir (istikrarlıdır) denir.

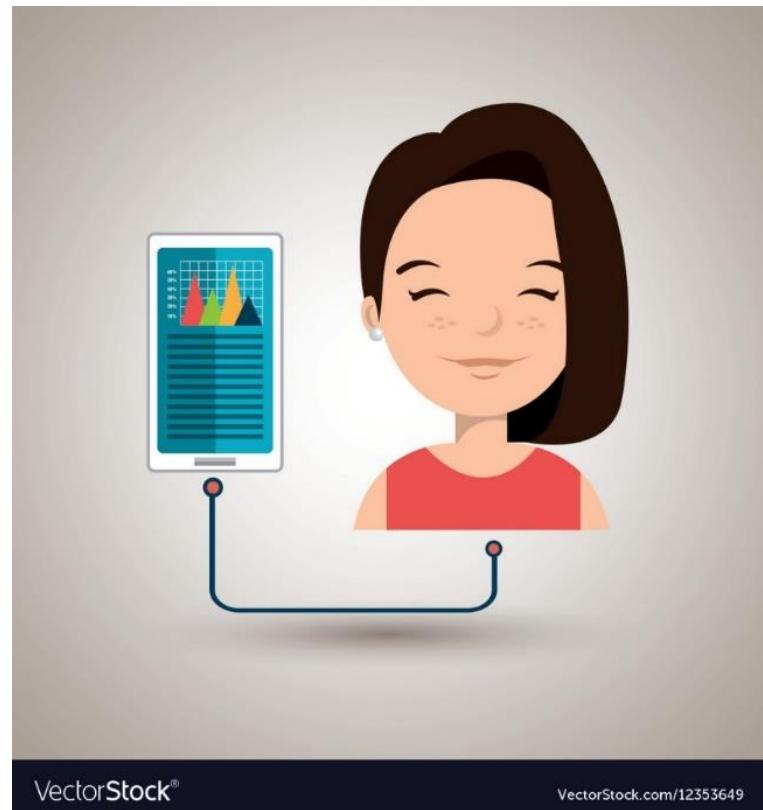
Örnek 14 : Yatırım araçlarının ortalama getirileri verilmiştir. Standart sapmalar bilindiği takdirde DK hesaplanarak yatırım araçları karşılaştırılabilir.

	1 AY		3 AY		6 AY		12 AY
GPG	1.9%	Altın	16.5%	Altın	40.6%	Altın	51.7%
BIST 100	1.7%	Dolar	9.6%	Dolar	17.7%	BIST 100	20.5%
Mevduat	0.6%	Euro	8.9%	Euro	16.8%	GPG	20.1%
Altın	-1.3%	Sterlin	4.0%	Sterlin	11.5%	Mevduat	12.7%
Euro	-1.8%	Mevduat	2.0%	Mevduat	4.6%	Dolar	12.0%
Dolar	-2.7%	GPG	-0.9%	GPG	1.4%	Euro	9.3%
Sterlin	-4.3%	BIST 100	-6.7%	BIST 100	-2.7%	Sterlin	8.1%
BIST Banka	-5.6%	BIST Banka	-21.0%	BIST Banka	-20.9%	BIST Banka	5.3%

(Kaynak: bigpara.hurriyet.com.tr)

KAYNAKLAR

- 1-) H.Demirhan, C.Hamurkaroğlu ,“İstatistiksel Yöntemlere Giriş”, H.Ü.Yayınları, 2011.
- 2-) Serpil Cula, Zehra Muluk, “Temel İstatistik Yöntemler”, Başkent Üniversitesi yayınları,2006.
- 3-) Levent Özbek, Esin Köksal Babacan, “İstatistiğe Giriş”, TÜBİTAK e-kitap.
- 4-) Birdal Şenoğlu, Mehmet Yılmaz, Sibel Açık Kemaloğlu, İstatistiğe Giriş, TÜBİTAK e-kitap.



Bir sonraki derste «Normal Dağılım ve Çarpıklık/Basıklık Ölçüleri» incelenecək.

