

MAT 121 MATEMATİK I

ÇALIŞMA SORULARI II

1. Yere paralel olarak 4 km yükseklikte uçan bir uçak bir radar istasyonunun üstünden geçmektedir. Kısa bir süre sonra, radar cihazı, uçak ile istasyon arasındaki uzaklığı 5 km , uçak ile istasyon arasındaki uzaklığın da 300 km/saat hızla arttığını ölçmüştür. Bu anda uçağın yatay hareket hızı nedir?
2. Yarıçapı 5 cm olan bir top, yerden yüksekliği 3 m olan bir lambanın tam altında yere düşüyor. Top lambadan 35 cm uzakta iken 3 m/dakika hızla hareket ettiğine göre, topun yerdeki gölgesinin çapı hangi hızla değişir?
3. Küre şeklindeki bir balona hava pompalanmaktadır. Balonun hacmi $100 \text{ cm}^3 / \text{saniye}$ hızla artmaktadır. Balonun çapı 50 cm olduğunda yarıçapı hangi hızla değişir?
4. Bir parçacık $y = \sqrt{x}$ eğrisinin üzerinde hareket etmektedir. Parçacık $(4, 2)$ noktasından geçerken, parçacığın x – koordinatı 3 cm / saniye oranında artmaktadır. Bu anda parçacığın orijin noktasına uzaklığı hangi hızla değişir?
5. $f(x) = \frac{1}{(1+2x)^3}$ fonksiyonunun $x = 0$ noktasında lineerizasyonunu bulunuz. Sonucu $\frac{1}{(1,02)^3}$ değerinin yaklaşık olarak hesaplamak için kullanınız.
6. Lineer (teğet) yaklaşım yöntemini kullanarak aşağıdaki ifadelerin yaklaşık değerini bulunuz.
 - a. $\sqrt{16,011}$
 - b. $\sqrt[3]{8,05}$
 - c. $(4,02)^3 + \sqrt{4,02}$
 - d. $\sin(61^\circ)$
7. $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ fonksiyonunun $[0, 2]$ aralığında artan ve azalan olduğu aralıkları, yerel maksimum ve yerel minimum noktalarını bulunuz.

8. $f(x) = \sqrt[3]{x}(8 - x)$ fonksiyonunun $[0, 8]$ aralığında varsa mutlak maksimum ve mutlak minimum değerlerini bulunuz.
9. $f(x) = x^4 - 10x^2 + 8x$ fonksiyonunun $[-1, 3]$ aralığında varsa mutlak maksimum ve mutlak minimum değerlerini bulunuz.
10. $\sin x + \cos x = 3x - 5$ denkleminin en az bir reel kökünün olduğunu gösteriniz.
11. $x^8 + x - 1 = 0$ denkleminin en az iki reel kökünün olduğunu gösteriniz.
12. $1 - \frac{x^2}{4} = \cos x$ denkleminin en az üç reel kökünün olduğunu gösteriniz.
13. $x^3 - 4x = -1$ denkleminin en az üç reel kökünün olduğunu gösteriniz.
14. Aşağıda verilen denklemlerin tek reel kökü olduğunu gösteriniz.
- $3 \tan x + x^3 = 2$ ($[0, \pi/4]$ aralığında)
 - $x^5 + x^3 - 3x^2 + 3x + 7 = 0$
 - $2 - 6x - 3x^2 - x^3 = 0$
15. Ortalama değer teoremini kullanarak, $x > 15$ için
- $$\sqrt{1+x} - 4 < \frac{1}{8}(x - 15)$$
- eşitsizliğinin doğru olduğunu gösteriniz.
16. Ortalama değer teoremini kullanarak, $x > 0$ için
- $$\frac{x}{1+x^2} < \tan^{-1} x < x$$
- eşitsizliğinin doğru olduğunu gösteriniz.
17. Ortalama değer teoremini kullanarak, keyfi a ve b sayıları için
- $$|\sin a - \sin b| \leq |a - b|$$
- eşitsizliğinin doğru olduğunu gösteriniz.
18. $f(x)$ türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere, $2 < x < 5$ için $1 < f'(x) < 2$ ve $f(2) = -3$ ise, $0 < f(5) < 3$ olduğunu ortalama değer teoremini kullanarak gösteriniz.
19. Ortalama değer teoremini kullanarak, $\sqrt{85}$ 'in yaklaşık değerini bulunuz.

20. Her $x \in \mathbb{R}$ için $\cos^{-1}(-x) = \pi - \cos^{-1}(x)$ olduğunu gösteriniz.
21. Türev kullanarak, her $x \geq 0$ için $e^x \geq x + 1$ olduğunu gösteriniz.
22. Türev kullanarak, her $x > 0$ için $x - \frac{x^3}{6} < \sin x$ olduğunu gösteriniz.
23. Tabanı kare olan ve üstü açık olan bir kutu yapılıyor. Kutunun tabanı için kullanılan malzemenin metrekaresi $8 TL$, kutunun kenarları için kullanılan malzemenin metrekaresi $2 TL$ 'dir. $2400 TL$ 'ye yapılabilecek maksimum hacimli kutunun boyutlarını bulunuz.
24. Bir ucu x – ekseninde, diğer ucu y – ekseninde bulunan ve $(9, \sqrt{3})$ noktasından geçen en kısa doğrunun uzunluğunu nedir?
25. Kapalı dik dairesel silindirik bir kutunun toplam yüzey alanı $150\pi m^3$ ise, kutunun maksimum hacmini bulunuz.
26. Uzun kenarı y metre, kısa kenarı x metre olan bir dikdörtgenin kısa kenarın üst ucuna bir kenarı x metre olan eşkenar üçgen eklenerek bir pencere yapılıyor. Çevresi 33 metre olan bu pencerenin en fazla ışık alması için x ve y ne olmalıdır?
27. Aşağıda verilen fonksiyonların asimptotlarını, artanlığını ve azalanlığını, büyüklüğünü inceleyerek grafiğini çiziniz.

a. $f(x) = (x^2 - 1)^3$

b. $f(x) = x^4 + 4x^3$

c. $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$

d. $f(x) = \frac{x^2}{(x-2)^2}$

e. $f(x) = \ln(1 - \ln x)$

f. $f(x) = \frac{x^2}{(x-2)^2}$

g. $f(x) = e^{-1/(x+1)}$

h. $f(x) = x^2 + 2/x$

28. Aşağıda verilen limitleri varsa bulunuz.

a. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+e^x)}{1+x}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{1}{x} \right]$

c. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\ln(\csc x)}{(x-\pi/2)^2}$

d. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{x} \right)^x$

e. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}$

f. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\tan x}$