

MAT121 1. HAFTA

1. Aşağıdaki fonksiyonların doğal tanım kümelerini bulunuz.

a) $y = \sqrt{4x-x^2}$

b) $y = \sqrt{\frac{x-1}{2-x}}$

Cöz: a) $4x-x^2 \geq 0$ olmalıdır.

$$4 - (x-2)^2 \geq 0 \Rightarrow 4 \geq (x-2)^2$$

$$\Rightarrow 2 \geq |x-2| \Rightarrow -2 \leq x-2 \leq 2$$

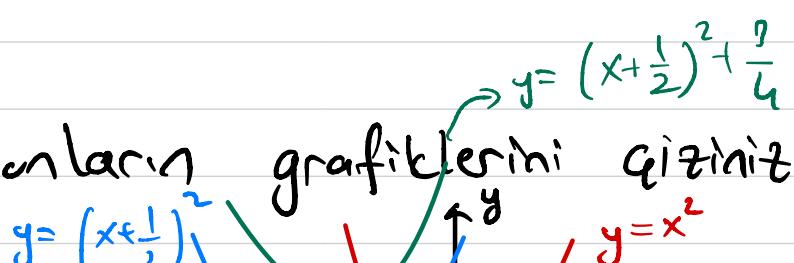
$$\Rightarrow 0 \leq x \leq 4 \Rightarrow \text{Tanım Kümesi: } [0, 4]$$

b) $\frac{x-1}{2-x} \geq 0$ olmalı ve $x \neq 2$ olmalıdır.

	1	2
$x-1$	-	+
$2-x$	+	+
$\frac{x-1}{2-x}$	+	-
		+

Böylece $1 \leq x < 2$ olduğunda $\frac{x-1}{2-x} \geq 0$

olsur. T.K: $[1, 2)$



2. Aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

a) $y = x^2 + x + 1$

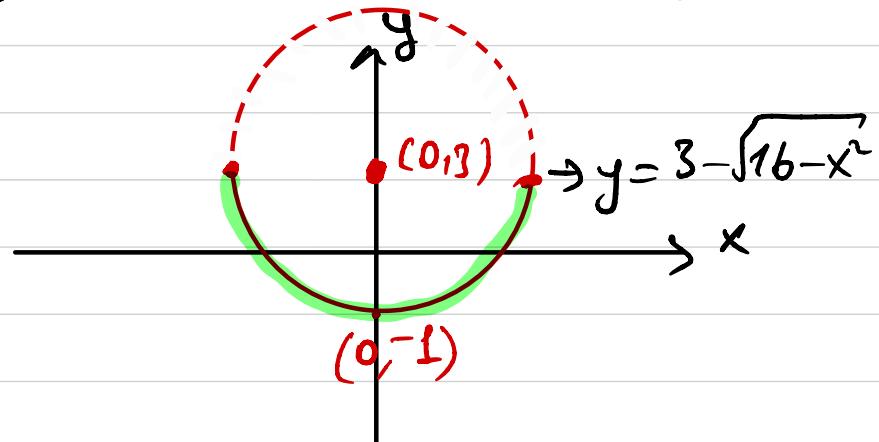
Cöz: $y = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$



$$b) y = 3 - \sqrt{16-x^2}$$

$$\text{Göz: } \sqrt{16-x^2} = 3-y \Rightarrow 16-x^2 = (3-y)^2$$

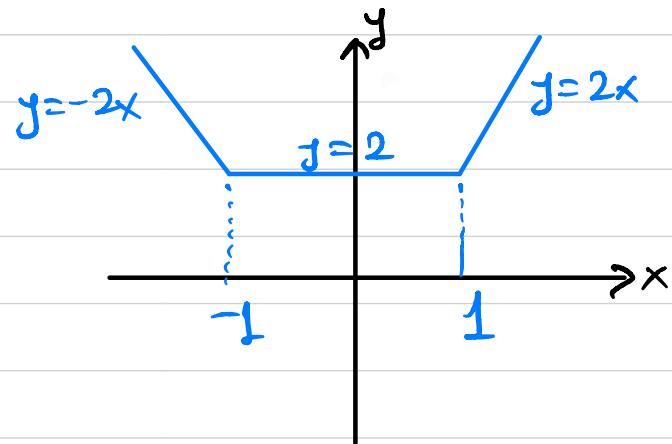
$$\Rightarrow x^2 + (3-y)^2 = 16$$



$$c) y = |x+1| + |x-1|$$

Göz:

	-1	1	
x+1	-x-1	x+1	x+1
x-1	1-x	1-x	x-1
x+1 + x-1	-2x	2	2x



3. f fonksiyonu, tanım kümesi \hat{x} 'i içerdiginde x' de igeren bir fonksiyon olsun. Bu durumda f'in bir çift fonksiyon ve tek fonksiyon şeklinde yazılabilğini gösteriniz.

$$\text{Göz: } C(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2}$$

$$T(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2}$$

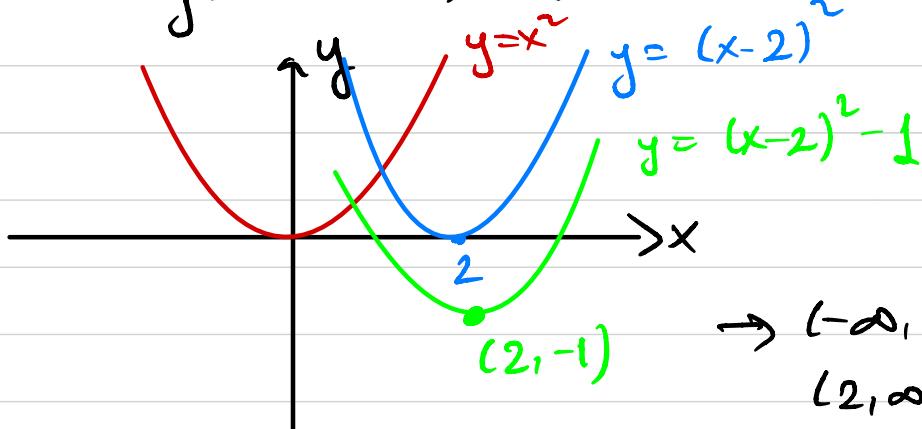
$$C(x) = C(-x) \quad (\text{çift})$$

$$T(-x) = -T(x) \quad (\text{tek})$$

$$f(x) = C(x) + T(x)$$

4. $y = x^2 - 4x + 3$ fonsiyonu nerede azalandır?
Nerede artandır?

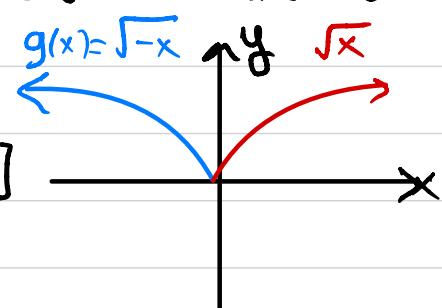
Cöz: $y = (x-2)^2 - 1$



$\rightarrow (-\infty, 2)$ aralığında azalan
 $(2, \infty)$ " artandır.

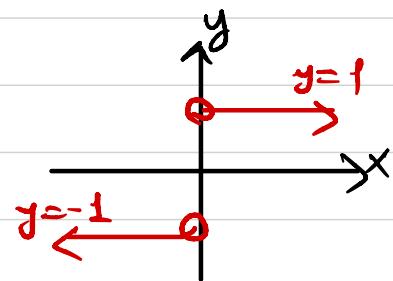
5. Aşağıdaki fonsiyonların tanım kümelerini bulunuz ve grafiklerini çiziniz.

a) $g(x) = \sqrt{-x}$ *Cöz:* $D(g) = [-\infty, 0]$



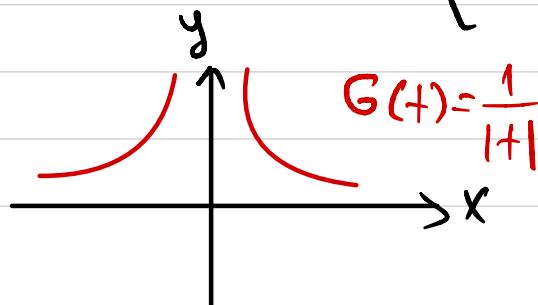
b) $F(t) = \frac{t}{|t|}$ *Cöz:* $D(F) = \mathbb{R} - \{0\}$

$$F(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases}$$



c) $G(t) = \frac{1}{|t|}$ *Cöz:* $D(G) = \mathbb{R} - \{0\}$

$$G(t) = \begin{cases} \frac{1}{t} & t > 0 \\ -\frac{1}{t} & t < 0 \end{cases}$$



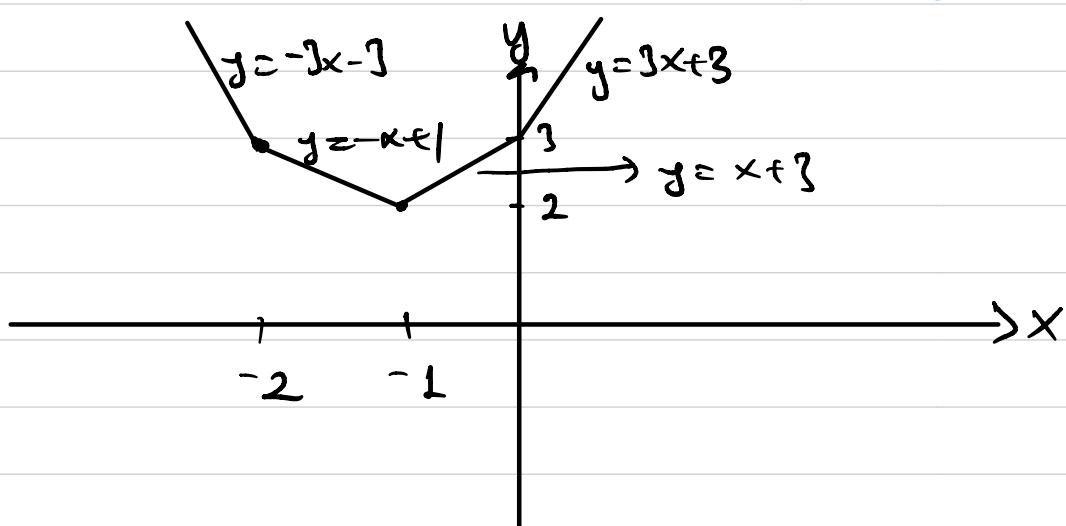
6. $|x| + |x+1| + |x+2| = 0$ denkleminin grafiğini çiziniz.

GÖT: $|x|=0 \Rightarrow x=0$

$$|x+1|=0 \Rightarrow x=-1$$

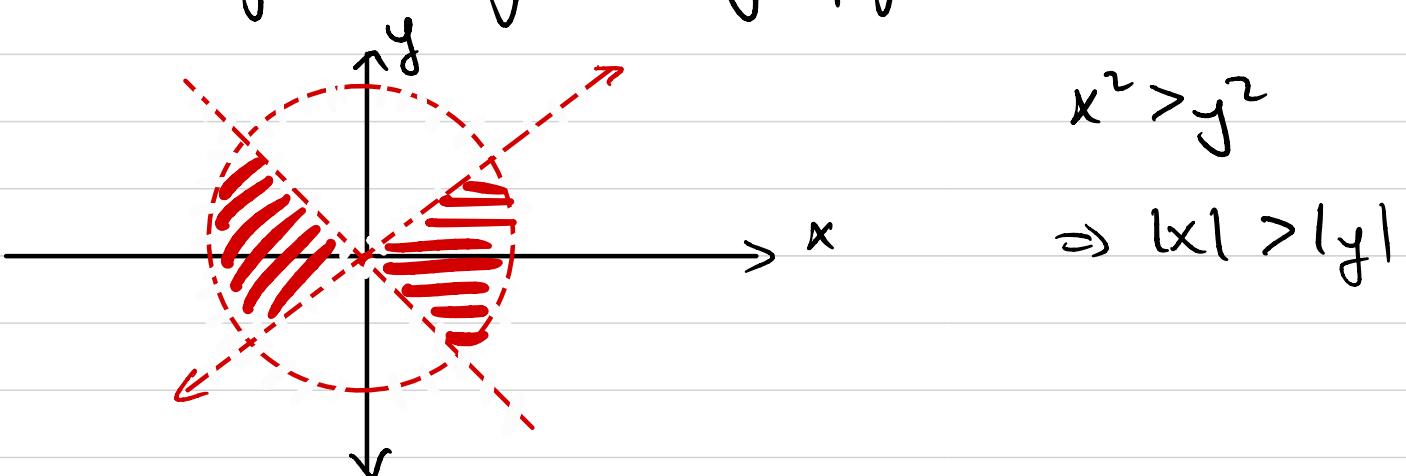
$$|x+2|=0 \Rightarrow x=-2$$

	-2	-1	0	
$ x $	$-x$	$-x$	$-x$	x
$ x+1 $	$-x-1$	$-x-1$	$x+1$	$x+1$
$ x+2 $	$-x-2$	$x+2$	$x+2$	$x+2$
$ x + x+1 + x+2 $	$-3x-3$	$-x+1$	$x+3$	$3x+3$



$$f(x) = \begin{cases} -3x-3 & x \leq -2 \\ -x+1 & -2 \leq x \leq -1 \\ x+3 & -1 \leq x \leq 0 \\ 3x+3 & x \geq 0 \end{cases}$$

7. $x^2 + y^2 < 1$ ve $x^2 - y^2 > 0$ eşitsizliklerinin belirlediği bölgenin grafiğini çiziniz.



8. xy düzleminde x-eksenine, y eksenine ve (3,6) noktasına uzaklıklarını aynı olan noktaları bulunuz.

Cöz: $P = (a, b)$ olsun.

$$\begin{array}{l} x\text{-eksenine uzaklığı} \quad b \\ y\text{-''} \quad " \quad q \end{array} \quad \left. \begin{array}{c} b \\ q \end{array} \right\} b=q$$

(3,6) noktasının uzaklığı:

$$\sqrt{(a-3)^2 + (b-6)^2} = a = b$$

$$(a-3)^2 + (b-6)^2 = a^2 \Rightarrow (a-3)^2 + (a-6)^2 = a^2$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 18a + 45 = a^2 \Rightarrow a^2 - 18a + 45 = 0$$

$$\Rightarrow (a-15)(a-3) = 0 \Rightarrow a=15 \text{ ya da } a=3$$

$\Rightarrow (15, 15)$ noktası ve $(3, 3)$ noktası.

9. $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2$ olsun. fog ve gof fonksiyonlarının tanım kümelerini bulunuz.

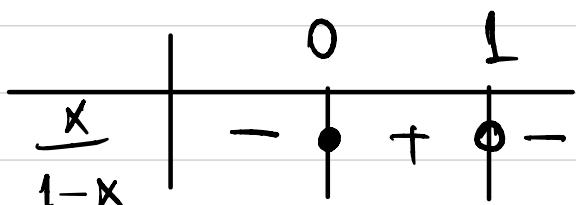
Cöz: $fog(x) = f(g(x)) = \sqrt{x^2}$ $T, K = \mathbb{R}$

$$gof(x) = g(f(x)) = (\sqrt{x})^2 \quad T, K = [0, \infty)$$

10. $f(x) = \frac{1}{1-x}$, $g(x) = \sqrt{x-1}$ olsun.

$gof(x)$ ve $fog(x)$ fonksiyonlarının belirleyiniz, tanım kümelerini bulunuz.

Cöz: $gof(x) = g(f(x)) = \sqrt{\frac{1}{1-x} - 1} = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$



$$D(gof) = \left\{ x : \frac{x}{1-x} \geq 0, x \neq 1 \right\} = \left\{ x : 0 \leq x < 1 \right\} = [0, 1)$$

$$fog(x) = f(g(x)) = \frac{1}{1-\sqrt{x-1}}$$

$$\begin{aligned} D(fog) &= \{x : x-1 \geq 0\} \cap \{x : 1-\sqrt{x-1} \neq 0\} \\ &= \{x : x \geq 1, x \neq 2\} \end{aligned}$$

11. Aşağıdaki fonksiyonların tek ya da çift olup olmadığını belirleyiniz.

a) $f(x) = \frac{x^2}{x^4+1}$

GÖR: $f(-x) = \frac{(-x)^2}{(-x)^4+1} = \frac{x^2}{x^4+1} = f(x)$

$\Rightarrow f$ çift

b) $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x^2+2}}$

GÖR: $f(-x) = \frac{(-x)^3}{\sqrt{(-x)^2+2}} = \frac{-x^3}{\sqrt{x^2+2}}$
 $= -f(x) \Rightarrow f$ tek.

c) $h(t) = 2|t| + 1$

GÖR: $h(-t) = 2|-t| + 1 = 2|t| + 1$
 $= h(t)$
 $\Rightarrow h$ çift.