

## UYGULAMA VIII

1.  $X$  kesikli raslantı değişkeni için olasılık fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} p_{\mathbf{X}}(x) &= \frac{x}{15}, & x = 1, 2, 3, 4, 5 \text{ ise} \\ &= 0 & \text{diğer } x \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

- (a)  $p(x | X \leq 3)$  koşullu olasılık fonksiyonunu bulunuz.
- (b)  $F(x | X \leq 3)$  koşullu dağılım fonksiyonunu bulunuz.
- (c)  $P(X < 2 | X \leq 3)$ ,  $P(3 < X \leq 5 | X \leq 3)$ ,  $P(X < 4 | X \leq 3)$ ,  $P(X > 4 | X \leq 3)$ ,  $P(1 < X < 3 | X \leq 3)$  ve  $P(X > 2 | X \leq 3)$  koşullu olasılıklarını bulunuz.
- (d)  $E(X | X \leq 3)$  ve  $E(6X + 4 | X \leq 3)$  koşullu beklenen değerleri bulunuz.
- (e)  $V(X | X \leq 3)$  ve  $V(3X + 7 | X \leq 3)$  koşullu varyansları bulunuz.
- (f)  $p(x | X > 2)$  koşullu olasılık fonksiyonunu bulunuz.
- (g)  $F(x | X > 2)$  koşullu dağılım fonksiyonunu bulunuz.
- (h)  $P(2 < X \leq 4 | X > 2)$ ,  $P(4 \leq X \leq 9 | X > 2)$ ,  $P(X > 3 | X > 2)$ ,  $P(X \leq 2 | X > 2)$ ,  $P(X > 7 | X > 2)$ ,  $P(-4 < X < 3 | X > 2)$ ,  $P(-4 < X \leq 3 | X > 2)$  ve  $P(X < 6 | X > 2)$  koşullu olasılıkları bulunuz.

2.  $X$  kesikli raslantı değişkeni için olasılık fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} p_{\mathbf{X}}(x) &= \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{(x-1)}, & x = 1, 2, 3, 4, 5, \dots \text{ ise} \\ &= 0 & \text{diğer } x \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

Buna göre,  $E(2X^2 - 1 | X \leq 3)$  koşullu beklenen değerini bulunuz.

3.  $X$  sürekli raslantı değişkeni için olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{X}}(x) &= \frac{x+3}{56}, & 0 \leq x \leq 8 \text{ ise} \\ &= 0 & \text{diğer } x \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

- (a)  $f(x | X \geq 3)$  koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.
- (b)  $F(x | X \geq 3)$  koşullu dağılım fonksiyonunu bulunuz.
- (c)  $P(2.5 < X < 4.5 | X \geq 3)$ ,  $P(X < 2 | X \geq 3)$ ,  $P(X \geq 9 | X \geq 3)$ ,  $P(X > 5 | X \geq 3)$ ,  $P(4 < X < 7 | X \geq 3)$  ve  $P(X < 12 | X \geq 3)$  koşullu olasılıkları bulunuz.
- (d)  $E(X | X \geq 3)$  ve  $E(5X - 7 | X \geq 3)$  koşullu beklenen değerleri bulunuz.
- (e)  $V(X | X \geq 3)$  ve  $V(\frac{7}{2}X + 8 | X \geq 3)$  koşullu varyansları bulunuz.
- (f)  $f(x | X \leq 5)$  koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.
- (g)  $F(x | X \leq 5)$  koşullu dağılım fonksiyonunu bulunuz.
- (h)  $P(X < 3 | X \leq 5)$ ,  $P(0.5 < X < 4.5 | X \leq 5)$ ,  $P(X > 3 | X \leq 5)$ ,  $P(X > 6 | X \leq 5)$ ,  $P(X \leq 7 | X \leq 5)$ ,  $P(X < 0 | X \leq 5)$ ,  $P(-1 < X < 1 | X \leq 5)$  ve  $P(3 < X \leq 7 | X \leq 5)$  koşullu olasılıkları bulunuz.

4.  $X$  sürekli raslantı değişkeni için olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{X}}(x) &= \frac{x}{8}, \quad 0 \leq x \leq 4 \text{ ise} \\ &= 0, \quad \text{diğer } x \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

Buna göre,  $F(k | X \leq 2) = 0.5$  eşitliğini sağlayan  $k$  sabitini bulunuz.

5.  $X$  sürekli raslantı değişkeni için koşullu dağılım fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} F_{\mathbf{X}}(x | X > 0) &= \frac{x^2 + 8x}{a}, \quad 0 \leq x \leq 3 \\ &= 0, \quad x < 0 \\ &= 1, \quad x \geq 3 \end{aligned}$$

- (a)  $a$  sabitini bulunuz.
  - (b)  $f(x | X > 0)$  koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.
  - (c)  $E\left(\frac{2}{3}X | X > 0\right)$  koşullu beklenen değeri bulunuz.
  - (d)  $V\left(\frac{4}{3}X + 2 | X > 0\right)$  koşullu varyansı bulunuz.
6.  $X$  kesikli raslantı değişkeni için olasılık fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} p_{\mathbf{X}}(x) &= \frac{x}{30}, \quad x = 1, 2, 3 \text{ ise} \\ &= \frac{1+2x}{60}, \quad x = 4, 5, 6, 7 \text{ ise} \\ &= 0, \quad \text{diğer } x \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

- (a)  $p(x | X \leq 5)$  koşullu olasılık fonksiyonunu bulunuz.
- (b)  $F(x | X \leq 5)$  koşullu dağılım fonksiyonunu bulunuz.
- (c)  $E(X | X \leq 5)$  koşullu beklenen değerini bulunuz.
- (d)  $V(X | X \leq 5)$  koşullu varyansı bulunuz.
- (e)  $P(2 < X \leq 4 | X \leq 5)$ ,  $P(X < 6 | X \leq 5)$ ,  $P(X > 2 | X \leq 5)$ ,  $P(X < -1 | X \leq 5)$ ,  $P(X > 0 | X \leq 5)$  ve  $P(X > 4 | X \leq 5)$  koşullu olasılıkları bulunuz.

7.  $X$  sürekli raslantı değişkeni için olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{X}}(x) &= \frac{1}{5}, \quad -1 \leq x \leq 0 \text{ ise} \\ &= \frac{1+6x}{5}, \quad 0 \leq x \leq 1 \text{ ise} \\ &= 0, \quad \text{diğer } x \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

- (a)  $f(x | X \geq -0.5)$  koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.
- (b)  $F(x | X \geq -0.5)$  koşullu dağılım fonksiyonunu bulunuz.
- (c)  $E(X | X \geq -0.5)$  koşullu beklenen değerini bulunuz.
- (d)  $V(X | X \geq -0.5)$  koşullu varyansı bulunuz.
- (e)  $P(X > 0 | X \geq -0.5)$ ,  $P(X < -1 | X \geq -0.5)$ ,  $P(X > -0.7 | X \geq -0.5)$ ,  $P(X > 0.7 | X \geq -0.5)$ ,  $P(-0.2 \leq X < 0.2 | X \geq -0.5)$  ve  $P(X < -0.2 | X \geq -0.5)$ ,  $P(X < -0.8 | X \geq -0.5)$  koşullu olasılıklarını bulunuz.