

UYGULAMA VII

1. X sürekli raslantı değişkeni için olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{X}}(x) &= \frac{1}{3} & , & \quad 0 < x < 1 \text{ ise} \\ &= \frac{1}{3} & , & \quad 2 < x < 4 \text{ ise} \\ &= 0 & , & \quad \text{diğer } x \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

(a) $P(0.5 \leq X \leq 3.4)$, $P(1 \leq X \leq 2)$, $P(-1.8 \leq X \leq 2.5)$, $P(X < 10)$ ve $P(-2.3 \leq X < -1)$ olasılıklarını hesaplayınız.

(b) $V(3X^2 + 14)$ varyansını bulunuz.

2. X sürekli raslantı değişkeni için olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{X}}(x) &= ax & , & \quad 0 \leq x \leq 1 \text{ ise} \\ &= a & , & \quad 1 \leq x \leq 2 \text{ ise} \\ &= a(3 - x) & , & \quad 2 \leq x \leq 3 \text{ ise} \\ &= 0 & , & \quad \text{diğer } x \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

(a) a sabitini bulunuz.

(b) X ' in dağılım fonksiyonunu bulunuz.

(c) X ' in beklenen değerini ve varyansını bulunuz.

(d) $P(0.5 \leq X \leq 1.5)$, $P(X \leq 2.5)$, $P(X > 0.5)$, $P(X \leq 1.5)$, $P(-2 < X < 1)$, $P(-4 < X < 0)$ ve $P(X \leq 6)$ olasılıklarını hesaplayınız.

3. X sürekli raslantı değişkeninin dağılım fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} F_{\mathbf{X}}(x) &= kx^2 & , & \quad 0 \leq x \leq 2 \text{ ise} \\ &= 0 & , & \quad x < 0 \text{ ise} \\ &= 1 & , & \quad x \geq 2 \text{ ise} \end{aligned}$$

(a) k sabitini bulunuz.

(b) X ' in olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.

(c) X ' in beklenen değerini bulunuz.

4. X sürekli raslantı değişkeninin dağılım fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} F_{\mathbf{X}}(x) &= \sqrt{x} & , & \quad 0 \leq x \leq 1 \text{ ise} \\ &= 0 & , & \quad x < 0 \text{ ise} \\ &= 1 & , & \quad x \geq 1 \text{ ise} \end{aligned}$$

(a) X ' in olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.

(b) $P(\frac{1}{4} \leq X \leq \frac{3}{4})$, $P(X > \frac{1}{9})$, $P(X > 4)$, $P(X < -2)$ ve $P(X \leq 3)$ olasılıklarını hesaplayınız.

(c) X ' in beklenen değerini bulunuz.

5. X sürekli raslantı değişkeninin dağılım fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} F_{\mathbf{X}}(x) &= 1 - (1+x)e^{-x} & , & \quad x > 0 \text{ ise} \\ &= 0 & , & \quad x \leq 0 \text{ ise} \\ &= 1 & , & \quad x \rightarrow +\infty \text{ ise} \end{aligned}$$

(a) X ' in olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.

(b) $P(X > 4)$ ve $P(1 < X \leq 3)$ olasılıklarını hesaplayınız.

6. X sürekli raslantı değişkeni için olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{X}}(x) &= \frac{1}{7}e^{-\frac{x}{7}} & , & \quad x \geq 0 \text{ ise} \\ &= 0 & , & \quad x < 0 \text{ ise} \end{aligned}$$

(a) X ' in dağılım fonksiyonunu bulunuz.

(b) $P(X \geq 4)$, $P(-2 \leq X < \frac{8}{9})$ ve $P(2 < X \leq \frac{10}{3})$ olasılığını hesaplayınız.

7. X sürekli raslantı değişkeninin dağılım fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} F_{\mathbf{X}}(x) &= k(x+1) & , & \quad -1 \leq x \leq 1 \text{ ise} \\ &= 0 & , & \quad x \leq -1 \text{ ise} \\ &= 1 & , & \quad x \geq 1 \text{ ise} \end{aligned}$$

(a) k sabitini bulunuz.

(b) X ' in olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.

(c) $P(-0.5 \leq X \leq 0.5)$, $P(X < 0)$, $P(-\frac{3}{2} \leq X < \frac{5}{4})$, $P(-\frac{8}{7} < X \leq \frac{3}{4})$, $P(X = 0.75)$, $P(X > 2)$ ve $P(X < 2)$ olasılıklarını hesaplayınız.

8. X sürekli raslantı değişkeni için olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{X}}(x) &= kx & , & \quad 1 < x < 2 \text{ ise} \\ &= kx^2 & , & \quad 2 < x < 5 \text{ ise} \\ &= 0 & , & \quad \text{diğer } x \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

(a) k sabitini bulunuz.

(b) $P(1 \leq X \leq \frac{5}{2})$ olasılığını hesaplayınız.

(c) X ' in dağılım fonksiyonunu bulunuz.

(d) $P(X = 3.8)$, $P(\frac{2}{3} < X \leq \frac{7}{2})$, $P(\frac{9}{2} < X \leq \frac{17}{3})$ ve $P(1.3 < X \leq 4.2)$ olasılıklarını hesaplayınız.

(e) $P(1.5 \leq X < 4.6 \mid 1.2 < X \leq 3.6)$ koşullu olasılığını hesaplayınız.

(f) $E(5X + 8)$ beklenen değerini bulunuz.

(g) $V(2X^3 + 9)$ varyansını bulunuz.