

UYGULAMA VIII

1. X kesikli raslantı değişkeni için olasılık fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} p_{\mathbf{X}}(x) &= \frac{x}{15}, \quad x = 1, 2, 3, 4, 5 \text{ ise} \\ &= 0, \quad \text{diğer } x \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

- $p(x | X \leq 3)$ koşullu olasılık fonksiyonunu bulunuz.
- $F(x | X \leq 3)$ koşullu dağılım fonksiyonunu bulunuz.
- $P(X < 2 | X \leq 3)$, $P(3 < X \leq 5 | X \leq 3)$, $P(X < 4 | X \leq 3)$, $P(X > 4 | X \leq 3)$, $P(1 < X < 3 | X \leq 3)$ ve $P(X > 2 | X \leq 3)$ koşullu olasılıklarını bulunuz.
- $E(X | X \leq 3)$ ve $E(6X + 4 | X \leq 3)$ koşullu beklenen değerleri bulunuz.
- $V(X | X \leq 3)$ ve $V(3X + 7 | X \leq 3)$ koşullu varyansları bulunuz.
- $p(x | X > 2)$ koşullu olasılık fonksiyonunu bulunuz.
- $F(x | X > 2)$ koşullu dağılım fonksiyonunu bulunuz.
- $P(2 < X \leq 4 | X > 2)$, $P(4 \leq X \leq 9 | X > 2)$, $P(X > 3 | X > 2)$, $P(X \leq 2 | X > 2)$, $P(X > 7 | X > 2)$, $P(-4 < X < 3 | X > 2)$, $P(-4 < X \leq 3 | X > 2)$ ve $P(X < 6 | X > 2)$ koşullu olasılıkları bulunuz.

2. X kesikli raslantı değişkeni için olasılık fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} p_{\mathbf{X}}(x) &= \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3} \right)^{(x-1)}, \quad x = 1, 2, 3, 4, 5, \dots \text{ ise} \\ &= 0, \quad \text{diğer } x \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

Buna göre, $E(2X^2 - 1 | X \leq 3)$ koşullu beklenen değerini bulunuz.

3. X sürekli raslantı değişkeni için olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{X}}(x) &= \frac{x+3}{56}, \quad 0 \leq x \leq 8 \text{ ise} \\ &= 0, \quad \text{diğer } x \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

- $f(x | X \geq 3)$ koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.
- $F(x | X \geq 3)$ koşullu dağılım fonksiyonunu bulunuz.
- $P(2.5 < X < 4.5 | X \geq 3)$, $P(X < 2 | X \geq 3)$, $P(X \geq 9 | X \geq 3)$, $P(X > 5 | X \geq 3)$, $P(4 < X < 7 | X \geq 3)$ ve $P(X < 12 | X \geq 3)$ koşullu olasılıkları bulunuz.
- $E(X | X \geq 3)$ ve $E(5X - 7 | X \geq 3)$ koşullu beklenen değerleri bulunuz.
- $V(X | X \geq 3)$ ve $V\left(\frac{7}{2}X + 8 | X \geq 3\right)$ koşullu varyansları bulunuz.
- $f(x | X \leq 5)$ koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.
- $F(x | X \leq 5)$ koşullu dağılım fonksiyonunu bulunuz.
- $P(X < 3 | X \leq 5)$, $P(0.5 < X < 4.5 | X \leq 5)$, $P(X > 3 | X \leq 5)$, $P(X > 6 | X \leq 5)$, $P(X \leq 7 | X \leq 5)$, $P(X < 0 | X \leq 5)$, $P(-1 < X < 1 | X \leq 5)$ ve $P(3 < X \leq 7 | X \leq 5)$ koşullu olasılıkları bulunuz.

4. X sürekli raslantı değişkeni için olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{X}}(x) &= \frac{x}{8} \quad , \quad 0 \leq x \leq 4 \text{ ise} \\ &= 0 \quad , \quad \text{diğer } x \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

Buna göre, $F(k \mid X \leq 2) = 0.5$ eşitliğini sağlayan k sabitini bulunuz.

5. X sürekli raslantı değişkeni için koşullu dağılım fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} F_{\mathbf{X}}(x \mid X > 0) &= \frac{x^2 + 8x}{a} \quad , \quad 0 \leq x \leq 3 \\ &= 0 \quad , \quad x < 0 \\ &= 1 \quad , \quad x \geq 3 \end{aligned}$$

- (a) a sabitini bulunuz.
(b) $f(x \mid X > 0)$ koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.
(c) $E\left(\frac{2}{3}X \mid X > 0\right)$ koşullu beklenen değeri bulunuz.
(d) $V\left(\frac{4}{3}X + 2 \mid X > 0\right)$ koşullu varyansı bulunuz.
6. X kesikli raslantı değişkeni için olasılık fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} p_{\mathbf{X}}(x) &= \frac{x}{30} \quad , \quad x = 1, 2, 3 \text{ ise} \\ &= \frac{1+2x}{60} \quad , \quad x = 4, 5, 6, 7 \text{ ise} \\ &= 0 \quad , \quad \text{diğer } x \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

- (a) $p(x \mid X \leq 5)$ koşullu olasılık fonksiyonunu bulunuz.
(b) $F(x \mid X \leq 5)$ koşullu dağılım fonksiyonunu bulunuz.
(c) $E(X \mid X \leq 5)$ koşullu beklenen değerini bulunuz.
(d) $V(X \mid X \leq 5)$ koşullu varyansı bulunuz.
(e) $P(2 < X \leq 4 \mid X \leq 5)$, $P(X < 6 \mid X \leq 5)$, $P(X > 2 \mid X \leq 5)$, $P(X < -1 \mid X \leq 5)$, $P(X > 0 \mid X \leq 5)$ ve $P(X > 4 \mid X \leq 5)$ koşullu olasılıkları bulunuz.
7. X sürekli raslantı değişkeni için olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{X}}(x) &= \frac{1}{5} \quad , \quad -1 \leq x \leq 0 \text{ ise} \\ &= \frac{1+6x}{5} \quad , \quad 0 \leq x \leq 1 \text{ ise} \\ &= 0 \quad , \quad \text{diğer } x \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

- (a) $f(x \mid X \geq -0.5)$ koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.
(b) $F(x \mid X \geq -0.5)$ koşullu dağılım fonksiyonunu bulunuz.
(c) $E(X \mid X \geq -0.5)$ koşullu beklenen değerini bulunuz.
(d) $V(X \mid X \geq -0.5)$ koşullu varyansı bulunuz.
(e) $P(X > 0 \mid X \geq -0.5)$, $P(X < -1 \mid X \geq -0.5)$, $P(X > -0.7 \mid X \geq -0.5)$, $P(X > 0.7 \mid X \geq -0.5)$, $P(-0.2 \leq X < 0.2 \mid X \geq -0.5)$ ve $P(X < -0.2 \mid X \geq -0.5)$, $P(X < -0.8 \mid X \geq -0.5)$ koşullu olasılıkları bulunuz.