

UYGULAMA III-ÇÖZÜMLER
(Özel Kesikli Dağılımlar)

- 1) X raslantı değişkeni basket elde edinceye dek yapılan atış sayısını göstermek üzere;

$$X \sim \text{Geometrik}(p = 0.30) \quad q = 1 - p = 1 - 0.30 = 0.70$$

$$p(x) = \begin{aligned} &0.30(0.70)^{x-1}, \quad x = 1, 2, \dots \\ &= 0, \quad \text{ö.d} \end{aligned}$$

a) $P(X \leq 3) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 0.3(0.70^0 + 0.70^1 + 0.70^2) = 0.657$

b) $E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.30} = 3.33 \cong 3$ Yorum: Üçüncü atışta basket olması beklenir.

- 2) X raslantı değişkeni olumlu tepki elde edilinceye dek ilacın uygulandığı denek sayısını gösterebilir.

$$X \sim \text{Geometrik}(p = 0.27)$$

$$p(x) = \begin{aligned} &0.27(0.73)^{x-1}, \quad x = 1, 2, \dots \\ &= 0, \quad \text{ö.d} \end{aligned}$$

a) $P(X = 3) = 0.27 \times 0.73^2 = 0.143883 \cong 0.14$

b)
$$\begin{aligned} P(X > 5) &= 1 - P(X \leq 5) \\ &= 1 - [P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5)] \\ &= 1 - [0.27(0.73^0 + 0.73^1 + 0.73^2 + 0.73^3 + 0.73^4)] \\ &= 0.207 \end{aligned}$$

c) $E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.27} = 3.70 \cong 4$ denek

Toplam maliyet=1500X TL'dir. Beklenen toplam maliyet $E(1500X)=1500E(X)=1500 \times 4=6000$ TL

- 3) X raslantı değişkeni aynı renkli toplar çekilene dek yapılan deneme sayısını göstermek üzere;

$$p = P(BB) + P(SS) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{7} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{17}{28} \quad \text{ve} \quad q = 1 - p = \frac{11}{28}$$

$$p(x) = \begin{aligned} &\frac{17}{28} \left(\frac{11}{28} \right)^{x-1}, \quad x = 1, 2, \dots \\ &= 0, \quad \text{ö.d} \end{aligned}$$

a) $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - \left[\frac{17}{28} \left(\left(\frac{11}{28} \right)^0 + \left(\frac{11}{28} \right)^1 \right) \right] = 1 - 0.8457 = 0.1543$

b) $E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{17/28} = 1.647 \cong 2$ Yorum: İkinci denemede aynı renkli topların gözlenmesi beklenir.

- 4) X raslantı değişkeni üretken bir kuyu bulunana dek açılan delik (sonda) sayısını göstermek üzere;

$$X \sim \text{Geometrik}(p = 0.20)$$

$$p(x) = \begin{aligned} &0.20(0.80)^{x-1}, \quad x = 1, 2, \dots \\ &= 0, \quad \text{ö.d} \end{aligned}$$

a) $P(X = 3) = 0.20(0.80)^2 = 0.128$

b) $P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - \sum_{x=1}^{10} 0.20(0.80)^{x-1} = 0.80^{10} = 0.107$

c) $E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.20} = 5$ Yorum: Beşinci sondanın ilk üretken kuyu olması beklenir.

- 5) X raslantı değişkeni ilk arızaya kadar geçen bir saatlik aralıkların sayısını göstermek üzere;

$$X \sim \text{Geometrik}(p = 0.02)$$

$$\begin{aligned} p(x) &= 0.02(0.98)^{x-1}, \quad x = 1, 2, \dots \\ &= 0, \quad \text{ö.d} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= 1 - P(X \leq 2) \\ a) \quad &= 1 - [P(X = 1) + P(X = 2)] \\ &= 1 - [0.02(0.98^0 + 0.98^1)] \\ &= 0.9604 \end{aligned}$$

$$b) \quad E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.02} = 50 \quad \text{Yorum: Ellinci saatte ilk arızaya geçmesi beklenir.}$$

$$c) \quad V\left(\frac{X}{5} + 3\right) = \frac{V(X)}{25} = \frac{\frac{q}{p^2}}{25} = \frac{\frac{0.98}{0.02^2}}{25} = 98$$

- 6) X raslantı değişkeni 5 “tura” gelinceye dek yapılan atış sayısını göstermek üzere;

$$X \sim \text{Negatif Binom}(k = 5; p = 0.40)$$

$$\begin{aligned} p(x) &= \binom{x-1}{4} 0.40^5 (0.60)^{x-5}, \quad x = 5, 6, 7, \dots \\ &= 0, \quad \text{ö.d} \end{aligned}$$

$$a) \quad P(X = 12) = \binom{12-1}{4} 0.40^5 (0.60)^{12-5} = 0.0946$$

$$\begin{aligned} b) \quad E(X) &= \frac{k}{p} = \frac{5}{0.40} = 12.5 \cong 12 \quad \text{Yorum: On ikinci atışta beşinci turayla karşılaşılmaması beklenir.} \\ V(X) &= \frac{kq}{p^2} = \frac{5 \times 0.60}{0.40^2} = 18.75 \end{aligned}$$

- 7) X raslantı değişkeni başarısız 7. Aday ile karşılaşılan dek görüşülen aday sayısı;

$$X \sim \text{Negatif Binom}(k = 7; p = 0.10)$$

$$\begin{aligned} p(x) &= \binom{x-1}{6} 0.10^7 (0.90)^{x-7}, \quad x = 7, 8, 9, \dots \\ &= 0, \quad \text{ö.d} \end{aligned}$$

$$a) \quad P(X = 80) = \binom{80-1}{6} 0.10^7 (0.90)^{73} \cong 0.0127$$

$$b) \quad E(X) = \frac{k}{p} = \frac{7}{0.10} = 70 \quad \text{Yorum: Yetmişinci adayın başarısız yedinci aday olması beklenir.}$$

$$c) \quad \text{Beklenen süre } E(5X) = 5 \times 70 = 350 \text{ dakika} = 5.83 \text{ saat olur.}$$

- 8) X raslantı değişkeni üç üretici kuyu keşfedilinceye dek açılan kuyu sayısını göstermek üzere;

$$X \sim \text{Negatif Binom}(k = 3; p = 0.40)$$

$$\begin{aligned} p(x) &= \binom{x-1}{2} 0.40^3 (0.60)^{x-3}, \quad x = 3, 4, 5, \dots \\ &= 0, \quad \text{ö.d} \end{aligned}$$

$$a) \quad P(X = 5) = \binom{5-1}{2} 0.40^3 (0.60)^{5-3} = 0.13824$$

b) $E(X) = \frac{k}{p} = \frac{3}{0.40} = 7.5 \cong 8$ Yorum: Açılan sekizinci kuyunun üçüncü üretici kuyu olması beklenir.
 $V(X) = \frac{kq}{p^2} = \frac{3 \times 0.60}{0.40^2} = 11.25$

c) Toplam maliyet: $600(X - 3) + 350 \times 3 = 600X - 1800 + 1050 = 600X - 750$

$$E(600X - 750) = 600E(X) - 750 = 600 \times 7.5 - 750 = 3750TL$$

- 9) X raslantı değişkeni 3 tane asbest pozitif kişinin çıkması için test yapılan kişi sayısını göstermek üzere;

$$X \sim \text{Negatif Binom}(k = 3; p = 0.45)$$

$$\begin{aligned} p(x) &= \binom{x-1}{2} 0.45^3 (0.55)^{x-3}, \quad x = 3, 4, 5, \dots \\ &= 0, \quad \text{ö.d} \end{aligned}$$

a) $P(X = 8) = \binom{8-1}{2} 0.45^3 (0.55)^{8-3} = 0.0963$

b) Toplam maliyet: $200X$

$$E(200X) = 200E(X) = 200 \times \frac{k}{p} = 200 \times \frac{3}{0.45} = 1333.33TL$$

$$V(200X) = 200^2 V(X) = 200^2 \times \frac{kq}{p^2} = 200^2 \times \frac{3 \times 0.55}{(0.45^2)} = 325925.925$$

10)

- a) X raslantı değişkeni montaj hattında üretilen ilk kusurlu motorla karşılaşınca dek yapılan deneme sayısını göstermek üzere;

$$X \sim \text{Geometrik}(p = 0.07)$$

$$\begin{aligned} p(x) &= 0.07(0.93)^{x-1}, \quad x = 1, 2, 3, \dots \\ &= 0, \quad \text{ö.d} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X < 6) &= P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) \\ &= 0.07 (0.93^0 + 0.93^1 + 0.93^2 + 0.93^3 + 0.93^4) \\ &= 0.07 \left(\frac{1 - 0.93^{4+1}}{1 - 0.93} \right) \\ &= 1 - 0.93^5 \\ &= 0.3043 \end{aligned}$$

- b) X raslantı değişkeni montaj hattında üretilen ilk kusurlu motorla karşılaşınca dek yapılan deneme sayısını göstermek üzere;

$$X \sim \text{Geometrik}(p = 0.07)$$

$$E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.07} = 14.2857 \cong 14$$

Yorum: Montaj hattında üretilen on dördüncü motorun, ilk kusurlu motor olması beklenir.

$$V(X) = \frac{q}{p^2} = \frac{0.93}{0.07^2} = 189.7959$$

- c) X raslantı değişkeni montaj hattında üretilen dördüncü kusurlu motorla karşılaşınca dek yapılan deneme sayısını göstermek üzere;

$$X \sim \text{Negatif Binom}(k = 4; p = 0.07)$$

$$\begin{aligned} p(x) &= \binom{x-1}{3} 0.07^4 (0.93)^{x-4} , \quad x = 4, 5, 6, \dots \\ &= 0 , \quad \text{ö.d} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X > 6) &= 1 - P(X \leq 6) \\ &= 1 - [P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6)] \\ &= 1 - \left[\binom{3}{3} 0.07^4 (0.93^0) + \binom{4}{3} 0.07^4 (0.93^1) + \binom{5}{3} 0.07^4 (0.93^2) \right] \\ &= 0.999679 \cong 1 \end{aligned}$$

- d) X raslantı değişkeni montaj hattında üretilen dördüncü kusurlu motorla karşılaşınca dek yapılan deneme sayısını göstermek üzere;

$$X \sim \text{Negatif Binom}(k = 4; p = 0.07)$$

$$E(X) = \frac{k}{p} = \frac{4}{0.07} = 57.142857 \cong 57$$

Yorum: Montaj hattında üretilen elli yedinci motorun, dördüncü kusurlu motor olması beklenir.

$$V(X) = \frac{kq}{p^2} = \frac{4 \times 0.93}{0.07^2} = 759.18367$$