

### Problem 1

$$1- \quad x + 2y = 8$$

$$3x - 4y = 4 \quad \text{denklemini çözünüz.}$$

9.3) : 
$$\begin{array}{rcl} x + 2y = 8 & \Rightarrow & 2x + 4y = 16 \\ 3x - 4y = 4 & \Rightarrow & 3x - 4y = 4 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{rcl} 2x + 4y = 16 & \Rightarrow & 2x + 4y = 16 \\ 5x & = & 20 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{rcl} 2x + 4y = 16 & \Rightarrow & 2x + 4y = 16 \\ x = 4 & \Rightarrow & x = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 - 2x - 3y + 4z = -12 \\ x - 2y + z = -5 \\ 3x + y + 2z = 1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x - 2y + z = -5 \\ 2x - 3y + 4z = -12 \\ 3x + y + 2z = 1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x - 2y + z = -5 \\ y + 2z = -2 \\ 7y - z = 16 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x - 2y + z &= -5 \\ y + 2z &= -2 \\ -15z &= 30 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} x - 2y + z &= -5 \\ y + 2z &= -2 \\ z &= -2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} x - 2y + z &= -5 \\ y &= 2 \\ z &= -2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} x &= 4 \\ y &= 2 \\ z &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} 3) \quad 3x + 2y + z = 2 \\ \quad 4x + 2y + 2z = 8 \\ \quad \quad x - y + z = 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4) \quad x + y = 5 \\ \quad 3x + 3y = 10 \end{array} \quad \begin{array}{l} 5) \quad 2x + 4y + 6z = -12 \\ \quad 2x - 3y - 4z = 15 \\ \quad 3x + 4y + 5z = -8 \end{array}$$

6)  $x + y - 2z = 5$   
 $2x + 3y + 4z = 2$  denklemlerini çözünüz

7)  $2x - y = 5$   
 $4x - 2y = t$  denklemleri veriliyor

a)  $t$  nin hangi değeri için denklemin çözümü vardır?  
" " " "

c) Pentlenin eşimisi olmanı için  $t$  nin farklı değerini buluy.

Q.2  $2x - y = 5 \Rightarrow \begin{matrix} 2x - y = 5 \\ 4x - 2y = t \end{matrix}$

a)  $t - 10 = 0 \Rightarrow t = 10$  için denklemin sonsuz adet çözümü var.

a)  $t - 10 = 0 \Rightarrow t = 10$  için denklemleri yazalım.  
b)  $t = 0$  alarak  $0 = -10$  olur ki yanlış. Çözüm yok.

c)  $t \neq 10$  için doğruydur.

8 - Homojen denklemler sisteminin her zaman çözümü vardır!

Çöz: Evet  $x_1=0, \dots, x_n=0$  daima bir çözümdür yani

homojen sistem çözümünü de verir.

9)

$$2x + 3y - z = 11$$

$$x - y + 2z = -7$$

$$4x + y - 2z = 12$$

veriliyor  $x=1, y=2, z=r$  çözümleri

olması için  $r$  ne olmalıdır.

Çöz:  $2 + 6 - r = 11 \Rightarrow r = -3$  . İki denkleminde sağlanır (görsün)

0 halde  $x=1, y=2, z=-3$  çözümdür

10 |  $3x - 2z = 4$

$$x - 4y + z = -5$$

$$-2x + 3y + 2z = 9$$

$x=r, y=2, z=1$  aynı soru

Çöz:  $3r - 2 = 4 \Rightarrow r = \frac{6}{3} = 2$

$$2 - 8 + 1 = -5$$

$$-4 + 6 + 2 = 4$$

3. denklemin sağlanacağı 0 halde çözüm değil.

11)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

$E = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  matrisleri veriliyor.

Aşağıdakileri (tanımlı olması durumunda) hesaplayınız.

$C + E, AB, BA, 2C - 3E, CB + D, AB + D^2, DA + B, E^T C,$

$C^T E, E^T B + F, F(C + D), FD - 3B, AB - 2D, 3 \cdot (2A), 6A$

$2F - 3(AE), BD + AE, A(BD), (AB)D, A(C + E)$

$AC + AE, A(C - 3E), A^T, (AB)^T, B^T A^T, (C + E)^T, A(2B)$

Çöz:  $C + E = \begin{bmatrix} 5 & -5 & 8 \\ 4 & 2 & 9 \\ 5 & 3 & 4 \end{bmatrix}, F C_{3 \times 3}$  tanımlı değil.

Diğerlerini siz yapın.

12)  $A = \begin{bmatrix} r & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$  veriliyor.  $AB^T = 0$  o.s.  
r'ı belirleyin

Çöz:  $AB^T = \begin{bmatrix} r & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \Rightarrow r + 3 - 2 = 0 \Rightarrow r = -1$

13) 
$$\begin{aligned} 2x + 3y - 3z + w + t &= 7 \\ 3x &+ 2z + 3t &= -2 \\ 2x + 3y &- 4w &= 3 \\ z + w + t &= 5 \end{aligned}$$
 veriliyor

- a) Katsayılar matrisini yazınız.  
b) Lineer sistemi matris formunda yazınız.  
c) Genişletilmiş katsayı matrisini yazınız.

Çöz a)  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

b)  $\left[ \begin{array}{ccccc|c} 2 & 3 & -3 & 1 & 1 & 7 \\ 3 & 0 & 2 & 0 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & 0 & -4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 5 \end{array} \right] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}, A \cdot X = B$

c)  $\left[ \begin{array}{ccccc|c} 2 & 3 & -3 & 1 & 1 & 7 \\ 3 & 0 & 2 & 0 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & 0 & -4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 5 \end{array} \right]$

14)  $\begin{bmatrix} a+b & c+d \\ c-d & a-b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 10 & 2 \end{bmatrix}$  ne  $a=1, b=1, c=1, d=1$

Çöz: 
$$\begin{aligned} a+b &= 4 & 2a &= 6 \Rightarrow a=3 \\ a-b &= 2 & 2c &= 16 & c=8 \\ c+d &= 6 & & & b=1 \\ c-d &= 10 & & & d=-2 \end{aligned}$$



$$15) a) x \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$b) x \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{linear sistemi}$$

matris formunda yazalım.

$$\text{Söz: } a) \begin{bmatrix} x \\ 2x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2y \\ 5y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x+y \\ 2x+5y+3z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} \right] = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$b) \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 2 & 0 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x+2y+z \\ x+y+2z \\ 2x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

16)  $AX=0$  homojen denklem sisteminin  $x, y$

iki çözümü olsun.

a)  $x+y$ , b)  $x-y$ , c)  $r \in \mathbb{R}, rX$ , d)  $r, s \in \mathbb{R}, rX+sY$

de çözümler gösteriniz.

Söz: d)  $AX=0, AY=0$  olsun.  $A(rX+sY)$   
 $= rAX + sAY = r \cdot 0 + s \cdot 0 = 0$ . 0 hatta  $rX+sY$   
 çözümler.

a)  $r=s=1$  al, b)  $r=1, s=-1$  al, c)  $r=r, s=0$  al.

17)  $AX=B$  denklem sisteminin bir den fazla çözümü varsa  
 sonsuz çözümü vardır gösteriniz.

Söz:  $X$  ve  $Y$  çözüm olsun.  $AX=B, AY=B$  olsun.

$r \in \mathbb{R}$  alalım.  $Z = rX + (1-r)Y$  ya düşünelim.

$$AZ = A(rX + (1-r)Y) = rAX + (1-r)AY = rB + B - rB = B$$

olup her  $r \in \mathbb{R}$  için  $rX + (1-r)Y$  çözümler yani sonsuz  
 çözümü vardır.