



İST156 İSTATİSTİK GİRİŞ II

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
İSTATİSTİK BÖLÜMÜ

UYGULAMA 5

Ar. Gör. Dr. Derya Turfan – Ar. Gör. Leyla Bakacak Karabenli

1. Çocuk felci aşılama programında bir bölgedeki aşılama oranının 0.80 olduğu düşünülmektedir. Bu bölgeden rasgele seçilen 25 çocuktan 18'inin aşılanmış olduğu saptandığına göre bölgedeki aşılama oranının 0.80 olduğu söylenebilir mi ($\alpha=0.05$)?

Kitle Oranı için Hipotez Testi

Hipotez testinde kitle oranının 0.80 değerine eşit olup olmadığı testi yapılaceğinin seçenek (alternative) hipotezine iki yönlü (two sided) tanımlaması yapılmıştır. Kitle oranında hipotez testinde Z test istatistiğinden yararlanılacaktır ve

$$H_0: P = 0.80$$

$$H_S: P \neq 0.80$$

hipotezi test edilecektir.

Z Test İstatistiğinin Hesaplanması $\rightarrow Z = \frac{p - P_0}{\sqrt{P_0(1-P_0)/n}}$

```
p <- 18/25 # örneklemden elde edilen değer
P0 <- 0.80 # test edilen değer
n <- 25 # örneklem büyüklüğü
zhesap <- (p-P0)/sqrt(P0*(1-P0)/n) # Z test istatistiği için 1. yöntem
zhesap
## [1] -1

# Tablo değerinin hesaplanması
alpha<-0.05
z.alpha<- qnorm(1-alpha/2)
z.alpha
## [1] 1.959964

# Güven aralığının hesaplanması
aralik <- c(p-z.alpha*sqrt(p*(1-p)/n), p+z.alpha*sqrt(p*(1-p)/n))
aralik
## [1] 0.5439957 0.8960043

install.packages("corpora") # corpora paketinin yüklenmesi
library(corpora) # corpora paketinin çağırılması

z.score(18, 25, p=0.80, correct = FALSE) # Z test istatistiği için 2. yöntem
## [1] -1

z.score.pval(18, 25, p=0.80, correct = FALSE, alternative = "two.sided") # p değeri
## [1] 0.3173105
```

Elde edilen sonuçlara göre,

- Eğer $|Z| \geq Z_{\alpha/2}$ ise H_0 reddedilir ($Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = 1.96$).
 $|Z| = -1 \rightarrow |-1| < Z_{0.025}$ olduğu için H_0 reddedilemez.
- $(0.544, 0.896)$ aralığı test edilen değer olan 0.80 'i içerdiği için H_0 reddedilemez.
- $p=0.317 > \alpha=0.05$ olduğu için H_0 reddedilemez.

Yorum: %5 anlamlılık düzeyinde H_0 reddedilemediği için bölgedeki aşılama oranının 0.80 olduğu söylenebilir.

2. Özel matematik dersi alan öğrencilerde alınan notlarda, 15 birimlik sapma olduğu iddia ediliyor. İddianın doğruluğunu araştırmak için rasgele seçilen 20 öğrencinin sınav notları aşağıda verilmiştir. Bu örneklem bilgisini kullanarak, iddia edilen hipotezi %5 anlamlılık düzeyinde test ediniz.

40	36	20	72	50	40	36	20	72	50
36	28	50	66	40	36	28	50	66	40

Kitle Varyansı için Hipotez Testi

Hipotez testinde kitle varyansının 225 değerine eşit olup olmadığıının testi yapılmak üzere seçenek (alternative) hipotezine iki yönlü (two sided) tanımlaması yapılmıştır. Kitle varyansının hipotez testinde Ki-kare test istatistiğinden yararlanılacaktır ve

$$H_0: \sigma^2 = 225$$
$$H_S: \sigma^2 \neq 225$$

hipotezi test edilecektir.

Ki-kare Test İstatistiğinin Hesaplanması $\rightarrow \chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$

```
veri <- c(40,36,20,72,50,40,36,20,72,50,36,28,50,66,40,36,28,50,66,40)
skare <- var(veri)
sd <- length(veri)-1
kikare <- (sd*skare)/225 # Ki-kare test istatistiği için 1. yöntem
kikare
## [1] 20.72533

install.packages("EnvStats") # EnvStats paketinin yüklenmesi
library(EnvStats) # EnvStats paketinin çağırılması
## Attaching package: 'EnvStats'

## The following objects are masked from 'package:stats':
##     predict, predict.lm

## The following object is masked from 'package:base':
##     print.default
```

```

# Ki-kare test istatistiği için 2. yöntem
varTest(veri, alternative = "two.sided", conf.level = .95, sigma.squared = 225)
##
## Chi-Squared Test on Variance
##
## data: veri
## Chi-Squared = 20.725, df = 19, p-value = 0.7043 # Test istatistiği ve p değeri
## alternative hypothesis: true variance is not equal to 225 # Hipotez bilgisi
## 95 percent confidence interval: # Güven aralığı
## 141.9443 523.5717
## sample estimates:
## variance
## 245.4316

```

Elde edilen sonuçlara göre,

- Eğer $\chi^2 \leq \chi_{n-1;(1-\alpha/2)}^2$ veya $\chi^2 \geq \chi_{n-1;(\alpha/2)}^2$ ise H_0 reddedilir.

$$\chi^2 = 20.725$$

$$\chi_{n-1;(1-\alpha/2)}^2 = \chi_{19;0.975}^2 = 8.907$$

$$\chi_{n-1;(\alpha/2)}^2 = \chi_{19;0.025}^2 = 32.852$$

$8.907 \leq \chi^2 \leq 32.852$ olduğu için H_0 reddedilemez.

- (141.9443,523.5717) aralığı test edilen değer olan 225'i içerdiği için H_0 reddedilemez.
- $p=0.7043 > \alpha=0.05$ olduğu için H_0 reddedilemez.

Yorum: %5 anlamlılık düzeyinde H_0 reddedilemediği için notlarda 15 birimlik sapma olduğu söylenebilir.

3. Bir yiyecek maddesinin üzerindeki etikette bu yiyecek maddesinin dayanma süresinin ortalamasının 20, varyansının 4 olduğu yazmaktadır. Bu iddianın doğru olup olmadığını görmek için rasgele 5 örneklem seçiliyor ve dayanma sürelerine bakılıyor. Dayanma süresinin 20 günden fazla olup olmadığını %5 anlamlılık düzeyinde test ediniz.

$$X_i = 21, 24, 18, 19, 25$$

Kitle Ortalaması için Hipotez Testi

Kitle varyansı (σ^2) bilindiği için z testi (kitle varyansı ile) kullanılır.

$$\begin{aligned} H_0: \mu &= 20 \\ H_S: \mu &> 20 \end{aligned}$$

Z Test İstatistiğinin Hesaplanması $\rightarrow Z = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

```

sure <- c(21, 24, 18, 19, 25)
install.packages("BSDA") # BSDA paketinin yüklenmesi
library(BSDA) # BSDA paketinin çağırılması

```

```

## Loading required package: lattice
## Attaching package: 'BSDA'
## The following object is masked from 'package:datasets':
##     Orange

z.test(sure, mu=20, alternative = "greater", sigma.x = 2)
## One-sample z-Test
## data: sure
## z = 1.5652, p-value = 0.05876 # Test istatistiği ve p değeri
## alternative hypothesis: true mean is greater than 20 # Hipotez bilgisi
## 95 percent confidence interval: # Güven aralığı
## 19.9288      NA
## sample estimates:
## mean of x
##       21.4

```

Elde edilen sonuçlara göre,

- Eğer $Z \geq Z_\alpha$ ise H_0 reddedilir ($Z_\alpha = Z_{0.05}=1.645$).
 $Z=1.565 < Z_{0.05}=1.645$ olduğu için H_0 reddedilemez.
- $P(19.9288 < \mu) = 0.95$ aralığı test edilen değer olan 20'yi içerdigi için H_0 reddedilemez.
- $p=0.059 > \alpha=0.05$ olduğu için H_0 reddedilemez.

Yorum: %5 anlamlılık düzeyinde H_0 reddedilemediği için dayanma süresinin 20 günden fazla olmadığı söylenebilir.

4. Bir firma tarafından piyasaya sürülen reçel kutularının aralarından seçilen 35 tanesinin ağırlıkları gram olarak aşağıda verilmiştir. Reçel ağırlıklarının ortalamasının 160'tan küçük olduğu iddiasını %5 anlamlılık düzeyinde test ediniz.

164	159	147	146	160	136	165
161	158	156	154	153	140	135
158	169	134	127	175	160	145
170	152	165	136	165	135	153
161	160	162	140	142	146	150

Kitle Ortalaması için Hipotez Testi

Kitle varyansı (σ^2) bilinmediği ve $n > 30$ olduğu için z testi (örneklem varyansı ile) kullanılır.

$$H_0: \mu=160$$

$$H_S: \mu < 160$$

Z Test İstatistiğinin Hesaplanması $\rightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

```

agirlik <- c(164, 161, 158, 170, 161, 159, 158, 169, 152, 160, 147, 156, 134, 165, 162, 146, 154, 127,
136, 140, 160, 153, 175, 165, 142, 136, 140, 160, 135, 146, 165, 135, 145, 153, 150)
library(BSDA) # BSDA paketinin çağırılması

```

```

z.test(agirlik, mu=160, alternative ="less", sigma.x = sd(agirlik))
## One-sample z-Test
## data: agirlik
## z = -3.6538, p-value = 0.0001292 # Test istatistiği ve p değeri
## alternative hypothesis: true mean is less than 160 # Hipotez bilgisi
## 95 percent confidence interval: # Güven aralığı
##       NA 155.8998
## sample estimates:
## mean of x
## 152.5429

```

Elde edilen sonuçlara göre,

- Eğer $Z \leq -Z_\alpha$ ise H_0 reddedilir ($Z_\alpha = Z_{0.05}=1.645$).
 $Z = -3.65 < -Z_{0.05}=-1.645$ olduğu için H_0 reddedilir.
- $P(\mu < 155.8998)=0.95$ aralığı test edilen değer olan 160'ı içermediği için H_0 reddedilir.
- $p=0.0001 < \alpha=0.05$ olduğu için H_0 reddedilir.

Yorum: %5 anlamlılık düzeyinde H_0 reddedildiği için reçel ağırlıklarının 160'dan az olduğu söylenebilir.

5. Bir kafe kendi işyerinde hizmet veren bir falcının fallarının %90 tuttuğunu iddia etmektedir. Bu nedenle kafeye gelen ve fal baktırıldan rasgele seçilen 150 kişinin 110'u falımız çıktı demıştır. Kafe'nin iddiasını %5 anlamlılık düzeyinde test ediniz.

Kitle Oranı için Hipotez Testi

Hipotez testinde kitle oranının 0.90 değerine eşit olup olmadığı testi yapılabileceği için seçenek (alternative) hipotezine iki yönlü (two sided) tanımlaması yapılmıştır. Kitle oranında hipotez testinde Z test istatistiğinden yararlanılacaktır ve

$$H_0: P = 0.90 \\ H_S: P \neq 0.90$$

hipotezi test edilecektir.

Z Test İstatistiğinin Hesaplanması → $Z = \frac{p-P_0}{\sqrt{P_0(1-P_0)/n}}$

```

p <- 110/150 # örneklemden elde edilen değer
P0 <- 0.90 # test edilen değer
n <- 150 # örneklem büyüklüğü
zhesap <- (p-P0)/sqrt(P0*(1-P0)/n) # Z test istatistiği
zhesap
## [1] -6.804138

# Tablo değerinin hesaplanması
alpha<-0.05
z.alpha<- qnorm(1-alpha/2)
z.alpha
## [1] 1.959964

```

```

aralik <- c(p-z.alpha*sqrt(p*(1-p)/n), p+z.alpha*sqrt(p*(1-p)/n))
aralik
## [1] 0.6625652 0.8041014

library(corpora) # corpora paketinin çağırılması

z.score(110, 150, p=0.90, correct = FALSE)
## [1] -6.804138

z.score.pval(110, 150, p=0.90, correct = FALSE, alternative = "two.sided")
## [1] 1.016559e-11

```

Elde edilen sonuçlara göre,

- Eğer $|Z| \geq Z_{\alpha/2}$ ise H_0 reddedilir ($Z_{\alpha/2} = Z_{0.025}=1.96$).
 $|Z| = -6.80 \rightarrow |-6.80| > Z_{0.025}$ olduğu için H_0 reddedilir.
- $(0.662, 0.804)$ aralığı test edilen değer olan 0.90 'ı içermediği için H_0 reddedilir.
- $p=1.016559e-11 < \alpha=0.05$ olduğu için H_0 reddedilir.

Yorum: %5 anlamlılık düzeyinde H_0 reddedildiği için falların tutma oranının 0.90 olmadığı söylenebilir.

6. 16 denekli bir örneklemin varyansı 2.23'tür. Örneklemin, varyansı 1.5 olan bir kitleden çekilipten çekilmemiğini %5 anlamlılık düzeyinde test ediniz.

Kitle Varyansı için Hipotez Testi

Hipotez testinde kitle varyansının 1.5 değerine eşit olup olmadığını testi yapılmak üzere seçenek hipotezine iki yönlü tanımlaması yapılmıştır. Kitle varyansının hipotez testinde Ki-kare test istatistiğinden yararlanılacaktır ve

$$H_0: \sigma^2 = 1.5$$

$$H_S: \sigma^2 \neq 1.5$$

hipotezi test edilecektir.

Ki-kare Test İstatistiğinin Hesaplanması $\rightarrow \chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$

```

skare<- 2.23
sd<-15
kikare<- (sd*skare)/1.5
kikare
## [1] 22.3

```

Elde edilen sonuçlara göre,

- Eğer $\chi^2 \leq \chi_{n-1; (1-\alpha/2)}^2$ veya $\chi^2 \geq \chi_{n-1; (\alpha/2)}^2$ ise H_0 reddedilir.

$$\chi^2 = 22.3$$

$$\chi_{n-1; (1-\alpha/2)}^2 = \chi_{15; 0.975}^2 = 6.262$$

$$\chi_{n-1; (\alpha/2)}^2 = \chi_{15; 0.025}^2 = 27.488$$

$$\chi_{15; 0.975}^2 \leq \chi^2 \leq \chi_{15; 0.025}^2 \text{ olduğu için } H_0 \text{ reddedilemez.}$$

Yorum: %5 anlamlılık düzeyinde H_0 reddedilemediği için varyansın 1.5 olduğu söylenebilir.