

UYGULAMA VII

1. X sürekli raslantı değişkeni $[-\alpha, \alpha]$ aralığında tek biçimli dağılıma sahiptir. Buna göre,

$$P(|X| \leq 1) = P(|X| > 1)$$

eşitliğini sağlayan α ($\alpha > 0$) değerini bulunuz.

2. Bir bilgisayar merkezinde bulunan bir süper bilgisayarın devre kartının arızalanması, yeni bir kart teslim edilene kadar yapılacak işleri kesintiye uğratmaktadır. Yeni bir devre kartı, bir ile on gün arasında rasgele bir zamanda merkeze teslim edilmektedir. Teslim süresi, Y raslantı değişkeni ile gösterilsin. Devre kartının maliyeti, 500 TL' dir. Arızadan dolayı işlerdeki aksamanın maliyeti ise, Y^2 ile doğru orantılı olarak artmaktadır. Toplam oluşan maliyet ise, $C = 500 + 50Y^2$ TL olmaktadır.
- (a) Devre kartının 2 gün içinde teslim edilmesi olasılığı nedir?
 - (b) Teslim süresinin 6 günü aşması olasılığı nedir?
 - (c) Ortalama kaç gün içerisinde yeni bir devre kartı merkeze teslim edilmektedir?
 - (d) Devre kartının arızalanması sonucu oluşan beklenen maliyeti bulunuz.
3. Bir çağrı merkezi, gece yarısı 00 : 00' dan başlayarak bir saatliğine aktif ve daha sonra iki saatliğine kapalı konumda oluyor. Bu işleyiş düzenli bir döngüde devam etmektedir. Uygulanan program hakkında bilgisi olmayan bir kişi, 03 : 00 - 08 : 00 arasında rasgele bir zamanda çağrı merkezini aramaktadır. Kişi aradığında, çağrı merkezinin aktif olması olasılığı nedir?
4. Bir karayolu yapımı çalışmasında, hazır beton taşıyan kamyonların kalkış noktalarından şantiyeye varış süresi 50 dakika ile 70 dakika arasında rasgele bir zamanda olmaktadır.
- (a) Varış süresinin 55 dakikayı aştığı biliniyorsa, kamyonların 65 dakikadan sonra şantiyeye varması olasılığı nedir?
 - (b) Kamyonların şantiyeye varış sürelerinin ortalama ve varyansını bulunuz.
5. Bir transistörün yaşam süresi, ortalama 100 çalışma saati ile üstel dağılıma sahiptir.
- (a) Transistörün yaşam fonksiyonunu bulunuz.
 - (b) Transistörün en az 50 saat çalışması olasılığını bulunuz.
 - (c) Yaşam süresinin dağılım fonksiyonunu bulunuz.
 - (d) Transistörün 40 ile 120 saat arasında çalışması olasılığını hesaplayınız.
 - (e) 400 saatte transistörün 3' ten fazla arıza yapması olasılığını bulunuz?
6. Matematik dersinde herhangi bir öğrenci saatte ortalama 6 sınav sorusu çözebilmektedir.
- (a) Öğrencinin yirmi dakika içerisinde 2' den az soru çözmesi olasılığı nedir?
 - (b) Öğrenci, bir soruyu ortalama kaç dakikada çözmektedir?
 - (c) Öğrencinin bir soruyu 5 ile 8 dakika arasında çözmesi olasılığı nedir?
7. X kesikli raslantı değişkeni p parametresi ile geometrik dağılıma; Y sürekli raslantı değişkeni ise $\lambda = 3$ parametresi ile üstel dağılıma sahip olsun. $P(X > 1) = P(Y > 1)$ eşitliğini sağlayan p parametresini bulunuz.

8. Kuzey Amerika bölgesinde kaydedilen depremlerin büyüklüğü, Richter ölçeğine göre ortalaması 4 olan üstel dağılıma uymaktadır. Deprem büyüklüğü, X raslantı değişkeni ile gösterilsin.
- (a) Bu bölgede gerçekleşen bir depremin Richter ölçeğinde 5.0' i aşması olasılığını bulunuz.
 - (b) Richter ölçeğinde depremlerin yüzde kaç 3.0 ve 5.0 arasına düşer?
 - (c) Bir sürekli raslantı değişkeninin dağılımının ortanca değeri, $P(X \leq \phi_{0.5}) = 0.5$ eşitliğini sağlayan $\phi_{0.5}$ değeridir. Buna göre, X' in dağılımının ortanca değeri nedir?
9. Park ve bahçelerin sulanması için kullanılan bir pompalama istasyonundaki su pompalarından talep edilen su miktarları kalite kontrol amacıyla incelenmiştir. 13 : 00 ile 15 : 00 saatleri arasında herhangi bir pompadan saniyede talep edilen su miktarı, ortalaması 25 litre olan üstel dağılıma uymaktadır. Belirlenen saatlerde herhangi bir pompa, su talebinin sadece 99%' unu karşılayabiliyordur. Aksi durumda, kapasitesini aşmaktadır. Bu durumda, pompanın kapasitesi saniyede kaç litredir?
10. Geçmiş araştırmalar, Amerika iç hat yolcu uçuşlarındaki ölümcül kazalar arasındaki sürelerin yaklaşık olarak üstel dağılıma sahip olduğunu göstermektedir. Kazalar arasında geçen sürenin, ortalama 44 ay olduğu varsayılın.
- (a) Rasgele seçilen bir yılın 1 temmuz tarihinde bir kaza gerçekleşmiş ise, aynı yılın içerisinde bir kaza daha olması olasılığı nedir?
 - (b) Kazalar arasında geçen sürenin varyansı nedir?
11. Bir kitapçıya gelen müşteriler arasında geçen sürenin (dakika) dağılım fonksiyonu aşağıda verilmiştir:
- $$\begin{aligned} F_{\mathbf{X}}(x) &= 1 - e^{-0.05x} & , \quad x > 0 \text{ ise} \\ &= 0 & , \quad x \leq 0 \text{ ise} \\ &= 1 & , \quad x \rightarrow +\infty \text{ ise} \end{aligned}$$
- (a) Birbiri ardı sıra gelen iki müşteri arasında en çok 30 dakika geçmesi olasılığını bulunuz.
 - (b) İki müşteri arasında geçen ortalama süre kaç dakikadır?
 - (c) Bir saatte 2' den az müşteri gelmesi olasılığı nedir?
 - (d) $Y = \frac{X}{10}$ raslantı değişkeninin moment çıkaran fonksiyonunu bularak dağılımını belirleyiniz.
12. Bir anahtarcının kırk dairelik bir apartmandaki tüm dairelerin dış kapı kilitlerini değiştirmesi için harcadığı toplam süre, ortalaması 10 saat olan üstel dağılıma uymaktadır. Toplam harcanan süre, Y raslantı değişkeni ile gösterilsin. Yapılan işlemin maliyeti, $C = 100 + 40Y + 3Y^2$ TL olsun. Bu durumda, maliyetin beklenen değerini ve varyansını bulunuz.
13. X raslantı değişkeni, $n = 3$ ve $\lambda = 35$ parametreleriyle gamma dağılımına sahiptir.
- (a) X sürekli raslantı değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonunu yazınız.
 - (b) $n = 1$ olması durumunda bu dağılım hangi dağılıma dönüşmektedir?
 - (c) $E(X)$ beklenen değerini, $V(X)$ varyansını ve $M_X(t)$ moment çıkaran fonksiyonunu yazınız.
 - (d) $Y = \frac{X}{7}$ raslantı değişkeninin moment çıkaran fonksiyonunu bularak dağılımını belirleyiniz.
 - (e) $W = \frac{3X}{5} - 2$ raslantı değişkeninin beklenen değerini, varyansını ve moment çıkaran fonksiyonunu bulunuz.