

UYGULAMA IX

1. X ve Y kesikli raslantı değişkenlerinin bileşik olasılık fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$p_{\mathbf{XY}}(x) = \frac{x+y}{21} \quad , \quad x = 1, 2, 3 \text{ ve } y = 1, 2 \text{ ise}$$
$$= 0 \quad , \quad \text{diğer } x \text{ ve } y \text{ değerleri için}$$

- (a) $p(x | y)$ koşullu olasılık fonksiyonunu, $E(3X+5 | Y = 1)$ koşullu beklenen değerini, $F(x | y)$ koşullu dağılım fonksiyonunu ve $P(X \leq 2 | Y = 1)$ koşullu olasılık değerini bulunuz.
- (b) $p(y | x)$ koşullu olasılık fonksiyonunu, $V(2Y | X = 3)$ koşullu varyansını, $F(y | x)$ koşullu dağılım fonksiyonunu ve $P(Y \leq 1 | X = 2)$ koşullu olasılık değerini bulunuz.
- (c) $p(y | X > 1)$ koşullu olasılık fonksiyonunu, $E(4Y | X > 1)$ koşullu beklenen değerini ve $F(y | X > 1)$ koşullu dağılım fonksiyonunu bulunuz.
- (d) $p(y | X \leq 2)$ koşullu olasılık fonksiyonunu, $F(y | X \leq 2)$ koşullu dağılım fonksiyonunu ve $P(Y > 1 | X \leq 2)$, $P(Y < 1 | X \leq 2)$, $P(Y < 4 | X \leq 2)$ koşullu olasılık değerlerini bulunuz.

2. X ve Y sürekli raslantı değişkenlerinin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$f_{\mathbf{XY}}(x, y) = \frac{1}{3}(x+y) \quad , \quad 0 < x < 1, 0 < y < 2 \text{ ise}$$
$$= 0 \quad , \quad \text{diğer } x \text{ ve } y \text{ değerleri için}$$

- (a) $f(x | y)$ ve $f(y | x)$ koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonlarını bulunuz.
- (b) $E(2X | Y = 1)$ ve $E(3Y | X = 0.5)$ koşullu beklenen değerleri hesaplayınız.
- (c) $F(x | y)$ ve $F(y | x)$ koşullu dağılım fonksiyonlarını bulunuz.
- (d) $P(X \leq 0.5 | Y = 1)$ ve $P(0.6 < Y < 1.5 | X = 0.2)$ koşullu olasılık değerlerini bulunuz.
- (e) $f(y | X \leq 0.5)$ koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunu $F(y | X \leq 0.5)$ koşullu dağılım fonksiyonunu yardımıyla bulunuz.
- (f) $E(7Y + 8 | X \leq 0.5)$ koşullu beklenen değerini hesaplayınız.
- (g) $f(x | Y \geq 1)$ koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunu $F(x | Y \geq 1)$ koşullu dağılım fonksiyonunu yardımıyla bulunuz.
- (h) $P(0.4 < X < 0.9 | Y \geq 1)$, $P(X < 2 | Y \geq 1)$ ve $P(X > 4 | Y \geq 1)$ koşullu olasılık değerlerini bulunuz.
- (i) $V(4X + 3 | Y \geq 1)$ koşullu varyansın değerini hesaplayınız.

3. X ve Y sürekli raslantı değişkenlerinin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{XY}}(x) &= \frac{xy}{9} \quad , \quad 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2 \text{ ise} \\ &= 0 \quad , \quad \text{diğer } x \text{ ve } y \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

- (a) X ve Y bağımsız raslantı değişkenleri midir?
- (b) $f(y | X \leq 1)$ koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.
- (c) $E(7X | Y \leq 1.5)$ koşullu beklenen değerini hesaplayınız.

4. X ve Y kesikli raslantı değişkenlerinin bileşik olasılık fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} p_{\mathbf{XY}}(x) &= \frac{1}{25} \quad , \quad x, y \in \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ ise} \\ &= 0 \quad , \quad \text{diğer } x \text{ ve } y \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

- (a) X ve Y bağımsız raslantı değişkenleri midir?
- (b) $P(X < 3 | Y \geq 2)$ koşullu olasılığını bulunuz.
- (c) $E(Y | X < 4)$ koşullu beklenen değerini hesaplayınız.

5. X ve Y sürekli raslantı değişkenlerinin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{XY}}(x) &= \frac{xy}{512} \quad , \quad 0 < x < y < 8 \text{ ise} \\ &= 0 \quad , \quad \text{diğer } x \text{ ve } y \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

Buna göre, $f(x | 3 \leq Y \leq 6)$ koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.

6. X ve Y sürekli raslantı değişkenlerinin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{XY}}(x) &= 2(x + y - 2xy) \quad , \quad 0 \leq x, y \leq 1 \text{ ise} \\ &= 0 \quad , \quad \text{diğer } x \text{ ve } y \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

- (a) $f(x | 0.2 \leq Y \leq 0.6)$ koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunu $F(x | 0.2 \leq Y \leq 0.6)$ koşullu dağılım fonksiyonunu yardımıyla bulunuz.
- (b) $P(X \geq 0.5 | 0.2 \leq Y \leq 0.6)$ koşullu olasılık değerini bulunuz.
- (c) $V(5X + 9 | 0.2 \leq Y \leq 0.6)$ koşullu varyansın değerini hesaplayınız.