

Koordinatlar

Tanım: V bir vektör uzayı ve $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ V 'nin bir tabanı olsun. S kümesini kümedeki sıralamasıyla taban elementlerini sıralı olarak düşünersek S 'ye V 'nin sıralı tabanı denir.

$S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ sıralı tabanı ile $S' = \{v_2, v_1, v_3, \dots, v_n\}$ sıralı tabanı aynı değildir. Fakat bu iki küme aynı kümelerdir.

Tanım: V bir vektör uzayı ve $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ sıralı bir taban olsun. Her $v \in V$ için

$$v = c_1 v_1 + c_2 v_2 + \dots + c_n v_n \quad \text{ifadesindeki}$$

$c_i \in \mathbb{R}$ için

$$[v]_S = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

sütun matrisine v 'nin S tabanına göre koordinatı denir.

Örnek: $p(t) = 5t - 2 \in P_1$ için

$$P_1 = \langle 1, t \rangle$$

i) $S = \{t, 1\}$

ii) $S' = \{1, t\}$

iii) $B = \{t+1, t-1\}$

tabanlarına göre koordinatlarını bulunuz.

Übung

$$p(t) = 5t - 1$$

$$\textcircled{i} \quad S = \{t, 1\}$$

$$\begin{aligned} p(t) &= 5 \cdot t + (-1) \cdot 1 \Rightarrow c_1 = 5 \\ &= c_1 \cdot t + c_2 \cdot 1 \quad c_2 = -1 \end{aligned}$$

$$[p(t)]_S = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{ii} \quad S' = \{1, t\}$$

$$p(t) = \underbrace{(-1)}_{c_1} \cdot 1 + \underbrace{(5)}_{c_2} \cdot t$$

$$[p(t)]_{S'} = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{iii} \quad B = \{t+1, t-1\}$$

$$\begin{aligned} p(t) = 5t - 1 &= c_1 \cdot (t+1) + c_2 \cdot (t-1) \\ &= (c_1 + c_2) \cdot t + (c_1 - c_2) \cdot 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad c_1 + c_2 &= 5 \\ + \quad c_1 - c_2 &= -1 \end{aligned}$$

$$[p(t)]_B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$2c_1 = 4 \Rightarrow c_1 = 2 \Rightarrow c_2 = 3$$

Not: Koordinatlar herhangi bir vektör uzayının elemanlarını
sütun vektörleri olarak ifade etmeye yarayan araçlardır.

Not: V bir vektör uzayı ve B , V 'nin bir sıralı
tabanı olsun. $v, w \in V$ o.i.

$$[v]_B = [w]_B \Leftrightarrow v = w$$