UYGULAMA X

1. X_1 ve X_2 kesikli raslantı değişkenlerinin bileşik olasılık fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} p(x_1,x_2) &= \frac{x_1^2+x_2^2}{25} \quad , \quad x_1\,,\, x_2 \in \{(1,1),(1,3),(2,3)\} \text{ ise} \\ &= 0 \quad , \quad \text{diğer } x_1 \text{ ve } x_2 \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

   Buna göre, $Y_1 = X_1 + X_2$ ve $Y_2 = X_1 - X_2$ kesikli raslantı değişkenlerinin bileşik olasılık fonksiyonunu bulunuz.

2. X_1 ve X_2 kesikli raslantı değişkenlerinin bileşik olasılık fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} p(x_1,x_2) &= \frac{1}{4} \quad , \quad x_1, x_2 \in \{(-1,-1),(-1,1),(1,-1),(1,1)\} \text{ ise} \\ &= 0 \quad , \quad \text{diğer } x_1 \text{ ve } x_2 \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

   Buna göre, $Y_1 = X_1 - X_2$ ve $Y_2 = X_1$ kesikli raslantı değişkenleri tanımlansın. Y_1' in marjinal olasılık fonksiyonunu bulunuz.

3. X_1 ve X_2 sürekli raslantı değişkenlerinin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} f(x_1,x_2) &= x_1x_2 \quad , \quad 0 \le x_1 \le 1 \,,\, 0 \le x_2 \le 2 \text{ ise} \\ &= 0 \quad , \quad \text{diğer } x_1 \text{ ve } x_2 \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

   Buna göre, $Y_1 = 2X_1 + X_2$ ve $Y_2 = 3X_1 + 2X_2$ sürekli raslantı değişkenlerinin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.

4. X_1 ve X_2 sürekli raslantı değişkenlerinin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} f(x_1,x_2) &= 2(x_1+x_2) \quad , \quad 0 \le x_1 \le x_2 \le 1 \text{ ise} \\ &= 0 \quad , \quad \text{diğer } x_1 \text{ ve } x_2 \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

   Buna göre, $Y_1 = X_2 - X_1$ ve $Y_2 = X_2$ sürekli raslantı değişkenlerinin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonunu ve Y_1' in marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.

5. X_1 ve X_2 kesikli raslantı değişkenlerinin bileşik olasılık fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} p(x_1,x_2) &= e^{-3}\frac{2^{x_1}}{x_1!x_2!} \quad , \quad x_1\,,\, x_2 \in \{0,1,2,3,\ldots\} \text{ ise} \\ &= 0 \quad , \quad \text{diğer } x_1 \text{ ve } x_2 \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

   Buna göre, $Y_1 = X_1 + X_2$ ve $Y_2 = X_1$ kesikli raslantı değişkenleri tanımlansın. Y_1' in marjinal olasılık fonksiyonunu bulunuz.

6. X_1 ve X_2 sürekli raslantı değişkenlerinin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} f(x_1,x_2) &= 8x_1x_2 \quad , \quad 0 \le x_1 \le x_2 \le 1 \text{ ise} \\ &= 0 \quad , \quad \text{diğer } x_1 \text{ ve } x_2 \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

Buna göre, $Y_1 = \frac{X_1}{X_2}$ ve $Y_2 = X_2$ sürekli raslantı değişkenlerinin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonunu ve marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonlarını bulunuz.

7. X_1 ve X_2 sürekli raslantı değişkenlerinin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} f(x_1,x_2) &= 2(1-x_1) \quad , \quad 0 \le x_1 \le 1 \ , \ 0 \le x_2 \le 1 \text{ ise} \\ &= 0 \quad , \quad \text{diğer } x_1 \text{ ve } x_2 \text{ değerleri için} \end{aligned}$$

Buna göre, $Y_1 = X_1X_2$ ve $Y_2 = X_1$ sürekli raslantı değişkenleri tanımlansın. Y_1' in marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.

8. X_1 ve X_2 sürekli raslantı değişkenleri birbirinden bağımsız ve $\lambda = 1$ parametresiyle üstel dağılıma sahiptirler. $Z_1 = X_1 + X_2$ ve $Z_2 = X_2$ sürekli raslantı değişkenleri tanımlansın. Buna göre, Z_1' in marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.

9. X_1 ve X_2 kesikli raslantı değişkenlerinin birbirinden bağımsız olduğu kabul edilsin. Bu değişkenlerin marjinal dağılımları, $X_1 \sim \text{Poisson}(\lambda_1)$ ve $X_2 \sim \text{Poisson}(\lambda_2)$'dir. Buna göre, $Y_1 = X_1 + X_2$ ve $Y_2 = X_2$ kesikli raslantı değişkenleri tanımlansın. Y_1' in marjinal olasılık fonksiyonunu bulunuz.

$$P_y(y_1,y_2) = \frac{e^{-(\lambda_1+\lambda_2)} \cdot \lambda_1^{(y_1-y_2)} \cdot \lambda_2^{y_2}}{(y_1-y_2)! \cdot (y_2)!} , \qquad y_1 = 2y_2 \longrightarrow y_2 \le y_1 \quad y_2 = 0,1,2,\ldots$$

$$P_y(y_1) = \sum_{y_2=0}^{y_1} \frac{e^{-(\lambda_1+\lambda_2)} \cdot \lambda_1^{(y_1-y_2)} \cdot \lambda_2^{y_2}}{(y_1-y_2)! \cdot (y_2)!} = \frac{e^{-\lambda_1-\lambda_2}}{y_1!} \cdot \sum_{y_2=0}^{y_1} \binom{y_1}{y_2} \cdot \lambda_1^{(y_1-y_2)} \cdot \lambda_2^{y_2}$$