HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
İSTATİSTİK BÖLÜMÜ

İST156 İSTATİSTİĞE GİRİŞ II

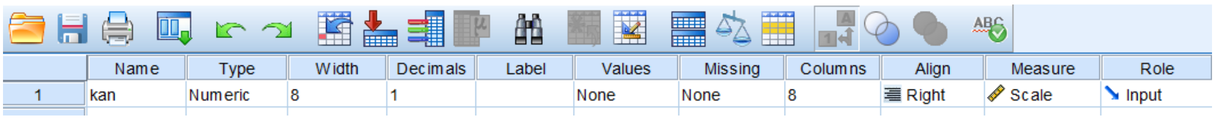
UYGULAMA 2

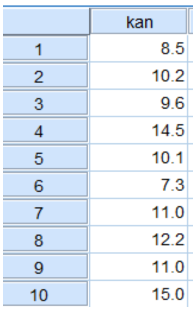
Ar. Gör. Dr. Derya Turfan – Ar. Gör. Leyla Bakacak Karabenli

1) Bir tansiyon ilacının verildiği 10 hastanın kan pıhtılaşma zamanları dakika olarak verilmiştir. Buna göre kitle ortalaması için %95 güven aralığını bulunuz.

8.5	10.2	9.6	14.5	10.1	7.3	11.0	12.2	11.0	15.0

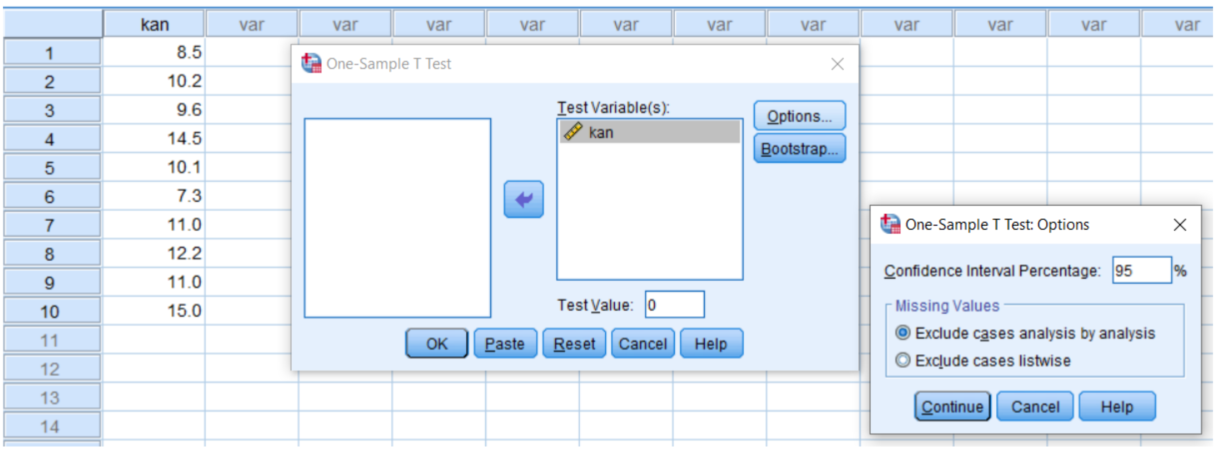
Veri girişi için SPSS'te *Variable View* penceresinde *kan* ismi ile değişken tanımlanmış ve *Data View*'de gözlem değerlerinin girişi yapılmıştır.





Kitle varyansı bilinmediği ve n<30 olması sebebi ile t testinden yararlanılır. Bu durumda SPSS'te kitle ortalamasına ait güven aralığının hesaplanması için aşağıdaki adımlar izlenir.

Analyze → Compare Means → One Sample T-Test



Hazırlayanlar: Ar. Gör. Ceren Ünal, Ar. Gör. Leyla Bakacak Karabenli

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
kan	10	10.940	2.4268	.7674

One-Sample Test

	Test Value = 0					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
kan	14.256	9	.000	10.9400	9.204	12.676

Çözüm:

σ^2 bilinmiyor, n<30 → t

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 8.5 + \cdots + 15 = 109.4$$

$$\bar{X} = \frac{109.4}{10} = 10.94$$

$$S^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n}(x_j - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{(8.5-10.94)^2 + \cdots + (15.0-10.94)^2}{10-1} = 5.89 \rightarrow S \cong 2.43$$

$$1-\alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow t_{0.05/2;10-1} = t_{0.025;9} = 2.262$$

$$P\left(\bar{X} - t_{\alpha/2,n-1}\frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{\alpha/2,n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(10.94 - 2.262\frac{2.43}{\sqrt{10}} < \mu < 10.94 + 2.262\frac{2.43}{\sqrt{10}}\right) = 0.95$$

$$P(9.20 < \mu < 12.68) = 0.95$$

Yorum: Kan pıhtılaşma süresinin 9.20 dk ile 12.68 dk arasında olduğunu %95 güven düzeyinde söyleyebiliriz.

2) 12 adet çikolata paketi tartılmış ve paketlerin ağırlıkları aşağıdaki gibi bulunmuştur.

42.6	43.1	42.1	42.7	41.9	41.8	42.4	42.3	42.8	42.7	42.6	43.3

$$\sum_{i=1}^{12} x_i = 510.3\,, S = 0.4515$$

Paketlerin ağırlığındaki değişim için %99 güven aralığını bulunuz ve yorumlayınız.

SPSS'te varyans için güven aralığını bulmamız mümkün olmadığı için çözümü kendimiz yapalım.

$S = 0.4515$

$n = 12$

$1 - \alpha = 0.99 \rightarrow \alpha = 0.01 \rightarrow \chi^2_{0.01/2;12-1} = 26.757 \quad \chi^2_{1-(0.01/2);12-1} = 2.603$

$$P\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2;n-1}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2;n-1}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\frac{(12-1)0.4515^2}{26.757} < \sigma^2 < \frac{(12-1)0.4515^2}{2.603}\right) = 0.99$$

$$P(0.0838 < \sigma^2 < 0.8621) = 0.99$$

Yorum: Paketlerin ağırlığındaki değişimin 0.0838 ile 0.8621 arasında olduğu %99 güven düzeyinde söylenebilir.

3) Bir ekmek üreticisinin ürettiği ekmeklerin ağırlıklarının varyansı 1.5 birimdir. Rastgele seçilen 12 ekmeğin ağırlıklarına bakılıyor. Ortalama ekmek ağırlığına ilişkin %90 güven aralığını hesaplayınız.

401.49	400.23	401.24	398.6	403.17	399.96	400.21	398.11	402.3	400.04	399.09	401.25

SPSS'te kitle varyansının bilinmesi durumunda kitle ortalaması için güven aralığını bulmak mümkün olmadığı için elle çözümüne bakalım.

σ^2 biliniyor → Z

σ=1.22

n =12

$\bar{X}$=400.47

$1 - \alpha = 0.90 \rightarrow \alpha = 0.10 \rightarrow Z_{0.1/2} = Z_{0.05} = 1.645$

$$P\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(400.47 - 1.645\frac{1.22}{\sqrt{12}} < \mu < 400.47 + 1.645\frac{1.22}{\sqrt{12}}\right) = 0.90$$

$$P(399.89 < \mu < 401.05) = 0.90$$

Yorum: Bu güven aralığının kitle ortalamasını kapsama olasılığı %90'dır. Üretilen ekmeklerin ortalama ağırlıklarının 399.89 gr ile 401.05 gr arasında olduğunu (%90 güvenle) söyleyebiliriz.

4) Bir konserve fabrikasının ürettiği 5000 konservenin ağırlığının standart sapması 20 gr'dır. Üretilen bu konservelerden 100 tanesi rasgele seçilmiş ve ortalaması 950 gr bulunmuştur. Kitle ortalaması için %95 güven aralığını bulunuz.

Çözüm:

σ^2 biliniyor → Z
σ=20
n =100
$\bar{X}$=950
$1-\alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow Z_{0.05/2} = Z_{0.025} = 1.96$

$$P\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(950 - 1.96\frac{20}{\sqrt{100}} < \mu < 950 + 1.96\frac{20}{\sqrt{100}}\right) = 0.95$$

$$P(946.08 < \mu < 953.92) = 0.95$$

Yorum: Konserve ağırlıklarının ortalamasının 946.08 gr ile 953.92 gr arasında olduğunu %95 güvenle söyleyebiliriz.

5) Bir şarkı yarışmasına katılanlardan rasgele seçilen 60 kişinin yaş toplamları 840, varyansı 345.6'dır. Kitlenin dağılımının normal dağılım olduğu varsayımı ile kitle ortalaması için %90 güven aralığını bulunuz.

Çözüm:

σ^2 bilinmiyor, n>30→ Z
S^2=345.6
n =60
$\bar{X} = \frac{840}{60} = 14$
$1-\alpha = 0.90 \rightarrow \alpha = 0.1 \rightarrow Z_{0.1/2} = Z_{0.05} = 1.645$

$$P\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(14 - 1.645\sqrt{\frac{345.6}{60}} < \mu < 14 + 1.645\sqrt{\frac{345.6}{60}}\right) = 0.90$$

$$P(10.052 < \mu < 17.948) = 0.90$$

Yorum: Şarkı yarışmasına katılanların yaş ortalamasının 10.05 ile 17.95 arasında olduğunu %90 güvenle söyleyebiliriz.

6) Bir Anadolu kasabasında 40 yaş ve üstü 175 kişi rasgele seçiliyor ve %54'ünün obez olduğu tespit ediliyor. %95 güven düzeyinde kitle obezite oranının güven aralığını bulunuz.

SPSS programında oran için güven aralığını bulmak mümkün olmadığı için elle çözümüne bakalım.

$n = 175, \qquad p = \frac{x}{n} = 0.54$

$1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow Z_{0.05/2} = Z_{0.025} = 1.96$

$$P\left(p - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < P < p + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(0.54 - 1.96\sqrt{\frac{0.54(1-0.54)}{175}} < P < 0.54 + 1.96\sqrt{\frac{0.54(1-0.54)}{175}}\right) = 0.95$$

$$P(0.466 < P < 0.614) = 0.95$$

Yorum: Bu kasabadaki obezite oranının %46.6 ile %61.4 arasında olduğunu %95 güvenle söyleyebiliriz.

7) Araba lastik üreticisinde çalışan bir mühendis yeni tür lastikle ürettiği araba lastiklerinin ömrü ile ilgili yaptığı araştırmada 10 lastiği test ediyor. Lastiklerin ortalama ömrünün 61492 km ve st. sapmasının 3035 km olduğu görülüyor. Kitle varyansı için %95 güven aralığını bulunuz.

$S = 3035$

$n = 10$

$1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow \chi^2_{0.05/2;10-1} = 19.023, \ \chi^2_{1-(0.05/2);10-1} = 2.70$

$$P\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2;n-1}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2;n-1}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\frac{(10-1)3035^2}{19.023} < \sigma^2 < \frac{(10-1)3035^2}{2.70}\right) = 0.95$$

$$P(4357936.4 < \sigma^2 < 30704083.3) = 0.95$$

Yorum: Lastiklerin varyansının 4357936.4 ile 30704083.3 arasında olduğunu %95 güvenle söyleyebiliriz.

8) Bir fabrikada üretilen ürünler paketleme sırasında kontrol ediliyor. Rasgele seçilen 120 birimlik paketin 50'sinin kusurlu olduğu görülüyor. Tüm üretimdeki kusurlu oranın %90 güven aralığını bulunuz.

$n = 120, \qquad p = \frac{x}{n} = \frac{50}{120} = 0.42$

$1 - \alpha = 0.90 \rightarrow \alpha = 0.1 \rightarrow Z_{0.1/2} = Z_{0.05} = 1.645$

$$P\left(p - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < P < p + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(0.42 - 1.645\sqrt{\frac{0.42(1-0.42)}{120}} < P < 0.42 + 1.645\sqrt{\frac{0.42(1-0.42)}{120}}\right) = 0.90$$

$$P(0.346 < P < 0.494) = 0.90$$

Yorum: Üretimdeki kusurlu ürün oranının %34.6 ile %49.4 arasında olduğunu %90 güvenle söyleyebiliriz.