

SORU 1) Aşağıdaki DP problemini Simpleks yöntemi kullanarak çözünüz.

$$\text{Maks } Z = 6X_1 + 4X_2 + 5X_3 + 5X_4$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \leq 3$$

$$2X_1 + X_2 + 4X_3 + X_4 \leq 4$$

$$X_1 + 2X_2 - 2X_3 + 3X_4 \leq 10$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

$$\text{Maks } Z = 6X_1 + 4X_2 + 5X_3 + 5X_4 + 0X_5 + 0X_6 + 0X_7$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 3$$

$$2X_1 + X_2 + 4X_3 + X_4 + X_6 = 4$$

$$X_1 + 2X_2 - 2X_3 + 3X_4 + X_7 = 10$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7 \geq 0$$

		Cj	6	4	5	5	0	0	0
CB	Temel	XB	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
0	X5	3	1	1	1	1	1	0	0
0	X6	4	2	1	4	1	0	1	0
0	X7	10	1	2	-2	3	0	0	1
	Z	0	0	0	0	0	0	0	0
	Cj-Zj		6	4	5	5	0	0	0

		Cj	6	4	5	5	0	0	0
CB	Temel	XB	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
0	X5	1	0	1/2	-1	1/2	1	-1/2	0
6	X1	2	1	1/2	2	1/2	0	1/2	0
0	X7	8	0	3/2	-4	5/2	0	-1/2	1
	Z	12	6	3	12	3	0	3	0
	Cj-Zj		0	1	-7	2	0	-3	0

		Cj	6	4	5	5	0	0	0
CB	Temel	XB	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
5	X4	2	0	1	-2	1	2	-1	0
6	X1	1	1	0	3	0	-1	1	0
0	X7	3	0	-1	1	0	-5	2	1
	Z	16	6	5	8	5	4	1	0
	Cj-Zj		0	-1	-3	0	-4	-1	0

Optimal çözüm, $X_1=1$, $X_4=2$, $X_7=3$, $Z=16$.

SORU 2) Aşağıdaki DP problemini Büyük M kullanarak çözünüz.

$$\text{Maks } Z = -5X_1 + 6X_2 + 7X_3$$

$$2X_1 + 10X_2 - 6X_3 \geq 30$$

$$5/2X_1 - 3X_2 + 5X_3 \leq 10$$

$$2X_1 + 2X_2 + 2X_3 = 10$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

$$\text{Maks } Z = -5X_1 + 6X_2 + 7X_3 + 0X_4 + 0X_5 - MX_6 - MX_7$$

$$2X_1 + 10X_2 - 6X_3 - X_4 + X_5 = 30$$

$$5/2X_1 - 3X_2 + 5X_3 + X_6 = 10$$

$$2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + X_7 = 10$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0$$

		Cj	-5	6	7	0	-M	0	-M
CB	Temel	XB	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
-M	X5	30	2	10	-6	-1	1	0	0
0	X6	10	5/2	-3	5	0	0	1	0
-M	X7	5	2	2	2	0	0	0	1
	Z	-35M	-4M	-12M	4M	M	-M	0	-M
	Cj-Zj		4M-5	12M+6	-4M+7	-M	0	0	0

		Cj	-5	6	7	0	-M	0	-M
CB	Temel	XB	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
-M	X5	5	-8	0	-16	-1	1	0	-5
0	X6	35/2	11/2	0	8	0	0	1	32
6	X2	5/2	1	1	1	0	0	0	12
	Z	-5M+15	8M+6	6	16M+6	M	-M	0	5M+3
	Cj-Zj		-8M-11	0	-16M+1	-M	0	0	-6M-3

X_5 yapay değişkeni optimal tabloda pozitif değerli olarak kaldığından problemin uygun çözümü yoktur.

SORU 3) Aşağıdaki DP problemini Büyük M yöntemini kullanarak çözünüz.

$$\text{Min } Z = 3X_1 + 6X_2$$

$$X_1 + 2X_2 \geq 4$$

$$X_1 + X_2 \leq 5$$

$$3X_1 + 4X_2 \geq 10$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

$$\text{Min } Z = 3X_1 + 6X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 0X_5 + MX_6 + MX_7$$

$$X_1 + 2X_2 - X_3 + X_6 = 4$$

$$X_1 + X_2 + X_4 = 5$$

$$3X_1 + 4X_2 - X_5 + X_7 = 10$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0$$

		Cj	3	6	0	0	0	M	M
CB	Temel	XB	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
M	X6	4	1	2	-1	0	0	1	0
0	X4	5	1	1	0	1	0	0	0
M	X7	10	3	4	0	0	-1	0	1
	Z	14M	4M	6M	-M	0	-M	M	M
	Cj-Zj		-4M+3	-6M+6	M	0	M	0	0

		Cj	3	6	0	0	0	M	M
CB	Temel	XB	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
6	X2	2	1/2	1	-1/2	0	0	1/2	0
0	X4	3	1/2	0	1/2	1	0	-1/2	0
M	X7	2	1	0	2	0	-1	-2	1
	Z	2M+12	M+3	6	2M-3	0	-M	-2M+3	M
	Cj-Zj		-M	0	-2M+3	0	M	3M-3	0

		Cj	3	6	0	0	0	M	M
CB	Temel	XB	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
6	X2	5/2	3/4	1	0	0	-1/4	0	1/4
0	X4	5/2	1/4	0	0	1	1/4	0	-1/4
0	X3	1	1/2	0	1	0	1/2	-1	1/2
	Z	15	9/2	0	0	0	-3/2	0	3/2
	Cj-Zj		-3/2	0	0	0	3/2	M	M-3/2

		Cj	3	6	0	0	0	M	M
CB	Temel	XB	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
6	X2	1	0	1	-3/2	0	1/2	3/2	-1/2
0	X4	2	0	0	-1/2	1	1/2	1/2	-1/2
3	X1	2	1	0	2	0	-1	-2	1
	Z	12	3	6	-3	0	0	3	0
	Cj-Zj		0	0	3	0	0	M-3	M

Optimal çözüm: $X_1=2$, $X_2=1$, $Z^*=12$. Ayrıca, problemin alternatif optimal çözümü vardır.

		Cj	3	6	0	0	0	M	M
CB	Temel	XB	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
0	X5	2	0	2	-3	0	1	3	-1
0	X4	1	0	-1	1	1	0	-1	0
3	X1	4	1	2	-1	0	0	1	0
	Z	12	3	6	-3	0	0	3	0
	Cj-Zj		0	0	3	0	0	M-3	M

Alternatif optimal çözüm: $X_1=4$, $X_2=0$, $Z^*=12$.

SORU 4) Aşağıdaki DP problemini Büyük M yöntemini kullanarak çözünüz.

$$\text{Maks } Z = X_1 - 3X_2$$

$$2X_1 + 2X_2 \geq 4$$

$$-4X_1 - 2X_2 \leq 5$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

$$\text{Maks } Z = X_1 - 3X_2 + 0X_3 - MX_4 - 0X_5$$

$$2X_1 + 2X_2 - X_3 + X_4 = 4$$

$$-4X_1 - 2X_2 + X_5 = 5$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

		Cj	1	-3	0	-M	0
CB	Temel	XB	X1	X2	X3	X4	X5
-M	X4	4	2	2	-1	1	0
0	X5	5	-4	-2	0	0	1
	Z	-4M	-2M	-2M	M	-M	0
	Cj-Zj		2M+1	2M-3	-M	0	0

		Cj	1	-3	0	0	-M
CB	Temel	XB	X1	X2	X3	X4	X5
1	X1	2	1	1	-1/2	0	1/2
0	X5	13	0	2	-2	1	2
	Z	2	1	1	-1/2	0	1/2
	Cj-Zj		0	-4	1/2	0	-M-1/2

Problemin sınırsız çözümü vardır.

SORU 5) Aşağıdaki DP problemini Büyük M yöntemini kullanarak çözünüz.

$$\text{Maks } Z = 2X_1 + 3X_2 - 5X_3$$

$$2X_1 + 2X_2 + 2X_3 = 14$$

$$-2X_1 + 5X_2 - X_3 \leq -10 \rightarrow (2X_1 - 5X_2 + X_3 \geq 10)$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

$$\text{Maks } Z = 2X_1 + 3X_2 - 5X_3 - MX_5 - MX_6$$

$$2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + X_5 = 14$$

$$2X_1 - 5X_2 + X_3 - X_4 + X_6 = 10$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

		Cj	2	3	-5	0	-M	-M
CB	Temel	XB	X1	X2	X3	X4	X5	X6
-M	X5	14	2	2	2	0	1	0
-M	X6	10	2	-5	1	-1	0	1
	Z	-24M	-4M	3M	-3M	M	-M	-M
	Cj-Zj		4M+2	-3M+3	3M-5	-M	0	0

		Cj	2	3	-5	0	-M	-M
CB	Temel	XB	X1	X2	X3	X4	X5	X6
-M	X5	4	0	7	1	1	1	-1
2	X1	5	1	-5/2	1/2	-1/2	0	1/2
	Z	-4M+10	2	-7M-5	-M+1	-M-1	-M	M+1
	Cj-Zj		0	7M+8	M-6	M+1	0	-2M-1

		Cj	2	3	-5	0	-M	-M
CB	Temel	XB	X1	X2	X3	X4	X5	X6
3	X2	4/7	0	1	1/7	1/7	1/7	-1/7
2	X1	45/7	1	0	6/7	-1/7	5/14	1/7
	Z	102/7	2	3	15/7	1/7	8/7	-1/7
	Cj-Zj		0	0	-50/7	-1/7	-M-8/7	-M+1/7

SORU 6) Aşağıdaki DP problemini Simpleks yöntemi kullanarak çözünüz.

$$\text{Maks } Z = 3X_1 + 2X_2 + 3X_3$$

$$2X_1 + X_2 + X_3 \leq 2$$

$$3X_1 + 4X_2 + 2X_3 \leq 8$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

$$\text{Maks } Z = 3X_1 + 2X_2 + 3X_3$$

$$2X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 2$$

$$3X_1 + 4X_2 + 2X_3 + X_5 = 8$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0$$

			Cj	3	2	3	0	0
C_B		Temel	X_B	X1	X2	X3	X4	X5
0		X4	2	2	1	1	1	0
0		X5	8	3	4	2	0	1
		Z	0	0	0	0	0	0
		Cj-Zj		3	2	3	0	0

			Cj	3	2	3	0	0
C_B		Temel	X_B	X1	X2	X3	X4	X5
3		X1	1	1	1/2	1/2	1/2	0
0		X5	5	0	5/2	1/2	-3/2	1
		Z	3	3	3/2	3/2	3/2	0
		Cj-Zj		0	1/2	3/2	-3/2	0

			Cj	3	2	3	0	0
C_B		Temel	X_B	X1	X2	X3	X4	X5
3		X3	2	2	1	1	1	0
0		X5	4	-1	2	0	-2	1
		Z	6	6	3	3	3	0
		Cj-Zj		-3	-1	0	-3	0

$X_1=0, X_2=0, X_3=2, Z^*=6$

SORU 7) Aşağıdaki DP problemini Grafik yöntemi kullanarak çözünüz.

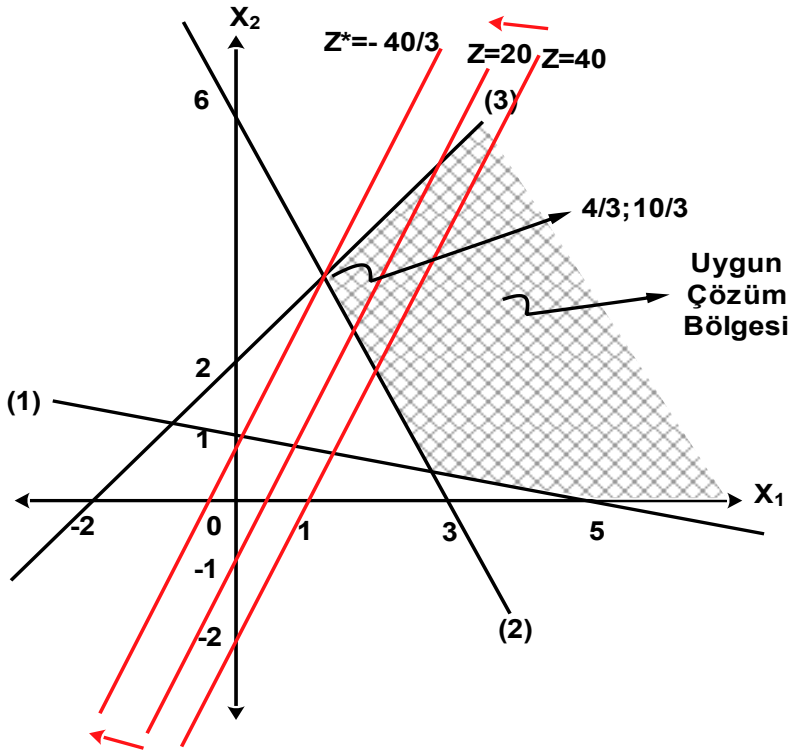
$$\text{Min } Z = 40X_1 - 20X_2$$

$$X_1 + 5X_2 \geq 5$$

$$2X_1 + X_2 \geq 6$$

$$-X_1 + X_2 \leq 2$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$



SORU 8) Aşağıdaki DP problemlerini Grafik yöntemi kullanarak çözünüz.

a) Maks $Z = 40X_1 + 20X_2$

$2X_1 + 3X_2 \geq 30$

$2X_1 + X_2 \geq 20$

$-2X_1 + X_2 \leq 0$

$X_2 \leq 15$

$X_1, X_2 \geq 0$

(sınırsız çözüm)

b) Min $Z = 40X_1 + 20X_2$

$2X_1 + 3X_2 \geq 30$

$2X_1 + X_2 \geq 20$

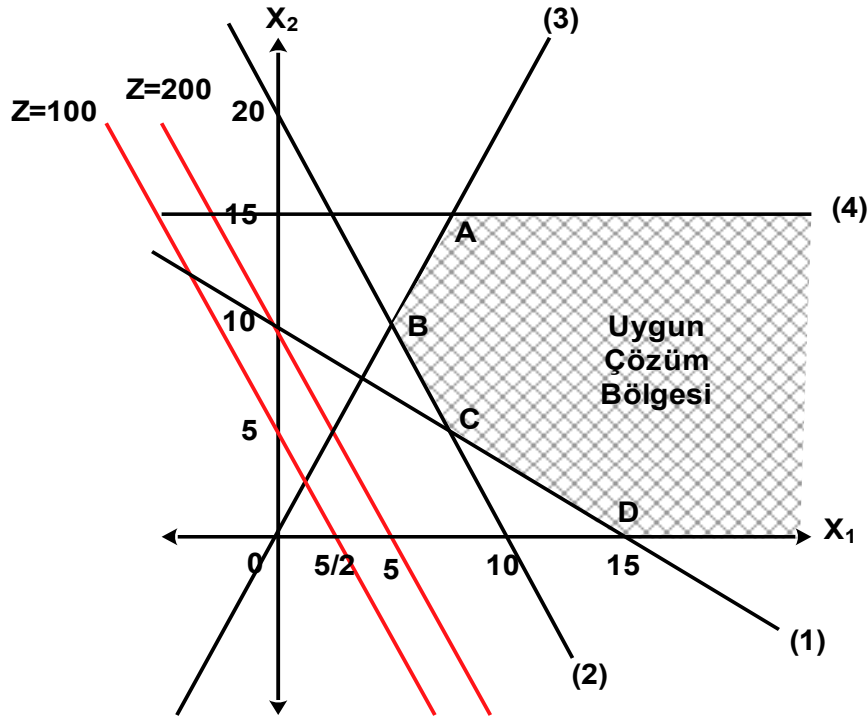
$-2X_1 + X_2 \leq 0$

$X_2 \leq 15$

$X_1, X_2 \geq 0$

Alternatif optimal çözümler.

$B = (5, 10) \quad Z^* = 400 \quad C = (15/2, 5) \quad Z^* = 400$



SORU 9)

Maks $Z = 2X_1 + 3X_2$

$X_1 \leq 15$ (1)

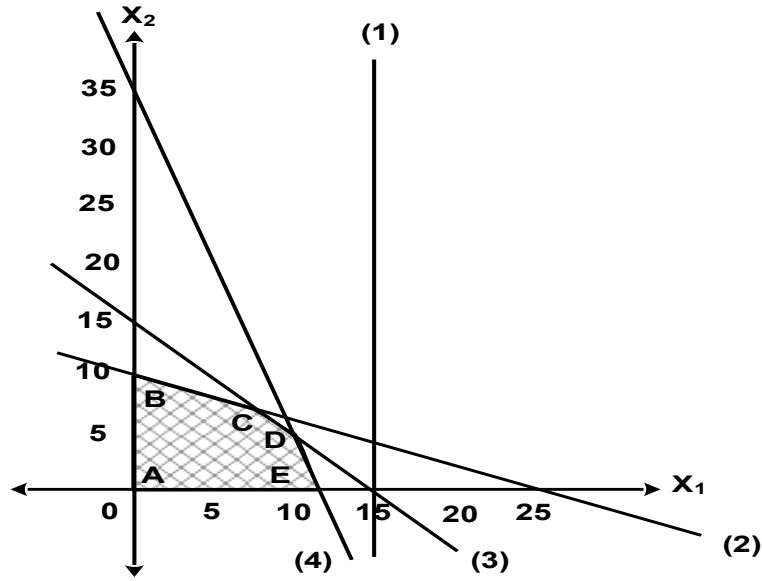
$2X_1 + 5X_2 \leq 50$ (2)

$X_1 + X_2 \leq 15$ (3)

$3X_1 + X_2 \leq 35$ (4)

$X_1, X_2 \geq 0$

- Köşe noktalar yöntemini kullanarak optimal çözümü bulunuz.
- Amaç fonksiyonu Maks $Z = 5X_1 + 4X_2$ olarak değiştiğinde yeni optimal çözüm ne olur?
- Amaç fonksiyonu Maks $Z = 2X_1 + KX_2$ olsun. Hangi K değerleri için problemin alternatif optimal çözümleri vardır? K için iki örnek veriniz.



a)

x_1	x_2	$Z = 2x_1 + 3x_2$
0	0	0
0	10	30
25/3	20/3	110/3 \approx 36.67*
10	5	35
35/3	0	70/3 \approx 23.33

b)

x_1	x_2	$Z = 5x_1 + 4x_2$
0	0	0
0	10	40
25/3	20/3	205/3 \approx 68.33*
10	5	70
35/3	0	175/3 \approx 58.33

c)

$$\text{Maks } Z = 2x_1 + Kx_2$$

$B=(0, 10)$ ve $C=(25/3, 20/3)$ noktalarından geçmesi için,

$$2 \cdot (25/3) + K \cdot (20/3) = 2 \cdot (0) + K \cdot (10)$$

$$K = 5. \rightarrow \text{Maks } Z = 2x_1 + 5x_2$$

$C=(25/3, 20/3)$ ve $D=(10, 5)$ noktalarından geçmesi için,

$$2 \cdot (25/3) + K \cdot (20/3) = 2 \cdot (10) + K \cdot (5)$$

$$K = 2. \rightarrow \text{Maks } Z = 2x_1 + 2x_2$$

SORU 10) Bir firma iki ürün üretiyor. Ürünler iki makinenin herhangi birinde üretilabiliyor. Her ürünün her makinede üretimi için gereken süre (saat) aşağıda verilmiştir. Her ay her makine en fazla 500 saat kullanılabilir. Her ürüne her ay olan maksimum talep ve ürünlerin o ayki satış fiyatları aşağıda verilmiştir. Firmanın amacı gelecek iki ay içerisinde ürün satışından elde edeceği geliri en büyükmektir. Bu amacı sağlayan DP modelini yazınız.

Ürün	1. Makine	2. Makine
1	4	3
2	7	4

Ürün	Talep (adet)		Fiyat (\$)	
	1.ay	2. ay	1.ay	2. ay
1	100	190	55	12
2	140	130	65	32

X_{ijk} = i. makine kullanılarak j. ayda üretilip k. ayda satılan 1. ürün miktarı

Y_{ijk} = i. makine kullanılarak j. ayda üretilip k. ayda satılan 2. ürün miktarı

- 1. ayda satılan 1. ürün miktarı: $X_{111} + X_{211}$
- 1. ayda satılan 2. ürün miktarı: $Y_{111} + Y_{211}$
- 2. ayda satılan 1. ürün miktarı: $X_{112} + X_{212} + X_{122} + X_{222}$
- 2. ayda satılan 2. ürün miktarı: $Y_{112} + Y_{212} + Y_{122} + Y_{222}$

$$\text{Maks } Z = 55(X_{111} + X_{211}) + 12(X_{112} + X_{212} + X_{122} + X_{222}) + 65(Y_{111} + Y_{211}) + 32(Y_{112} + Y_{212} + Y_{122} + Y_{222})$$

$$4(X_{111} + X_{112}) + 7(Y_{111} + Y_{112}) \leq 500 \quad (1.\text{ay } 1.\text{makinenin kullanım süresi})$$

$$4X_{122} + 7Y_{122} \leq 500 \quad (2.\text{ay } 1.\text{makinenin kullanım süresi})$$

$$3(X_{211} + X_{212}) + 4(Y_{211} + Y_{212}) \leq 500 \quad (1.\text{ay } 2.\text{makinenin kullanım süresi})$$

$$3X_{222} + 4Y_{222} \leq 500 \quad (2.\text{ay } 2.\text{makinenin kullanım süresi})$$

$$X_{111} + X_{211} \leq 100 \quad (1.\text{ay } 1.\text{ürün satış miktarı})$$

$$Y_{111} + Y_{211} \leq 140 \quad (1.\text{ay } 2.\text{ürün satış miktarı})$$

$$X_{112} + X_{212} + X_{122} + X_{222} \leq 190 \quad (2.\text{ay } 1.\text{ürün satış miktarı})$$

$$Y_{112} + Y_{212} + Y_{122} + Y_{222} \leq 130 \quad (2.\text{ay } 2.\text{ürün satış miktarı})$$

$$X_{111}, X_{112}, X_{122}, X_{211}, X_{212}, X_{222}, Y_{111}, Y_{112}, Y_{122}, Y_{211}, Y_{212}, Y_{222} \geq 0$$

SORU 11) Bir firma iki makinede (X ve Y) dört farklı ürün (1, 2, 3 ve 4) üretmektedir. Her ürünün her makinedeki işlem süreleri (dk.) aşağıda verilmiştir.

	Makineler	
Ürünler	X	Y
1	10	27
2	12	19
3	13	33
4	8	23

Her üründen firma karı sırasıyla, 10\$, 12\$, 17\$ ve 8\$ dir. 1. ürünün üretimi hem X hem de Y makinelerindeki işlemler sonrası, 2., 3. ve 4. ürünlerin üretimi X veya Y makinelerinden herhangi birindeki işlem sonrası tamamlanıyor. Firma çok küçük olduğundan depolama alanı çok sınırlıdır. Haftalık üretim sadece 50 m² lik alanda depolanıyor ve her ürünün kapladığı alan sırasıyla 0.1, 0.15, 0.5 ve 0.05 m² dir. 3. ürüne olan haftalık talebin yaklaşık olarak 2. ürüne olan talebin iki katı olacağını firma biliniyor. X makinesi haftalık çalışma süresinin %5 inde, Y makinesi haftalık çalışma süresinin %7 sinde bakım veya bozulma nedeniyle üretimde kullanılamıyor. Haftada 40 saat çalışıldığını kabul ederek problemin DP modelini kurunuz.

X_i : Bir haftada X makinesinde üretilecek i. ürün miktarı (i= 1, 2, 3, 4)

Y_i : Bir haftada Y makinesinde üretilecek i. ürün miktarı (i= 2, 3, 4)

Not: 1. ürünün üretimi hem X hem de Y makinelerindeki işlemi sonrası tamamlandığından Y_1 tanımlanmamıştır.

$$\text{Maks } Z = 10 X_1 + 12 (X_2 + Y_2) + 17 (X_3 + Y_3) + 8 (X_4 + Y_4)$$

$$0.1 X_1 + 0.15 (X_2 + Y_2) + 0.5 (X_3 + Y_3) + 0.05 (X_4 + Y_4) \leq 50 \quad (\text{Depolama alanı kısıtı})$$

$$(X_2 + Y_2) = 2 (X_3 + Y_3) \quad (2. \text{ ürün ile } 3. \text{ ürüne olan talep ilişkisi kısıtı})$$

$$10X_1 + 12 X_2 + 13 X_3 + 8 X_4 \leq 0.95 (40) (60) \quad (X \text{ makinesi çalışma süresi kısıtı})$$

$$27 X_1 + 19 Y_2 + 33 X_3 + 23 X_4 \leq 0.93 (40) (60) \quad (Y \text{ makinesi çalışma süresi kısıtı})$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, Y_2, Y_3, Y_4 \geq 0$$