

1) Aşağıda verilen doğruların parametrik denklemlerini bulunuz.

a) $(3, -2, 1)$ noktasından geçen ve $L: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=3t \end{cases}$ doğrusuna paralel olan doğru.

b) $(-1, 0, 1)$ noktasından geçen ve $2x-y+7z=12$ düzlemine dik olan doğru.

c) $(2, 3, 0)$ noktasından geçen ve $u=i+2j+3k$ ile $v=3i+4j+5k$ vektörlerine dik olan doğru.

d) $(2, -1, -1)$ noktasından geçen ve $x+y=0$ ile $x-y+2z=0$ düzlemlerine paralel olan doğru.

Çözüm

a)

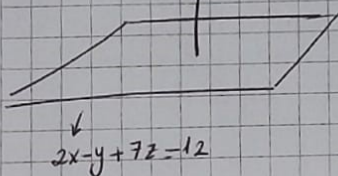
$(3, -2, 1)$

$u = \vec{u}' = \langle 2, -1, 3 \rangle$

$L': ?$

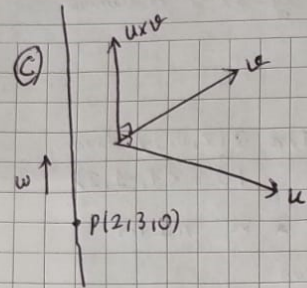
$$L' = \begin{cases} x=3+2t \\ y=-2-t \\ z=1+3t \end{cases}$$

b)



$\vec{v} \parallel n$ olduğundan $\vec{v} = \langle 2, -1, 7 \rangle$ olarak alabiliriz.

$$L = \begin{cases} x=-1+2t \\ y=-t \\ z=1+7t \end{cases}$$



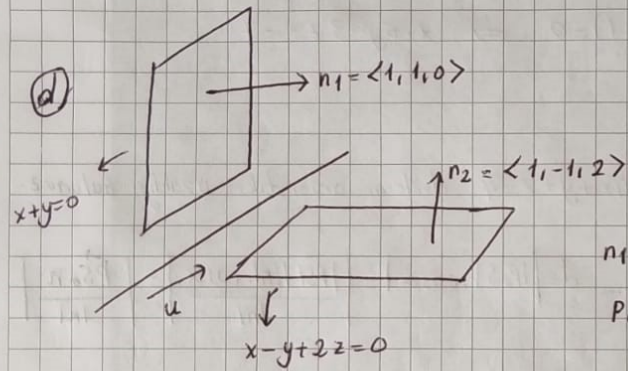
$u \times v \perp v$ ve $u \times v \perp u$ olduğundan

$u \times v \parallel w$.

O halde $w = u \times v$ olarak alabiliriz.

$$w = u \times v = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} = -2i + 4j - 2k$$

$$\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = -2t \end{cases}$$



$u \perp n_1$ ve $u \perp n_2$ olduğundan

$u \parallel n_1 \times n_2$

$$n_1 \times n_2 = \langle 2, -2, -2 \rangle$$

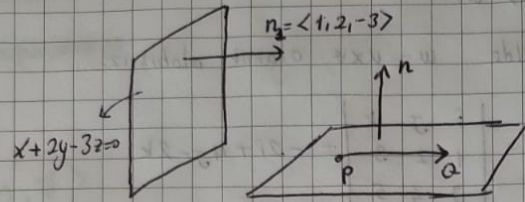
$$P_0 = (2, -1, -1)$$

$$x = 2 + 2t$$

$$y = -1 - 2t$$

$$z = -1 - 2t$$

3) $(1,1,1)$ ve $(2,0,3)$ noktalarından geçen ve $x+2y+3z=0$ düzlemine dik olan düzlem denklemini bulunuz.



$P(1,1,1)$ ve $Q(2,0,3)$ olsun.
 $\vec{PQ} = \langle 1, -1, 2 \rangle$

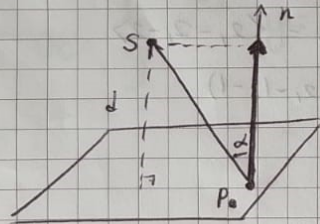
$n \perp \vec{PQ}$ ve $n \perp n_1$
 olduğundan
 $n \parallel \vec{PQ} \times n_1$

$$\vec{PQ} \times n_1 = -i + 5j + 3k = \langle -1, 5, 3 \rangle$$

0 halde,

$$-(x-1) + 5(y-1) + 3(z-1) = 0 \Rightarrow x - 5y - 3z = -7$$

6) $(1,0,-1)$ noktası ile $-4x+y+z=4$ düzlemi arasındaki uzaklığı bulunuz.



$$d = |\vec{P_0S}| \cdot \cos \alpha = \frac{|\vec{PS}| |\vec{n}| \cdot \cos \alpha}{|\vec{n}|} = \left| \frac{\vec{PS} \cdot \vec{n}}{|\vec{n}|} \right|$$

$$n = \langle -4, 1, 1 \rangle$$

$$S = (1, 0, -1)$$

P noktası düzlem üzerinde bir noktadır. $P_0 = (-1, 0, 0)$ olarak seçelim.

$$\vec{PS} = \langle 2, 0, -1 \rangle$$

$$d = \left| \frac{-8 - 1}{\sqrt{16 + 1 + 1}} \right| = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Not $S = (x_0, y_0, z_0)$ $P = (x, y, z)$ ise

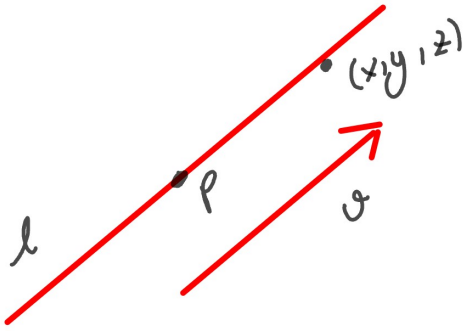
$$\left| \frac{\vec{PS} \cdot \vec{n}}{|\vec{n}|} \right| = \left| \frac{(x-x_0)A + (y-y_0)B + (z-z_0)C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right| = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 - D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

2)

- a) $(1, 2, 3)$ noktasından geçen ve $\mathbf{v} = -3\mathbf{i} + 7\mathbf{k}$ vektörüne paralel doğruyu parametrize edin.
b) $P(1, 2, 0)$ ve $Q(1, 3, -1)$ noktalarını birleştiren doğru parçasını parametrize edin.

a) $P = (1, 2, 3)$

$$\vec{v} = \langle -3, 0, 7 \rangle$$

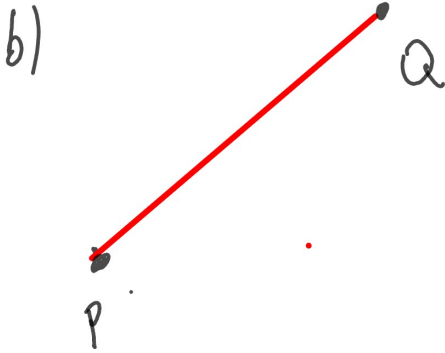


$$\langle x-1, y-2, z-3 \rangle \parallel \langle -3, 0, 7 \rangle$$

$$\langle x-1, y-2, z-3 \rangle = t \langle -3, 0, 7 \rangle$$

$$(-\infty < t < \infty)$$

$$\left. \begin{array}{l} x-1 = -3t \\ y-2 = 0t \\ z-3 = 7t \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 1-3t \\ y = 2 \\ z = 3+7t \end{array}$$



$$P(1, 2, 0)$$

$$\vec{v} = \vec{PQ} = \vec{Q} - \vec{P} = \langle 0, 1, -1 \rangle$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 1 + 0t \\ y = 2 + 2t \\ z = 0 - t \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 1 \\ y = 2 + 2t \\ z = -t \end{array} \quad 0 \leq t \leq 1$$

4)

Aşağıdaki düzlem denklemlerini bulunuz.

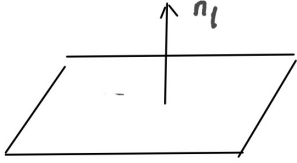
a) $(1, -1, 3)$ 'ten geçen, $3x + y + z = 7$ düzlemine paralel düzlem

b) $P_0(2, 4, 5)$ 'ten geçen ve

$$x = 5 + t, \quad y = 1 + 3t, \quad z = 4t$$

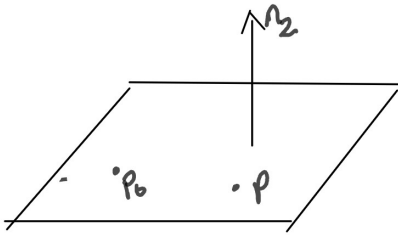
doğrusuna dik düzlem.

a)



$$\rightarrow 3x + y + z = 7 \quad \vec{n}_1 = \langle 3, 1, 1 \rangle$$

$$P_0(1, -1, 3)$$



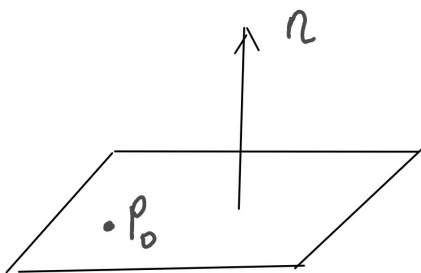
$$\vec{n}_2 = \langle 3, 1, 1 \rangle \text{ olsun.}$$

$$P = (x, y, z)$$

$$\vec{P_0P} \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \langle x-1, y+1, z-3 \rangle \perp \langle 3, 1, 1 \rangle$$

$$3(x-1) + (y+1) + (z-3) = 0$$

b)



l

$$\vec{v} = \langle 1, 3, 4 \rangle$$

$$(x-2) + 3(y-4) + 4(z-5) = 0$$

5)

- a) $P_1(1, 2, 3), P_2(3, 2, 1)$ noktalarından geçen ve $4x - y + 2z = 7$ düzlemine dik bir düzlem bulun.
b) $(2, 2, 3)$ noktasının $2x + 3y + 5z = 0$ düzlemine uzaklığı bulun.

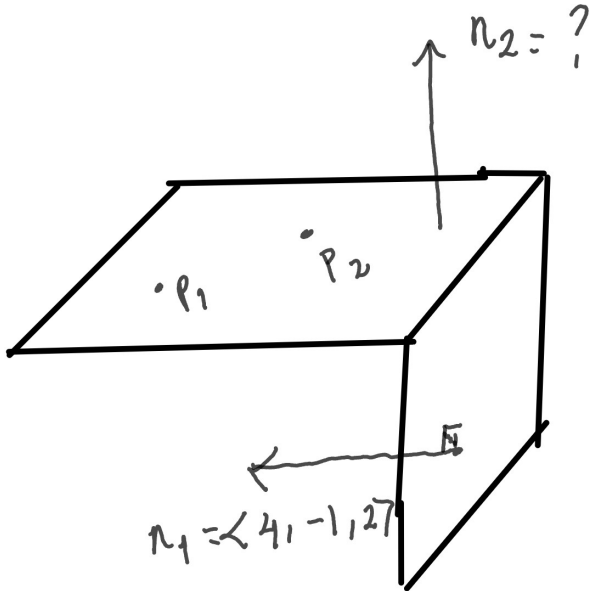
$$\vec{P_1 P_2} = \langle 1, 0, -2 \rangle$$

$$n_2 \perp \vec{P_1 P_2}$$

$$n_2 \perp n_1$$

$$n_2 = \vec{P_1 P_2} \times n_1$$

$$n_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & -2 \\ 4 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 2i + 10j + k$$



$$2(x-1) + 10(y-2) + (z-3) = 0$$

b)

$$d = \frac{|2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 5 \cdot 3|}{\sqrt{4 + 9 + 25}} = \frac{|4 + 6 + 15|}{\sqrt{38}} = \frac{25}{\sqrt{38}}$$