

DOĞRUSAL PROGRAMLAMADA MODEL KURMA

ÖRNEK 1) Bir firma üç ürün üretmektedir. Bu ürünler üç farklı makinede işlem görüyor. Bu ürünlerin bir birimi için makinelerde gereken süreler ve makinelerin günlük kapasiteleri aşağıda verilmiştir. 1., 2. ve 3. ürünler için birim kar sırasıyla, 4\$, 3\$ ve 6\$'dır. Günlük karını maksimum yapmak isteyen firma için her üründen günlük kaç adet üretileceğini veren DP modelini yazınız.

Makineler	Ürünlerin bir birimi için gereken süreler (dk)			Makinelerin günlük kapasiteleri (dk)
	1.ürün	2.ürün	3.ürün	
M ₁	2	3	2	440
M ₂	4	-	3	470
M ₃	2	5	-	430

X_1 = 1. üründen bir günde üretilcek ürün sayısı,

X_2 = 2. üründen bir günde üretilcek ürün sayısı,

X_3 = 3. üründen bir günde üretilcek ürün sayısı.

$$\text{Maks } Z = 4X_1 + 3X_2 + 6X_3$$

$$2X_1 + 3X_2 + 2X_3 \leq 440$$

$$4X_1 + 3X_3 \leq 470$$

$$2X_1 + 5X_2 \leq 430$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

ÖRNEK 2) Bir bot kiralama şirketi yaz sezonunda kiraya vermeyi düşündüğü botları satın alabilmek için 420000\$ bütçeye ayırmıştır. Bu botlar iki farklı bayiden satın alınabiliyor. Şirket en az 50 bot satın almak istemektedir. Ayrıca şirket iyi ilişkilerin sürebilmesi amacıyla iki bayiden de eşit sayıda bot satın almayı düşünüyor. Şirket toplam taşıma kapasitesinin de en az 200 kişi olmasını istediğine göre, günlük beklenen kazanç maksimum olacak şekilde problemin DP modelini yazınız.

Bot adı	Bayi adı	Fiyat (\$)	Kapasite (kişi)	Beklenen günlük kazanç (\$)
Bestway	Ocean	6000	3	70
Voyager	Ocean	7000	5	80
Freesun	Extreme	5000	2	50
Admiral	Extreme	9000	6	110



X_1 = Sipariş edilecek Bestway marka bot sayısı,

X_2 = Sipariş edilecek Voyager marka bot sayısı,

X_3 = Sipariş edilecek Freesun marka bot sayısı,

X_4 = Sipariş edilecek Admiral marka bot sayısı.

$$\text{Maks } Z = 70X_1 + 80X_2 + 50X_3 + 110X_4$$

$$6000X_1 + 7000X_2 + 5000X_3 + 9000X_4 \leq 420000$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \geq 50$$

$$X_1 + X_2 = X_3 + X_4$$

$$3X_1 + 5X_2 + 2X_3 + 6X_4 \geq 200$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

ÖRNEK 3) Can Kuruyemiş, içeriği kuru üzüm, elma kuruşu, çikolata parçaları, yer fıstığı ve badem olan bir karışık paket piyasaya sürecektir. Karışımı oluşturan ürünlerin kg fiyatları sırasıyla; 2,50\$, 1,50\$, 2,00\$, 3,50\$ ve 3,00\$ dır ve her birinin bir kg daki vitamin , mineral, protein ve kalori değeri aşağıda verilmiştir. Firma, 2 kg ağırlığında hazırlanacak bu karışım paketinin en az 40gr vitamin, en az 15gr mineral, en az 10gr protein ve en az 600 kalori sağlamasını istiyor. Ayrıca her ürün paket ağırlığının en az %5 ini ve en fazla %50sini oluşturmaldır. Firmanın karışımını minimum maliyetle hazırlamasını sağlayan DP modelini yazınız.

	Kuru üzüm	Elma cipsi	çikolata parçası	Yer fıstığı	Badem
Vitamin (gr)	20	10	10	30	20
Mineral (gr)	7	4	5	9	3
Protein (gr)	4	2	1	10	1
Kalori (kal)	450	160	500	300	500

X_i = Karışimdaki i. ürün miktarı (kg) $i=1,...,5$

$$\text{Min } Z = 2,50X_1 + 1,50X_2 + 2,00X_3 + 3,50X_4 + 3,00X_5$$

$$20X_1 + 10X_2 + 10X_3 + 30X_4 + 20X_5 \geq 40$$

$$7X_1 + 4X_2 + 5X_3 + 9X_4 + 3X_5 \geq 15$$

$$4X_1 + 2X_2 + 1X_3 + 10X_4 + 1X_5 \geq 10$$

$$450X_1 + 160X_2 + 500X_3 + 300X_4 + 500X_5 \geq 600$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 2$$

$$0,1 \leq X_1 \leq 1 \quad 0,1 \leq X_2 \leq 1 \quad 0,1 \leq X_3 \leq 1 \quad 0,1 \leq X_4 \leq 1 \quad 0,1 \leq X_5 \leq 1$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0$$

ÖRNEK 4) Çiftliğine tavuk satın almak isteyen bir köylünün 80\$ bütçesi vardır. Bir satıcı yetişkin tavukların tanesini 2\$ dan, genç tavukların tanesini 5\$ dan satıyor. Haftada yetişkin tavuklar 3, genç tavuklar 5 yumurta veriyor. Her yumurta pazarda 0.40\$ a satılabiliyor. Her bir tavuğun haftalık yem masrafı 1\$ dır. Çiftlik küçük olduğundan 20 tavuktan fazla alınamıyor. Haftalık net karını maksimum yapmak isteyen köylü her tavuktan kaçar tane almalıdır?

X_1 = Satın alınacak yetişkin tavuk sayısı,

X_2 = Satın alınacak genç tavuk sayısı.

Yumurta satışından haftalık toplam gelir = $0,40 (3X_1+5X_2) = 1,2X_1 + 2,0X_2$

Tavukların haftalık toplam yem masrafı = $1X_1 + 1X_2$

Net kar = $(1,2X_1+2,0X_2) - (1X_1+1X_2) = 0,2X_1 + 1,0X_2$

Maks Z= $0,2X_1 + 1,0X_2$

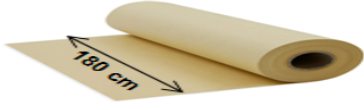
$2X_1 + 5X_2 \leq 80$

$X_1 + X_2 \leq 20$

$X_1, X_2 \geq 0$

$X_1^* = 0, X_2^* = 16, Z^* = 16\$$

ÖRNEK 5) Bir kağıt fabrikası 180 cm genişliğinde standart uzunlukta rulo kağıt üretmektedir.



Fabrika 80cm, 45cm, ve 27cm genişliklerinde aşağıda verilen miktarlarda kağıt rulo siparişi almıştır:

Rulo genişliği (cm)	Sipariş miktarı
80	200
45	120
27	130

Fabrikanın ürettiği standart ruloları keserek siparişleri karşılayabileceği 9 farklı kesim planı vardır:

Kesim planı	Rulo genişliği			Artan (cm)
	80cm	45cm	27cm	
1	2	-	-	20
2	1	2	-	10
3	1	1	2	1
4	1	-	3	19
5	-	4	-	0
6	-	3	1	18
7	-	2	3	9
8	-	1	5	0
9	-	-	6	18



2. kesim planı

Fabrikanın alınan siparişleri kesim sonrası artan rulo kağıt miktarı minimum olacak biçimde karşılamasını sağlayan DP modelini yazınız.

X_i = Fabrikanın i. kesim planını kullanma sayısı $i=1,...,9$

$$\text{Min } Z = 20X_1 + 10X_2 + X_3 + 19X_4 + 18X_6 + 9X_7 + 18X_9$$

$$2X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \geq 200$$

$$2X_2 + X_3 + 4X_5 + 3X_6 + 2X_7 + X_8 \geq 120$$

$$2X_3 + 3X_4 + X_6 + 3X_7 + 5X_8 + 6X_9 \geq 130$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9 \geq 0$$

ÖRNEK 6) Bir özel hastanenin ihtiyaç duyduğu günlük minimum hemşire sayısı aşağıda verilmiştir:

Periyot	Saat aralığı	Minimum hemşire ihtiyacı
1	6:00 AM – 10:00 AM	2
2	10:00 AM – 2:00 PM	7
3	2:00 PM – 6:00 PM	15
4	6:00 PM – 10:00 PM	8
5	10:00 PM – 2:00 AM	20
6	2:00 AM – 6:00 AM	6

Herhangibir periyotun başında işe başlayan hemşire ardarda tam 8 saat çalışacaktır. Hastane yönetimi her periyotta ihtiyaç duyulan hemşire ihtiyacını, en az sayıca hemşire istihdam ederek karşılamayı amaçlıyor. Yönetimin istihdam edeceği minimum hemşire sayısını ve her periyotta göreve kaç hemşirenin başlayacağını veren DP modelini yazınız.

X_1 : 6 AM’de başlayacak hemşire sayısı,

X_2 : 10 AM’de başlayacak hemşire sayısı,

X_3 : 2 PM’de başlayacak hemşire sayısı,

X_4 : 6 PM’de başlayacak hemşire sayısı,

X_5 : 10 PM’de başlayacak hemşire sayısı,

X_6 : 2 AM’de başlayacak hemşire sayısı.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	Min. hemşire ihtiyacı
6:00 AM–10:00 AM	✓					✓	2
10:00 AM–2:00 PM	✓	✓					7
2:00 PM–6:00 PM		✓	✓				15
6:00 PM–10:00 PM			✓	✓			8
10:00 PM–2:00 AM				✓	✓		20
2:00 AM – 6:00 AM					✓	✓	6

$$\text{Min } Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6$$

$$X_6 + X_1 \geq 2$$

$$X_1 + X_2 \geq 7$$

$$X_2 + X_3 \geq 15$$

$$X_3 + X_4 \geq 8$$

$$X_4 + X_5 \geq 20$$

$$X_5 + X_6 \geq 6$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0$$

$$X_1^* = 5, X_2^* = 7, X_3^* = 8, X_4^* = 0, X_5^* = 12, X_6^* = 0, Z^* = 32.$$

ÖRNEK 7) Bir hastane, hemşirelerini hergün iki vardiyada çalıştıracaktır: 24:00-06:00, 06:00-12:00, 12:00-18:00, 18:00-24:00. Her vardiyada hastanenin ihtiyaç duyduğu hemşire sayısı aşağıda verilmiştir. Hastane ardışık iki vardiyada çalıştıracığı hemşirelere her saat için 12\$, ardışık olmayan iki vardiyada çalıştıracığı hemşirelere her saat için 18\$ ödeme yapacaktır. Hastanenin günlük işgücü karşılama maliyetini minimum yapan DP modelini yazınız.

Vardiya no	Saat aralığı	İhtiyaç duyulan hemşire sayısı
1	24:00 - 06:00	15
2	06:00 - 12:00	5
3	12:00 - 18:00	12
4	18:00 - 24:00	6

$X_i = i$. (1, 2, 3, 4) vardiyada başlayan ve ardışık iki vardiyada çalışan hemşire sayısı,
 $Y_j = j$. (1, 2) vardiyada başlayan ve ardışık olmayan iki vardiyada çalışan hemşire sayısı.

1. vardiya	2. vardiya	3. vardiya	4. vardiya
X_1	X_1		
	X_2	X_2	
		X_3	X_3
X_4			X_4
Y_1		Y_1	
	Y_2		Y_2
= 15	= 5	= 12	= 6

$$X_1 + X_4 + Y_1 = 15$$

$$X_1 + X_2 + Y_2 = 5$$

$$X_2 + X_3 + Y_1 = 12$$

$$X_3 + X_4 + Y_2 = 6$$

$$\text{Min } Z = 12 \cdot 12 (X_1 + X_2 + X_3 + X_4) + 12 \cdot 18 (Y_1 + Y_2)$$

Yada,

$$X_{ij} = i. \text{ ve } j. \text{ vardiyalarda çalışan hemşire sayısı} \quad i = 1, \dots, 4 \quad j = i+1, \dots, 4$$

$$\text{Min } Z = 144(X_{12} + X_{23} + X_{34} + X_{14}) + 216(X_{13} + X_{24})$$

$$X_{12} + X_{13} + X_{14} \geq 15$$

$$X_{12} + X_{23} + X_{24} \geq 5$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{34} \geq 12$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} \geq 6$$

$$X_{ij} \geq 0 \quad i = 1, \dots, 4, \quad j = i+1, \dots, 4$$

$$X_{12} = 1, X_{13} = 8, X_{14} = 6, X_{23} = 4, X_{24} = 0, X_{34} = 0$$

$$Z^* = 3312\$$$

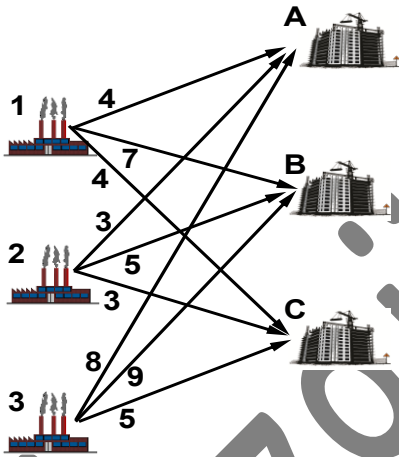
ÖRNEK 8) OYAK çimento, üç hazır beton üretim fabrikasından (1, 2 ve 3) üç inşaat sahasına (A, B ve C) hazır beton taşıyacaktır. Fabrikaların haftalık hazır beton üretim kapasiteleri (ton) aşağıdadır:

Fabrika	Kapasite (ton)
1	300
2	300
3	100

İnşaat sahalarında hazır betona olan haftalık talep şöyledir:

İnşaat sahası	Talep (ton)
A	200
B	200
C	300

1 ton hazır betonu her bir fabrikadan her bir inşaat sahalarına taşıma maliyetleri aşağıda verilmiştir. İnşaat sahalarının hazır beton talebini minimum taşıma maliyeti ile karşılayacak DP modelini yazınız.



X_{ij} = i. fabrikadan (1, 2, 3) j. inşaat sahasına (A, B, C) gönderilecek hazır beton miktarı (ton)

$$\text{Min } Z = 4X_{1A} + 7X_{1B} + 4X_{1C} + 3X_{2A} + 5X_{2B} + 3X_{2C} + 8X_{3A} + 9X_{3B} + 5X_{3C}$$

$$X_{1A} + X_{1B} + X_{1C} \leq 300$$

$$X_{2A} + X_{2B} + X_{2C} \leq 300$$

$$X_{3A} + X_{3B} + X_{3C} \leq 100$$

$$X_{1A} + X_{2A} + X_{3A} \geq 200$$

$$X_{1B} + X_{2B} + X_{3B} \geq 200$$

$$X_{1C} + X_{2C} + X_{3C} \geq 300$$

$$X_{ij} \geq 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad j = A, B, C$$

ÖRNEK 9) Bir petrol şirketi farklı özelliklerdeki iki ham petrolün karışımından benzin ve kalorifer yakıtı üretiyor. I. ham petrolün kalite düzeyi 10, II. ham petrolün kalite düzeyi 5 tir. Üretilecek benzinin ortalama kalite düzeyi en az 8 ve kalorifer yakıtının ortalama kalite düzeyi en az 6 olması gerekiyor. Benzinin bir varili 25\$ dan kalorifer yakıtının bir varili 20\$ dan satıldığına göre, şirket yöneticisi maksimum kazancı nasıl elde edebilir. Problemin DP modelini yazınız.

	Kalite	Varil sayısı
Ham petrol I	10	5000
Ham petrol II	5	10000

Ürün (karışım)	Ortalama kalite	Satış fiyatı (\$/varil)
Benzin	8	25
Kalorifer yakıtı	6	20

X_{ij} = j. ürünü üretmek için kullanılan i. ham petrol miktarı $i = 1, 2$ $j = 1$ (benzin), 2 (kalorifer yakıtı)

$X_{11} + X_{12}$ = günlük kullanılan ham petrol I miktarı (varil),

$X_{21} + X_{22}$ = günlük kullanılan ham petrol II miktarı (varil),

$X_{11} + X_{21}$ = üretilen günlük benzin miktarı (varil),

$X_{12} + X_{22}$ = üretilen günlük kalorifer yakıtı miktarı (varil),

$$\text{Maks } Z = 25(X_{11} + X_{21}) + 20(X_{12} + X_{22})$$

$$X_{11} + X_{12} \leq 5000 \quad (\text{I. ham petrol' den en fazla 5000 varil mevcut})$$

$$X_{21} + X_{22} \leq 10000 \quad (\text{II. ham petrol' den en fazla 10000 varil mevcut})$$

$$\frac{10X_{11} + 5X_{21}}{X_{11} + X_{21}} \geq 8 \rightarrow 2X_{11} - 3X_{21} \geq 0$$

(Benzinin ortalama kalite düzeyi en az 8 olmalı)

$$\frac{10X_{12} + 5X_{22}}{X_{12} + X_{22}} \geq 6 \rightarrow 4X_{12} - X_{22} \geq 0$$

(Kalorifer yakıtının ortalama kalite düzeyi en az 6 olmalı)

$$X_{ij} \geq 0 \quad i = 1, 2 \quad j = 1, 2$$

ÖRNEK 10) Kelebek Mobilya, mobilya ustası yetiştirmek üzere Ocak, Şubat ve Mart aylarında bir ay süren eğitim programı düzenleyecektir. Eğitim Kelebek Mobilyanın kendi usta mobilyacıları tarafından verilecek olup eğitime gelen her 10 acemi mobilyacıya bir usta mobilyacı düşecek biçimde planlanacaktır. Bir aylık eğitim sonrasında başarılı olanlar usta mobilyacı olabilecektir. Önceki yıllarda yapılan eğitim programlarına göre eğitime katılan her 10 acemi mobilyacıdan sadece 7 si başarılı olup fabrikada usta mobilyacı olarak işe alınırken ve diğer üç acemi mobilyacı fabrikada görev alamamıştır. Kelebek Mobilya, ustalarını eğitim verme görevi yanında mobilya üretiminde de kullanabilir. Gelecek 3 ay mobilya üretimi için ihtiyaç duyulan usta mobilyacı sayıları şöyledir:

Ocak: 100 Şubat: 150 Mart: 200

Ayrıca, Nisan ayı başında 250 usta mobilyacıya sahip olunmalıdır. Eğitim öncesi Kelebek Mobilyanın 130 usta mobilyacısı vardır. Kelebek Mobilyada aylık mobilyacı ücretleri şöyledir:

Her acemi mobilyacı: 400\$; Her usta mobilyacı (eğitimdeki veya üretimdeki): 700\$

Boşta kalan (eğitim veya üretime katılmayan) her usta mobilyacı: 500\$

Kelebek Mobilyanın minimum maliyetle eğitim planlamasını yapabileceği DP modelini yazınız.

X_1 = Ocak ayında eğitim verecek usta sayısı,

X_2 = Ocak ayında boşta kalacak usta sayısı,

X_3 = Şubat ayında eğitim verecek usta sayısı,

X_4 = Şubat ayında boşta kalacak usta sayısı,

X_5 = Mart ayında eğitim verecek usta sayısı,

X_6 = Mart ayında boşta kalacak usta sayısı.

$$\text{Ocak : } 100 + X_1 + X_2 = 130 \quad \rightarrow \quad X_1 + X_2 = 30$$

$$\text{Şubat: } 150 + X_3 + X_4 = 130 + 7X_1 \quad \rightarrow \quad 7X_1 - X_3 + X_4 = 20$$

$$\text{Mart: } 200 + X_5 + X_6 = 130 + 7X_1 + 7X_3 \quad \rightarrow \quad 7X_1 + 7X_3 - X_5 + X_6 = 70$$

$$\text{Nisan: } 130 + 7X_1 + 7X_3 + 7X_5 = 250 \quad \rightarrow \quad 7X_1 + 7X_3 + 7X_5 = 120$$

$$\text{Min } Z = 400(10X_1 + 10X_3 + 10X_5) + 700(X_1 + X_3 + X_5) + 500(X_2 + X_4 + X_6)$$

(acemi mobilyacılar ödeneği) + (eğitim veren usta mobilyacılar ödeneği) + (boşta kalan usta mobilyacılar ödeneği)

ÖRNEK 11) CAN-PC, bilgisayar teknik servis hizmeti vermektedir. CAN-PC'nin gelecek 5 ay için uzman teknisyenlerden ihtiyaç duyduğu işgücü aşağıdadır:

Aylar:	1) Ocak	2) Şubat	3) Mart	4) Nisan	5) Mayıs
İşgücü (saat)	6000	7000	8000	9500	11000

Ocak ayı başında CAN-PC'nin 50 uzman teknisyeni vardır. Bu uzman teknisyenler ayda 160 saate kadar çalışabiliyorlar. CAN-PC, gelen talepleri karşılamak için yeni uzman teknisyenlere ihtiyaç duyuyor. Bir aday teknisyenin eğitimi 1 ay sürüyor ve o ay boyunca uzman teknisyen tarafından 50 saat eğitim veriliyor. Her uzman teknisyene ayda 2000\$, eğitim dönemindeki aday teknisyene ayda 1000\$ ödeme yapılıyor. Her ay sonunda uzman teknisyenlerin %5'i istifa ederek rakip firmaya geçiyor. Gelecek 5 ayın işgücünü minimum işgücü maliyeti ile karşılayan DP modelini yazınız.

X_i : i. ayda eğitilecek aday teknisyen sayısı $i=1,...,5$

Y_i : i. ay başında uzman teknisyen sayısı $i=1,...,5$

$$\text{Min } Z = 1000X_1 + 1000X_2 + 1000X_3 + 1000X_4 + 1000X_5 + 2000Y_1 + 2000Y_2 + 2000Y_3 + 2000Y_4 + 2000Y_5$$

i. ayın başında uzman teknisyen sayısı = (i-1). ay başındaki uzman teknisyen sayısı + (i-1). ayda eğitilen aday teknisyen sayısı – (i-1). ayda istifa eden uzman teknisyen sayısı

$$\text{Şubat ayı için } Y_2 = Y_1 + X_1 - 0.05Y_1 \rightarrow Y_2 = 0.95Y_1 + X_1$$

$$\text{Mart ayı için } Y_3 = 0.95Y_2 + X_2$$

$$\text{Nisan ayı için } Y_4 = 0.95Y_3 + X_3$$

$$\text{Mayıs ayı için } Y_5 = 0.95Y_4 + X_4$$

i. aydaki mevcut işgücü miktarı (saat) \geq i. ayda ihtiyaç duyulan işgücü miktarı (saat)

$$160Y_1 - 50X_1 \geq 6000 \quad Y_1 = 50$$

$$160Y_2 - 50X_2 \geq 6000$$

$$160Y_3 - 50X_3 \geq 6000$$

$$160Y_4 - 50X_4 \geq 6000$$

$$160Y_5 - 50X_5 \geq 6000$$

$$X_i \geq 0 \quad Y_i \geq 0 \quad i = 1,...,5$$

$$Z^*=593777 \quad X_1^*=0 \quad X_2^*=8.45 \quad X_3^*=11.45 \quad X_4^*=9.52 \quad X_5^*=0$$

$$Y_1^*=50 \quad Y_2^*=47.5 \quad Y_3^*=53.58 \quad Y_4^*=62.34 \quad Y_5^*=68.75$$

ÖRNEK 12) CAN-HOME, internet üzerinden çeşitli ev ürünleri satmaktadır. Bu şirket ürünlerini koyabileceği depolama alanına ihtiyaç duyuyor. Bu amaçla gelecek 5 ay depolama alanı kiralanacaktır. Her ay için ihtiyaç duyulan alanın büyüklüğü bilinmektedir. Her ay için ihtiyaç duyulan depolama alanının büyüklüğü ve kiralama sürelerine göre bedelleri aşağıda verilmiştir. Depolama alanı ihtiyaçlarını minimum toplam kiralama bedeli ile karşılayan DP modelini yazınız.

Ay	İhtiyaç duyulan alanın büyüklüğü (m ²)	Kiralama süresi (ay)	Her m ² için kira bedeli (\$)
1	30000	1	65
2	20000	2	100
3	40000	3	135
4	10000	4	160
5	50000	5	190

X_{ij} : i. ayda j aylığına kiralanacak alanın büyüklüğü (m²) $i=1,...,5$ $j=1,...,6-i$

$$\text{Min } Z = 65(X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51}) + 100(X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42}) + 135(X_{13} + X_{23} + X_{33}) + 160(X_{14} + X_{24}) + 190(X_{15})$$

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \geq 30000$$

$$X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} \geq 20000$$

$$X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{31} + X_{32} + X_{33} \geq 40000$$

$$X_{14} + X_{15} + X_{23} + X_{24} + X_{32} + X_{33} + X_{41} + X_{42} \geq 10000$$

$$X_{15} + X_{24} + X_{33} + X_{42} + X_{51} \geq 50000$$

$$X_{ij} \geq 0 \quad i=1,...,5 \quad j=1,...,6-i$$

ÖRNEK 13) Bir içecek fabrikasının üç makinesi vardır (M_1 , M_2 , M_3). Fabrika ürettiği içeceklerin satışını 500ml, 800ml ve 1000ml lik şişelerde satmaktadır. Her makinenin bir dakikadaki üretim kapasiteleri (şişe sayısı) şöyledir:

		Şişe büyüklüğü		
		500 ml	800 ml	1000 ml
Makine	M_1	100	40	20
	M_2	60	75	90
	M_3	40	100	120



M_1 , M_2 ve M_3 makineleri haftada 5 gün olmak üzere günde sırasıyla 8 saat, 6 saat ve 4 saat çalışıyor. İçeceklerin haftalık üretimi 60000lt yi geçmemesi gerekiyor. Piyasada bu içeceğe olan talep 500ml lik içeceğe 20000 şişe, 800ml lik içeceğe 7000 şişe ve 1000 ml lik içeceğe 5000 şişedir. 3 türde şişe başına kar sırasıyla; 2\$, 3\$ ve 5\$ dir. Fabrika karını maks. yapmak istediğine göre problemi formüle ediniz.

X_{ij} = i. makede üretilen j. tür içecek sayısı (şişe) $i=1, 2, 3$ $j=1$ (500ml), 2 (800ml), 3 (1000ml)

$$\text{Maks } Z = 2 (X_{11}+X_{21}+X_{31}) + 3 (X_{12}+X_{22}+X_{32}) + 5 (X_{13}+X_{23}+X_{33})$$

M_1 makinesi haftada $60 \times 8 \times 5 = 2400$ dk çalışabilir,

M_2 makinesi haftada $60 \times 6 \times 5 = 1800$ dk çalışabilir,

M_3 makinesi haftada $60 \times 4 \times 5 = 1200$ dk çalışabilir.

$(X_{11}/100) + (X_{12}/40) + (X_{13}/20) \leq 2400$ (M_1 de 500ml, 800ml ve 1000 ml lik şişelerde X_{11} , X_{21} ve X_{31} adet üretim için gerekli süre)

$$(X_{21}/60) + (X_{22}/75) + (X_{23}/90) \leq 1800$$

$$(X_{31}/40) + (X_{32}/100) + (X_{33}/120) \leq 1200$$

$$X_{11}+X_{21}+X_{31} \geq 20000$$

$$X_{12}+X_{22}+X_{32} \geq 7000$$

$$X_{13}+X_{23}+X_{33} \geq 5000$$

$$500 (X_{11}+X_{21}+X_{31}) + 800 (X_{12}+X_{22}+X_{32}) + 1000 (X_{13}+X_{23}+X_{33}) \leq 60000$$

$$X_{ij} \geq 0 \quad i=1, 2, 3 \quad j=1, 2, 3$$

ÖRNEK 14) Bir şirketin farklı yatırım araçlarında değerlendirebileceği 200000\$ parası vardır. Bu yatırım araçlarında yatırım miktarı sınırlaması yoktur. **A** yatırım aracı gelecek 5 yılın her birinde mevcuttur ve istenildiği kadar kullanılabilir. Yılın başında **A** yatırım aracına yatırılan her bir dolar iki yıl sonra 1,20\$ olarak dönüyor. Benzer biçimde **B** yatırım aracı da beş yılın herbirinde mevcuttur ve yatırılan her bir dolar 3 yıl sonra 1,30\$ olarak geri dönüyor. Tek defalık farklı yatırım araçları vardır. **C** yatırım aracı sadece birinci yılın başında mevcuttur ve yatırılan her bir dolar 5. yılın başında 1,40 \$ olarak dönüyor. **D** yatırım aracı ikinci yılın başında mevcuttur ve yatırılan her bir dolar 5. yılın sonunda 1.70\$ olarak dönüyor. **E** yatırım aracı 4. yıl başında mevcuttur ve yatırılan her bir dolar 1 yıl sonra 1.40\$ olarak dönüyor. Şirket 5 yılın sonunda en yüksek kazancı elde etmek istiyor. 200000 \$ dan sağlanan her kar tekrar yatırım yapılabildiğine göre şirketin amacını sağlayan DP modelini yazınız.

A_j = j. yıl başında A yatırım aracına yatırılan para, $j = 1, 2, 3, 4$

B_j = j. yıl başında B yatırım aracına yatırılan para, $j = 1, 2, 3$

C_j = j. yıl başında C yatırım aracına yatırılan para, $j = 1$

D_j = j. yıl başında D yatırım aracına yatırılan para, $j = 2$

E_j = j. yıl başında E yatırım aracına yatırılan para, $j = 4$

S_j = j. yıl başında boşta bırakılan para $j = 1, 2, \dots, 5$.

$\text{Maks } Z = 1.70 D_2 + 1.30 B_3 + 1.20 A_4 + 1 S_5$ (6. Yılın başı)

1. Yıl: $A_1 + B_1 + C_1 + S_1 = 200000$

2. Yıl: $A_2 + B_2 + D_2 + S_2 = S_1$

3. Yıl: $A_3 + B_3 + S_3 = S_2 + 1.20 A_1$

4. Yıl: $A_4 + E_4 + S_4 = S_3 + 1.30 B_1 + 1.20 A_2$

5. Yıl: $S_5 = S_4 + 1.40 C_1 + 1.30 B_2 + 1.20 A_3 + 1.40 E_4$

$A_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3, 4; \quad B_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3; \quad C_1 \geq 0; \quad D_2 \geq 0; \quad E_4 \geq 0; \quad S_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3, 4, 5.$

ÖRNEK 15) Bir yatırımcının gelecek 5 yılın herbirinin başında parasını değerlendirebileceği **A** ve **B** yatırım araçları mevcuttur. Herhangi bir yılın başında **A**'ya yatırılan her 1\$ 2 yılın sonunda 1,40\$ (0,40\$ kar) olarak geri dönüyor. Herhangi bir yılın başında **B**'ye yatırılan her 1\$ 3 yıl sonra 1,70\$ olarak geri dönüyor. Ayrıca, gelecekte ortaya çıkacak **C** ve **D** yatırım araçları da bulunmaktadır. 2. yılın başında **C**'ye yatırılacak her 1\$ 5. yılın sonunda 1,90\$ olarak dönüyor. 5. yılın başında **D**'ye yatırılacak her 1\$ 5. yılın sonunda 1,30\$ olarak geri dönüyor. Herhangi bir yılın başında bu yatırım araçlarına yatırılmayan para yıllık %3 kazandırıyor. Yatırımcı yatırım işine 50000\$ ile başlıyor ve 6. yılın başında elindeki toplam para miktarını maksimum yapmak istediğine göre, hangi yatırım planını seçmelidir. Problemin DP modelini yazınız.

$A_1, A_2, A_3, A_4 = 1., 2., 3. \text{ ve } 4. \text{ yılda } A'ya \text{ yatırılacak miktar } (\$),$

$B_1, B_2, B_3 = 1., 2. \text{ ve } 3. \text{ yılda } B'ye \text{ yatırılacak miktar } (\$),$

$C_2 = 2. \text{ yılda } C'ye \text{ yatırılacak miktar } (\$),$

$D_5 = 5. \text{ yılda } D'ye \text{ yatırılacak miktar } (\$),$

$S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 = 1., 2., 3., 4. \text{ ve } 5. \text{ yılda } \%3 \text{ faize yatırılacak miktar } (\$).$

Her yıl için, çıkan para=giren para olmalıdır.

$$1. \text{ yıl} : A_1 + B_1 + S_1 = 50000$$

$$2. \text{ yıl} : A_2 + B_2 + C_2 + S_2 = 1,03S_1$$

$$3. \text{ yıl} : A_3 + B_3 + S_3 = 1,4A_1 + 1,03S_2$$

$$4. \text{ yıl} : A_4 + S_4 = 1,4A_2 + 1,7B_1 + 1,03S_3$$

$$5. \text{ yıl} : D_5 + S_5 = 1,4A_3 + 1,7B_2 + 1,03S_4$$

$$\text{Maks } Z = 1,4A_4 + 1,7B_3 + 1,9C_2 + 1,3D_5 + 1,03S_5$$

$$A_1, \dots, A_4 \geq 0 \quad B_1, B_2, B_3 \geq 0 \quad C_2, D_5, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 \geq 0$$

ÖRNEK 16) Sailco gelecek 4 ayın herbirinde kaçar tane bot üretmesi gerektiğine karar vermek istiyor. 4 ayın herbirindeki talep, normal mesai ile üretim kapasitesi ve normal mesai ile üretilen bir botun maliyeti aşağıda verilmiştir.

Ay	1	2	3	4
Talep	40	60	75	25
Normal mesai ile üretim kapasitesi	40	50	40	60
Normal mesai ile bot maliyeti	400\$	450\$	390\$	375\$

Sailco nun 1. ayın başında satabileceği 10 botu bulunuyor. Herhangi bir ayda üretilen bot o ay içinde yada sonraki bir ayda satılabilir. Sailco fazla mesai kullanabilir ancak bot maliyeti bu durumda \$450 oluyor. Herhangi bir ay sonunda (üretim yapıp o ayki talep karşılandıktan sonra normal mesai ile birim üretim maliyetinin %10 u kadar envanterde bulundurma maliyeti çıkıyor). Üretim ve envanter maliyetleri toplamını minimum yaparak optimal üretim planını veren DP modelini yazınız.

X_t = Normal mesai ile t. ayda üretilen bot sayısı, $t=1,2,3,4$

Y_t = Fazla mesai ile t. ayda üretilen bot sayısı, $t=1,2,3,4$

I_t = t. ay sonunda t+1 . taşınacak envanter miktarı. $t=1,2,3,4$

Toplam maliyet = Normal mesai ile üretim maliyeti + fazla mesai ile üretim maliyeti +envanterde tutma maliyeti

Normal mesai ile üretim maliyeti = $400X_1 + 450X_2 + 390X_3 + 375X_4$

Fazla mesai ile üretim maliyeti = $450Y_1 + 450Y_2 + 450Y_3 + 450Y_4$

Envanterde tutma maliyeti = $40I_1 + 45I_2 + 39I_3 + 37.5I_4$

Min Z= $400X_1 + 450X_2 + 390X_3 + 375X_4 + 450Y_1 + 450Y_2 + 450Y_3 + 450Y_4 + 40I_1 + 45I_2 + 39I_3 + 37.5I_4$

$X_1 \leq 40$; $X_2 \leq 50$; $X_3 \leq 40$; $X_4 \leq 60$

1. ay: $10 + X_1 + Y_1 = 40 + I_1$

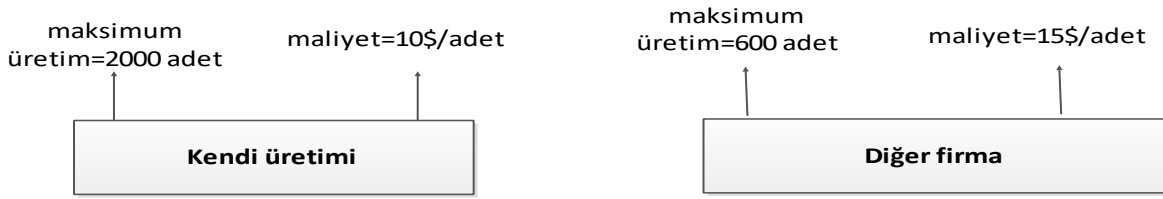
2.ay : $I_1 + X_2 + Y_2 = 60 + I_2$

3.ay : $I_2 + X_3 + Y_3 = 75 + I_3$

4. ay: $I_3 + X_4 + Y_4 = 25 + I_4$

$X_t \geq 0$; $Y_t \geq 0$; $I_t \geq 0$ $t=1,...,4$

ÖRNEK 17) Bir firma gelecek 5 ayın her birinde kaç tane bulaşık makinesi üretmesi gerektiğini bilmek istiyor. Bu makineler kendi fabrikasında ve anlaşmalı başka bir fabrikada üretilabilir. Üretim kapasiteleri ve maliyetler aşağıda verilmiştir.



Bir birim bulaşık makinesini bir ay envantere tutma maliyeti 2\$'dır. Birinci ay başında envantere 300 birim ürün vardır. Beşinci ayın sonunda da envantere 300 birim ürün kalmalıdır. Gelecek 5 ay için makinelere olan talep şöyledir ve zamanında karşılanmalıdır.

Ay Talep

1	1200
2	2100
3	2400
4	3000
5	4000

Firma maliyet minimum olacak biçimde kaç bulaşık makinesini kendi fabrikasında üretmeli, kaç tanesini dışarda ürettirmelidir?

P_i = i. ayda kendi fabrikasında üreteceği makine sayısı, $i=1,...,5$

S_i = i. ayda dışarıda ürettireceği makine sayısı, $i=1,...,5$

I_i = i. ay sonunda envantere kalan makine sayısı, $i=1,...,4$

$$\text{Min } Z = 10(P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5) + 15(S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5) + 2(I_1 + I_2 + I_3 + I_4)$$

$$P_i \leq 2000; \quad i = 1, \dots, 5 \quad S_i \leq 600; \quad i = 1, \dots, 5$$

$$I_1 = 300 + P_1 + S_1 - 1200$$

$$I_2 = I_1 + P_2 + S_2 - 2100$$

$$I_3 = I_2 + P_3 + S_3 - 2400$$

$$I_4 = I_3 + P_4 + S_4 - 3000$$

$$300 = I_4 + P_5 + S_5 - 4000$$

$$P_i, S_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, 5 \quad I_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, 4$$

ÖRNEK 18) Bir müşterinin belirli bir ürüne olan talebi gelecek 4 ay için aşağıda verilmiştir. Birim başına üretim maliyetleri her ay için değişiklik göstermektedir:

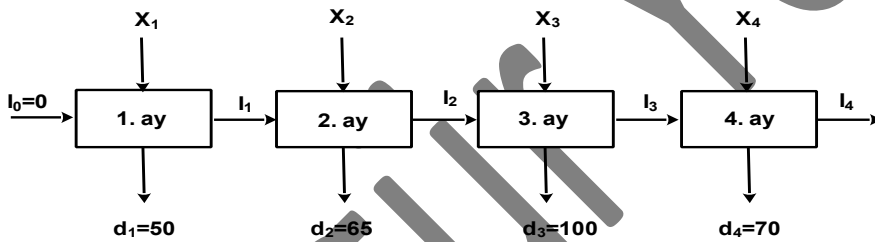
Ay	Üretim maliyeti (\$) / birim	Talep
1	5	50
2	8	65
3	4	100
4	7	70

Bir birim ürünü bir ay depolama maliyeti 2\$'dır. 4. ayın sonunda elde kalabilecek her ürünün 6\$'dan satılabileceği tahmin ediliyor. Gelecek 4 ayın talebinin minimum net maliyetle karşılanmasını sağlayacak DP modelini yazınız.

X_i = i. ayda üretilen ürün sayısı, $i=1,..., 4$

I_i = i. ayın sonunda envanterdeki ürün sayısı, $i=1,...,4$

d_i = i. ayda ürüne olan talep. $i=1,...,4$



$$I_i = I_{i-1} + X_i - d_i \quad i = 1, \dots, 4$$

1. ay $I_1 = 0 + X_1 - 50$ (1. ayın sonunda envanterdeki ürün miktarı)

2. ay $I_2 = I_1 + X_2 - 65$ (2. ayın sonunda envanterdeki ürün miktarı)

3. ay $I_3 = I_2 + X_3 - 100$ (3. ayın sonunda envanterdeki ürün miktarı)

4. ay $I_4 = I_3 + X_4 - 70$ (4. ayın sonunda envanterdeki ürün miktarı)

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0 \quad X_4 \geq 0 \quad I_1 \geq 0 \quad I_2 \geq 0 \quad I_3 \geq 0 \quad I_4 \geq 0$$

Min Z = (üretim maliyeti+depolama maliyeti) - (4. ayın sonunda kalan ürünlerin satışı) = Net maliyet

$$\text{Min } Z = 5X_1 + 8X_2 + 4X_3 + 7X_4 + 2I_1 + 2I_2 + 2I_3 - 6I_4$$

ÖRNEK 19) Bir şirket gelecek 6 ay boyunca ihtiyaç duyacağı bilgisayar sayılarını belirlemiştir.

Ocak: 9 Şubat: 5 Mart: 7 Nisan: 9 Mayıs: 10 Haziran: 5

Bilgisayarlar 1, 2 veya 3 aylığına kiralanabiliyor. Kira ücretleri şöyledir;

1 aylık: 200\$ 2 aylık: 350\$ 3 aylık: 450\$.

Bir bilgisayarın kira süresi Haziran ayını geçiyorsa, kira ücreti ilgili zaman ile orantılı olarak hesaplanır.

Örneğin, Mayıs ayı başında üç aylığına kiralanmış bir bilgisayara 450\$ yerine $\frac{2}{3}(450)\$ = 300\$$ ödenmelidir. İhtiyaç duyulan bilgisayarları minimum maliyetle kiralamamızı sağlayan DP modelini yazınız.

X_{ij} = i. ayda j aylık periyot için kiralanmış bilgisayar sayısı, $i=1, \dots, 6$ $j=1, 2, 3$.

$$\text{Min } Z = 200(\sum_{i=1}^6 X_{i1}) + 350(\sum_{i=1}^5 X_{i2}) + 450(\sum_{i=1}^4 X_{i3}) + 175X_{62} + 300X_{53} + 150X_{63}$$

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} \geq 9 \quad (\text{Ocak talebi})$$

$$X_{12} + X_{13} + X_{21} + X_{22} + X_{23} \geq 5 \quad (\text{Şubat talebi})$$

$$X_{13} + X_{22} + X_{23} + X_{31} + X_{32} + X_{33} \geq 7 \quad (\text{Mart talebi})$$

$$X_{23} + X_{32} + X_{33} + X_{41} + X_{42} + X_{43} \geq 9 \quad (\text{Nisan talebi})$$

$$X_{33} + X_{42} + X_{43} + X_{51} + X_{52} + X_{53} \geq 10 \quad (\text{Mayıs talebi})$$

$$X_{43} + X_{52} + X_{53} + X_{61} + X_{62} + X_{63} \geq 5 \quad (\text{Haziran talebi})$$

$$X_{ij} \geq 0 \quad i=1, \dots, 6 \quad j=1, 2, 3$$

ÖRNEK 20) Bir firma, çiftçilerden satın aldığı elmalardan elma suyu ve elma marmelatı üretmektedir. Firmanın 1 şişe elma marmelatı üretmesi 0,60\$ a 1 şişe elma suyu üretmesi 0,85\$ a mal oluyor. Firma üretiminin en az %30 en fazla %60 ının elma marmelatı olmasını istiyor. Firma elma marmelatına talebin 5000 şişe olacağını ancak yapacağı her 1\$ reklam harcaması ile ek 3 şişe daha talep yaratabileceğini tahmin ediyor. Bemzer biçimde, elma suyuna talebin 4000 şişe olacağını ancak yapacağı her 1\$ reklam harcaması ile ek 5 şişe daha talep yaratabileceğini tahmin ediyor. Firma üretim ve reklam gideri olarak 16000\$ ayırmıştır. 1 şişe elma marmelatı 1,45\$ a 1 şişe elma suyu 1,75\$ a satıldığına göre firmanın karını maksimum yapan DP modelini yazınız.

X_1 = Üretilecek elma marmelatı sayısı (şişe),

X_2 = Üretilecek elma suyu sayısı (şişe),

X_3 = Elma marmelatı için yapılacak reklam harcaması (\$),

X_4 = Elma suyu için yapılacak reklam harcaması (\$),

Maks $Z = 1,45X_1 + 1,75X_2 - 0,60X_1 - 0,85X_2 - X_3 - X_4$

$X_1 \geq 0,30 (X_1 + X_2)$

$X_1 \leq 0,60 (X_1 + X_2)$

$X_1 \leq 5000 + 3X_3$

$X_2 \leq 4000 + 5X_4$

$0,60X_1 + 0,85X_2 + X_3 + X_4 \leq 16000$

$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$

ÖRNEK 21) Bir gömlek atölyesi günde 8 saat çalışacak deneyimli ve deneyimsiz işçilere ihtiyaç duyuyor. Deneyimli işçiler deneyimsiz işçilere göre daha fazla üretim ve daha az hatalı üretim yapmaktadır. Deneyimli bir işçi haftada 360 gömlek, deneyimsiz bir işçi ise 270 gömlek dikebiliyor. Deneyimli bir işçi haftada ortalama 1.1 hatalı üretim yaparken deneyimsiz bir işçi haftada ortalama 2.7 hatalı üretim yapıyor. Atölye sahibi hatalı üretimin haftada 200 adedi geçmesini istemiyor. Deneyimli işçilere haftada 610\$, deneyimsiz işçilere 450\$ ödeme yapılacaktır. Atölye, gelecek 8 hafta için aşağıda verilen sayıda sipariş almıştır:

Ay	1	2	3	4	5	6	7	8
Sipariş miktarı	1950	2100	2560	2720	3340	2980	2700	3100

Deneyimli işçiler ile 8 aylık sözleşme, deneyimsiz işçilerle birer aylık sözleşme yapılacaktır. Firma toplam işçi ödemelerini minimum yaparak kaç deneyimli işçiye ve her ay öncesi kaç deneyimsiz işçiye sözleşme yapması gerektiğini bilmek istiyor. Problemin DP modelini yazınız.

X = Sekiz ay boyunca çalışacak deneyimli işçi sayısı,

Y_i = i. ayda çalışacak deneyimsiz işçi sayısı $i=1,2,...,8$.

$$\text{Min } Z = 610 \cdot 8 X + 450 \sum_{i=1}^8 Y_i$$

$$360X + 270Y_1 = 1950$$

$$360X + 270Y_2 = 2100$$

$$360X + 270Y_3 = 2560$$

$$360X + 270Y_4 = 2720$$

$$360X + 270Y_5 = 3340$$

$$360X + 270Y_6 = 2980$$

$$360X + 270Y_7 = 2700$$

$$360X + 270Y_8 = 3100$$

$$1.1X + 2.7 Y_i \leq 200 \quad i=1,2,...,8$$

$$X \geq 0 \quad Y_i \geq 0 \quad i=1,2,...,8$$

ÖRNEK 22) Bir şirket özel bir otomobil yedek parçası üretiyor. Şirketin büyük bir kamyon üreticisi ile yaptığı sözleşmeye göre 4 ay için teslim etmesi gereken yedek parça sayıları şöyledir:

Ocak: 3000 Şubat: 4000 Mart: 5000 Nisan:5000

Şirket normal mesai ile her ay en fazla 3000 parça, fazla mesai ile her ay en fazla 2000 parça üretebiliyor. Normal mesaide üretilen bir parçanın maliyeti 1500\$, fazla mesaide üretilen bir parçanın maliyeti 2500\$'dır. Aylık envanterde tutma maliyeti parça başına 50\$ dır. Toplam maliyeti minimum yapan DP modelini yazınız.

X_{ijk} = i. ayda j. mesai kullanarak üretilip k. ayda teslim edilen oto yedek parçası sayısı $i = 1, 2, 3, 4$
 $j = 1, 2$ $k = 1, 2, 3, 4$

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= \text{Normal mesaide üretim maliyeti} + \text{Fazla mesaide üretim maliyeti} + \text{Envanter maliyeti} \\ &= 1500(X_{111} + X_{112} + X_{113} + X_{114} + X_{212} + X_{213} + X_{214} + X_{313} + X_{314} + X_{414}) \\ &+ 2500(X_{121} + X_{122} + X_{123} + X_{124} + X_{222} + X_{223} + X_{224} + X_{323} + X_{324} + X_{424}) \\ &+ 50(X_{112} + X_{122} + X_{213} + X_{223} + X_{314} + X_{324}) + 100(X_{113} + X_{123} + X_{214} + X_{224}) + 150(X_{114} + X_{124}) \end{aligned}$$

Aylık normal mesai ile üretim:

$$X_{111} + X_{112} + X_{113} + X_{114} \leq 3000$$

$$X_{212} + X_{213} + X_{214} \leq 3000$$

$$X_{313} + X_{314} \leq 3000$$

$$X_{414} \leq 3000$$

Aylık fazla mesai ile üretim:

$$X_{121} + X_{122} + X_{123} + X_{124} \leq 2000$$

$$X_{222} + X_{223} + X_{224} \leq 2000$$

$$X_{323} + X_{324} \leq 2000$$

$$X_{424} \leq 2000$$

Aylık talepler:

$$X_{111} + X_{121} = 3000$$

$$X_{112} + X_{122} + X_{212} + X_{222} = 4000$$

$$X_{113} + X_{123} + X_{213} + X_{223} + X_{313} + X_{323} = 5000$$

$$X_{114} + X_{124} + X_{214} + X_{224} + X_{314} + X_{324} + X_{414} + X_{424} = 5000$$

$$X_{ijk} \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad j = 1, 2 \quad k = 1, 2, 3, 4$$

ÖRNEK 23) Bir firma iki ürün üretiyor. Ürünler iki makinanın herhangi birinde üretilebiliyor. Her ürünün her makinada üretimi için gereken süre (saat) aşağıda verilmiştir. Her ay her makina en fazla 500 saat kullanılabilir. Her ürüne her ay olan maksimum talep ve ürünlerin o ayki satış fiyatları aşağıda verilmiştir. Firmanın amacı gelecek iki ay içerisinde ürün satışından elde edeceği geliri en büyükmektir. Bu amacı sağlayan DP modelini yazınız.

Ürün	1. Makine	2. Makina
1	4	3
2	7	4

Ürün	Talep (adet)		Fiyat (\$)	
	1.ay	2. ay	1.ay	2. ay
1	100	190	55	12
2	140	130	65	32

X_{ijk} = i. makina kullanılarak j. ayda üretilip k. ayda satılan 1. ürün miktarı

Y_{ijk} = i. makina kullanılarak j. ayda üretilip k. ayda satılan 2. ürün miktarı

- 1. ayda satılan 1. ürün miktarı: $X_{111} + X_{211}$
- 1. ayda satılan 2. ürün miktarı: $Y_{111} + Y_{211}$
- 2. ayda satılan 1. ürün miktarı: $X_{112} + X_{212} + X_{122} + X_{222}$
- 2. ayda satılan 2. ürün miktarı: $Y_{112} + Y_{212} + Y_{122} + Y_{222}$

$$\text{Maks } Z = 55(X_{111} + X_{211}) + 12(X_{112} + X_{212} + X_{122} + X_{222}) + 65(Y_{111} + Y_{211}) + 32(Y_{112} + Y_{212} + Y_{122} + Y_{222})$$

$$4(X_{111} + X_{112}) + 7(Y_{111} + Y_{112}) \leq 500 \quad (1.\text{ay } 1.\text{makinanın kullanım süresi})$$

$$4X_{122} + 7Y_{122} \leq 500 \quad (2.\text{ay } 1.\text{makinanın kullanım süresi})$$

$$3(X_{211} + X_{212}) + 4(Y_{211} + Y_{212}) \leq 500 \quad (1.\text{ay } 2.\text{makinanın kullanım süresi})$$

$$3X_{222} + 4Y_{222} \leq 500 \quad (2.\text{ay } 2.\text{makinanın kullanım süresi})$$

$$X_{111} + X_{211} \leq 100 \quad (1.\text{ay } 1.\text{ürün satış miktarı})$$

$$Y_{111} + Y_{211} \leq 140 \quad (1.\text{ay } 2.\text{ürün satış miktarı})$$

$$X_{112} + X_{212} + X_{122} + X_{222} \leq 190 \quad (2.\text{ay } 1.\text{ürün satış miktarı})$$

$$Y_{112} + Y_{212} + Y_{122} + Y_{222} \leq 130 \quad (2.\text{ay } 2.\text{ürün satış miktarı})$$

$$X_{111}, X_{112}, X_{122}, X_{211}, X_{212}, X_{222}, Y_{111}, Y_{112}, Y_{122}, Y_{211}, Y_{212}, Y_{222} \geq 0$$

ÖRNEK 24) Kimko, A ve B kimyasallarını üretmektedir. Bu kimyasallar iki üretim süreci ile üretiliyor.

1. üretim sürecinde 2 saat işgücü ve 1kg hammadde kullanılarak 1gr A ve 1gr B kimyasalı üretiliyor. 2. üretim sürecinde 3 saat işgücü ve 2kg hammadde kullanılarak 3gr A ve 2gr B kimyasalı üretiliyor. Kimko'nun 60 saat işgücü ve 40kg hammaddesi mevcuttur. A kimyasalının gramı 16\$ dan ve B kimyasalının gramı 14\$ dan satılıyor. Kimko'nun karını maksimum yapan DP modelini yazınız.

X_1 = 1. üretim sürecini kullanma sayısı,

X_2 = 2. üretim sürecini kullanma sayısı,

$$\text{Max } Z = (16 + 14) X_1 + (3 \times 16 + 2 \times 14) X_2$$

$$2X_1 + 3X_2 \leq 60$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 40$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$$

ÖRNEK 25) Kimko, A ve B kimyasallarını üretmektedir. Bu kimyasallar iki üretim süreci ile üretiliyor.

1. üretim sürecinde 2 saat işgücü ve 1kg hammadde kullanılarak 1gr A ve 1 gr B kimyasalı üretiliyor.

2. üretim sürecinde 3 saat işgücü ve 2kg hammadde kullanılarak 3gr A ve 2 gr B kimyasalı üretiliyor.

Kimkonun 60 saat işgücü ve 40kg hammaddesi mevcuttur. A kimyasalının gramı 16\$ dan ve B kimyasalının gramı 14\$ dan satılıyor. A kimyasalına olan talep sınırsız iken, B kimyasalından sadece 20 gram satılabiliyor. B kimyasalının bir gramı 2\$ maliyetle imha ediliyor. Kimko'nun karını maksimum yapan DP modelini yazınız.

X_1 = 1. üretim sürecini kullanma sayısı,

X_2 = 2. üretim sürecini kullanma sayısı,

y = satılmayan B kimyasalının miktarı (gram)

Maks $Z = 16 (2X_1 + 3X_2) + 14 (X_1 + 2X_2 - y) - 2y$

$2X_1 + 3X_2 \leq 60$

$X_1 + 2X_2 \leq 40$

$X_1 + 2X_2 - y \leq 20$

$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad y \geq 0$