Hacettepe Üniversitesi
İST265-02 Matematiksel İstatistik
Ödevi 4

Hasan Efe Kocasu
2240329066

Cauchy dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu; $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$

Moment çıkaran fonksiyonu: $M_x(t) = E(e^{tx}) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} \cdot \frac{1}{\pi(1+x^2)} \, dx$

Moment çıkaran fonksiyonun var olması için $M_x(t)$'nin $t=0$ civarında sonlu olması gerekir. İki tarafta da integral alıp bakalım:

$t>0$ için integral

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{tx}}{\underbrace{\pi(1+x^2)}_{\text{sonsuza giderken } x^2 \text{ yaklaşır}}} \, dx \qquad \begin{array}{l} u = tx \\ du = t.dx \end{array} \rightarrow t \cdot \int_0^{\infty} \frac{e^u}{\pi x^2} \, du$$

u sonsuza yaklaşırken $\frac{e^u}{x^2} \rightarrow$ üstel fonksiyon polinom fonksiyonundan hızlı büyür yani fonksiyon sonsuza yaklaşır

$t<0$ için (de aynı şekilde gider sonuç)

$$\int_{-\infty}^{0} \frac{e^{tx}}{\pi(1+x^2)} \, dx \qquad \begin{array}{l} u = tx \\ du = t.dx \end{array} \rightarrow t \cdot \int_{-\infty}^{0} \frac{e^u}{\pi x^2} \, du$$

u eksi sonsuza yaklaşırken $\frac{e^u}{x^2}$ → üstel fonksiyon polinom fonksiyonundan hızlı küçülür yani fonksiyon eksi sonsuza yaklaşır.

MGF integral aldığımızda ıraksak olduğundan tanımsızdır diyebiliriz.