

SORULAR:

(1) Aşağıda verilen matrislerin simetrik, ters-simetrik olup olmadığını karar veriniz.

a)  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 5 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$  simetrik. Çünkü  $A^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 5 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix} = A$

b)  $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 7 \\ -3 & -7 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 4 & -7 \\ 3 & 7 & 0 \end{bmatrix} \neq B \Rightarrow$  simetrik değil  
 $\neq -B \Rightarrow$  ters-sim. değil

c)  $C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & -2 \\ -1 & -3 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & -4 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow C^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -3 & 2 \\ 1 & 3 & 0 & -4 \\ 1 & -2 & 4 & 0 \end{bmatrix} = -C \Rightarrow$  ters-simetrik ✓

(2)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  matrisleri verlin.

$A^2, A \cdot B, A - B, 3B, A + B$  ve  $A^2 - B^2$ 'yi hesaplayınız.

$A$  ve  $B$  birer köşegen matris olduklarından işlemler sadece köşegendeki elemanları iâm yapılır. Yani;

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-1)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16 \end{bmatrix}$$

olar.

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-1).(-2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3(-3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, A + B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, 3B = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$A^2 - B^2$  her zaman  $\underbrace{(A-B)(A+B)}$  olmazı göstermez. Çünkü matrislerde değişme özelliğinin yoktur ( $AB \neq BA$ ). Fazla burada matrisler körgeç matris olduklarından, eşitlik sağlanır.

$$A^2 - B^2 = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad (A-B)(A+B) = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16 \end{bmatrix}$$

= olur.

(3)  $\begin{bmatrix} x+y-1 & -1 & 1 \\ 1 & y+z-2 & -1 \\ -1 & 1 & z+x-3 \end{bmatrix}$  matrisinin ters simetrik olmasının  
x, y, z ne olmalıdır?

$$\begin{aligned} x+y-1 &= 0 \\ y+z-2 &= 0 \\ z+x-3 &= 0 \end{aligned} \quad \left\{ \text{oluştu} \right. \Rightarrow \left. \begin{aligned} x+y &= 1 \\ y+z &= 2 \\ z+x &= 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} 2(x+y+z) &= 6 \\ x+y+z &= 3 \end{aligned}$$

$$\boxed{z=2}, \boxed{x=1}, \boxed{y=0}$$

olur.

g.s.5

- 4 A simetrik, B ters-simetrik matrisler olsun. A+B simetrik ise B'nm sıfır matrisi olduğunu gösteriniz.

$$A \text{ simetrik} \Rightarrow A = A^T$$

$$B \text{ ters-simetrik} \Rightarrow B = -B^T$$

$$(A+B) \text{ simetrik} \Rightarrow (A+B) = (A+B)^T$$

$$(A+B) = (A+B)^T = \begin{matrix} A^T & B^T \\ \parallel & \parallel \\ A & -B \end{matrix} = A - B \Rightarrow \begin{matrix} A+B = A-B \\ \Rightarrow 2B = 0 \\ \Rightarrow B = 0 \end{matrix} \text{ olur.}$$

- 5 A  $m \times m$  simetrik, B  $m \times m$  ters-simetrik olsun. A+B=0 ise A=0 ve B=0 olduğunu gösteriniz.

$$A \text{ simetrik} \Rightarrow A = A^T$$

$$B \text{ ters-simetrik} \Rightarrow B = -B^T$$

$$A+B=0 \Rightarrow A = -B$$

$$\text{Transpozisyon} \Rightarrow A^T = -B^T \quad \begin{matrix} \parallel & \parallel \\ A & B \end{matrix}$$

$$\Rightarrow A = B$$

$$A = B = -B \Rightarrow A = B = 0$$



6) Aşağıdaki matrislerin eselerin satır indirgenmiş eselerin olup olmadığını karar veriniz.

a)  $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  matrisi eselerin degildir. s.i.e. degildir.

b)  $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  matrisi eselerin olup. s.i.e. degildir.

c)  $C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  s.i.e matristir.