CSE211Dijital Tasarım

Akdeniz Üniversitesi

Hafta3: Dijital Tasarıma Giriş

Doç.Dr. Taner Danışman tdanisman@akdeniz.edu.tr

Ders programi

2

1	Hafta 01	09/16/2024Giriş
-		,
	Hafta 02 23/	09/2024Dijital Sistemler ve İkili Sayılar I
	Hafta 03 30/	09/2024Dijital Sistemler ve İkili Sayılar II
	Hafta 04 10/	07/2024Boole Cebiri ve Mantık Kapıları I
	Hafta 05 10/	14/2024Boole Cebiri ve Mantık Kapıları II
	Hafta 06 10/2	21/2024Kapı Seviyesi Minimizasyonu
	Hafta 07 10/	28/2024Karnaugh Haritaları
	Hafta 08 1	1/04/2024Vize
	Hafta 09 11/	11/2024Karnaugh Haritaları
	Hafta 10 11/	18/2024Kombinasyonel Mantık
	11. Hafta	25.11.2024Kombinasyonel Mantık
	12. Hafta	12/02/2024Zamanlama, gecikmeler ve tehlikeler
	Hafta 13 12/	09/2024 Eşzamanlı Sıralı Mantık
	Hafta 14 12/	16/2024 Eşzamanlı Sıralı Mantık

Sayı Sistemleri

Ondalık Sayılar

5.634 neyi temsil ediyor?

5.634'ü genişletiyoruz:

$$+6 \times 102 = 600$$

$$+3x101 = 30$$

$$+4x100 =$$

Yukarıdaki açılımda "10" ne olarak adlandırılır?

Kök.

Bu sayı sistemine ne ad verilir?

Ondalık.

Ondalık sayılar hangi rakamlardan oluşur?

tabanlı sayıların rakamları nelerdir?

Örnek: 46.687510'u Base 2'ye Dönüştür

46'yı Taban 2'ye dönüştür

```
46/2 = 23 kalan = 0

23/2 = 11 kalan = 1

11/2 = 5 kalan = 1

5/2 = 2 kalan = 1

2/2 = 1 kalan = 0

1/2 = 0 kalan = 1
```

Ters sırada okuyun: 1011102

0,6875'i Taban 2'ye dönüştürün:

```
0,6875 * 2 = 1,3750 tam sayı = 1

0,3750 * 2 = 0,7500 tam sayı = 0

0.7500 * 2 = 1.5000 tamsayı = 1

0,5000 * 2 = 1,0000 tam sayı = 1

0.0000

İleriye doğru okuyun: 0.10112
```

Kök noktasıyla birleşin: 1011110.10112

Sekizli, Onaltılı, İkili Sayılar Arasında Dönüşüm

Sekizli (Onaltılı) Sistemden İkili Sisteme:

Sekizli (onaltılık) sayı sistemini üç (dört) ikili basamak olarak yeniden ifade edin, kök noktasından başlayıp her iki yöne doğru gidiyor

İkiliden Sekizliye (Onaltılık):

İkili basamakları, taban noktasından başlayıp her iki yönde de giden üç (dört) bit grubuna gruplayın ve kesirli kısımda gerektiği gibi sıfırlarla doldurun

Her üç (dört) bitlik grubu sekizli (onaltılık) bir basamağa dönüştürün

Örnek: Sekizliden İkiliye ve Onaltılıya

635. 177

8

= 110 | 011 | 101 . 001 | 111 | 111 = 1 | 1001 | 2

1101 . 0011 | 1111 | 1 (000) 2 (yeniden gruplama)

= 19 D 816 (dönüştürülüyor) F

Kod aynı zamanda 8-4-2-1 kodu olarak da bilinir.

Bunun nedeni 8, 4, 2 ve 1'in dörtlü ağırlıklar olmasıdır. BCD kodunun parçaları

Dört ikili bit kullanıldığından kodlanabilecek maksimum ondalık eşdeğeri 1510'dur (yani 11112).

Ancak mevcut maksimum ondalık basamak 910'dur

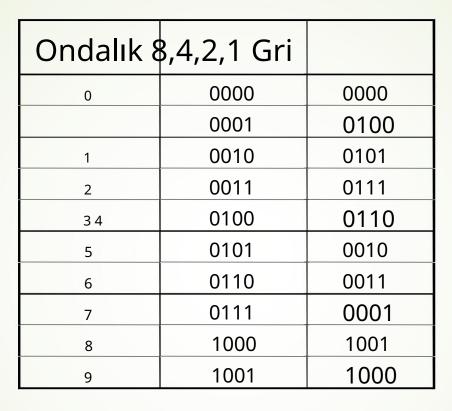
Bu nedenle, ondalık olarak 10, 11, 12, 13, 14 ve 15'i temsil eden 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111 ikili kodları BCD kodunda asla kullanılmaz.

Bu altı koda yasak kodlar denir

Örnek 2.1 589 ondalık sayısının BCD eşdeğerini verin.

Çözüm.

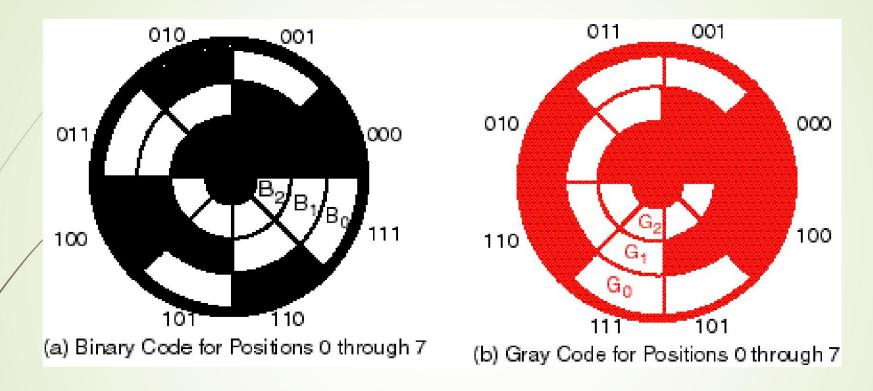
Ondalık sayı 589'dur BCD kodu 0101 1000 1001'dir Dolayısıyla, (589)10 = (010110001001)BCD



Bu Gray kodunun hangi özelliği var?

Yukarı veya aşağı sayma, her seferinde yalnızca bir biti değiştirir (9 ile 0 arasında sayma dahil)

Gri Kod: Optik Şaft Kodlayıcı



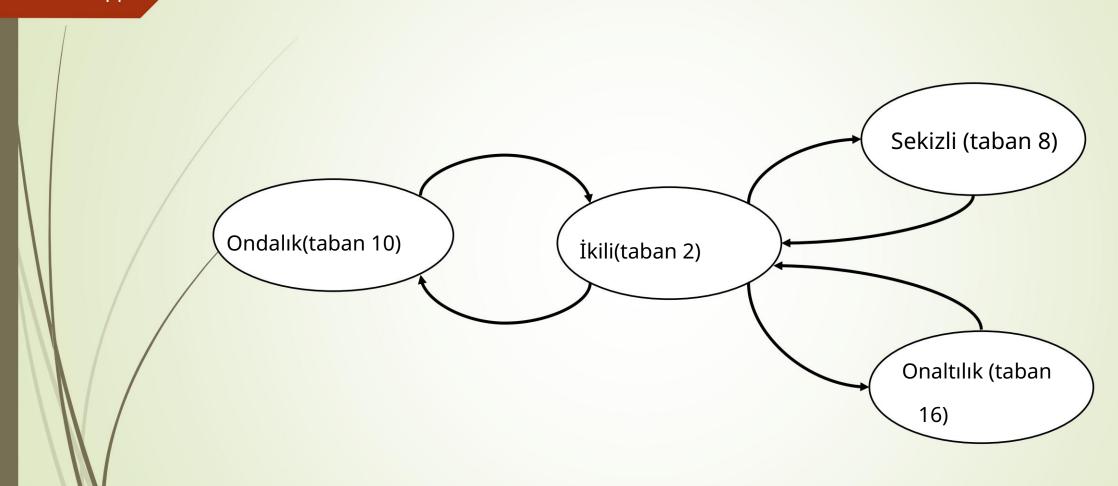
Mil kodlayıcı: Açısal konumu yakalar (örneğin pusula) İkili kod için, mil konumu "3" ve "4" (011 ve 100) sınırında ise hangi değerler okunabilir?

Gray kodu için hangi değerler okunabilir?

Ondal<u>ık bir s</u>ayının ikili bi<u>r sayıya dönüştürü</u>lmesini, ondalık bir sayının İKİLİ KOD ile kodlanmasıyla KARIŞTIRMAYIN.____

1310 = 11012 (Bu bir dönüşümdür)

13 0001 0011 (Bu bir kod<u>lamadır</u>)



İkili Sayının Sayıya Dönüştürülmesi Gri Kod

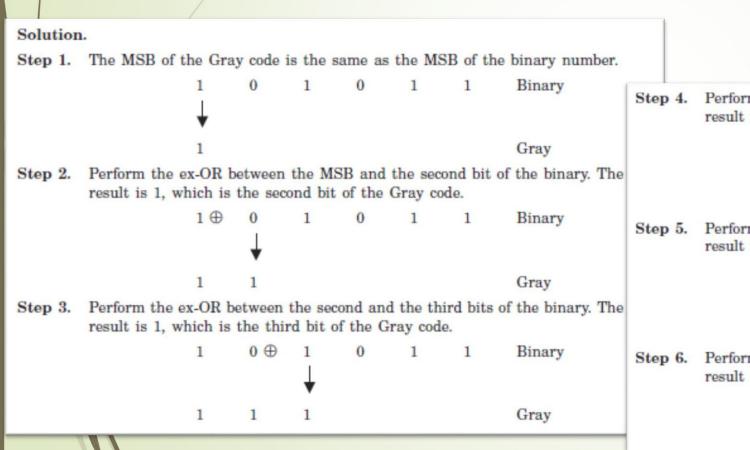
Gray kodunun MSB'si ikili sayının MSB'siyle aynıdır;

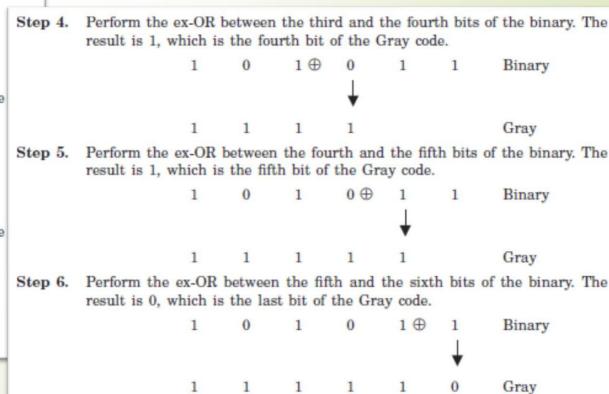
Gray kodunun MSB'sinin yanındaki ikinci bit, MSB'nin Ex-OR'una ve ikili sayının ikinci bitine eşittir; aynı ikili bitler varsa 0, farklı ikili bitler varsa 1 olacaktır;

Gray kodu için üçüncü bit, ikili sayının ikinci ve üçüncü bitlerinin özel VEYA'sına eşittir ve benzer şekilde bir sonraki tüm düşük dereceli bitler aynı mekanizmayı izler

İkili Sayının Sayıya Dönüştürülmesi Gri Kod

Örnek 2.2 (101011)2'yi Gray koduna dönüştürün.

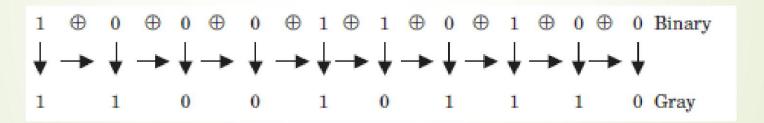




İkili Sayının Sayıya Dönüştürülmesi Gri Kod

(564)10'u Gray koduna dönüştürün.

Ondalık sayı 564, İkili sayıya (1000110100)2 eşittir



Bilmeniz gereken bazı bölüm terimleri

15

DVD

GUI

MÇD

ASCII

STX

ETX

CR

LF

HDL

İkili Aritmetik

Taşıma ile Tek Bit Toplama Çoklu
Bit Toplama Ödünç Alma
ile Tek Bit Çıkarma Çoklu Bit Çıkarma
Çarpma

BCD Ekleme

İkili toplama

17

Ondalık toplama ile aynıdır

$$0+0=0$$

$$0+1=1$$

0 + 0 0	0 + 1 1	1 + 0 1	1 + 1 10	1 1 +1 11	1 +10 11	10 +101 111	1011 + 10 1101	101011 + 111 110010	101011 + 111 110010
---------------	---------------	---------------	----------------	--------------------	----------------	-------------------	----------------------	---------------------------	---------------------------

İkili Toplama

İkili toplama çok basittir. Bu, iki ikili

sayının toplanması örneğinde en iyi şekilde gösterilir. sayılar...

1010100

19

0.0.0	0	1	1	10	101
0-0=0	- 0	- 0	- 1	- 1	- 10
1-0=1	0	1	0	01	011
1-1=0			2002	1835 SE	58 45 65

0-1=0+B

B(Ödünç Al)

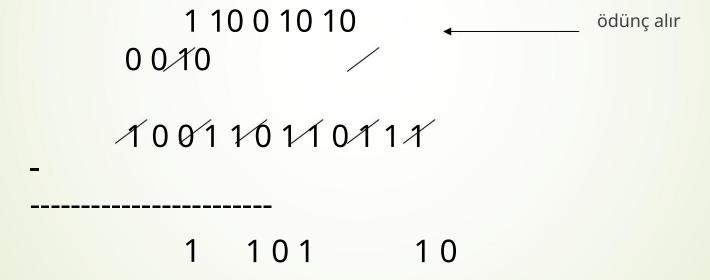
11001010

- 10011011

00101111

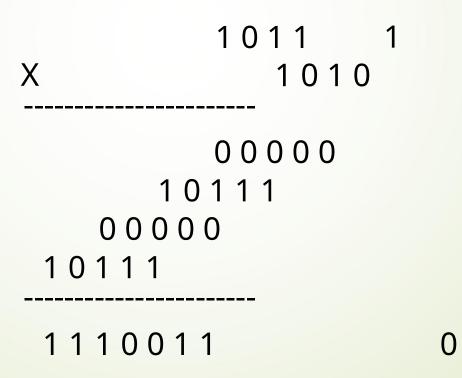
İkili Çıkarma

Çıkarma işlemini de (taşıma yerine ödünç alma ile) yapabiliriz. (1001101)2'den (10111)2'yi çıkaralım ...



İkili Çarpım

İkili çarpma, ondalık çarpmaya çok benzerdir; tek farkı, çarpma işlemlerinin çok daha basit olmasıdır...



1'ler ve 2'lerin tamamlayıcıları

Tamamlayıcılar, çıkarma işlemini basitleştirmek için dijital bilgisayarlarda kullanılır işlem ve mantıksal manipülasyon için.

İşlemleri basitleştirmek, işlemleri uygulamak için daha basit ve daha az maliyetli devrelere yol açar Her bir baz-

r sistemi için iki tür tamamlayıcı vardır:

Azalmış kök tamamlayıcısı (r-1'in tamamlayıcısı) Kök tamamlayıcısı (r'nin tamamlayıcısı)

Birinin Tamamlayıcı Temsili

- İkili bir sayının bire tamamlayıcısı, tüm bitlerin ters çevrilmesini içerir.
 - 00110011'in 1'inci bileşeni 11001100'dür
 - 10101010'un 1'inci bileşeni 01010101'dir
- Mano tarafından azaltılmış radix tamamlayıcısı olarak adlandırılır
- n bitlik bir sayı N için 1'in tamamlayıcısı (2n-1) N'dir

örneğin ondalık sayılar için r=10 ve r-1=9 Yani 9'lar N'nin tamamlayıcısı (10n-1) -N'dir

Bu durumda, 10n tek bir 1 0'dan oluşan bir sayıyı temsil eder takip eden N

10n - 1, n adet 9 ile temsil edilen bir sayıdır

• 1'e tümleyen sayının negatifini bulmak için sayının 1'e tümleyenini alırız.

İki'nin Tamamlayıcısı Temsili

İkili sayının ikinin tamamlayıcısı, tüm bitleri ters çevirip 1 eklemeyi içerir.

00110011'in 2'lisi 11001101'dir 10101010'un 2'lisi 01010110'dur

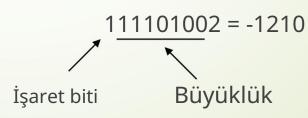
Mano tarafından radix tamamlayıcısı

olarak adlandırılır n bitlik bir sayı N için 2'nin tamamlayıcısı (2n-1) – N + 1'dir

2389 ondalık sayısının 10'luk tamamlayıcısı 7610 + 1 = 7611'dir ve 9'luk tamamlayıcı değerine 1 eklenerek elde edilir

İkili 101100'ün 2'ye tamamlayıcısı 010011 + 1 = 010100 ve 1'in tamamlayıcı değerine 1 eklenerek elde edilir

2'ye tümleyen sayının negatifini bulmak için sayının 2'ye tümleyenini alırız.



İki'nin Tamamlayıcı Kısayolları

• Algoritma 1 – Her biti basitçe tamamlayın ve ardından sonuca 1 ekleyin.

(01100101)2 sayısının 2'ye tümleyenini ve 2'ye tümleyenini bulmak...

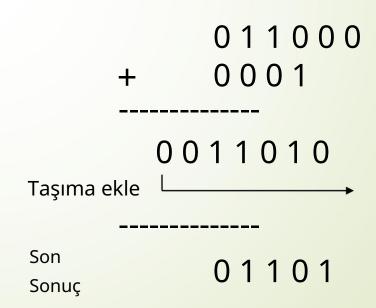
 Algoritma 2 – En önemsiz bitten başlayarak, tüm bitleri ve ilk 1 biti dahil edip kalan bitleri tamamlıyor.

1'in Tamamlayıcı Toplamı

• 1'in tamamlayıcısı sayıları kullanarak sayıları toplamak kolaydır. • Örneğin, +12 ile +1'i toplamak istediğimizi varsayalım . • 1'lerin tamamlayıcısı olarak (12)10 + (1)10 (12)10 = +(1100)2 = 011002'yi hesaplayalım . (1)10 = +(0001)2 = 000012'yi 1'lerin tamamlayıcısı olarak hesaplayalım.

Adım 1: İkili sayıları toplayın

Adım 2: Düşük sıralı bite taşıma ekleyin



1'in Tamamlayıcı Çıkarımı

27

 1'in tamamlayıcısı sayıları kullanarak sayıları çıkarmak da kolaydır.
 Örneğin, +12'den +1'i çıkarmak istediğimizi varsayalım • (12)10 - (1)10'u hesaplayalım.

$$(12)10 = +(1100)2$$
 = 1'lerin hesaplamasında 011002.

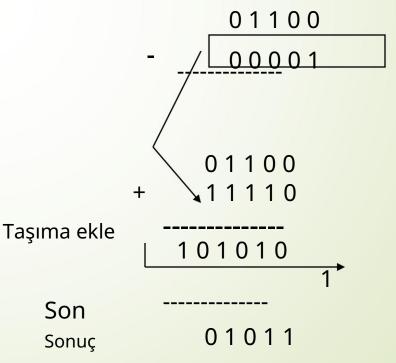
= 1'lerin hesaplamasında 111102.

Adım 1: 2. işlenenin 1'in tamamlayıcısını alın

Adım 2: İkili sayıları toplayın

(-1)10 = -(0001)2

Adım 3: Düşük dereceli bit'e taşıma ekleyin



Son Sonuç

2'nin Tamamlayıcı Toplamı

· 2'nin tamamlayıcı sayılarını kullanarak sayıları toplamak kolaydır. ·

Örneğin, +12 ve +1'i toplamak istediğimizi varsayalım

• (12)10 + (1)10'u hesaplayalım

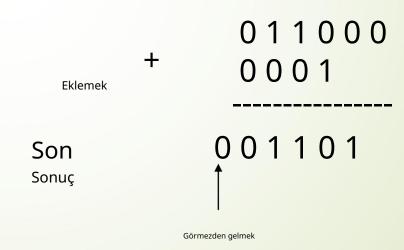
$$(12)10 = +(1100)2$$

= 2'li hesaplamada 011002.

$$(1)10 = +(0001)2$$

= 2'li hesaplamada 000012.

Adım 1: İkili sayıları toplayın Adım 2: Taşıma bitini göz ardı edin



2'nin Tamamlayıcı Çıkarımı

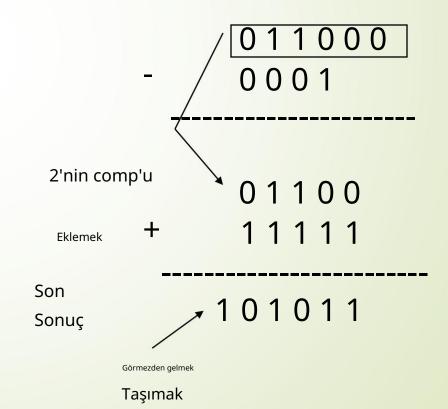
• 2'nin tamamlayıcı sayılarını kullanarak, çıkarma için adımları izleyin • Örneğin, +12'den +1'i çıkarmak istediğimizi varsayalım • (12)10 - (1)10'u hesaplayalım

(12)10 = +(1100)2 = 2'li hesaplamada 011002 = 2'li (-1)10 = -(0001)2 hesaplamada 111112

Adım 1: 2. işlenenin 2'nin tamamlayıcısını alın

Adım 2: İkili sayıları toplayın

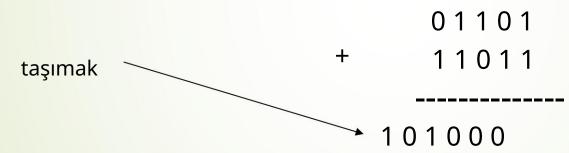
Adım 3: Taşıma bitini göz ardı edin



2'nin Tamamlayıcısı Çıkarma: Örnek # 2

• (13)10 – (5)10'u hesaplayalım . (13)10 = +(1101)2 = (01101)2 (-5)10 = -(0101)2 = (11011)2

Bu iki 5 bitlik kodu toplayın...



 Taşıma biti atıldığında, işaret bitinin sıfır olduğu görülür ve bu da doğru bir sonucu gösterir. Gerçekten de, (01000)2 = +(1000)2 = +(8)10. • (5)10 – (12)10'u hesaplayalım.

$$(-12)10 = -(1100)2 = (10100)2$$

$$(5)10 = +(0101)2 = (00101)2$$

Bu iki 5 bitlik kodu toplayın...

 Burada carry biti yoktur ve sign biti 1'dir.
 Bu, beklediğimiz gibi negatif bir sonucu gösterir. (11001)2 = -(7)10. 32

Örnek #4

Given the two binary numbers X = 1010100 and Y = 1000011, perform the subtraction (a) X - Y and (b) Y - X by using 2's complements.

```
(a)
                    X = 1010100
    2's complement of Y = + 01111101
                  Sum = 10010001
     Discard end carry 2^7 = -10000000
        Answer: X - Y = 0010001
                    Y = 1000011
(b)
    2's complement of X = + 0101100
                  Sum = 1101111
```

There is no end carry. Therefore, the answer is Y - X = -(2's complement of 1101111) = -0010001.

• (72532)10 – (3250)10'u hesaplayalım . 99999-3250 96749+1=96750

Using 10's complement, subtract 72532 - 3250.

$$M = 72532$$
10's complement of $N = + 96750$
Sum = 169282
Discard end carry $10^5 = -100000$

Answer = 69282

34

hesaplayalım .

99999-72532

Using 10's complement, subtract 3250 - 72532.

$$M = 03250$$

10's complement of $N = + 27468$
Sum = 30718

There is no end carry. Therefore, the answer is -(10)'s complement of 30718) = -69282

BCD Ekleme

İkili toplam 1001'e eşit veya daha az olduğunda (taşıma olmadan), karşılık gelen BCD basamağı doğrudur

Ancak, ikili toplam 1010'dan büyük veya ona eşit olduğunda, sonuç geçersiz bir BCD basamağıdır

İkili toplama 6 = (0110)2 eklenmesi, onu doğru rakama dönüştürür ve ayrıca gerektiği gibi bir taşıma üretir

BCD Ekleme

İkili toplam 1010'dan büyük veya ona eşitse, doğru BCD toplamını ve bir taşımayı elde etmek için 0110 ekleriz

Consider the	addition	of 184 +	576 =	760 in BCD:
--------------	----------	----------	-------	-------------

BCD	1	1		
	0001	1000	0100	184
	+0101	0111	0110	+576
Binary sum	0111	10000	1010	
Add 6		0110	0110	
BCD sum	0111	0110	0000	760

BCD Çıkarma

37

BCD çıkarma işlemi için 10'lu tamamlayıcıyı kullanırız. Pozitif sayılar 0000 ile gösterilir 1001 ile gösterilen negatif sayılar

```
357-432=?
```

BCD'de 357 0000 0011 0101 0111'dir

10'lu tamamlayıcıda -432 999 432 = 567 ve 567 + 1 = 568'dir

Bu değer negatif olduğundan 0101 0110 1000'e 1001 ekliyoruz

3 5 7 + 9

8 = 9

8 11 15

1001'den büyük olan nibble değerlerine 6 ekliyoruz.

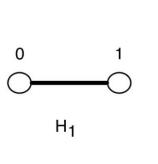
Sonuç olarak -925 olan 1001 1001 0010 0101 sayısını elde ettik .

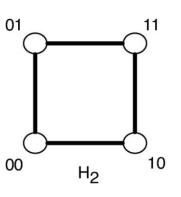
Büyüklüğü bulmak için: 999 - 925 = 74 ve 74 + 1 = 75

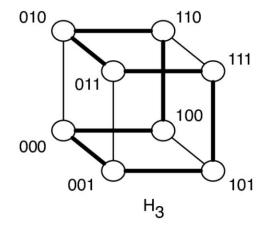
Sonuç 357 - 432 = -75 olur

Sorular

Aşağıdaki şekillerde hangi kodlama türü kullanılabilir?







16. gray kod değerini nasıl bulabiliriz?

Gray Code

Gray Code	Decimal Equivalent
0000	0
0001	1
0011	2
0010	3
0110	4
0111	5
0101	6
0100	7
1100	8
1101	9
1111	10
1110	11
1010	12
1011	13
1001	14
1000	15

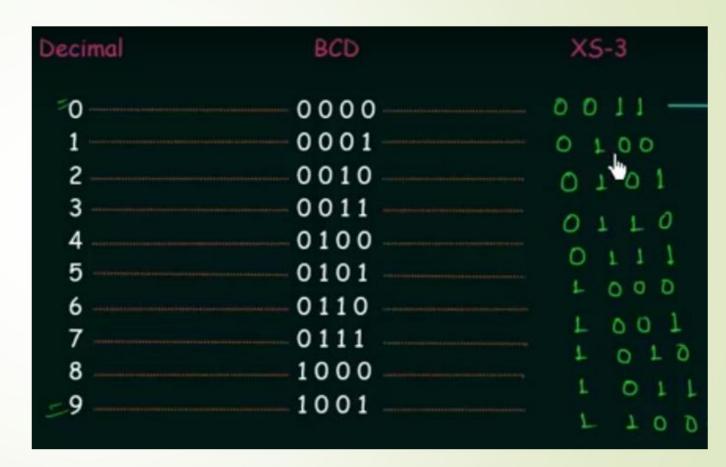
Fazla -3 Kodları

39

Basitçe ondalık 3'ü ekleyin BCD değeri

Kendini tamamlayan tek ağırlıksız koddur

Geçersiz rakamlar nelerdir?



Fazla 3 Kod Ekleme

0011 0101 0110 + 0101 0111 1001=?

Adımlar

BCD'ye dönüştür

Fazla-3 kodunu bulmak için her bir haneye 3 ekleyin

Standart ikili toplama işlemini gerçekleştirin

Taşıma oluşturan gruplara 0011 ekleyin ve taşıma oluşturmayan gruplardan 0011'i çıkarın

Sonuç EX-3 kodunda olduğundan, sonuçtan ek 3'ü çıkarın

BCD eşdeğerini bul

Adım 1 Önceki yöntemde olduğu gibi her iki sayının da 3'ten fazla koda dönüştürülmesi gerekir

Adım 2 İkili çıkarma işleminin temel yöntemleri izlenerek çıkarma işlemi yapılır.

Adım 3 Her BCD'den '0011'i çıkarın İlgili dört bitlik gru<u>pların</u> çıkarma işlemi bir sonraki daha yüksek bitişik dört bitlik gruptan ödünç almayı gerektiriyorsa, cevaptaki dört bitlik grubu ekleyin. Adım 4 Sonuçta kalan dört bitlik gruplar varsa, bunlara '0011' ekleyin .

Adım 5 Son olarak 3'ten fazla kodda istenilen sonucu elde ederiz

Fazla-3 Çıkarma Örneği

0001 1000 0101 ve 0000 0000 1000 sayılarını alalım

Bu sayıların 3'ten fazla eşdeğeri 0100 1011 1000 ve 0011 0011 1011'dir

0100 1011 1000

0011 0011 1011

0001 0111 1101

Ödünç alınması gereken en az önemli sütun ve diğeri iki sütun ödünç almaya gerek yoktu

Bu nedenle, bu sütunun sonucundan 0011'i çıkarın ve diğer iki sütuna 0011'i ekleyin

0100 1010 1010 elde ederiz

Bu, 3'ten fazla kodla ifade edilen sonuçtur. İkili sonuç

0001 0111 0111'dir