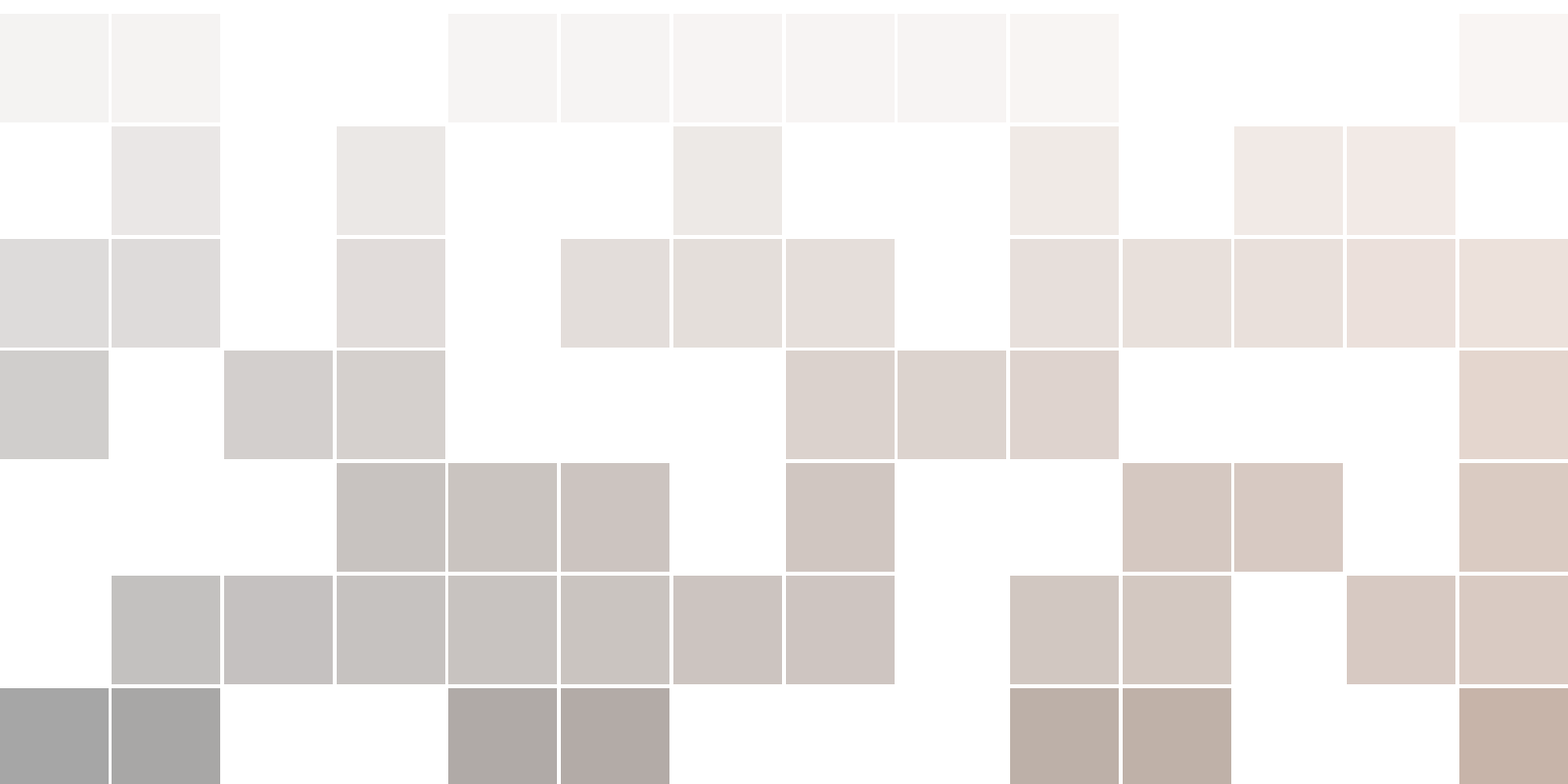




# Curso de Matemática e Tecnologia

Prof. Dr. Edson F. Fumachi



Copyright © 2018-2020 E. F. Fumachi

MATERIAL INDEPENDENTE

FUMACHI.MAT.BR

Licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License (the “License”). You may not use this file except in compliance with the License. You may obtain a copy of the License at <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>. Unless required by applicable law or agreed to in writing, software distributed under the License is distributed on an “AS IS” BASIS, WITHOUT WARRANTIES OR CONDITIONS OF ANY KIND, either express or implied. See the License for the specific language governing permissions and limitations under the License.

*Primeira Versão, Janeiro de 2020; Segunda Versão, Maio de 2020; Terceira Versão, Agosto de 2020.*




## Sobre o Autor

O Prof. Dr. Edson Fernando **Fumachi** nasceu em Itatiba-SP em 18 de Maio de 1983. Estudou em escolas públicas até o ensino médio. Ingressou no ano 2001 no Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade São Francisco, obtendo seu título em 2003. Em 2004 começou a trabalhar no ensino superior da mesma faculdade na qual se graduou. No ano de 2005 assumiu a posição de professor PEB-II do Governo do Estado de São Paulo na disciplina de Matemática. Exonerou do cargo em 2007 para dar sequência no ensino superior. Trabalhou como professor do ensino médio público e privado; no ensino médio privado atuou como professor de Matemática e Física. Em 2007 começou seus estudos como aluno de matéria isolada no Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE, localizado em São José dos Campos-SP. Em 2009 entrou no mesmo instituto como aluno regular do Curso de Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais área de concentração em Ciência e Tecnologia dos Materiais e Sensores. Em 2011 defendeu sua Dissertação intitulada *Simulação do fluxo reacional de um reator de filamento quente através da simulação direta de Monte Carlo*. Consecutivamente, em 2011, ingressou no Curso de Doutorado na mesma área do mesmo instituto. Em 2017 defendeu seu Doutorado intitulado *Desenvolvimento de um tubo de queda livre para o modelamento e otimização do processo de solidificação de ligas eutéticas de bismuto-estanho em ambiente de microgravidade*. Tem experiência no meio empresarial através de consultorias realizadas na área de telecomunicações e desenvolvimento de algoritmos para otimização de processos e redução de custos. Tem amplo conhecimento em programação de computadores nas linguagens ForTran77, C e Python. Desenvolve materiais didáticos (como este!) em diversos formatos e linguagens ( $\text{\LaTeX}$ ). Desenvolve conteúdos educacionais e os disponibiliza em plataformas digitais, Youtube e Facebook, sob o pseudônimo Doutor Exatas.

# Prefácio

Este material foi elaborado exclusivamente pelo autor e tem como objetivo atender alunos dos mais variados cursos, Administração, Ciências Contábeis, Tecnólogos, Matemática, Engenharia entre outros. Este material está ***continuamente em desenvolvimento*** e é distribuído em partes, ou seja, apenas os capítulos necessários aos estudantes de uma determinada disciplina. Portanto, se quiser a versão mais nova e completa, contate o autor enviando um e-mail para *effumachi@gmail.com*.

Os exemplos que possuem uma versão em vídeo possuirão o símbolo  e um *link* que encaminhará ao canal do "Doutor Exatas", no Youtube (<https://www.youtube.com/channel/UCqGy3MbhdZsWGGBBg7yUGRw>). O leitor pode, ainda, encontrar o conteúdo no Facebook (<https://www.facebook.com/doutorexatas/>).

A abordagem adotada neste material é fornecer um pouco de teoria (porém suficiente), e em seguida com a resolução de exemplos.

Bons estudos.

## Sumário

Sobre o autor .....	3
Prefácio .....	4

I	Funções	
1	Revisão sobre conjuntos numéricos e equações .....	9
1.1	Introdução	9
1.2	Conjuntos numéricos	9
1.3	Resolução de equações	11
1.4	Exercícios	13
2	Funções .....	15
2.1	Introdução	15
2.2	Domínio, imagem, relação e função	16
2.3	Raízes de uma função	17
2.4	Funções de uma variável real	18
2.5	Funções lineares	18
2.6	Raíz de funções lineares	19
2.7	Gráficos de funções lineares	19
2.8	Funções quadráticas	19
2.9	Raízes de funções quadráticas	20
2.10	Gráficos de funções quadráticas	22
2.11	Exercícios	27

## II

## Álgebra Linear

<b>3</b>	<b>Matrizes</b> .....	<b>31</b>
3.1	Conceitos iniciais	31
3.2	Igualdade entre matrizes	32
3.3	Adição e subtração de matrizes	33
3.4	Multiplicação de um escalar por uma matriz	34
3.5	Multiplicação entre matrizes	35
3.6	Tipos de matrizes	36
<b>4</b>	<b>Determinantes</b> .....	<b>39</b>
4.1	Determinantes	39
4.1.1	Ordem 2 .....	39
4.1.2	Ordem 3 .....	39
4.1.3	Ordem superior a 3 .....	40
4.1.4	Regra do Cadarço (Fórmula de Gauss) .....	41
<b>5</b>	<b>Sistemas de Equações Lineares</b> .....	<b>43</b>
5.1	Sistemas de Equações Lineares	43
5.1.1	Equações Lineares .....	43
5.1.2	Regra de Cramer .....	46
5.1.3	Eliminação de Gauss - Método do escalonamento .....	47
5.2	Exercícios	48

## III

## Física

<b>6</b>	<b>Física - 1as séries</b> .....	<b>53</b>
6.1	Conceitos iniciais	53
6.2	Grandezas	53
6.2.1	Escalares .....	53
6.2.2	Vetoriais .....	54
6.3	Soma de vetores	54

<b>1</b>	<b>Revisão sobre conjuntos numéricos e equações .....</b>	<b>9</b>
1.1	Introdução	
1.2	Conjuntos numéricos	
1.3	Resolução de equações	
1.4	Exercícios	
<b>2</b>	<b>Funções .....</b>	<b>15</b>
2.1	Introdução	
2.2	Domínio, imagem, relação e função	
2.3	Raízes de uma função	
2.4	Funções de uma variável real	
2.5	Funções lineares	
2.6	Raíz de funções lineares	
2.7	Gráficos de funções lineares	
2.8	Funções quadráticas	
2.9	Raízes de funções quadráticas	
2.10	Gráficos de funções quadráticas	
2.11	Exercícios	
2.12	Exercícios	





# 1. Física - 1as séries

## 1.1 Conceitos iniciais

O objetivo deste material é direcionar os conteúdos de Física do Ensino Médio de modo mais sucinto e objetivo com exemplos preparados pelo autor.

A estrutura será mostrada de acordo com os bimestres de cada série baseado nas habilidades essenciais do Currículo Paulista.

Em cada exemplo haverá alguns códigos das habilidades de acordo com o Currículo, pode ser que haja mais de um código, mas serão colocados os principais.

## 1.2 Grandezas

Na Física, grandezas são as propriedades físicas que podem ser medidas, tais como comprimento, massa, tempo, temperatura, velocidade, aceleração, energia, entre outras. Essas grandezas são quantificadas por meio de unidades de medida, que permitem comparar e relacionar as diferentes grandezas. A utilização das grandezas e unidades é essencial para a realização de experimentos e cálculos na Física, permitindo a descrição e explicação dos fenômenos físicos de forma precisa e objetiva. Além disso, as grandezas físicas estão presentes em diversas áreas do conhecimento, desde a mecânica até a termodinâmica, e são fundamentais para o avanço da ciência e tecnologia.

### 1.2.1 Escalares

As grandezas escalares na Física são aquelas que possuem apenas um valor numérico e uma unidade de medida, sem a necessidade de uma direção específica. Exemplos de grandezas escalares incluem a massa, a temperatura, o tempo, a energia, a pressão, entre outras. A característica fundamental das grandezas escalares é que elas podem ser somadas, subtraídas, multiplicadas e divididas sem a necessidade de uma orientação específica. Além disso, a representação gráfica das grandezas escalares é feita por meio de uma única dimensão, geralmente representada por uma reta numérica. As grandezas escalares são de grande importância na Física, pois permitem a realização de cálculos e análises precisas dos fenômenos físicos, sendo utilizadas em diversas áreas do conhecimento.

### 1.2.2 Vetoriais

As grandezas vetoriais na Física são aquelas que possuem tanto um valor numérico quanto uma direção e um sentido específicos. Exemplos de grandezas vetoriais incluem a velocidade, a aceleração, a força, o momento angular, entre outras. A característica fundamental das grandezas vetoriais é que elas não podem ser somadas ou subtraídas diretamente, uma vez que a soma de vetores depende não apenas dos seus valores numéricos, mas também das suas direções e sentidos. A representação gráfica das grandezas vetoriais é feita por meio de vetores, que são segmentos de reta orientados, representando a direção e sentido da grandeza. As grandezas vetoriais são de grande importância na Física, pois permitem a descrição precisa de fenômenos físicos complexos, além de serem fundamentais para o cálculo de grandezas como a resultante de forças e a trajetória de um objeto em movimento.

## 1.3 Soma de vetores

Teste de edição e git