1. Esto es un capítulo

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetuer id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

1.1. Esto es una sección

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Teorema 1.1.1: Teorema del residuo

Sea D un dominio y γ un contorno tal que $D \subset \gamma$, si f analítica en y sobre γ, excepto por un número finito de singularidades z_1, z_2, …, z_n, entonces

$$\oint_{\gamma} f(z)\,\mathrm{d}z = 2\pi \mathrm{i} \sum_{k=1}^{m} \mathrm{Res}(f(z), z_k),$$

donde

$$\mathrm{Res}[f(z), z_k] = \frac{1}{(n-1)!} \lim_{z \to z_k} \frac{\mathrm{d}^{n-1}}{\mathrm{d}z^{n-1}} \left[(z - z_k)^n f(z) \right].$$

1.1.1. Esto es una subsección

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Definición 1.1.1: Principio de equivalencia fuerte

El *principio de equivalencia fuerte* establece los siguientes puntos:

- La dinámica interna de un sistema gravitacional no puede ser alterada por campos gravitacionales externos más allá de las fuerzas de marea[a].

- Todas las leyes de la naturaleza son las mismas en un campo gravitacional uniforme y en el sistema de referencia acelerado equivalente.
- La constante de gravitación universal G es una constante en el tiempo.

[a]No obstante, existen teorías que violan esto, por ejemplo, *Brans-Dicke*, *MOND*, entre otras.

Ejemplo 1.1.1

Demostrar que

$$(\hat{X}\hat{Y})^\dagger = \hat{Y}^\dagger \hat{X}^\dagger.$$

Problema 1.1.1: Función digamma

Se define la *función digamma* como

$$\psi(z) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\ln\left[\Gamma(z)\right] = \frac{\Gamma'(z)}{\Gamma(z)}; \tag{1.1.1}$$

a su vez, se define el n-ésimo *número armónico* como

$$H_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}. \tag{1.1.2}$$

Encontrar una relación entre la función digamma y los números armónicos.

1.2. Prueba

A continuación, se propone la demostración de una identidad relacionada a la traza parcial.

Proposición 1.2.1: Identidad de una traza parcial

Si $\mathcal{X}$ y $\mathcal{Y}$ son espacios euclídeos complejos, entonces

$$\mathrm{Tr}_{\mathcal{Y}}[(\hat{X}\otimes \mathbb{1}_{\mathcal{Y}})\hat{\rho}] = \hat{X}\,\mathrm{Tr}_{\mathcal{Y}}(\hat{\rho})$$

para dos operadores $\hat{X} \in \mathcal{L}(\mathcal{X})$ y $\hat{\rho} \in \mathcal{L}(\mathcal{X}\otimes\mathcal{Y})$.

Sean $\mathcal{X}$ y $\mathcal{Y}$ dos espacios euclídeos complejos asociados a los alfabetos Γ y Σ, respectivamente. Además, sean $\hat{X}$ y $\hat{\rho}$ dos operadores tales que $\hat{X} \in \mathcal{L}(\mathcal{X})$ y $\hat{\rho} \in \mathcal{L}(\mathcal{X}\otimes\mathcal{Y})$. En particular, $\hat{\rho}$ puede ser escrito como

$$\hat{\rho} = \sum_{i\in\Gamma}\sum_{j\in\Sigma} c_{ij}\hat{A}_i \otimes \hat{B}_j \in \mathcal{L}(\mathcal{X},\mathcal{Y}),$$

donde $c_{ij} \in \mathbb{C}$. Por lo tanto, véase que

$$\begin{aligned}(\hat{X}\otimes \mathbb{1}_{\mathcal{Y}})\hat{\rho} &= (\hat{X}\otimes \mathbb{1}_{\mathcal{Y}})\left(\sum_{i\in\Gamma}\sum_{j\in\Sigma} c_{ij}\hat{A}_i \otimes \hat{B}_j\right)\\ &= \sum_{i\in\Gamma}\sum_{j\in\Sigma} c_{ij}(\hat{X}\hat{A}_i)\otimes(\mathbb{1}_{\mathcal{Y}}\hat{B}_j) = \sum_{i\in\Gamma}\sum_{j\in\Sigma} c_{ij}\hat{X}\hat{A}_i \otimes \hat{B}_j.\end{aligned}$$

Ahora, se aplica la traza parcial:

$$\begin{aligned}\mathrm{Tr}_{\mathcal{Y}}[(\hat{X}\otimes \mathbb{1}_{\mathcal{Y}})\hat{\rho}] &= \mathrm{Tr}_{\mathcal{Y}}\left(\sum_{i\in\Gamma}\sum_{j\in\Sigma} c_{ij}\hat{X}\hat{A}_i\otimes\hat{B}_j\right)\\ &= \sum_{i\in\Gamma}\sum_{j\in\Sigma} c_{ij}\hat{X}\hat{A}_i\mathrm{Tr}(\hat{B}_j).\end{aligned}$$

Se aprecia que es posible sacar $\hat{X}$ de la suma. Esto conlleva que

$$\begin{aligned}\mathrm{Tr}_{\mathcal{Y}}[(\hat{X}\otimes \mathbb{1}_{\mathcal{Y}})\hat{\rho}] &= \hat{X}\sum_{i\in\Gamma}\sum_{j\in\Sigma} c_{ij}\hat{A}_i\mathrm{Tr}(\hat{B}_j)\\ &= \hat{X}\mathrm{Tr}_{\mathcal{Y}}\left(\sum_{i\in\Gamma}\sum_{j\in\Sigma} c_{ij}\hat{A}_i\otimes\hat{B}_j\right) = \hat{X}\mathrm{Tr}_{\mathcal{Y}}(\hat{\rho}).\end{aligned}$$

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.