

UNIVERZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO
FAKULTETA ZA RAČUNALNIŠTVO IN INFORMATIKO

Računalništvo in matematika – 2. stopnja

Kevin Štampar

**ORODJE ZA UVOD V BEZIERJEVE
KRIVULJE**

Magistrsko delo

Mentor: prof. dr. Emil Žagar

Ljubljana, 2024

Zahvala

Zahvaljujem se mentorju za zelo sproščen odnos!

Kazalo

1	Uvod	1
2	Bezierjeve krivulje	1
2.1	Bernsteinovi polinomi	1
2.2	Večdimenzionalne oznake	2
2.3	Bezierjeve krivulje	2
2.4	Decasteljau	3
2.5	Metode Bezierjevih krivulj	4
2.5.1	Subdivizija	4
2.5.2	Ekstrapolacija	4
2.5.3	Dvig stopnje	4
2.6	Racionalne Bezierjeve krivulje	6
2.6.1	Metode racionalnih Bezierjevih krivulj	6
2.6.2	Decasteljau	6
2.6.3	Subdivizija	6
2.6.4	Ekstrapolacija	6
2.6.5	Dvig stopnje	6
3	Zlepki (Bezierjevih krivulj)	6
3.1	C0	7
3.2	C1	7
3.3	C2	7
3.4	G1	7
3.5	Alfa parametrizacije	7
4	PH Krivulje	7
4.1	Racionalna dolžina krivulje	7
4.2	Racionalni odmik krivulje	7
4.3	Enakomerna parametrizacija	7
5	Orodje za uvod v Bezierjeve krivulje - Bezeg	7
5.1	Implementacija konceptov magistrskega dela	7
6	Integrali po ω-kompleksih	8
6.1	Definicija	8
7	Tehnični napotki za pisanje	8
7.1	Sklicevanje in citiranje	8
7.2	Okrajšave	8
7.3	Vstavljanje slik	8
7.4	Kako narediti stvarno kazalo	9
7.5	Navajanje literature	9
	Literatura	11

Program dela

Mentor naj napiše program dela skupaj z osnovno literaturo.

Osnovna literatura

1. L. P. Lebedev in M. J. Cloud, *Introduction to mathematical elasticity*, World Scientific, Singapur, 2009.
2. M. E. Gurtin, *An introduction to continuum mechanics*, Mathematics in Science and Engineering **158**, Academic Press, New York, 1982.
3. O. C. Zienkiewicz in R. L. Taylor, *The finite element method: solid mechanics*, The Finite Element Method **2**, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2000.
4. *DRAFT 2016 EU-wide ST templates*, [ogled 3.8.2016], dostopno na <http://www.eba.europa.eu/documents/10180/1259315/DRAFT+2016+EU-wide+ST+templates.xlsx>.

Podpis mentorja:

Orodje za uvod v Bezierjeve krivulje

POVZETEK

Tukaj napišemo povzetek vsebine. Sem sodi razlaga vsebine in ne opis tega, kako je delo organizirano.

Tool for introduction into Bezier curves

ABSTRACT

An abstract of the work is written here. This includes a short description of the content and not the structure of your work.

Math. Subj. Class. (2020): 74B05, 65N99

Ključne besede: integracija, kompleks

Keywords: integration, complex

1 Uvod

Napišite kratek zgodovinski in matematični uvod. Pojasnite motivacijo za problem, kje nastopa, kje vse je bil obravnavan. Na koncu opišite tudi organizacijo dela – kaj je v katerem razdelku.

2 Bezierjeve krivulje

V tem razdelku bomo predstavili osnove Bezierjevih krivulj. Začeli bomo z Bernsteinovimi polinomi, ki jih bomo uporabili pri definiciji Bezierjevih krivulj. Predstavili bomo Decasteljaujev algoritem, ki je ključen za stabilen način računanja točk Bezierjevih krivulj. Nadaljevali pa bomo z nekaj metodami na Bezierjevih krivuljah, ki so ključne za njihovo rabo v računalniško podprtem grafičnem oblikovanju.

2.1 Bernsteinovi polinomi

Bernsteinove polinome je najprej uporabil Sergei Bernstein pri dokazu Weierstrasovega izreka. Kasneje jih je Pierre Bezier uporabil pri definiciji Bezierjeve krivulje. V tem razdelku bomo predstavili nekaj njihovih osnovnih lastnosti, ki so ključne za delovanje Bezierjevih krivulj. i -ti *Bernsteinov bazni polinom* stopnje n definiramo kot $b_{i,n}(t) := \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}$. Linearni kombinaciji takšnih polinomov t.j. $B_n(t) := \sum_{i=0}^n \beta_i b_{i,n}(t)$, pravimo *Bernsteinov polinom* stopnje n . V izreku 2.1 naštejemo nekaj lastnosti Bernsteinovih polinomov.

Izrek 2.1. *Lastnosti Bernsteinovih polinomov*

1. $b_{i,n}(t) = 0$ za $i < 0$ ali $i > n$, interpolacija končnih točk
2. $b_{i,n}(t) \geq 0$ za $t \in [0, 1]$, pozitivnost
3. $b_{i,n}(0) = \delta_{i,0}$ in $b_{i,n}(1) = \delta_{i,n}$, kjer je $\delta_{i,j} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$
4. $b_{i,n}(1-t) = b_{n-i,n}(t)$, simetrija
5. $\sum_{i=0}^n b_{i,n}(t) = 1$, razčlenitev enote
6. $b_{n,i}(t) = (1-t)b_{n-1,i}(t) + tb_{n-1,i-1}(t)$
7. $b'_{i,n}(t) = n(b_{i-1,n-1}(t) - b_{i,n-1}(t))$ in $B'_n(t) = n \sum_{i=0}^{n-1} (\beta_{i+1} - \beta_i) b_{i,n-1}(t)$

Dokaz. Točki (1) in (2) očitno izhajata iz lastnosti binomskega simbola. Dokažimo ostale.

(3) Namesto spremenljivke t v enačbo za bernsteinov bazni polinom $b_{i,n}(t)$ vstavimo izraz $1-t$ in uporabimo lastnost binomskega simbola $\binom{n}{i} = \binom{n}{n-i}$, dobimo

$$b_{i,n}(1-t) = \binom{n}{i} (1-t)^i (1-(1-t))^{n-i} = \binom{n}{n-i} (1-t)^i t^{n-i} = b_{n-i,n}(t).$$

(4) Za $1 = 1^n = (1 - t + t)^n = ((1 - t) + t)^n$ uporabimo binomski izrek, dobimo

$$((1 - t) + t)^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} t^i (1 - t)^{n-i} = \sum_{i=0}^n b_{i,n}(t).$$

(5) Uporabili bomo lastnost binomskega simbola $\binom{n-1}{i} + \binom{n-1}{i-1} = \binom{n}{i}$.

$$\begin{aligned} (1 - t)b_{n-1,i}(t) + tb_{n-1,i-1}(t) &= \\ &= (1 - t) \binom{n-1}{i} t^i (1 - t)^{n-i-1} + t \binom{n-1}{i-1} t^{i-1} (1 - t)^{n-i} = \\ &= \binom{n-1}{i} t^i (1 - t)^{n-i} + \binom{n-1}{i-1} t^i (1 - t)^{n-i} = \\ &= \binom{n}{i} t^i (1 - t)^{n-i} = \\ &= b_{n,i}(t) \end{aligned} \tag{2.1}$$

(6) Dodaj dokaz! Lahko tudi večdimenzionalno ane □

2.2 Večdimenzionalne oznake

Z željo po krajših, bolj preglednih zapisih, bomo uvedli večdimenzionalne oznake. Večdimenzionalnost bomo ponazarjali z odebelitvijo črke. Tako bomo večdimenzionalne točke označili z $\mathbf{x} = (x_0, x_1, \dots, x_n)$, večdimenzionalne funkcije $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$ pa z $\mathbf{f}(x) = (f_0(x), f_1(x), \dots, f_n(x))$.

2.3 Bezierjeve krivulje

Če v Bernsteinov polinom stopnje n namesto realnega števila β_i vstavimo točke $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^2$, dobimo t.i. *Bezierjevo krivuljo* stopnje n t.j. $\mathbf{B}_n(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i b_{i,n}(t)$. Točkam \mathbf{p}_i pravimo *kontrolne točke*, poligonu, ki ga dobimo, če povežemo točke \mathbf{p}_i in \mathbf{p}_{i+1} za $i = [0, \dots, n-1]$, ter točki \mathbf{p}_0 in \mathbf{p}_n pa *kontrolni poligon*.

Izrek 2.2. *Lastnosti Bezierjevih krivulj*

1. $\mathbf{B}_n(0) = \mathbf{p}_0$ in $\mathbf{B}_n(1) = \mathbf{p}_n$, *interpolacija končnih točk*
2. $\phi(\sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i b_{i,n}(t)) = \sum_{i=0}^n \phi(\mathbf{p}_i) b_{i,n}(t)$, *afina invarianca*
3. *Krivulja leži znotraj konveksne ovojnice svojih kontrolnih točk.*

Preden izrek dokažemo, povejmo zakaj so zgornje lastnosti pomembne za potrebe grafičnega oblikovanja. Interpolacija končnih točk in lastnost (3) sta pomembni, saj omogočajo enostavno kontrolo krivulje. Afina invarianca pa je pomembna za enostavno premikanje, rotiranje itd. krivulje, saj lahko krivuljo transformiramo tako, da transformacijo uporabimo na kontrolnih točkah.

Dokaz.

- (1) $\mathbf{B}_n(0) = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i b_{n,i}(0) = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i \delta_{0,i} = \mathbf{p}_0$. Enako lahko naredimo tudi za $\mathbf{B}_n(1)$.
(2) Naj bo ϕ afina preslikava, velja torej $\phi(x) = A\mathbf{x} + \mathbf{b}$.

$$\begin{aligned} \phi\left(\sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i b_{n,i}(t)\right) &= A\left(\sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i b_{n,i}(t)\right) + \mathbf{b} &&= \sum_{i=0}^n A\mathbf{p}_i b_{n,i}(t) + \mathbf{b} \\ &= \sum_{i=0}^n A\mathbf{p}_i b_{n,i}(t) + \sum_{i=0}^n \mathbf{b} b_{n,i}(t) &&= \sum_{i=0}^n (A\mathbf{p}_i + \mathbf{b}) b_{n,i}(t) \\ &= \sum_{i=0}^n \phi(\mathbf{p}_i) b_{n,i}(t) \end{aligned}$$

- (3) Konveksna ovojnica kontrolnih točk Bezierjeve krivulje je množica vseh konveksnih kombinacij teh točk t.j. $\sum_{i=0}^n \lambda_i \mathbf{p}_i$, kjer so λ_i pozitivna realna števila za katere velja $\lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_n = 1$. Ker so Bernsteinovi polinomi za poljuben $t \in [0, 1]$ razčlenitev enote in velja $b_{n,i}(t) \geq 0$, lahko zapišemo $\lambda_i = b_{n,i}(t)$. \square

2.4 Decasteljau

Računanje Bernsteinovih polinomov direktno preko njihovih enačb je precej nestabilno****, za rabo v računalništvu pa je pomembno, da uporabljamo stabilne metode računanja. S pomočjo Decasteljauevega algoritma lahko računamo točke Bezierjevih krivulj stabilno****, zanj pa potrebujemo naslednji izrek.

Izrek 2.3. *Naj bo $\mathbf{B}(t)_{[\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n]}$ Bezierjeva krivulja n -te stopnje s kontrolnimi točkami $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$. Potem lahko njene točke rekurzivno računamo s pomočjo naslednjega izraza*

$$\mathbf{B}(t)_{[\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n]} = (1-t)\mathbf{B}(t)_{[\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{n-1}]} + t\mathbf{B}(t)_{[\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n]}.$$

Izrek tudi dokažimo.

Dokaz.

$$\begin{aligned} (1-t)\mathbf{B}(t)_{[\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{n-1}]} + t\mathbf{B}(t)_{[\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n]} &= \\ &= (1-t) \sum_{i=0}^{n-1} \mathbf{p}_i b_{i, n-1}(t) + t \sum_{i=0}^{n-1} \mathbf{p}_{i+1} b_{n-1, i}(t) \\ &= (1-t) \sum_{i=0}^{n-1} \mathbf{p}_i b_{i, n-1}(t) + t \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i b_{n-1, i-1}(t) \\ &= \mathbf{p}_0(1-t)b_{0, n-1}(t) + \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{p}_i(1-t)b_{n-1, i}(t) + \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{p}_i t b_{n-1, i-1}(t) + \mathbf{p}_n b_{n-1, n-1}(t) \\ &= \mathbf{p}_0(1-t)b_{0, n-1}(t) + \sum_{i=1}^{n-1} ((1-t)b_{n-1, i}(t) + t b_{n-1, i-1}(t)) \mathbf{p}_i + \mathbf{p}_n b_{n-1, n-1}(t) \\ &= \mathbf{p}_0 b_{n, 0}(t) + \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{p}_i b_{n, i}(t) + \mathbf{p}_n b_{n, n}(t) \\ &= \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i b_{n, i}(t) \end{aligned}$$



□

Algoritem 1 Decasteljau

```

P ← P0, P1, ..., Pn
for i = 0, 1, ..., n do
    pi0(t) = pi
end for
for r = 1, 2, ..., n do
    for i = 0, 1, ..., n − r do
        pir(t) = (1 − t)pir−1(t) + tpi+1r−1(t)
    end for
end for
return p0n

```

Decasteljaujev algoritem ima tudi geometrijski pomen. Predstavlja namreč nekakšno zaporedno interpolacijo točk.

2.5 Metode Bezierjevih krivulj

V tem razdelku bomo predstavili nekaj metod Bezierjevih krivulj, ki so uporabne pri grafičnem oblikovanju.

2.5.1 Subdivizija

Recimo, da smo se kot računalniški grafik znašli v situaciji, ko bi želeli obdržati le en kos Bezierjeve krivulje B . Naj bo to kos krivulje, ki ga dobimo tako, da za prvotno krivuljo B omejimo parameter t na interval $[0, t_0]$ za neko fiksno realno število $t_0 < 1$. Označimo ga z B_{t_0} , zanj pa velja $B_{t_0}(t) = B(tt_0)$. Vrnimo se nazaj k sliki sheme Decasteljaujevega algoritma1. Na njej lahko opazimo, da pri parametru t_0 točke označene z A, F, J, M in O tvorijo kontrolni poligon bezierjeve krivulje B_{t_0} . Pokažimo, da je to res.

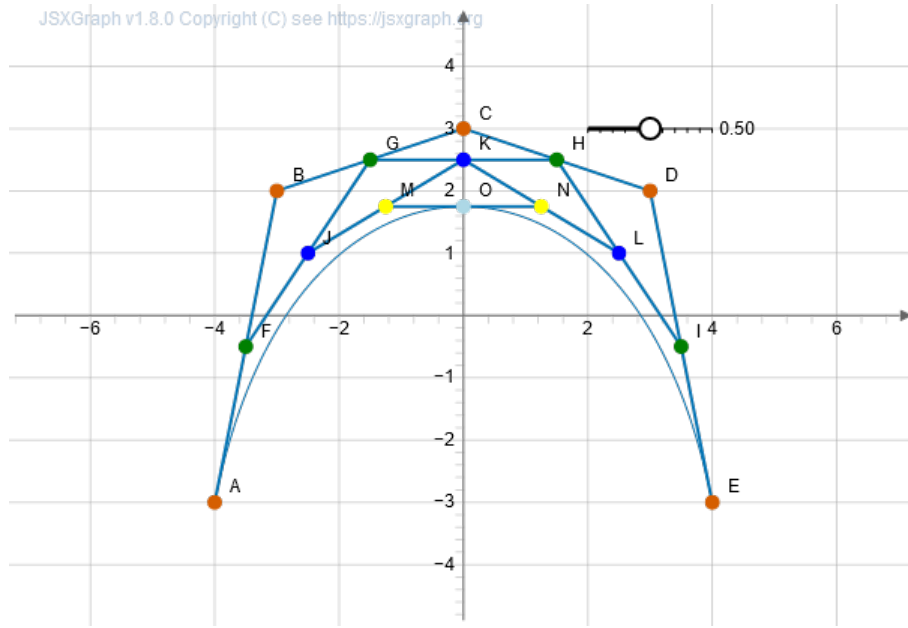
$$\begin{aligned}
 B_{t_0}(t) &= B(tt_0) = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i \binom{n}{i} (t_0 t)^i (1 - tt_0)^{n-i} \\
 &= \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i t_0^i \left(\frac{1 - tt_0}{1 - t} \right)^{n-i} \binom{n}{i} t^i (1 - t)^{n-i}
 \end{aligned}$$

2.5.2 Ekstrapolacija

Motivacija: Zelimo podaljsati krivuljo

2.5.3 Dvig stopnje

Nekateri algoritmi, ki delajo z Bezierjevimi krivuljami, za vhod potrebujejo dve Bezierjevi krivulji iste stopnje. Recimo, da imamo Bezierjevo krivuljo B stopnje n , ki jo želimo spraviti na stopnjo $n + 1$. Ker velja $1 - t + t = 1$ lahko Bezierjevo



Slika 1: Subdivizija

krivuljo $B(t)$ zapišemo tudi kot $B(t) = (1-t)B(t) + tB(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i(1-t)b_{i,n}(t) + \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i tb_{i,n}(t)$. Razpišimo najprej prvi del.

$$\begin{aligned}
 (1-t)b_{i,n}(t) &= (1-t) \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} \\
 &= \frac{n!}{(n-i)!i!} t^i (1-t)^{n+1-i} \\
 &= \frac{n+1-i}{n+1} \frac{(n+1)!}{(n+1-i)!i!} t^i (1-t)^{n+1-i} \\
 &= \frac{n+1-i}{n+1} \binom{n+1}{i} t^i (1-t)^{n+1-i} \\
 &= \frac{n+1-i}{n+1} b_{i,n+1}(t)
 \end{aligned}$$

Sedaj pa še za drugega.

$$\begin{aligned}
 tb_{i,n}(t) &= t \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} \\
 &= \frac{n!}{(n-i)!i!} t^{i+1} (1-t)^{n+1-i-1} \\
 &= \frac{i+1}{n+1} \frac{(n+1)!}{(n-i)!(i+1)!} t^{i+1} (1-t)^{n+1-i-1} \\
 &= \frac{i+1}{n+1} b_{n+1,i+1}(t)
 \end{aligned}$$

Vstavimo v $B(t)$.

$$\begin{aligned}
B(t) &= \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i \frac{n+1-i}{n+1} b_{i,n+1}(t) + \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i \frac{i+1}{n+1} b_{i+1,n+1}(t) \\
&= \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i \frac{n+1-i}{n+1} b_{i,n+1}(t) + \sum_{i=0}^{n+1} \mathbf{p}_{i-1} \frac{i}{n+1} b_{i,n+1}(t)
\end{aligned}$$

2.6 Racionalne Bezierjeve krivulje

$$(w(t), x(t), y(t)) \Rightarrow \left(1, \frac{x(t)}{w(t)}, \frac{y(t)}{w(t)}\right)$$

2.6.1 Metode racionalnih Bezierjevih krivulj

Metode Bezierjevih krivulj se zlahka razširijo na racionalne Bezierjeve krivulje tako, da racionalno Bezierjevo krivuljo ($\in \mathbb{R}^2$) preslikamo v Bezierjevo krivuljo reda $\in \mathbb{R}^2$, na njej izvedemo metodo, nato pa jo preslikamo nazaj v racionalno Bezierjevo krivuljo. Slednje ni najbolj stabilno, zato v praksi uporabimo nekoliko bolj stabilne načine računanja. Načine bomo le podali, ne bomo jih pa tudi dokazovali.

2.6.2 Decasteljau

2.6.3 Subdivizija

2.6.4 Ekstrapolacija

2.6.5 Dvig stopnje

3 Zlepki (Bezierjevih krivulj)

Motivacija: za vsak n imamo n^2 računanj pri bezierjevih krivulah. Radi bi manj računanj pa se vseeno obdržali cimvecjo natančnost. Pridejo na pomoč zlepki-lokalno bomo ohranili natančnost a računat ne bomo rabli dosti!! V tem razdelku, se bomo posvečali zlepkom Bezierjevih krivulj.

Definicija 3.1. Zlepek $s : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stopnje n nad zaporedjem stičnih točk

$$a = u_0 < u_1 < \dots < u_{m-1} < u_m = b$$

je odsekoma polinomska funkcija, za katero velja $s|_{[u_{l-1}, u_l]} \in \mathbb{P}_n$.

3.1 C0

3.2 C1

3.3 C2

3.4 G1

3.5 Alfa parametrizacije

4 PH Krivulje

4.1 Racionalna dolžina krivulje

4.2 Racionalni odmik krivulje

4.3 Enakomerna parametrizacija

5 Orodje za uvod v Bezierjeve krivulje - Bezeg

Vsi koncepti predstavljeni v magistrskem delu so tudi implementirani na spletni strani. Za graf sem uporabil jsxgraph. Za oblikovanje bootstrap. Za ogrodje pa React.

5.1 Implementacija konceptov magistrskega dela

6 Integrali po ω -kompleksih

6.1 Definicija

Definicija 6.1. Neskončno zaporedje kompleksnih števil, označeno z $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots)$, se imenuje ω -kompleks.¹

Črni blok zgoraj je tam namenoma. Označuje, da L^AT_EX ni znal vrstice prelomiti pravilno in vas na to opozarja. Preoblikujte stavek ali mu pomagajte deliti problematično besedo z ukazom `\hyphenation{an-ti-ko-mu-ta-ti-ven}` v preambuli.

Trditev 6.2 (Znano ime ali avtor). *Obstaja vsaj en ω -kompleks.*

Dokaz. Naštejmo nekaj primerov:

$$\begin{aligned}\omega &= (0, 0, 0, &= \dots), \\ \omega &= (1, i, &= -1, -i, 1, \dots), \\ \omega &= (0, &= 1, 2, 3, \dots).\end{aligned}\tag{6.1}$$

□

7 Tehnični napotki za pisanje

7.1 Sklicevanje in citiranje

Za sklice uporabljamo `\ref`, za sklice na enačbe `\eqref`, za citate `\cite`. Pri sklicevanju in citiranju sklicano številko povežemo s prejšnjo besedo z nedeljivim presledkom `~`, kot npr. iz `trditve~\ref{trd:obstoj-omega}` vidimo.

Primer 7.1. Zaporedje (6.1) iz dokaza trditve 6.2 na strani 8 lahko najdemo tudi v Spletni enciklopediji zaporedij [14]. Citiramo lahko tudi bolj natančno [7, trditev 2.1, str. 23]. ◇

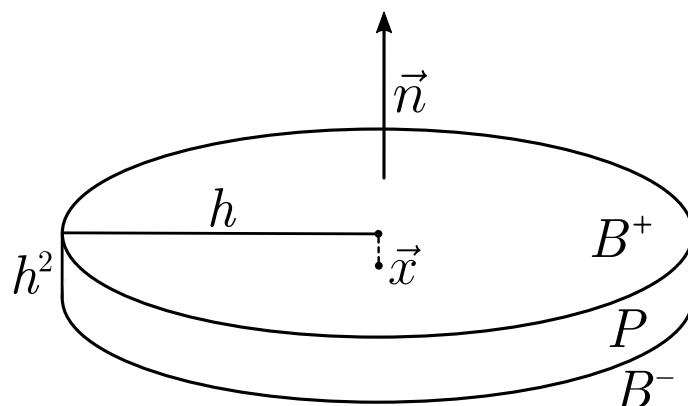
7.2 Okrajšave

Pri uporabi okrajšav L^AT_EX za piko vstavi predolg presledek, kot npr. tukaj. Zato se za vsako piko, ki ni konec stavka doda presledek običajne širine z ukazom `_`, kot npr. tukaj. Primerjaj z okrajšavo zgoraj za razliko.

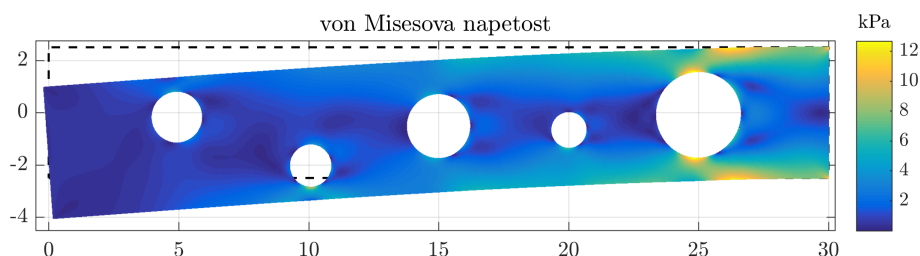
7.3 Vstavljanje slik

Sliko vstavimo v plavajočem okolju `figure`. Plavajoča okolja *plavajo* po tekstu, in jih lahko postavimo na vrh strani z opsijskim parametrom `‘t’`, na lokacijo, kjer je v kodi s `‘h’`, in če to ne deluje, potem pa lahko rečete L^AT_EXu, da ga *res* želite tukaj, kjer ste napisali, s `‘h!’`. Lepo je da so vstavljene slike vektorske (recimo `.pdf` ali `.eps` ali `.svg`) ali pa `.png` visoke resolucije (več kot 300 dpi). Pod vsako sliko je napis in na vsako sliko se skličemo v besedilu. Primer vektorske slike je na sliki 2. Vektorsko sliko prepoznate tako, da močno zoomate v sliko, in še vedno ostane gladka. Več informacij je na voljo na https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/Floats,_Figures_and_Captions. Če so slike bitne, kot na primer slika 3, poskrbite, da so v dovolj visoki resoluciji.

¹To ime je izmišljeno.



Slika 2: Primer vektorske slike z oznakami v enaki pisavi, kot jo uporablja \LaTeX . Narejena je s programom Inkscape, \LaTeX oznake so importane v Inkscape iz pomožnega PDF.



Slika 3: Primer bitne slike, izvožene iz Matlab. Poskrbite, da so slike v dovolj visoki resoluciji in da ne vsebujejo prosojnih elementov (to zahteva PDF/A-1b format).

7.4 Kako narediti stvarno kazalo

Dodate ukaze `\index{polje}` na besede, kjer je pojavijo, kot tukaj . Več o stvarnih kazalih je na voljo na <https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/Indexing>.

7.5 Navajanje literature

Članke citiramo z uporabo `\cite{label}`, `\cite[text]{label}` ali pa več naenkrat s `\cite\{label1, label2}`. Tudi tukaj predhodno besedo in citat povežemo z nedeljivim presledkom \sim . Na primer [1, 8], ali pa [6],[6], ali pa [15, str. 12], [12, enačba (2.3)]. Vnosi iz .bib datoteke, ki niso citirani, se ne prikažejo v seznamu literature, zato jih tukaj citiram. [16], [3], [13], [9], [5], [2], [10], [11].

Literatura

- [1] Y. Chen, J. Lee in A. Eskandarian, *Meshless methods in solid mechanics*, Springer, New York, 2006.
- [2] *DRAFT 2016 EU-wide ST templates*, [ogled 3.8.2016], dostopno na <http://www.eba.europa.eu/documents/10180/1259315/DRAFT+2016+EU-wide+ST+templates.xlsx>.
- [3] R. Gregorič, *Stopničeni $E-\infty$ kolobarji in Proj v algebraični spektralni geometriji*, magistrsko delo, Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani, 2017.
- [4] M. E. Gurtin, *An introduction to continuum mechanics*, Mathematics in Science and Engineering **158**, Academic Press, New York, 1982.
- [5] E. A. Kearsley in J. Fong, *Linearly independent sets of isotropic cartesian tensors of ranks up to eight*, J. Res. Natl Bureau of Standards Part B: Math. Sci. B **79** (1975) 49–58, DOI: 10.6028/jres.079b.005.
- [6] A. M. Kibriya in E. Frank, *An empirical comparison of exact nearest neighbour algorithms*, v: Knowledge Discovery in Databases: PKDD 2007: 11th European Conference on Principles and Practice of Knowledge Discovery in Databases, Warsaw, Poland, September 17-21, 2007. Proceedings (ur. J. N. Kok in dr.), Springer, Berlin, Heidelberg, 2007, str. 140–151, DOI: 10.1007/978-3-540-74976-9_16, dostopno na https://doi.org/10.1007/978-3-540-74976-9_16.
- [7] L. P. Lebedev in M. J. Cloud, *Introduction to mathematical elasticity*, World Scientific, Singapur, 2009.
- [8] G.-R. Liu in Y. Gu, *A point interpolation method for two-dimensional solids*, Int. J. Numer. Methods Eng. **50**(4) (2001) 937–951.
- [9] *n-sphere*, [ogled 24.8.2022], dostopno na <https://en.wikipedia.org/wiki/N-sphere>.
- [10] *Nürnberg Tand*, [ogled 23.1.2018], dostopno na https://www.nuernbergwiki.de/index.php/N%C3%BCrnberger_Tand#Geschichte.
- [11] J. van Oosten, *Realizability: an introduction to its categorical side*, Studies in Logic **152**, elsevier, 2008.
- [12] K. Pereira in dr. *On the convergence of stresses in fretting fatigue*, Materials **9**(8) (2016), DOI: 10.3390/ma9080639.
- [13] J. Slak, *Induktivni in koinduktivni tipi*, diplomsko delo, Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani, 2015.
- [14] N. J. A. Sloane, *The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences, Sequence A005043*, [ogled 9.7.2016], dostopno na <http://oeis.org/A005043>.

- [15] R. Trobec in G. Kosec, *Parallel scientific computing: theory, algorithms, and applications of mesh based and meshless methods*, SpringerBriefs in Computer Science, Springer, New York, 2015.
- [16] V. Vene, *Categorical programming with inductive and coinductive types*, doktorska disertacija, Univerza v Tartuju, 2000.
- [17] O. C. Zienkiewicz in R. L. Taylor, *The finite element method: solid mechanics*, The Finite Element Method **2**, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2000.

Stvarno kazalo

tukaj, 9