Introduction

1 Mission

1.1 Problème posé

L'exploration de l'arbre d'un semi-groupe numérique n'est pas triviale et est apparentée au problème de Frobenius.

Le mathématicien Georg Frobenius s'est posé la question suivante : quel est le montant maximal que l'on peut pas rendre en fonction de pièces de monnaie données ?

Ce montant est nommé "nombre de Frobenius" et est plus formellement décrit par le plus grand entier qu'il est impossible à calculer à partir de montants donnés.

On peut aussi visualiser ce problème en considérant les scores au Rugby : quels sont les scores que l'on ne peut pas obtenir avec le but (3 points), l'essai (5 points) et l'essai transformé (7 points) ?

La résolution des scores au Rugby est simple, on ne peut pas avoir 1, 2 ou 4 points ; tous les autres scores sont possibles. En effet, il est aisé de calculer le nombre de Frobenius (ici, 4) pour $n \leqslant 3$ où n est le nombre d'entiers possibles pour la combinaison. Ici, $n = 3$ soit $\{3, 5, 7\}$.

2 Déroulement

2.1 Jeudi 12 janvier 2017

Installation au LRI, explications :

- parcours de l'arbre de semi-groupes numériques
- structures de données utilisées, notamment dans `NumericMonoid`
- algorithme "naïf" : tableau de booléens (le nombre est-il dans le semi-groupe ?) de taille $B =$ genre, soit la profondeur dans l'arbre et le nombre de trous

  pour g de dernierEnlevé à B **faire**
    si $T[y]$ **alors**
      pour i de 1 à $\lfloor \frac{g-1}{2} \rfloor$ **faire**
        si $T[i]$ et $T[g-1]$ **alors**
          g est générateur
- algorithme optimisé facilitant la vectorisation : tableau d'entiers modélisant le nombre de paires ($i, j \in \text{SN}$ tel que $i + j = g$ et $i \leqslant j$), tous les nombres avec exactement une paire sont des générateurs

3 Résultats

Conclusion