Distancias Entrega 1

José Cartes, Jorge Conejeros, and Eliacer Fuentealba

Departamento de Ingeniería Informática
Facultad de Ingeniería
Universidad Católica de Temuco

Marzo 29, 2021

1. Introducción

Para introducirnos al tema en contexto para el desarrollo de actividad se tiene en consideración la materia tratada en clases que dado el caso corresponde a al materia de distancia y sistemas tridimensionales.

Se nos da como lectura "Las Torres", donde tenemos que concretar la finalización de la tarea que se le encomendó a la personaje K(estudiante de Topografía en practica), esta consiste en hacer una medición de altura de las montañas conocidas como "Las Torres".

Básicamente el objetivo de esta actividad es elaborar un método que nos permita calcular con el menor margen de error la altura de las torres.

2. Modelado

Antes de comenzar el modelado se deben de tener en cuenta las siguientes aclaraciones obtenidas respecto a lo que se nos relata en la novela:

1. Se desconocen todas las características ligadas a las montañas.
2. No se sabe con exactitud las medidas referentes al lago con el cual nos apellaremos para encontrar las medidas de la montaña.
3. No se conoce geográficamente la posición de la montaña.
4. Se descarta la posibilidad de ubicarnos en la base de la montaña para poder medir con mayor precisión la medida de su altura.

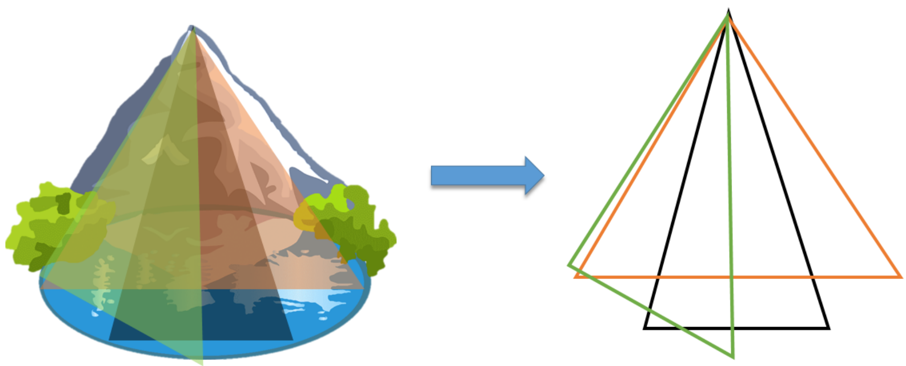

Figura 1: Puntos donde se tomaron las mediciones, generando 3 triángulos

Como no se puede cruzar el lago para medir desde la base de la montaña, tomaremos puntos que están del lado nuestro del lago y formaremos triángulos en donde uno de los puntos será la cima de ésta, tomando en cuenta los ángulos de un punto, en consideración con la cima.

En éste caso, como se puede apreciar en la Figura 1, se tomarán 6 puntos del lado nuestro del lago para así crear 3 triángulos, los cuales nos permitirán hacer un modelado del problema.

Para el modelado se va hará uso de la formula de distancia entre puntos:

$$d_{(x,y)} = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2}$$

Se sabe que A es un punto en el cuál todos los triángulos se conectan y corresponde a la cima de la montaña, pero no obstante, si pasamos estas figuras a un plano de 3 dimensiones,donde los vértices son coordenadas,se desconoce su ubicación en el gráfico.

Por otra parte, tenemos los demás puntos: B,C,D,E,F y G; que conforman los triángulos de la forma:

- $\triangle\ ABC$
- $\triangle\ ADE$
- $\triangle\ AFG$

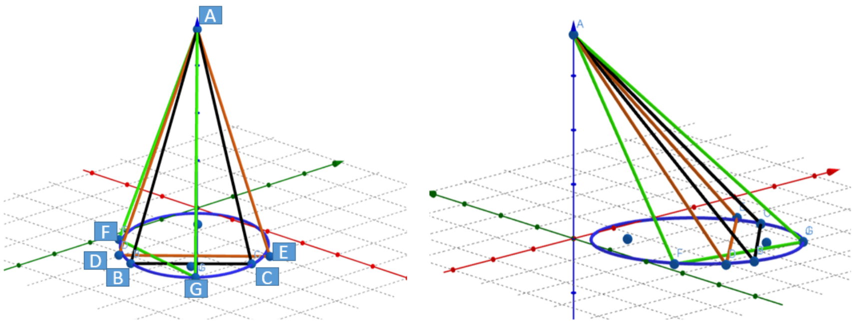

Figura 2: Triángulos pasados a un plano 3D

Además se conoce el ángulo que se forma en cada punto de cada triángulo. Para calcular la distancia de cualquier punto hasta A, que es la sima de la montaña se debe considerar la siguiente fórmula:

$$|P_2P_1| = \frac{|P_2P_3| \cdot sen(\alpha P_3)}{sen(\alpha P_1)} \tag{1}$$

Considerar P_1 =A, y que αP_3 o αP_1 corresponde al ángulo que se forma en ese punto.

Como ejemplo para la siguiente forma se considera la distancia entre el punto A y B

$$|BA| = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2}$$

Lo anterior queda como: $(|BA|)^2 = (a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2$

Ahora podemos definir las funciones de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
f_1(a_1, a_2, a_3) &= (a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2 - (|BA|)^2 \\
f_2(a_1, a_2, a_3) &= (a_1 - c_1)^2 + (a_2 - c_2)^2 + (a_3 - c_3)^2 - (|CA|)^2 \\
f_3(a_1, a_2, a_3) &= (a_1 - d_1)^2 + (a_2 - d_2)^2 + (a_3 - d_3)^2 - (|DA|)^2 \\
f_4(a_1, a_2, a_3) &= (a_1 - e_1)^2 + (a_2 - E_2)^2 + (a_3 - e_3)^2 - (|EA|)^2 \\
f_5(a_1, a_2, a_3) &= (a_1 - f_1)^2 + (a_2 - f_2)^2 + (a_3 - f_3)^2 - (|FA|)^2 \\
f_6(a_1, a_2, a_3) &= (a_1 - g_1)^2 + (a_2 - g_2)^2 + (a_3 - g_3)^2 - (|GA|)^2
\end{aligned}$$

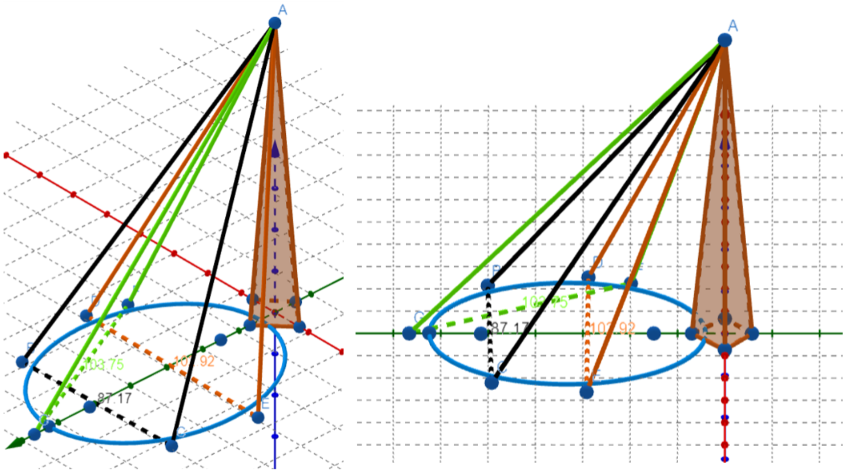

Figura 3: Puntos de medición ubicados en el plano y las distancias entre ellos

Las coordenadas utilizadas para la ubicación de cada punto al rededor del lago son las siguiente:

- B = (42.85, 100.15, 0)
- C = (-44.3, 98.45, 0)
- D = (50.3, 57.66, 0)
- E = (-52.62, 58.36, 0)
- F = (44.8, 39.73, 0)
- G = (0, 133.31, 0)

Se tiene las siguientes distancias conocidas entre los puntos que están ubicados de nuestro lado de la laguna:

1. BC = 87,17
2. DE = 103,75
3. FG = 102,92

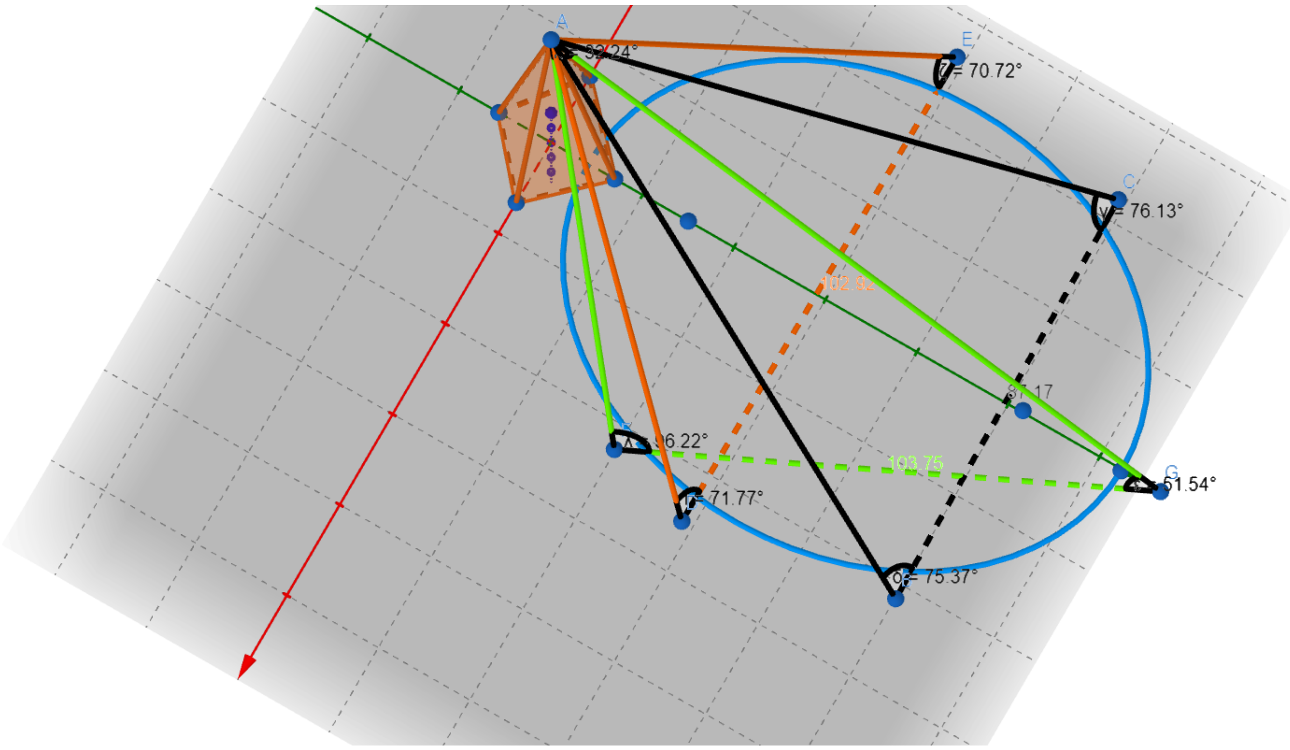

Figura 4: Ángulos en cada uno de los puntos

Ahora usando la fórmula (1) podemos calcular la distancia que existe desde los puntos ubicados al rededor del lago y la punta de la montaña.

- $|BA| = \frac{87{,}97 \cdot sen(76{,}13^o)}{sen(28{,}49^o)}$
- $|CA| = \frac{87{,}97 \cdot sen(75{,}37^o)}{sen(28{,}49^o)}$
- $|DA| = \frac{103{,}75 \cdot sen(70{,}72^o)}{sen(37{,}51^o)}$
- $|EA| = \frac{103{,}75 \cdot sen(71{,}77^o)}{sen(37{,}51^o)}$
- $|FA| = \frac{102{,}92 \cdot sen(51{,}54^o)}{sen(32{,}24^o)}$
- $|GA| = \frac{102{,}92 \cdot sen(96{,}22^o)}{sen(32{,}24^o)}$

Entones al reemplazar los valores obtenidos luego de remplazar en la formula son los siguientes.

- $|BA| = 179,04$
- $|CA| = 178,44$
- $|DA| = 160,83$
- $|EA| = 161,83$
- $|FA| = 151,06$
- $|GA| = 191,79$

Ahora podemos remplazar los valores en las funciones que definimos anteriormente:

1. $f_1 = (x_1 - 42,85)^2 + (x_2 - 100,15)^2 + (x_3 - 0)^2 - (179,04)^2$
2. $f_2 = (x_1 - (-44,3))^2 + (x_2 - 98,45)^2 + (x_3 - 0)^2 - (178,44)^2$
3. $f_3 = (x_1 - 50,3)^2 + (x_2 - 57,66)^2 + (x_3 - 0)^2 - (160,83)^2$
4. $f_4 = (x_1 - (-52,62))^2 + (x_2 - 58,36)^2 + (x_3 - 0)^2 - (161,83)^2$
5. $f_5 = (x_1 - 44,8)^2 + (x_2 - 39,73)^2 + (x_3 - 0)^2 - (151,06)^2$
6. $f_6 = (x_1 - 0)^2 + (x_2 - 133,31)^2 + (x_3 - 0)^2 - (191,79)^2$

Para hacer el cálculo de altura de la montaña se hace uso del método de Newton, el cual implementamos en Python. Se hace uso de la librería Numpy ya que esta nos entrega funciones necesarias para el correcto cálculo y resolución de la matrices que se forma a partir de la funciones anteriormente definidas y de la matriz Jacobiana formada a partir de las derivadas parciales de la funciones planteadas.

```
import numpy as np

x = [1,1,1]

for i in range (1,10):
    F = lambda x1,x2,x3:[
    (((x1-48.85)**2)+((x2-100.15)**2)+((x3-0)**2)-(179.04)**2),
    (((x1+44.30)**2)+((x2-98.45)**2)+((x3-0)**2)-(178.44)**2),
    (((x1-50.30)**2)+((x2-57.66)**2)+((x3-0)**2)-(160.83)**2)
    ]

    Matriz_jaconiana = lambda x1,x2,x3: [
        [2*(x1-48.48),2*(x2-100.15),2*(x3)],
        [2*(x1+44.30),2*(x2-98.45),2*(x3)],
        [2*(x1-50.30),2*(x2-57.66),2*(x3)]
    ]
    dx = -np.linalg.solve(Matriz_jaconiana(*x),F(*x))
    x = x + dx
    if np.linalg.norm(F) < 1e-15:
        break
print("Valores obtenidos con respecto a la ubicación y altura de la montaña")
print(x)
print("Valores redondeados para mayor preción ")
print(round(x[0]),",",round(x[1]),",",round(x[2]))
```

Figura 5: Código basado en lo que se planteado durante las clases

Al ejecutar el código con las funciones planteadas, este seguiré que (3,4,144) es la ubicación y altura (144) de la montana, aun asi no es del todo acertado. Se estima entonces que el problema recae un tanto en el modelo y los valores con las coordenadas ya que originalmente en el software Geogebra se consideran varios otra decimales y en el caso del modelo para hacerlo un poco más reducido solo se consideran dos, por ende es ahí donde se produce un desvió de calculo, por lo demás la solución computacional entregada se comporta de manera correcta.

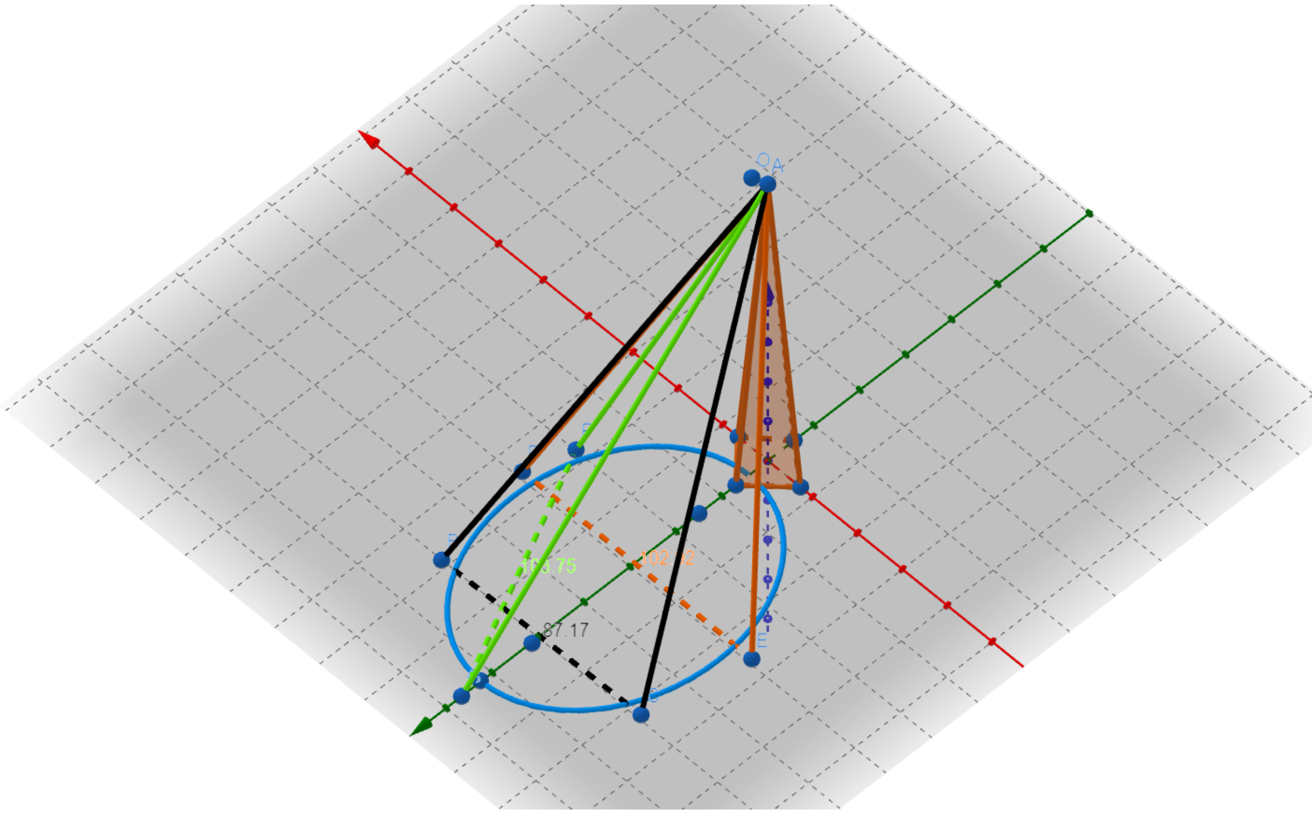

Figura 6: En esta figura final se observa como en las coordenas obtenidas por el programa se produce un pequeño desvió