Formulação e resolução do problema de fluxo de carga

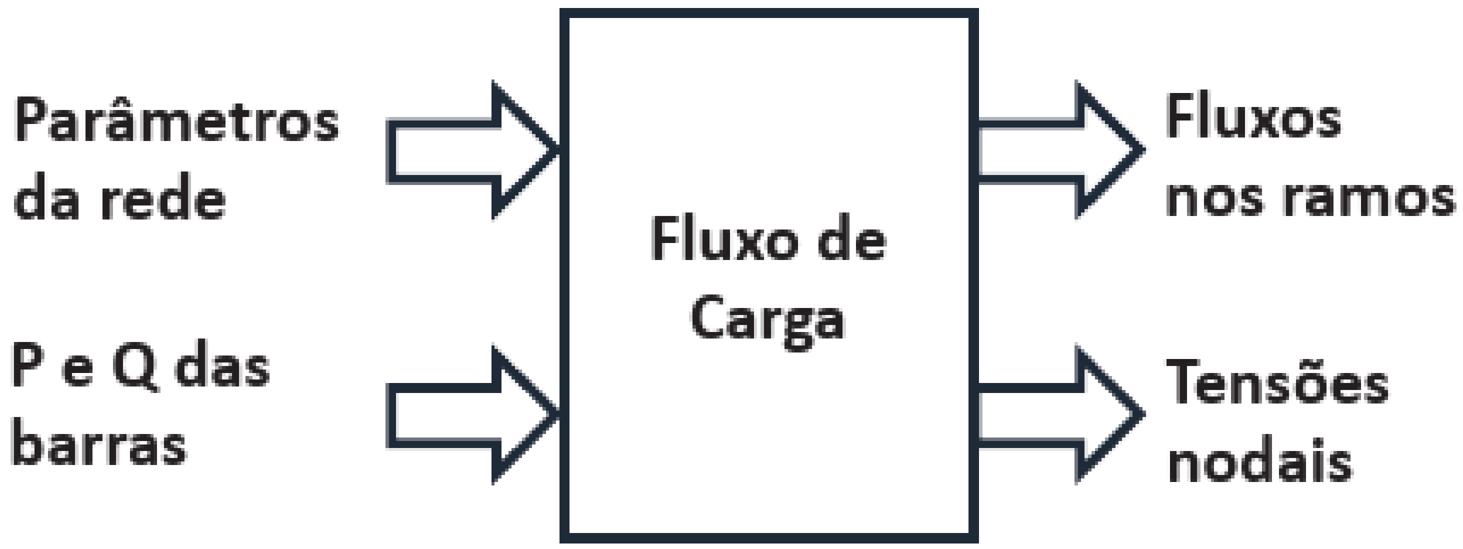
Sistemas Elétricos de Potência II

Rev. 2022-10-07

Referências

- SCHINCARIOL, RS; BELIN, PR. Sistemas Elétricos de Potência II. 2019. ISBN 978-85-522-1467-0
- MONTICELLI, AJ. Fluxo de carga em redes de energia elétrica. 1983. ISBN 9221151484.
- GRIGSBY, LL. Electric Power Engineering Handbook. 2006. ISBN 978-0-8493-9288-7.
- (e outras)

Fluxo de carga



Fluxo de carga

- Se em uma análise for verificado que a demanda de potência em uma determinada barra excede a capacidade térmica de uma das linhas, então o despacho de geração pode ser redirecionado para aliviar o fluxo de potência nesta linha, acionando geradores em outros pontos do sistema

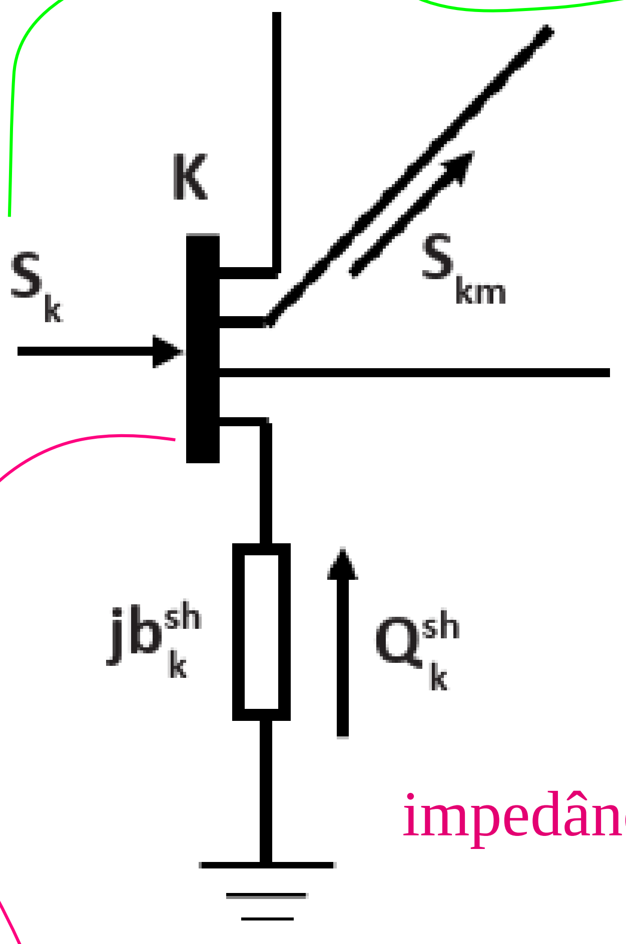
- Os sistemas são bastante equilibrados de forma que a análise pode ser resumida à análise de apenas uma das fases, e estendidos para as demais fases

Fluxo de carga

- Uma vez que conhecemos como os componentes do sistema elétrico de potência são modelados, poderemos proceder com a formulação básica para obter as variáveis de interesse em uma análise de fluxo de carga

- Essa formulação terá como objetivo viabilizar o desenvolvimento de um algoritmo padrão que recebe os parâmetros da rede em estudo (parâmetros das linhas e informação das barras) e como resultado nos devolve o estado de operação da rede (tensões e ângulos nodais) e os fluxos de potência ativa e reativa nos ramos do sistema

Modelo de uma barra



ramos

impedância shunt

$$S_k = P_k + jQ_k$$

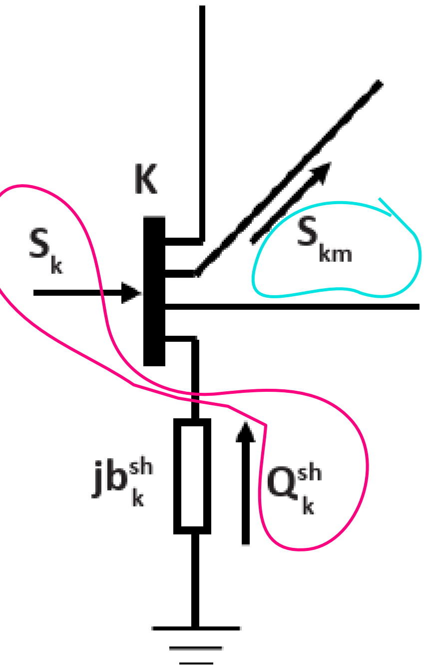
injeção de potência ativa na barra k

injeção de potência reativa

- Barra genérica k, a qual se conectam N ramos e uma impedância *shunt*

Balanço de potência na barra k

- A soma das potências em cada um dos ramos conectados a esta barra resulta na somatória de injeções de potência nesta barra



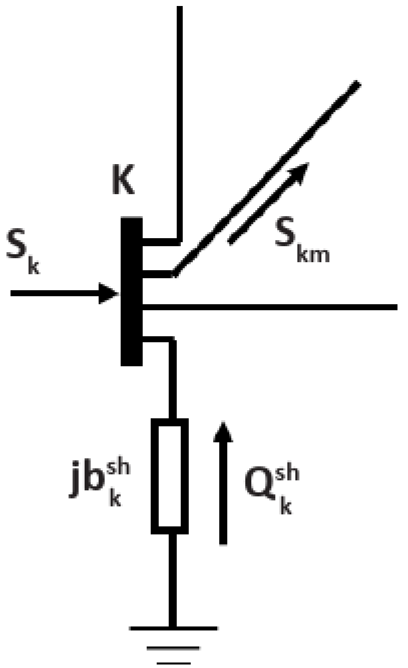
$$S_k + jQ_k^{sh} = \sum_{m=1}^{N} S_{km}$$

Outra forma de representar

- Convencionar que os fluxos de potência que chegam à barra possuem sinais opostos aos fluxos de potência que deixam a barra

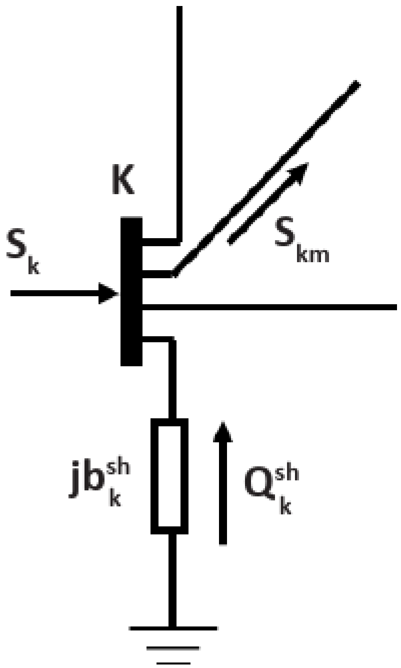
- Aplicar o balanço de potência em que a somatória dos fluxos na barra é igual à zero

- Lei de Kirchoff: a soma de todas as correntes que chegam a um nó do circuito deve ser igual à soma de todas as correntes que deixam esse mesmo nó



Somatória dos fluxos

$$S_k + jQ_k^{sh} = \sum_{m=1}^{N} S_{km}$$



$$S_k = P_k + jQ_k$$

$$\boxed{P_k + Q_k + Q_k^{sh} = \sum P_{km} + \sum Q_{km}}$$

Potência ativa P_k

$$P_k + Q_k + Q_k^{sh} = \sum P_{km} + \sum Q_{km}$$

$$P_k = \sum_{m=1}^{N} P_{km}$$

Potência reativa Q_k

$$P_k + Q_k + Q_k^{sh} = \sum P_{km} + \sum Q_{km}$$

$$Q_k = \sum_{m=1}^{N} Q_{km} - Q_k^{sh}$$

Balanço de pot. ativa e reativa

$$P_k = \sum_{m=1}^{N} P_{km}$$

$$Q_k = \sum_{m=1}^{N} Q_{km} - Q_k^{sh}$$

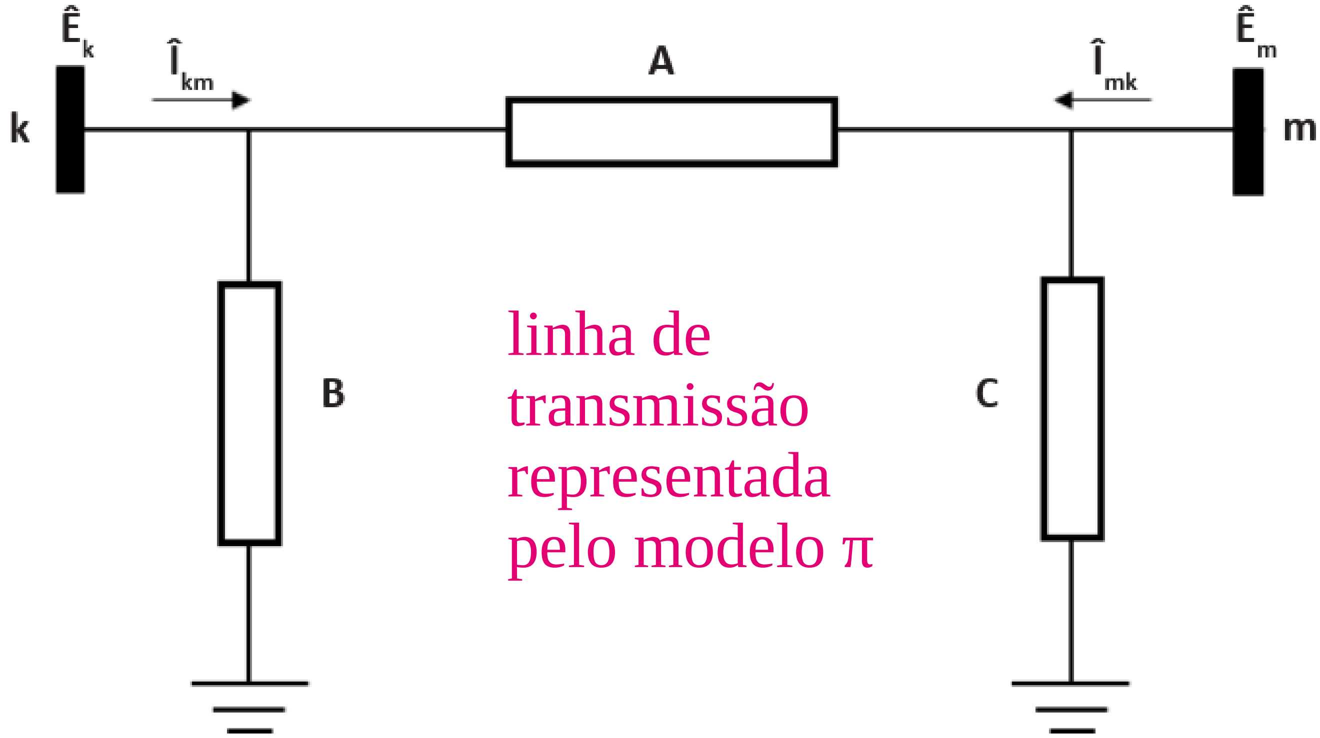
São as mesmas equações dos slides anteriores

- As equações genéricas para os fluxos de potência ativa e reativa (vistas na aula anterior) podem serem substituídas nas equações acima, considerando o somatório para cada uma das barras

- No entanto, uma formulação mais genérica é conseguida se montarmos a matriz de admitâncias nodal do sistema

Matriz de admitâncias

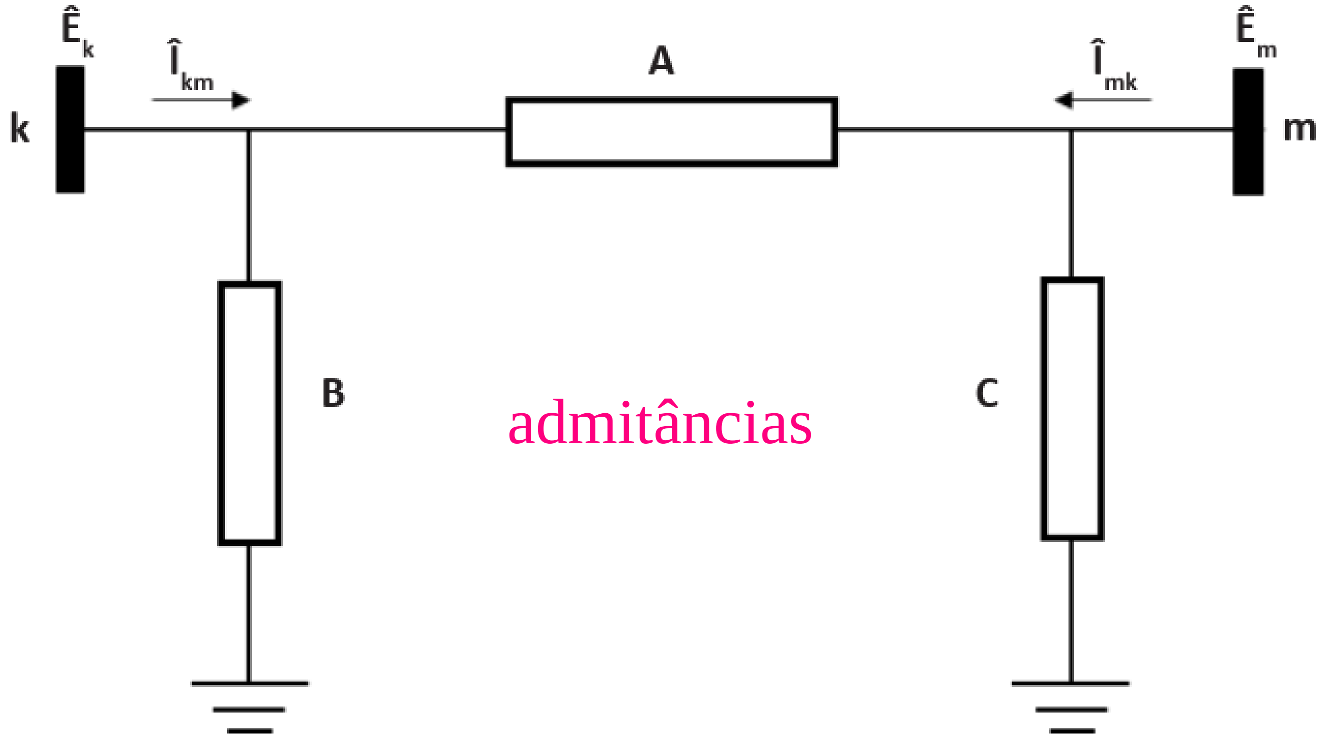
Matriz de admitância nodal



linha de transmissão representada pelo modelo π

- **k** e **m** são as barras do sistema
- Uma formulação mais genérica é conseguida se montarmos a matriz de admitâncias nodal do sistema

Exemplo de um quadripolo no modelo π



admitâncias

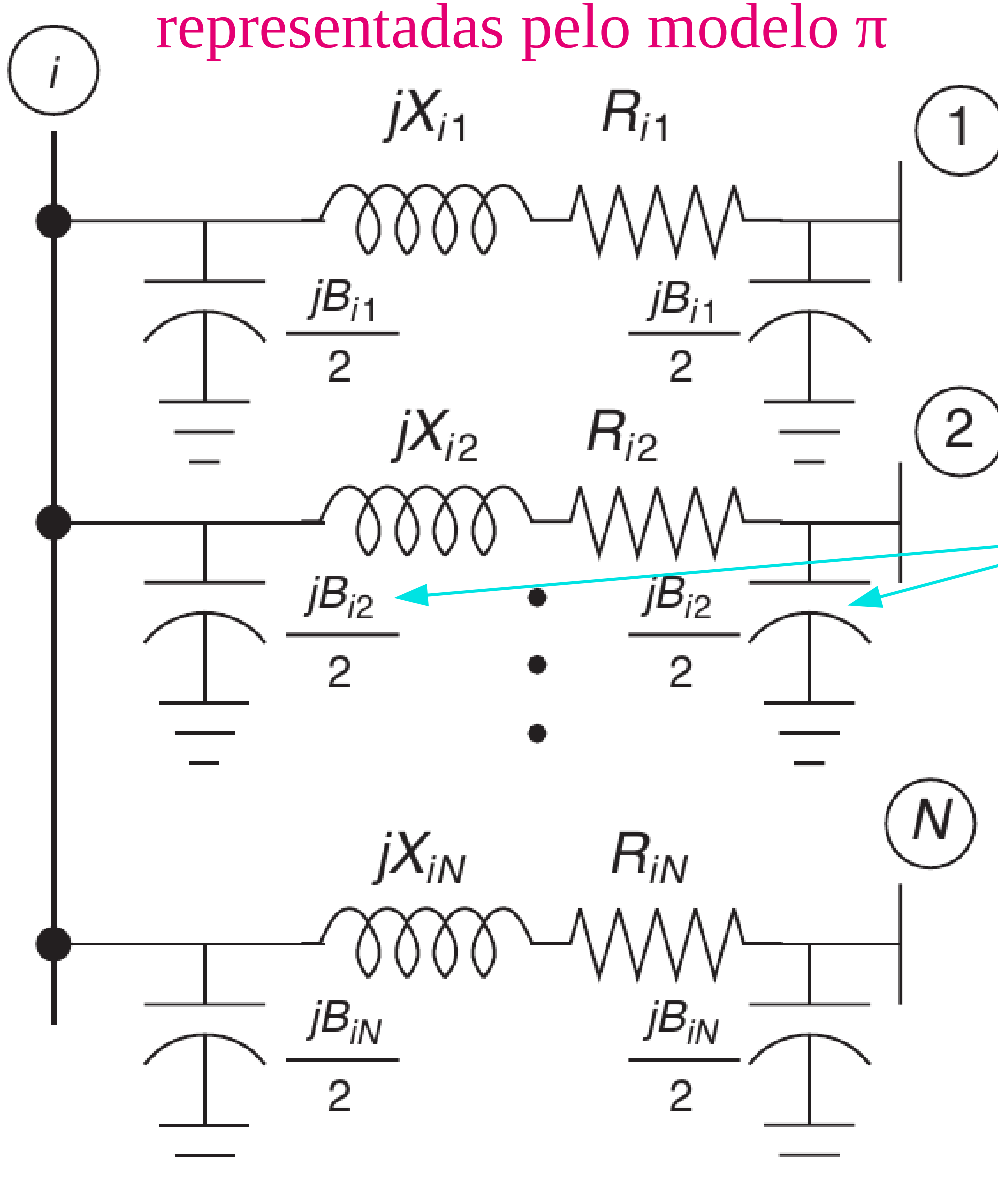
$$\begin{bmatrix} \hat{I}_{km} \\ \hat{I}_{mk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+B & -A \\ -A & A+C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{E}_k \\ \hat{E}_m \end{bmatrix}$$

representação na forma de matriz

Matriz de admitância nodal

i≡k, j≡m, N≡n (não confundir o índice **j** da matriz com o simbolo *j* de parte imaginária)

linhas de transmissão representadas pelo modelo π



barramentos **j**

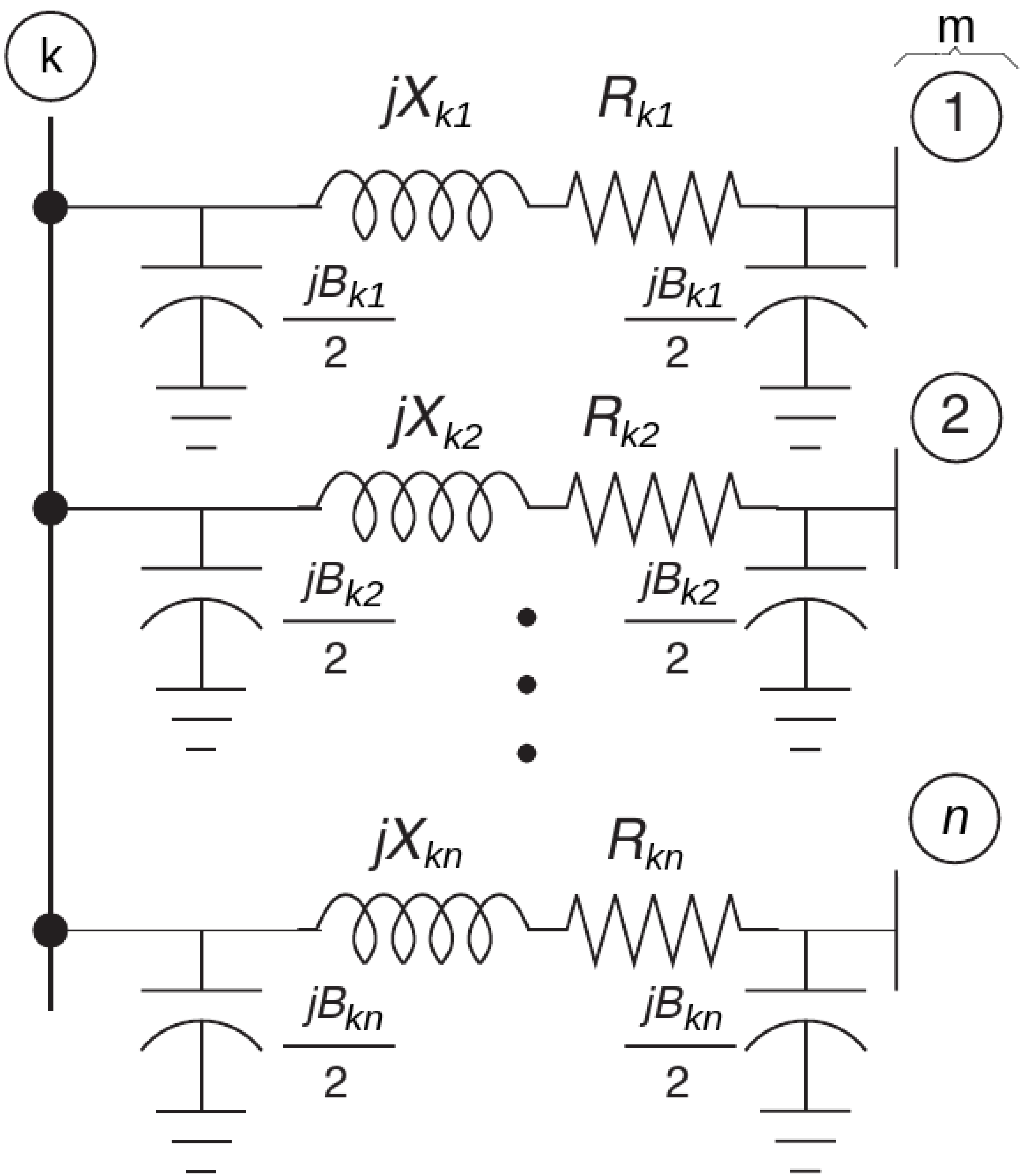
barramento **i** em uma rede de transmissão de energia

capacitância de carregamento da linha

rede passiva (contendo apenas resistores, capacitores e indutores)

a matriz de admitância é a soma das correntes dos nós

Mesma figura do slide anterior



- o significado é o mesmo, apenas os símbolos e nomes mudam

Matriz de admitância nodal

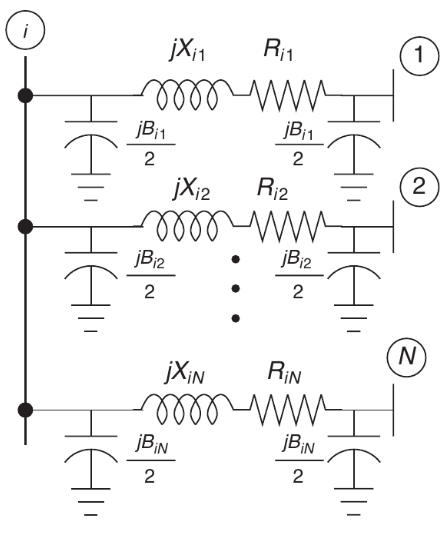
“injetado”

(i ≡ k , j ≡ m , N ≡ n)

$$\begin{bmatrix} I_{1,inj} \\ I_{2,inj} \\ \vdots \\ I_{i,inj} \\ \vdots \\ I_{N,inj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{Y_{11}} & -y_{12}\angle\phi_{12} & \cdots & -y_{1i}\angle\phi_{1i} & \cdots & -y_{1N}\angle\phi_{1N} \\ -y_{21}\angle\phi_{21} & \boxed{Y_{22}} & \cdots & -y_{2i}\angle\phi_{2i} & \cdots & -y_{2N}\angle\phi_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -y_{1i}\angle\phi_{i1} & -y_{i2}\angle\phi_{i2} & \cdots & Y_{ii} & \cdots & -y_{iN}\angle\phi_{iN} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -y_{N1}\angle\phi_{N1} & -y_{N2}\angle\phi_{N2} & \cdots & -y_{Ni}\angle\phi_{Ni} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{V}_1 \\ \widehat{V}_2 \\ \vdots \\ \widehat{V}_1 \\ \vdots \\ \widehat{V}_N \end{bmatrix}$$

...

$$\boxed{\begin{aligned} Y_{ii} = \Big(& y_{i1}\angle\phi_{i1} + y_{i2}\angle\phi_{i2} + \cdots + y_{iN}\angle\phi_{iN} \\ & + j\frac{B_{i1}}{2} + j\frac{B_{i2}}{2} + \cdots + j\frac{B_{iN}}{2} \Big) \end{aligned}}$$



Matriz de admitância nodal

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \\ \vdots \\ \hat{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{E}_1 \\ \hat{E}_1 \\ \vdots \\ \hat{E}_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \boxed{[\hat{I}] = [Y_{bus}][\hat{E}]}$$

matriz de admitância

A matriz de admitância de um sistema de ***n*** barras é uma matriz quadrada ***n*** × ***n*** composta pelas admitâncias equivalentes em cada uma das posições

outras equações

$$Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$$

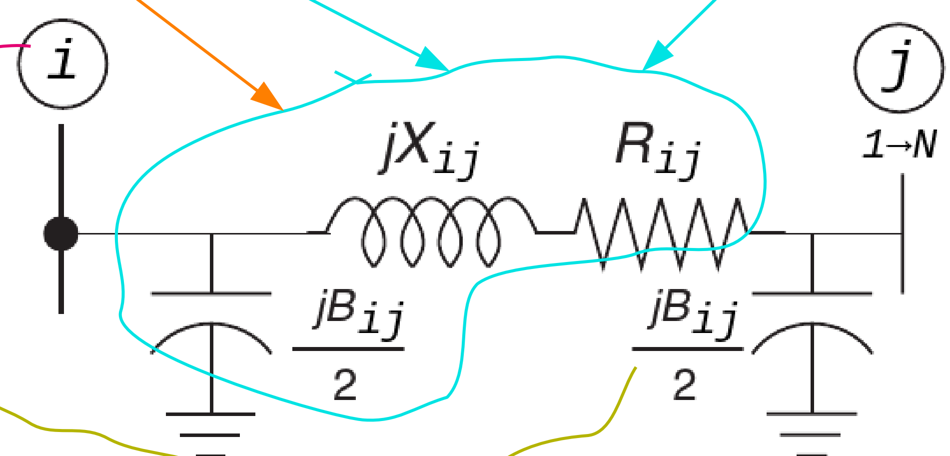
$$S_k = \hat{V}_k \hat{I}_k^*$$

Regra geral 1 (p. 27 do livro-texto)

$$
\begin{bmatrix} I_{1,inj} \\ I_{2,inj} \\ \vdots \\ I_{i,inj} \\ \vdots \\ I_{N,inj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & -y_{12}\angle\phi_{12} & \dots & -y_{1i}\angle\phi_{1i} & \dots & -y_{1N}\angle\phi_{1N} \\ -y_{21}\angle\phi_{21} & Y_{22} & \dots & -y_{2i}\angle\phi_{2i} & \dots & -y_{2N}\angle\phi_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -y_{1i}\angle\phi_{i1} & -y_{i2}\angle\phi_{i2} & \dots & Y_{ii} & \dots & -y_{iN}\angle\phi_{iN} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -y_{N1}\angle\phi_{N1} & -y_{N2}\angle\phi_{N2} & \dots & -y_{Ni}\angle\phi_{Ni} & \dots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{V}_1 \\ \widehat{V}_2 \\ \vdots \\ \widehat{V}_1 \\ \vdots \\ \widehat{V}_N \end{bmatrix}
$$

$$
Y_{ii} = \left(y_{i1}\angle\phi_{i1} + y_{i2}\angle\phi_{i2} + \cdots + y_{iN}\angle\phi_{iN} + j\frac{B_{i1}}{2} + j\frac{B_{i2}}{2} + \cdots + j\frac{B_{iN}}{2} \right)
$$

- A admitância ~~da impedância~~ conectada entre um nó **i** e a referência (impedância shunt) é considerada no elemento principal da matriz (**i**, **i**)

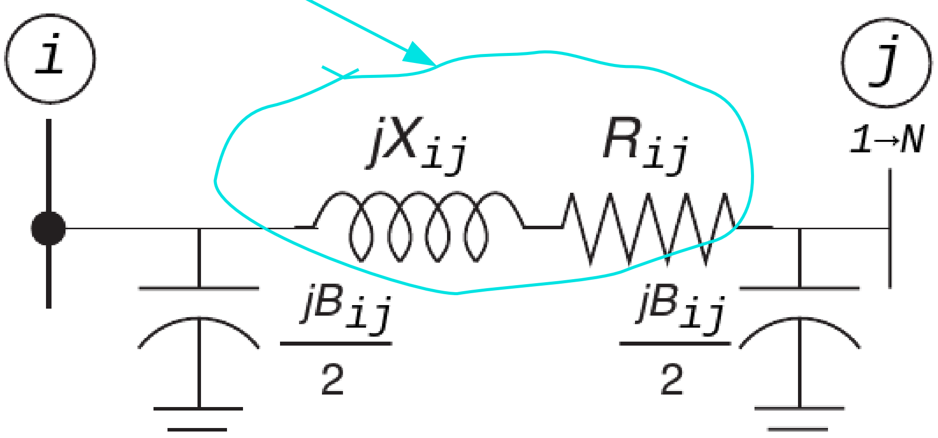


Regra geral 2 (p. 27 do livro-texto)

$$\begin{bmatrix} I_{1,inj} \\ I_{2,inj} \\ \vdots \\ I_{i,inj} \\ \vdots \\ I_{N,inj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & -y_{12}\angle\phi_{12} & \cdots & -y_{1i}\angle\phi_{1i} & \cdots & -y_{1N}\angle\phi_{1N} \\ -y_{21}\angle\phi_{21} & Y_{22} & \cdots & -y_{2i}\angle\phi_{2i} & \cdots & -y_{2N}\angle\phi_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -y_{1i}\angle\phi_{i1} & -y_{i2}\angle\phi_{i2} & \cdots & Y_{ii} & \cdots & -y_{iN}\angle\phi_{iN} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -y_{N1}\angle\phi_{N1} & -y_{N2}\angle\phi_{N2} & \cdots & -y_{Ni}\angle\phi_{Ni} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{V}_1 \\ \widehat{V}_2 \\ \vdots \\ \widehat{V}_1 \\ \vdots \\ \widehat{V}_N \end{bmatrix}$$

$$Y_{ii} = \left(y_{i1}\angle\phi_{i1} + y_{i2}\angle\phi_{i2} + \cdots + y_{iN}\angle\phi_{iN} + j\frac{B_{i1}}{2} + j\frac{B_{i2}}{2} + \cdots + j\frac{B_{iN}}{2} \right)$$

- A admitância conectada entre os nós **i** e **j** são <u>acrescidos</u> no elemento principal dessas barras **(j,j)** e **(i,i)** e o negativo dessas admitâncias compõem os elementos **(j,i)** e **(i,j)**



Convenção

- minúsculas: valores das linhas

$$y_{km},\ g_{km},\ b_{km}$$

- maiúsculas: elementos da matriz de admitância

$$Y_{km},\ G_{km},\ B_{km}$$

Equações de injeção de potências

Equações de injeção de potência ativa e reativa, em qualquer barra

- Substituindo a relação:

$$S_k = \hat{V}_k \hat{I}_k^*$$

nas equações de corrente obtidas para cada uma das barras indicadas na equação da matriz de admitâncias, chegamos em:

$$P_k = V_k \sum_{m \in K} V_m \left(G_{km} \cos\theta_{km} + B_{km} sen\,\theta_{km} \right)$$

equações 1.31 e 1.32

$$Q_k = V_k \sum_{m \in K} V_m \left(G_{km} sen\,\theta_{km} - B_{km} \cos\theta_{km} \right)$$

Classificação de barras

- Para a correta implementação do algoritmo de fluxo de carga é necessário classificar cada barra do sistema, de forma a equacionar adequadamente o problema do fluxo de carga

- Na barra de referência os valores de módulo de tensão e ângulo são fornecidos como referência
  - Também é chamada de barra $V\theta$, barra *swing*, ou barra *slack*
  - É responsável por equilibrar o balanço de potência no sistema

Classificação de barras

- O tipo mais comum de barra em um sistema elétrico é a chamada barra de carga PQ
  - As grandezas conhecidas são apenas potência ativa P_k e potência reativa Q_k
  - Não há controle de tensão nesta barra
  - Necessário calcular as variáveis de módulo de tensão V_k e ângulo θ_k

- A barra denominada barra de tensão PV é aquela na qual conhece-se os valores de potência ativa e módulo de tensão P_k e V_k
  - Costuma conter dispositivos de controle, como geradores e compensadores síncronos, com função de manter as grandezas conhecidas constantes

Classificação de barras

- A barra remota PQV consiste em uma barra de carga PQ com a inclusão de algum controle de tensão
  - As grandezas conhecidas são potência ativa P_k, reativa Q_k, e módulo de tensão V_k

- A barra de controle P, é aquela na qual conhece-se apenas a potência ativa P_k e serve para controlar a tensão de barras remotas

- A barra θ é aquela onde o valor conhecido é a referência angular de tensão θ_k

Fluxo de potência pelo método de Newton-Raphson

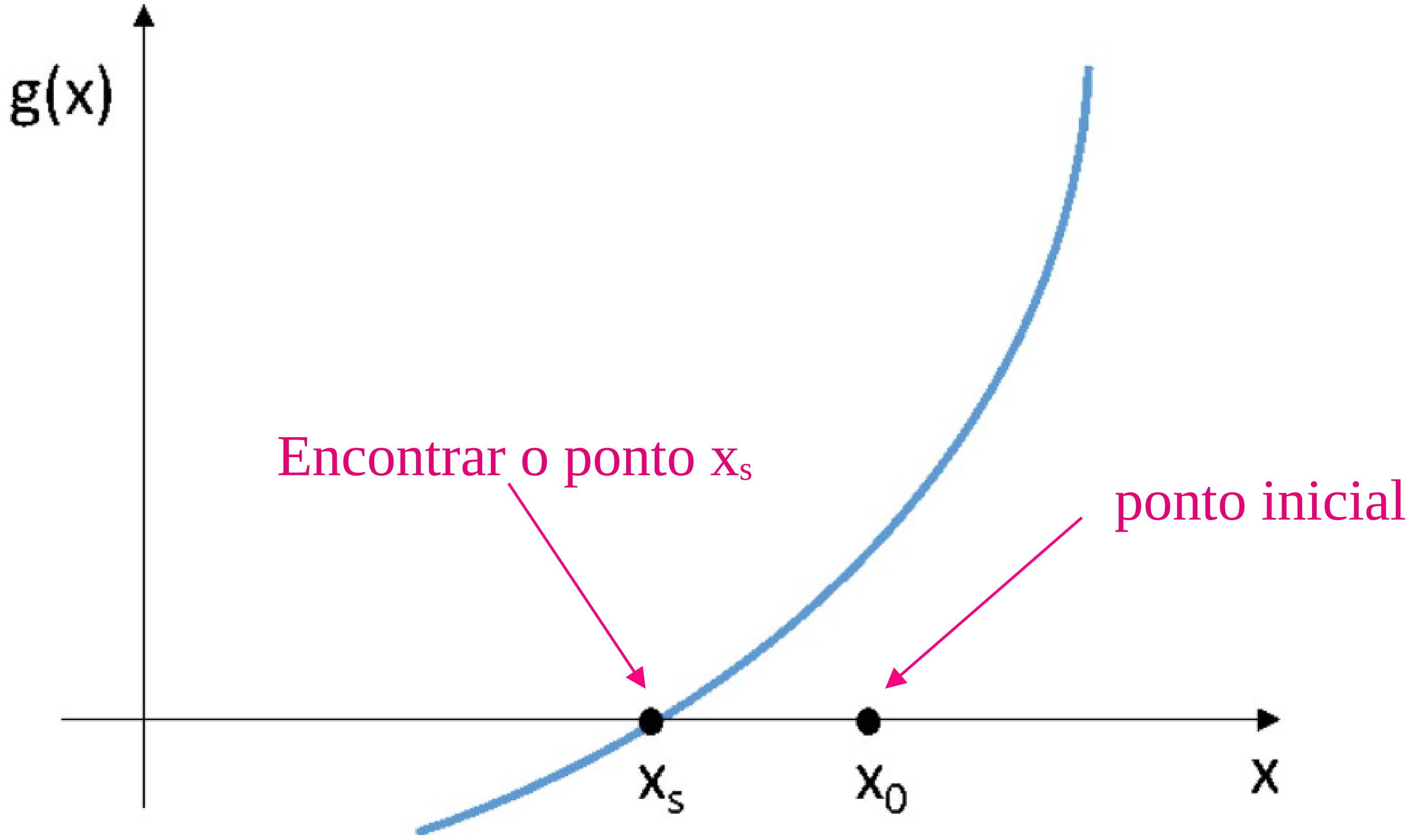
Método de Newton-Raphson

- A solução de equações simultâneas de fluxo de potência exige o uso de técnicas iterativas até mesmo para os sistemas de energia mais simples

- Existem diversos métodos para resolver esse tipo de problema, o mais conhecido é o Newton–Raphson

Método de Newton-Raphson

(método iterativo por aproximação)



princípio de funcionamento: determinação do valor de x capaz de anular uma função não linear g(x), ou seja, encontrar o ponto x_s , considerando que x_0 é o ponto inicial, suficientemente próximo de x_s

Método iterativo

- O método trabalha a determinação de um vetor de correção Δx para cada iteração i, corrigindo o valor especificado inicialmente

- Consiste em linearizar a função g(x) em torno de um ponto dado pela iteração i :

$$g(x^i + \Delta x^i) \cong g(x^i) - g'(x^i).\Delta x^i$$

A equação do slide anterior equivale a resolver a equação:

$$g(x^i) = -\boxed{J(x^i)}.\boxed{\Delta x}$$

será visto mais adiante em matriz Jacobiana

$$\boxed{\Delta x} = -\frac{g(x^i)}{g'(x^i)}$$

$$\boxed{J(x)} = \frac{\partial g(x)}{\partial x}$$

Exemplo 1 - enunciado

(será feito em laboratório)

Considere que a potência em uma das barras do sistema elétrico é dada pela equação

$$P_k = 3\,(1 - \cos\theta_k) + 2\,\mathrm{sen}\,\theta_k$$

Sendo -0,4 pu a demanda de potência ativa nessa barra, qual o valor do ângulo θ_k em radianos?

Exemplo 1 - solução

- A forma mais direta de se pensar como resolver este problema seria igualar diretamente a equação à 0,4
- No entanto, o ângulo a ser calculado estará em senos e cossenos, o que dificulta a obtenção direta do ângulo
- O problema pode então ser formulado:

$$\boxed{\Delta P_k = -0,4 - P_k} = -0,4 - \boxed{3(1 - \cos\theta_k) - 2sen\theta_k} = 0$$

$P_k = \boxed{3\ (1 - \cos\ \theta_k\ ) + 2\ \mathrm{sen}\ \theta_k}$ (vide slide anterior)

Exemplo - solução iterativa

a equação do slide anterior pode ser resolvida iterativamente:

i-ésima iteração

$$\Delta P_k^{\,i} = -\left[\frac{\partial \Delta P_k}{\partial \theta_k}\right]^i \boxed{\Delta \theta_k^{\,i}}$$

$$\theta_k^{\,i+1} = \theta_k^{\,i} + \boxed{\Delta \theta_k^{\,i}}$$

Então temos:

$$-\frac{\partial \Delta P_k}{\partial \theta_k} = 3 sen\theta_k + 2\cos\theta_k$$

(continua)

Exemplo - solução iterativa

- Cabe então resolver:

$$\Delta P_k^i = (3sen\theta_k^i + 2\cos\theta_k^i)\Delta\theta_k^i$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta\theta_k^i = \frac{1}{(3sen\theta_k^i + 2\cos\theta_k^i)}\Delta P_k^i}$$

- O processo iterativo deve parar adotando o critério de convergência, por exemplo:

$$\Delta P_k^i < 10^{-4}$$

Exemplo - resultado das iterações

$$\Delta\theta_k^{\,i} = \frac{1}{(3sen\theta_k^{\,i} + 2\cos\theta_k^{\,i})}\Delta P_k^{\,i}$$

i	$\theta_k^{\,i}$	$\Delta P_k^{\,i} = -0,4 - 3(1-\cos\theta_k^{\,i}) - 2sen\theta_k^{\,i}$	$\Delta\theta_k^{\,i}$	$\theta_k^{\,i+1} = \theta_k^{\,i} + \Delta\theta_k^{\,i}$
1	0	-0,4	-0,2	-0,2
2	-0,2	-0,0625	-0,0458	-0,2458
3	-0,2458	-0,0035	-0,0029	-0,2487
4	-0,2487	$-1,4378\times10^{-5}$	--	--

valor do ângulo na barra k
[radianos]

$$\Delta P_k^{\,i} < 10^{-4}$$

exerc.ods - LibreOffice Calc

B9 =E8

$\Delta P_k^i = -0{,}4 - 3\cdot(1 - \cos\theta_k^i) - 2\cdot \text{sen}\,\theta_k^i$ = -0,4-3*(1-COS(B6))-2*SIN(B6)

$\Delta\theta_k^i = \Delta P_k^i \,/\, (\,3\,\text{sen}\,\theta_k^i + 2\cos\theta_k\,)$ = C6/(3*SIN(B6)+2*COS(B6))

$\theta_k^{i+1} = \theta_k^i + \Delta\theta_k^i$ = D6+B6

Para quando $\Delta P_k^i < 10^{-4}$

i	θ_k^i	ΔP_k^i	$\Delta\theta_k^i$	θ_k^{i+1}
1	0,0000	-0,4000	-0,2000	-0,2000
2	-0,2000	-0,0625	-0,0458	-0,2458
3	-0,2458	-0,0035	-0,0029	-0,2487
4	-0,2487	0,0000	0,0000	-0,2487

exerc1 exerc2

Sheet 1 of 2 Default Portuguese (Brazil) 160%