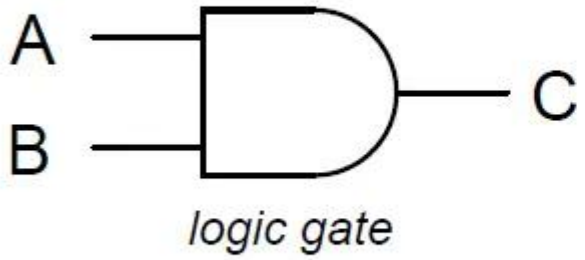
APOSTILA
do Prof. Eduardo

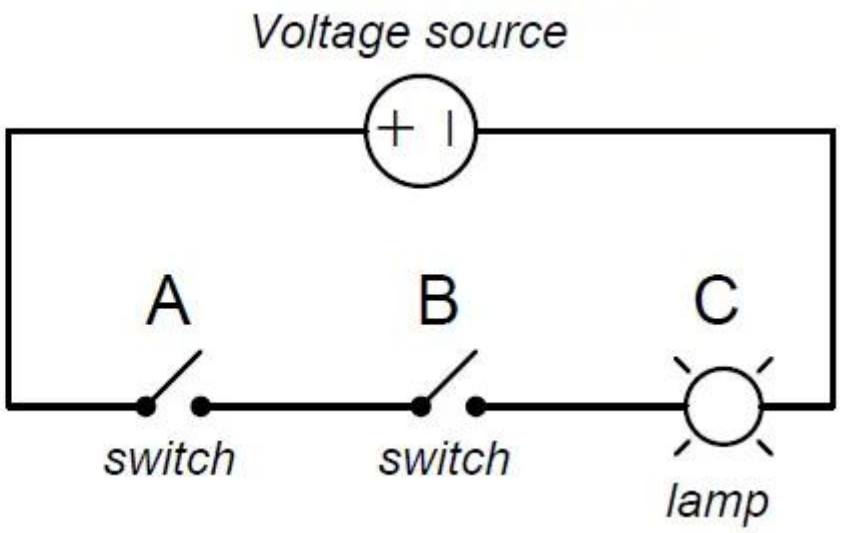
Sistemas Digitais e Microprocessadores

Introdução à álgebra booleana

Prof. Eduardo Furlan
2023

E (*AND*)





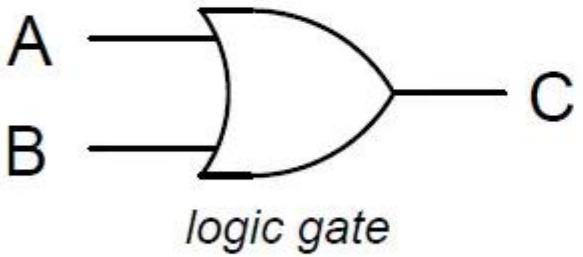
AND

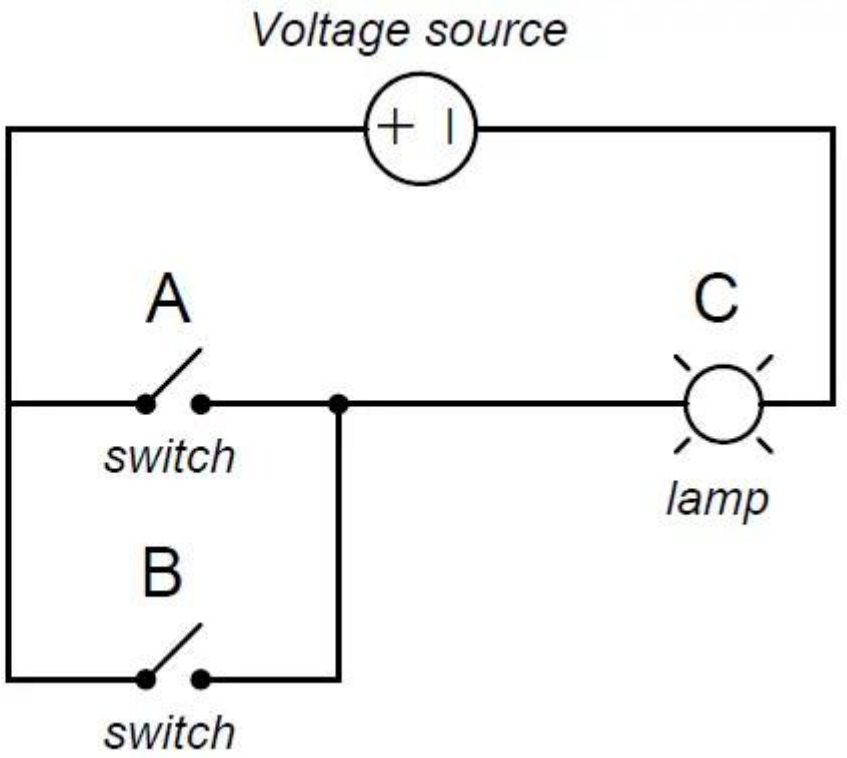
A	B	Output
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$C = A \cdot B$

https://instrumentationtools.com/logic-gates/

OU (*OR*)





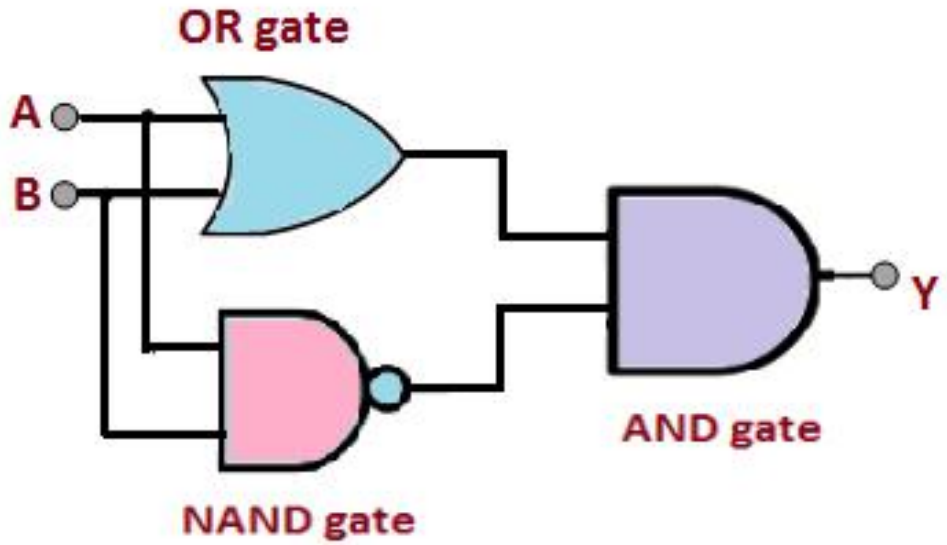
OR

A	B	Output
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$C = A + B$

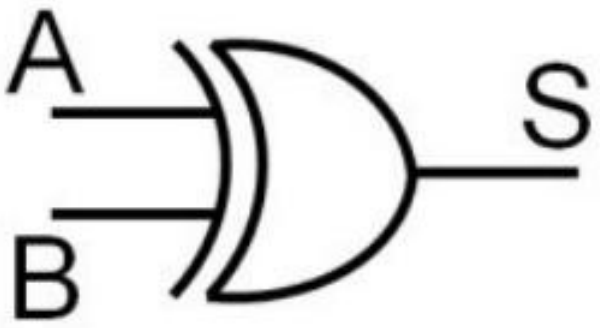
https://instrumentationtools.com/logic-gates/

Ou exclusivo (XOR)



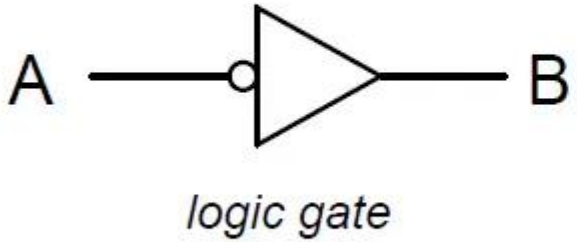
https://byjus.com/neet/exclusive-or-gate/

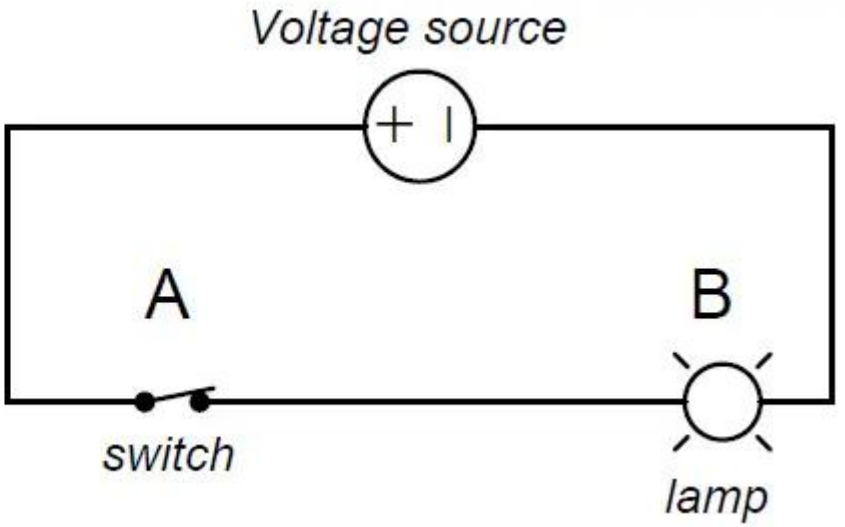
A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



$$S = A \oplus B$$

NÃO (*NOT*)



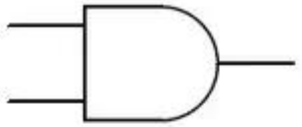


A	S
0	1
1	0

$B = \overline{A}$

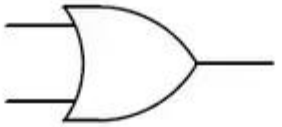
https://instrumentationtools.com/logic-gates/

Tablea verdade



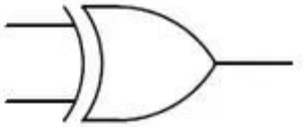
AND

A	B	Output
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



OR

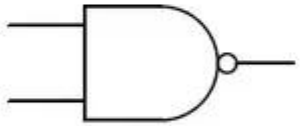
A	B	Output
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



XOR

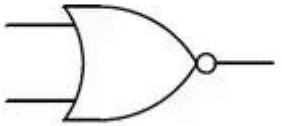
eXclusive OR

A	B	Output
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



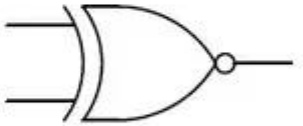
NAND

A	B	Output
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



NOR

A	B	Output
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

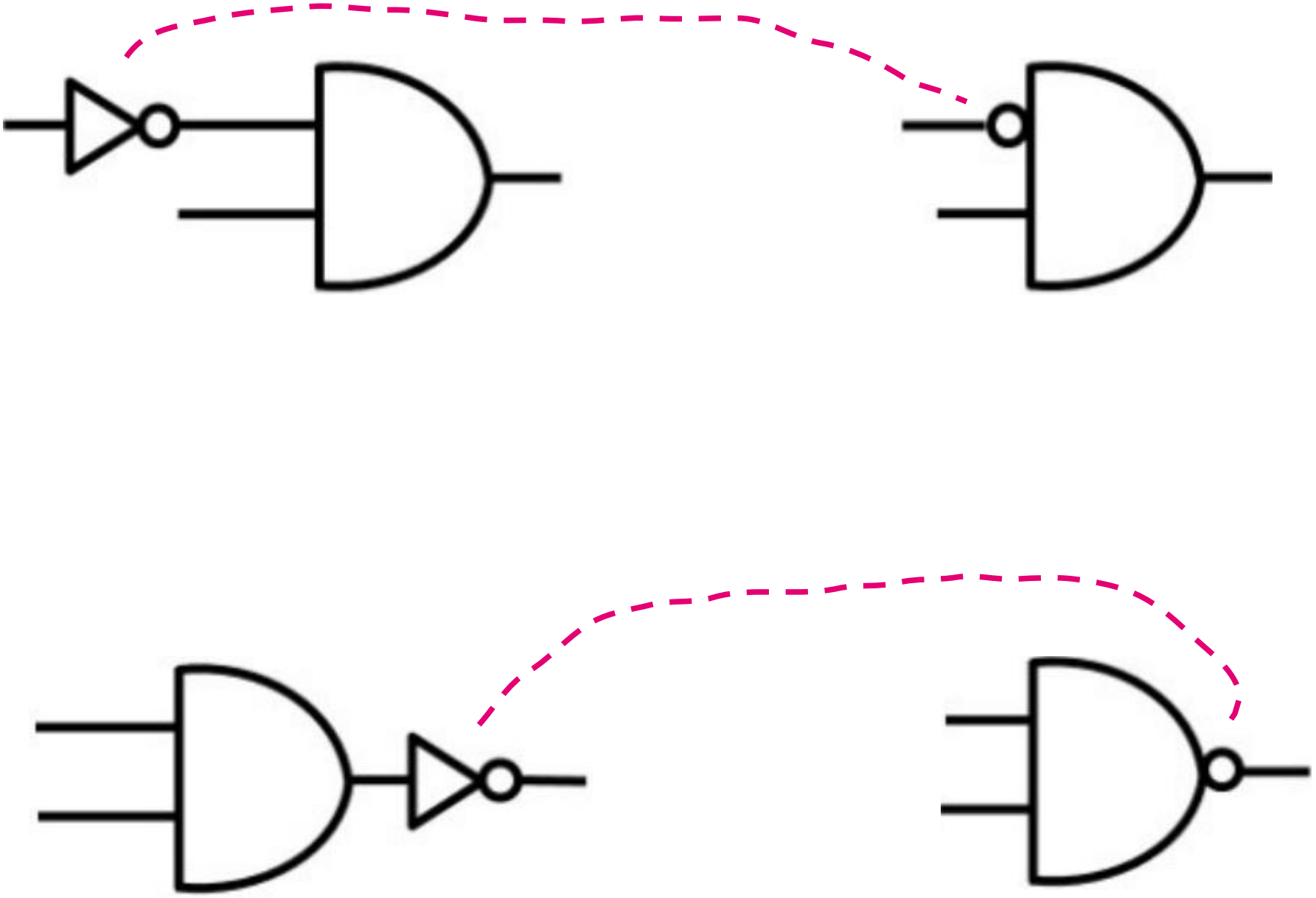


XNOR

A	B	Output
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

https://instrumentationtools.com/logic-gates/

Equivalência



Leis básicas da álgebra booleana

Comutativa

$A + B = B + A$ e $A \cdot B = B \cdot A$

Associativa

$A + (B + C) = (A + B) + C$ e $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$

Distributiva

$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

Operações aritméticas booleanas

Adição Booleana	Multip. Booleana
0 + 0 = 0	0 . 0 = 0
0 + 1 = 1	0 . 1 = 0
1 + 0 = 1	1 . 0 = 0
1 + 1 = 1	1 . 1 = 1

Complemento

$\overline{0} = 1$

$\overline{1} = 0$

OR AND NOT

Regras da álgebra booleana

$A + 0 = A$ $\quad$ $A + A = A$ $\quad$ $\overline{\overline{A}} = A$

$A + 1 = 1$ $\quad$ $A + \overline{A} = 1$ $\quad$ $A + A \cdot B = A$

$A \cdot 0 = 0$ $\quad$ $A \cdot A = A$ $\quad$ $A + \overline{A} \cdot B = A + B$

$A \cdot 1 = A$ $\quad$ $A \cdot \overline{A} = 0$ $\quad$ $(A + B) \cdot (A + C) = A + B \cdot C$

Método dos mintermos

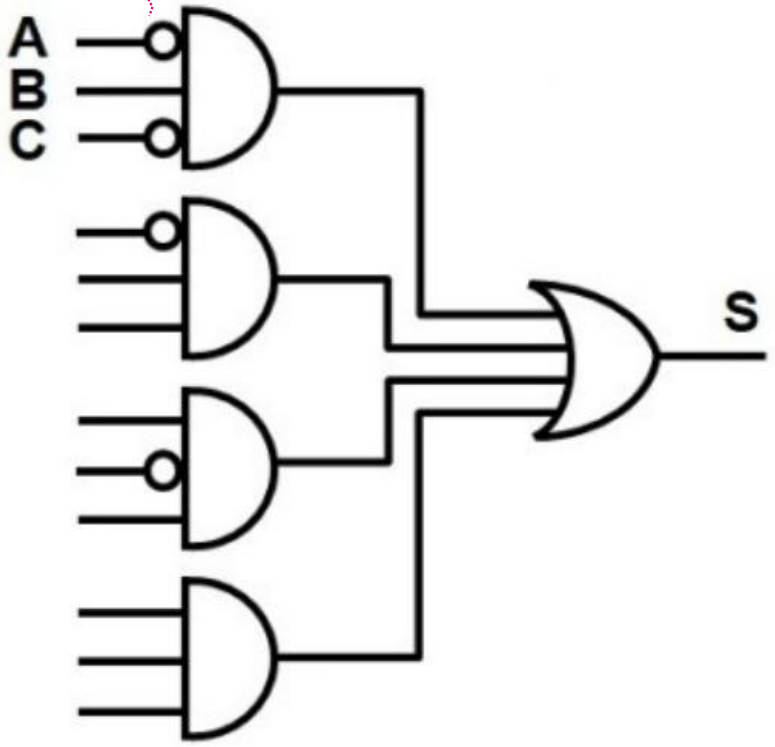
somas de produtos

$S=\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}BC+A\bar{B}C+ABC$

mintermos ⇨ 1º 2º 3º 4º

A	B	C	S	
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	**1**	← 1º
0	1	1	**1**	← 2º
1	0	0	0	
1	0	1	**1**	← 3º
1	1	0	0	
1	1	1	**1**	← 4º

Tabela Verdade



Método dos mintermos

Obtenção de um circuito a partir da Tabela Verdade (TV)

- Saída 0 é desconsiderada
- Cada saída 1 corresponde a 1 mintermo
- Cada mintermo é um AND das entradas
- A saída final é um OR dos mintermos

“1 → AND → OR”

Método dos maxtermos

"0 → OR → AND"

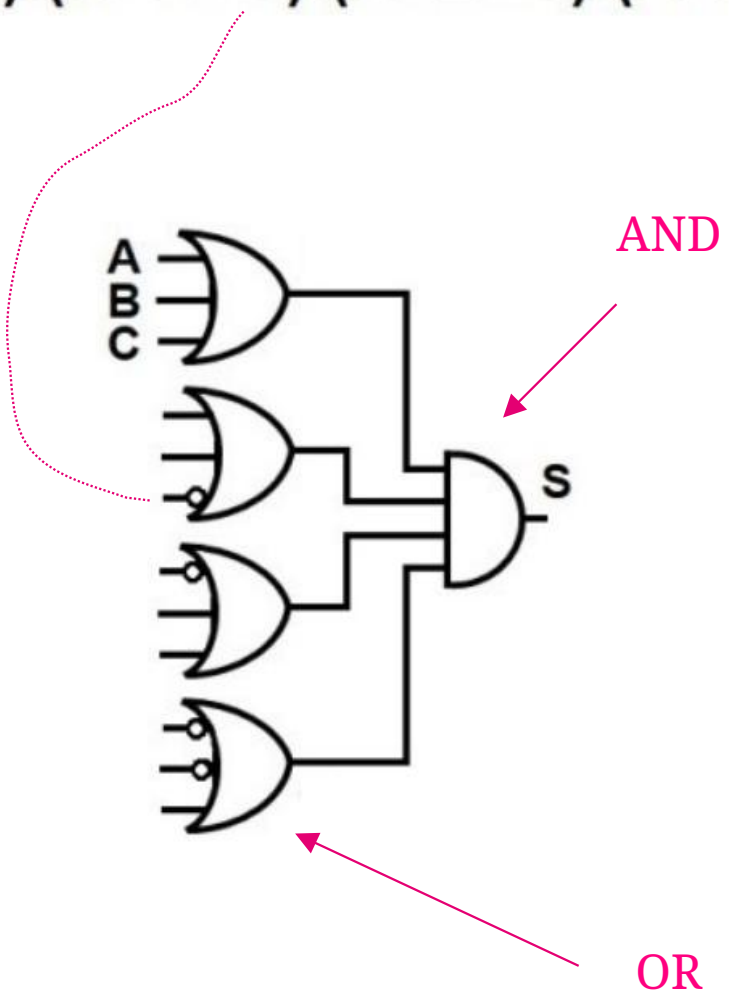
- Saída 1 é desconsiderada
- Cada saída 0 corresponde a 1 maxtermo
- Cada maxtermo corresponde a OR das entradas
- A saída final é um AND dos maxtermos

maxtermos ⇨ 1º 2º 3º 4º

$$S = (A+B+C).(A+B+\overline{C}).(\overline{A}+B+C).(\overline{A}+\overline{B}+C)$$

A	B	C	S	
0	0	0	**0**	← 1º
0	0	1	**0**	← 2º
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	**0**	← 3º
1	0	1	1	
1	1	0	**0**	← 4º
1	1	1	1	

Tabela Verdade



Simplificação booleana

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	**1**
0	1	1	**1**
1	0	0	0
1	0	1	**1**
1	1	0	0
1	1	1	**1**

$$S=\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}BC+A\overline{B}C+ABC$$

$$S=\overline{A}B(\overline{C}+C)+AC(\overline{B}+B)$$

$$A+\overline{A}=1$$

$$S=\overline{A}B.1+AC.1 \rightarrow A\cdot 1=A$$

$$S=\overline{A}.B+A.C$$

Mapa de Karnaugh

Método para simplificação de expressões booleanas

Simplifica de forma indireta, por meio de arranjos e regras

Encontra a expressão mais simplificada possível

- “expressão mínima”

Passos

Tabela com variáveis de entrada em 2 grupos

- Linhas da tabela
- Colunas

Mapear as combinações possíveis, seguindo a ordem do *“Código de Gray”*

A tabela é preenchida de acordo com os valores da saída da tabela-verdade

Criar em grupos de 2, 4, e 8

- Importante usar estas quantidades

Passos

Grupos podem ser retangulares ou quadrados

O grupo deve ser o maior possível

Pode haver intersecção de grupos

Todas as saídas unitárias devem ser agrupadas

Se sobrar um “1”, deve ser criado um grupo com ele

Pega as linhas com S=1 e transfere para a outra tabela

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	**1**
0	1	1	**1**
1	0	0	0
1	0	1	**1**
1	1	0	0
1	1	1	**1**

Tabela Verdade

A B \ C	0	1
0 0	0	0
0 1	1	1
1 1	0	1
1 0	0	1

Mapa equiv.

agrupa em 2, 4, ou 8

"Código de Gray"

Tabela do slide anterior

A B \ C	0	1
0 0	0	0
0 1	1	1
1 1	0	1
1 0	0	1

A = 0, B = 1, C = 0 ou 1

$\overline{A} \cdot B$

A = 1, B = 0 ou 1, C = 1

$A \cdot C$

$$S = \overline{A} \cdot B + A \cdot C$$

Outro método

$$F = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + AB\bar{C}$$

Tabela da Verdade

A	B	C	F
0	0	0	S_0=0
0	0	1	S_1=1
0	1	0	S_2=0
0	1	1	S_3=1
1	0	0	S_4=1
1	0	1	S_5=1
1	1	0	S_6=1
1	1	1	S_7=0

	$\bar{B}$		B	
$\bar{A}$	S_0	S_1	S_3	S_2
A	S_4	S_5	S_7	S_6
	$\bar{C}$	C		$\bar{C}$

	$\bar{B}$		B	
$\bar{A}$	0	1	1	0
A	1	1	0	1
	$\bar{C}$	C		$\bar{C}$

$$P_1 = \bar{A} * C$$

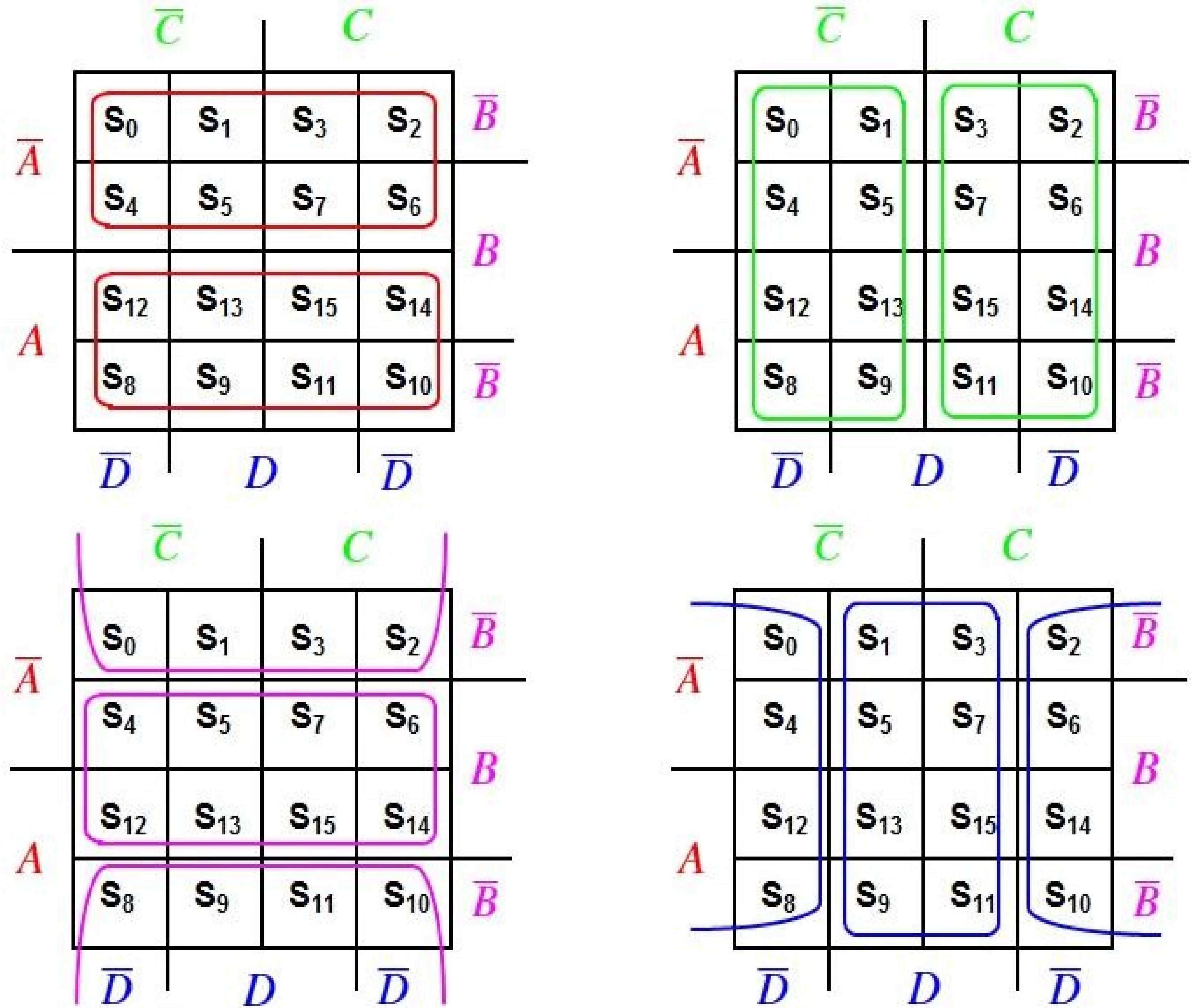
$$P_2 = A * \bar{C}$$

$$P_3 = \bar{B} * C$$

$$F = \bar{A} * C + A * \bar{C} + \bar{B} * C$$

http://eletronica-digital2015.blogspot.com/2016/02/mapa-de-karnaugh-diagrama-de-karnaugh.html

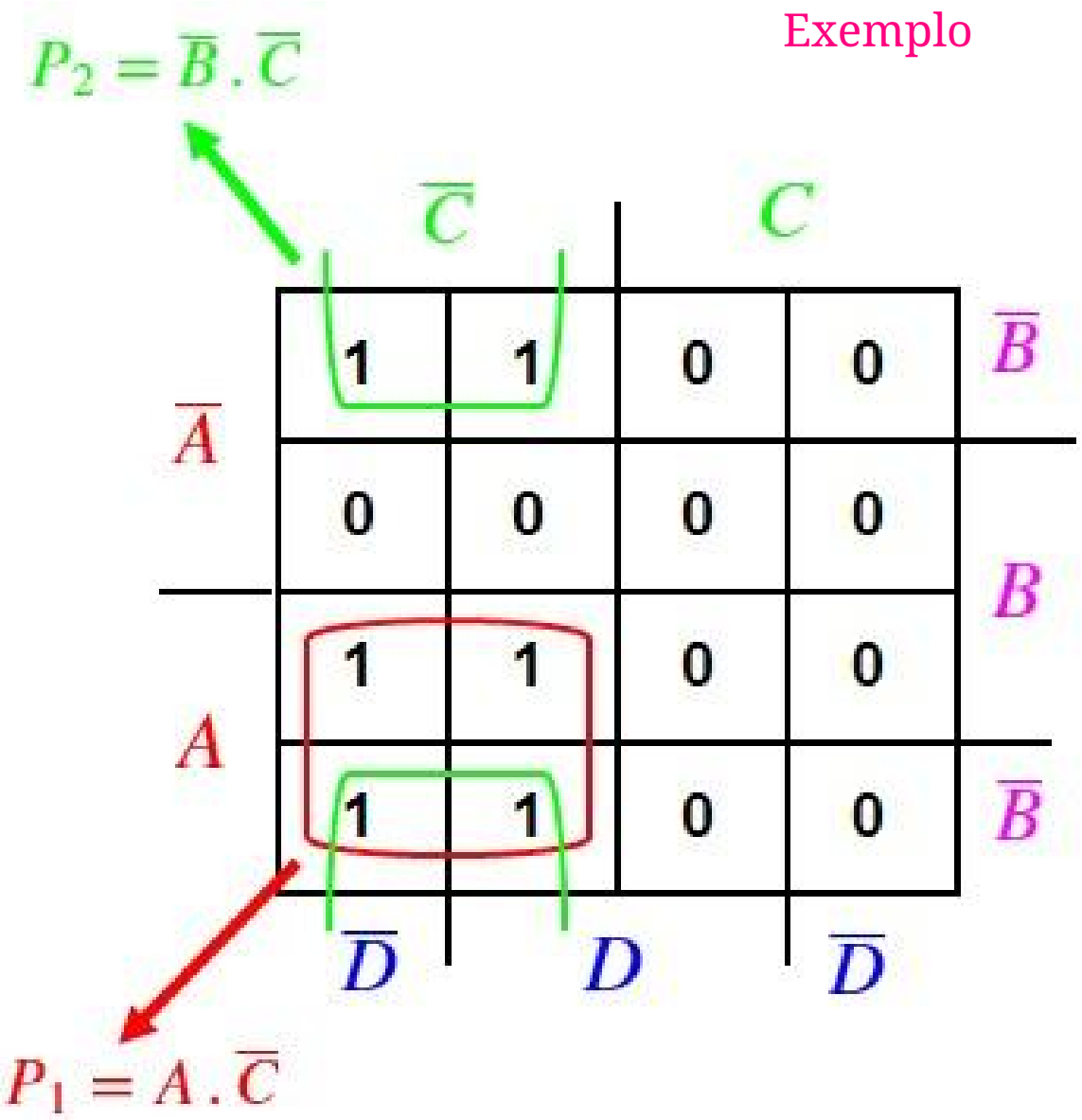
4 variáveis



https://eletronica-digital2015.blogspot.com/2016/02/mapa-de-karnaugh-diagrama-de-karnaugh.html

4 variáveis

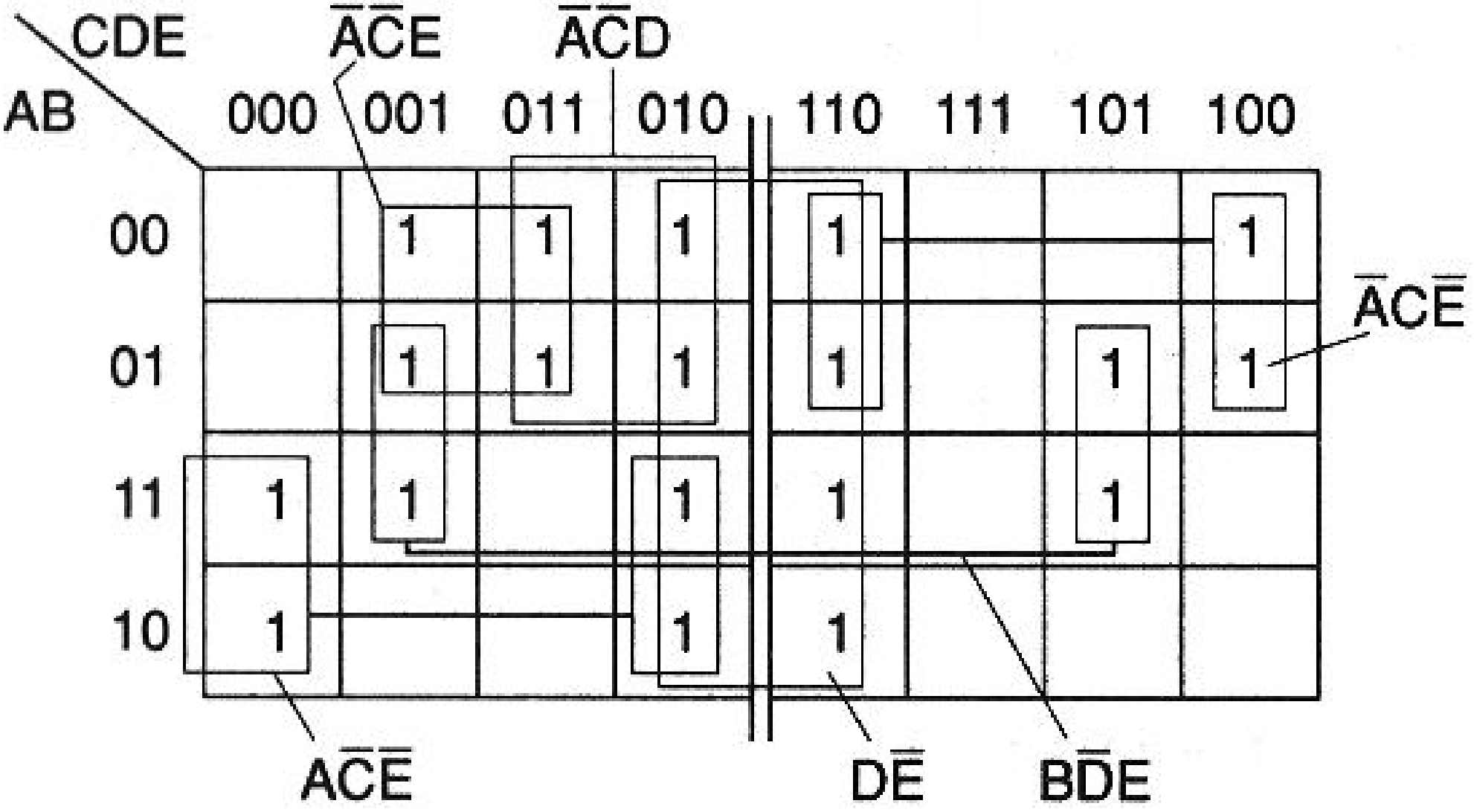
Exemplo



$$F = A . \overline{C} + \overline{B} . \overline{C}$$

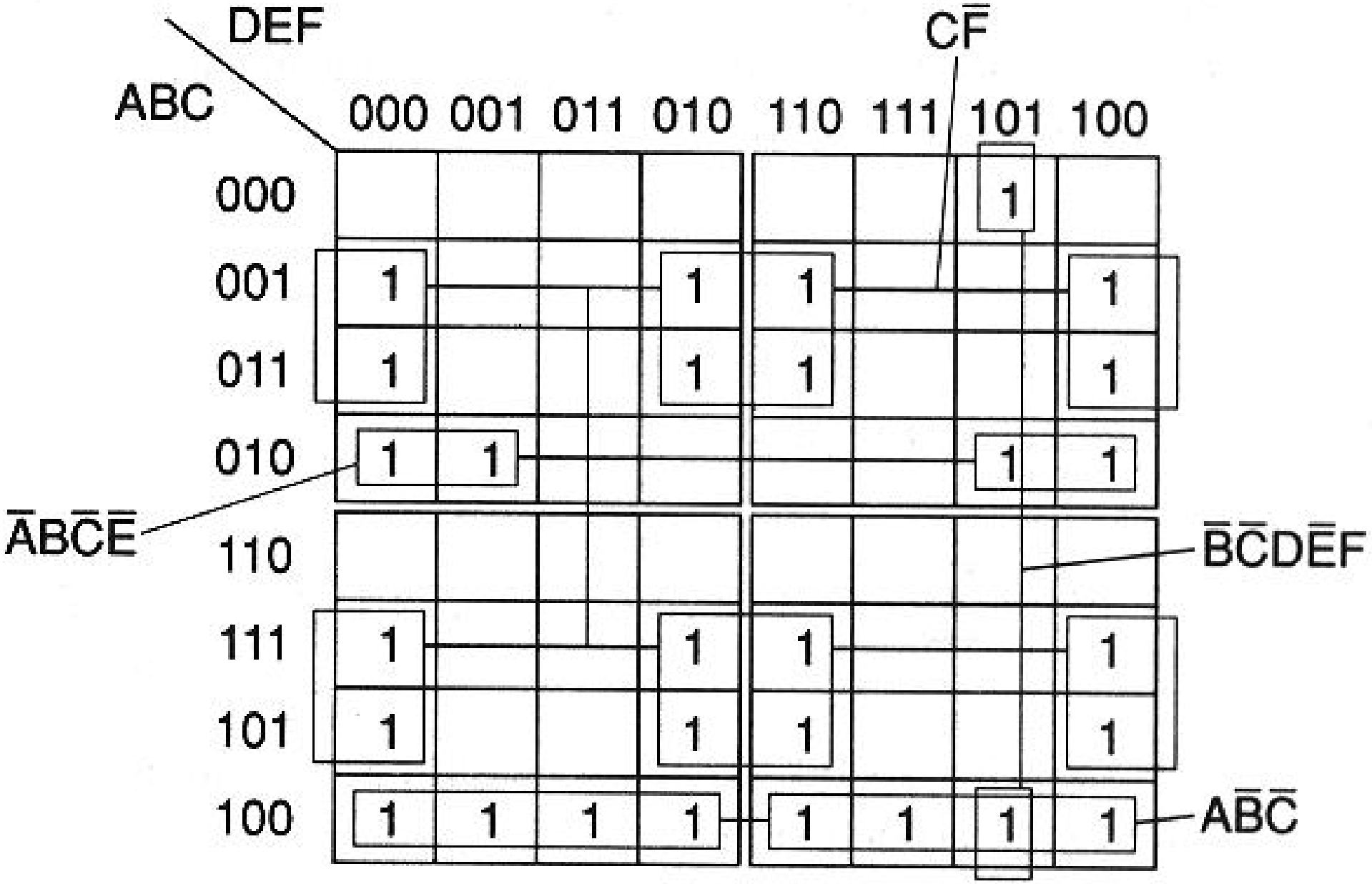
https://eletronica-digital2015.blogspot.com/2016/02/mapa-de-karnaugh-diagrama-de-karnaugh.html

5 variáveis



http://endigital.orgfree.com/combinacional/MvKARNAUGH.htm

6 variáveis



http://endigital.orgfree.com/combinacional/MvKARNAUGH.htm

Link de interesse

Prof. Nivaldo Junior

Mapa de Karnaugh

https://youtu.be/xB99jX9QMOE (Duração: 30 min)

APOSTILA
do Prof. Eduardo

https://github.com/efurlanm/teaching/

Prof. Eduardo Furlan
2023