Resultados na Tabela Verdade

Eduardo Furlan Miranda

2024-08-01

Baseado em: SCHEFFER, VC; VIEIRA, G; LIMA, TPFS. Lógica Computacional. EDE, 2020. ISBN 978-85-522-1688-9.

- construímos uma Tabela Verdade para testarmos todos os resultados possíveis para todas as combinações possíveis de entradas em uma determinada fórmula

- Uma fórmula é composta por proposições e operadores lógicos, como, por exemplo, a negação (NOT), a conjunção (AND) e a disjunção (OR)

- Além desses conectores, as proposições podem ser combinadas na forma “se proposição 1, então proposição 2”.

- O conectivo lógico dessa combinação é o condicional, representado por → , e significa que se a proposição 1 é verdadeira, implicará na verdade da proposição 2

- podemos dizer que dada uma sequência de proposições, a partir da operação condicional é possível chegar a uma conclusão (um resultado), que é uma nova proposição

- A primeira parte, antes do conector, é chamada de antecedente, e a segunda de consequente

Figura 4.7 | Implicação lógica

$$\overset{\text{Antecedente}}{A} \longrightarrow \overset{\text{Consequente}}{B}$$

Exemplo 1

- Considere as proposições A e B:
  - A: há uma falha na rede elétrica.
  - B: a chave central irá desligar.
- A fórmula $A \rightarrow B$, que significa que B está condicionado a A, deve ser lida como: “se houver uma falha na rede elétrica, então, a chave central irá desligar.”
- Considere as proposições P, Q, R.
  - P: a nota mínima necessária para ser aprovado é 6,0.
  - Q: João tirou 8,0 na prova.
  - R: João será aprovado.

Exemplo 1

- o resultado de uma conjunção implicando uma terceira proposição.

- Simbolicamente, escrevemos $(P \wedge Q) \rightarrow R$ e deve ser lida ,como: “Se a nota mínima necessária para ser aprovado é 6,0 e João tirou 8,0 na prova, então, ele será aprovado.”

Exemplo 1

Figura 4.8 | Tabela Verdade para o condicional

	C1	C2	C3
	A	B	$A \to B$
L1	V	V	V
L2	V	F	F
L3	F	V	V
L4	F	F	V

Exemplo 2

- Considere as seguintes proposições:
  - A: soltar a pedra.
  - B: a queda da pedra.
- A fórmula $A \rightarrow B$ deve ser lida como “Se a pedra for solta, então, a pedra cairá”.

(Tabela Verdade do slide anterior, Figura 4.8)

Exemplo 2

- L1: temos como entrada a verdade das proposições A e B, em nosso exemplo, quer dizer que a pedra foi solta (proposição A é verdadeira) e caiu (proposição B é verdadeira)
  - a condição era verdadeira e o resultado é V (linha 1 e coluna 3).
- L2: temos como entrada que a proposição A é verdadeira e a proposição B é falsa, isso quer dizer que a pedra foi solta, mas não caiu.
  - a condicional não é verdadeira e o resultado é F (linha 2 e coluna 3).
- Nas demais linhas, terceira e quarta (L3 e L4), temos como entrada que a proposição A é falsa (que é o antecedente)
  - não há como avaliar a condicional e o resultado é tomado como verdadeiro.

Exemplo 2

- Os resultados lógicos das L3 e L4 da Tabela Verdade da condicional não são tão fáceis de identificar

- Como se trata de uma dependência, caso o antecedente seja falso, o resultado lógico será sempre verdadeiro. “Por convenção, $A \rightarrow B$ será considerada verdadeira se A for falsa, independentemente do valor lógico de B”

Tautologia, contradição e contingência

- Considerando a proposição A como:
  - A: hoje está chovendo

- Vamos construir a Tabela Verdade para a fórmula A ∨ ¬A , que, traduzindo, quer dizer, “hoje está chovendo ou hoje não está chovendo”

Quadro 4.3 | Tabela Verdade da fórmula $A \vee \neg A$

A	$\leftarrow A$	$A \vee \neg A$
V	F	V
F	V	V

- a coluna dos resultados (última coluna) para a fórmula obteve como resposta somente verdadeiro

- Quando o resultado de uma fórmula obtém somente V como resposta, a fórmula é denominada tautologia

- considerar a seguinte proposição B:
    - B: hoje é segunda-feira.

- construir a Tabela Verdade para a fórmula B ∧ ¬B , que quer dizer, “Hoje é segunda-feira e hoje não é segunda-feira”.

Quadro 4.4 | Tabela Verdade da fórmula $B \wedge \neg B$

B	$\leftarrow B$	$B \wedge \neg B$
V	F	F
F	V	F

- a coluna dos resultados (última coluna da tabela verdade) para a fórmula obteve como resposta somente falso.
- Quando o resultado de uma fórmula obtém somente F como resposta, a fórmula é denominada contradição
- Quando uma tabela verdade não é uma tautologia e não é uma contradição, então, ela é uma contingência

Equivalência aplicada na tabela verdade

- Considere as seguintes proposições:
  - A: o cliente tem 35 anos.
  - B: o cliente gastou mais do que R$ 100,00 na última compra
- construir a Tabela Verdade para as fórmulas A ∨ B e B ∧ A

Quadro 4.5 | Tabela Verdade das fórmulas $A \vee B$ e $B \vee A$

A	B	$A \vee B$	$B \vee A$	$A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	V	V
F	F	F	F	V

- As colunas 3 e 4 apresentam os possíveis resultados

- Na quinta coluna, temos mais um teste lógico chamado de equivalência, no qual testamos se os resultados obtidos para a fórmula $A \vee B$ são iguais (equivalentes) aos obtidos por $B \vee A$

- usamos o símbolo $\Leftrightarrow$ para denotar essa operação e que o resultado foi uma tautologia, o que nos permite concluir que as fórmulas $A \vee B$ e $B \vee A$ são equivalentes

Exemplo 3

- Para saber se duas fórmulas são equivalentes, é necessário construir a tabela verdade e verificar se a equivalência é uma tautologia.

- Por exemplo, vamos construir uma tabela verdade (Quadro 4.6) para testar se as fórmulas A ∧ B e B ∧ A são equivalentes.

Quadro 4.6 | Tabela verdade das fórmulas $A \wedge B$ e $B \wedge A$

A	B	$A \wedge B$	$B \wedge A$	$A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	F	F	V

Exemplo 3

- Como podemos observar no Quadro 4.6, as fórmulas $A \wedge B$ e $B \wedge A$ também são equivalentes

- Os resultados obtidos nos quadros 4.5 e 4.6 não são uma coincidência, pois estamos diante de uma forte propriedade, a comutativa

- a ordem dos fatores não altera o resultado

mais algumas propriedades

Quadro 4.7 | Equivalências tautológicas

1	$A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$	$A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$	Comutatividade
2	$(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$	$(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$	Associatividade
3	$A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$	$A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	Distributividade

Propriedade associativa

Quadro 4.8 | Tabela Verdade para propriedade associativa $(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$

C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
A	B	C	$A \vee B$	$(A \vee B) \vee C$	$B \vee C$	$A \vee (B \vee C)$	$\Leftrightarrow$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	F	F	F	V

- como temos três proposições envolvidas, vamos precisar de 8 linhas para representar todas as combinações possíveis (linhas = 2^n)

- na coluna C4, extraímos os resultados para A ∨ B , e na coluna C5 utilizamos o resultado de C4 para fazer a disjunção com a proposição C, obtendo o resultado do lado esquerdo da fórmula

- O mesmo fizemos para o lado direito, na coluna C6, fizemos B ∨ C (como estava entre parênteses, fizemos primeiro) e depois, na coluna C7, utilizamos o resultado de C6 para fazer a disjunção com a proposição A

- Por fim, na coluna C8, fizemos a equivalência verificando se os resultados obtidos em C5 e C7 eram iguais, como temos uma tautologia, então, podemos afirmar que elas de fato são equivalentes

Propriedade distributiva

Quadro 4.9 | Tabela verdade para propriedade da distributividade $A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9
A	B	C	$B \vee C$	$A \wedge (B \vee C)$	$A \wedge B$	$A \wedge C$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	$\Leftrightarrow$
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	V	V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	F	F	F	F	V
F	V	F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	F	V

- Resolvemos primeiro o lado esquerdo da equivalência, ou seja, a fórmula $A \wedge (B \vee C)$
- Na coluna C4 fizemos a disjunção entre parênteses e na coluna C5 utilizamos o resultado obtido em C4 para fazer a conjunção com a proposição A
- Nas colunas C6 e C7, resolvemos os parênteses da fórmula à direita da equivalência, e na C8, usamos os resultados de C6 e C7 para a disjunção
- na C9 comparamos os resultados obtidos em C5 e C8, provando que se trata de uma equivalência

leis de De Morgan

- equivalências usadas para fazer a negação de uma proposição composta
  - $\neg (A \lor B) \Leftrightarrow \neg A \land \neg B$
  - $\neg (A \land B) \Leftrightarrow \neg A \lor \neg B$
- a primeira equivalência (I) trata da equivalência envolvendo a negação em uma disjunção
- a segunda equivalência (II) corresponde a uma negação em uma conjunção

Quadro 4.10 | Tabela verdade para a lei de De Morgan $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

A	B	$\neg(A \vee B)$	$\neg A \wedge \neg B$	$\Leftrightarrow$
V	V	F	F	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	V	V	V

Quadro 4.11 | Tabela verdade para a lei de De Morgan $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$

A	B	$\neg(A \wedge B)$	$\neg A \vee \neg B$	$\Leftrightarrow$
V	V	F	F	V
V	F	V	V	V
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

- O que podemos concluir das leis de De Morgan é que
  - a negação de uma disjunção é equivalente à negação de cada uma das proposições em uma conjunção (fórmula I)
  - a negação de uma conjunção é equivalente à negação de cada uma das proposições em uma disjunção (fórmula II)