

Fluxo de carga linearizado

Sistemas Elétricos de Potência II

Fluxos de carga CA

- Tarefa complexa quando consideramos a gama de equações não lineares envolvidas
- Alguns problemas admitem soluções por meio do método linearizado
- A linearização do problema só é possível quando algumas condições específicas de operação e de parametrização da rede são consideradas

Fluxo de carga “CC”

- Apesar do nome, consiste na análise de um fluxo em CA
- Utiliza uma série de simplificações que transformam as equações não lineares características do sistema, em equações compostas apenas por números reais
- Torna a formulação matemática próxima de um sistema CC
- Baseia-se no acoplamento entre as variáveis:
 - Potência ativa (P)
 - Ângulo de tensão (θ)

Fluxo de carga “CC”

- Utilizado principalmente para estimar fluxos de **potência ativa** em **redes de transmissão** classificadas como extra-alta-tensão ou ultra-alta-tensão, com tensões próximas a 1,0 pu (**desconsidera queda de tensão**)
- Quanto **maior for o nível de tensão** no sistema, menores serão os erros encontrados nos resultados utilizando o método, já que este **desconsidera as quedas de tensões**
- Nesse caso, não se indica o uso em sistemas de distribuição e em sistemas com relação X/R muito pequena (valores muito inferiores a 1)

Fluxo linearizado

- Hipóteses simplificadoras permitem que a solução seja obtida de forma analítica, sem a necessidade de processos iterativos:
 - Considera-se apenas as equações de potências ativas
 - Despreza-se as potências reativas do sistema
 - As tensões eficazes das barras são fixadas em 1 pu
 - Lineariza-se a senoide, uma vez que o ângulo de tensão é um valor muito pequeno ($\sin \theta_{km} \approx \theta_{km}$, em radianos)
- Pode considerar ou não as perdas elétricas

Equações

- Tomamos como base a equação de injeção de potência na barra k (vista na aula anterior):

$$P_k = V_k \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \cdot \cos \theta_{km} + B_{km} \cdot \text{sen} \theta_{km})$$

Onde:

- V_k : tensão na barra k
- θ_k : ângulo da tensão
- G_{km} : condutância obtida da matriz de admitância
- B_{km} : susceptância
- k e m : barras do sistema que contêm um total de n barras

Hipóteses simplificadoras

condutância susceptância

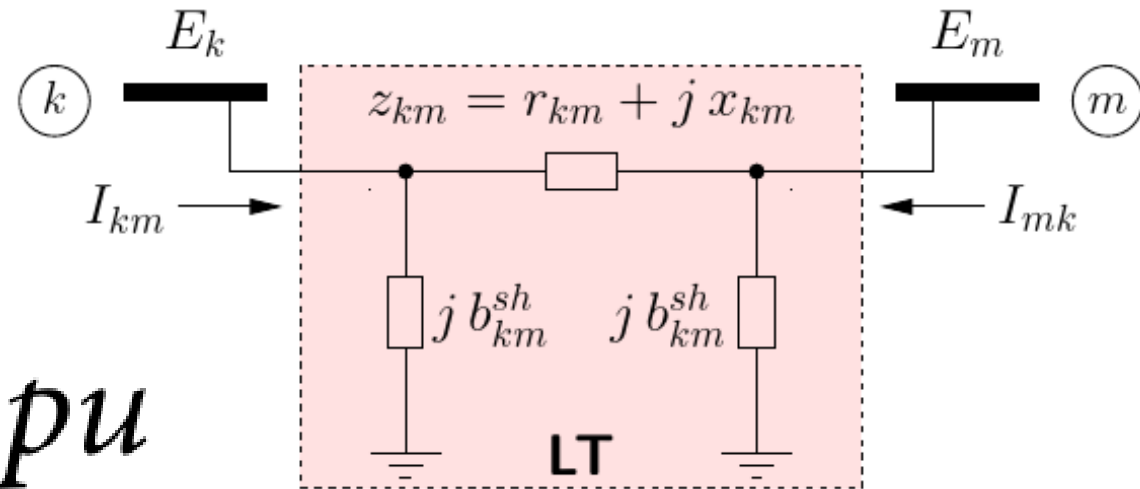
- $G_{km} \ll B_{km}$

- $V_k \approx V_m \approx 1 \text{ pu}$

- $\text{sen} \theta_{km} \approx \theta_{km}$

- $\theta_{km} \approx 0 \rightarrow \cos \theta_{km} \approx 1$

- $r_{km} = 0 \rightarrow g_{km} = 0$
 $g = r / (r^2 + x^2)$



$Y = G + jB$
admitância

← desprezando as perdas

Chega-se a

$$P_k = \sum_{m=1}^n -B_{km} \theta_m = \sum_{m=1}^n B'_{km} \theta_m$$

susceptância

Onde:

$$B'_{km} = -B_{km} = b_{km} = -\frac{1}{x_{km}}, \quad (k \neq m)$$

reatância

$$B'_{kk} = -B_{kk} = \sum_{m=1 \neq k}^n B_{km} = \sum_{m=1 \neq k}^n -b_{km} = \sum_{m=1 \neq k}^n \frac{1}{x_{km}}$$

$$z_{km} = jx_{km} \quad e \quad y_{km} = \frac{1}{z_{km}} = jb_{km}$$

impedância admitância

minúscula: valor linha
maiuscula: elementos
da matriz de admitância

Representação na forma matricial

$$\underline{P} = B' \underline{\theta}$$

$$P_k = \sum_{m=1}^n -B_{km} \theta_m = \sum_{m=1}^n B'_{km} \theta_m \quad (\text{do slide anterior})$$

Desprezando as perdas

- A linha e a coluna referentes à barra de referência devem ser retiradas da **matriz B'**, resultando em uma **matriz B''**
- A variável utilizada para o cálculo do fluxo de potência linearizado é obtida por

$$\underline{W} = [B'']^{-1}$$

- Os **ângulos de tensão** são obtidos pela equação

$$\underline{\theta} = \underline{WP}$$

Atualização de geração ou carga

- Equação usada para recálculo do fluxo de potência ativo no sistema

$$P_{km} = \frac{\theta_{km}}{x_{km}} = \frac{\theta_k - \theta_m}{x_{km}}$$

Equações considerando perdas

$$r_{km} \neq 0 \quad \text{e} \quad r_{km} \ll x_{km}$$

condutância

$$g_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2}$$

susceptância

$$b_{km} = -\frac{1}{x_{km}}$$

Potência

$$P_{km} = g_{km} \cdot \frac{\theta_{km}^2}{2} + \frac{\theta_{km}}{x_{km}}$$

ângulo de tensão

$$P_{mk} = g_{km} \cdot \frac{\theta_{km}^2}{2} - \frac{\theta_{km}}{x_{km}}$$

condutância

reatância

Perdas e Potência

- Perdas no ramo ligando as barras k e m

$$Perdas_{km} = P_{km} + P_{mk} = g_{km} \cdot \theta_{km}^2$$

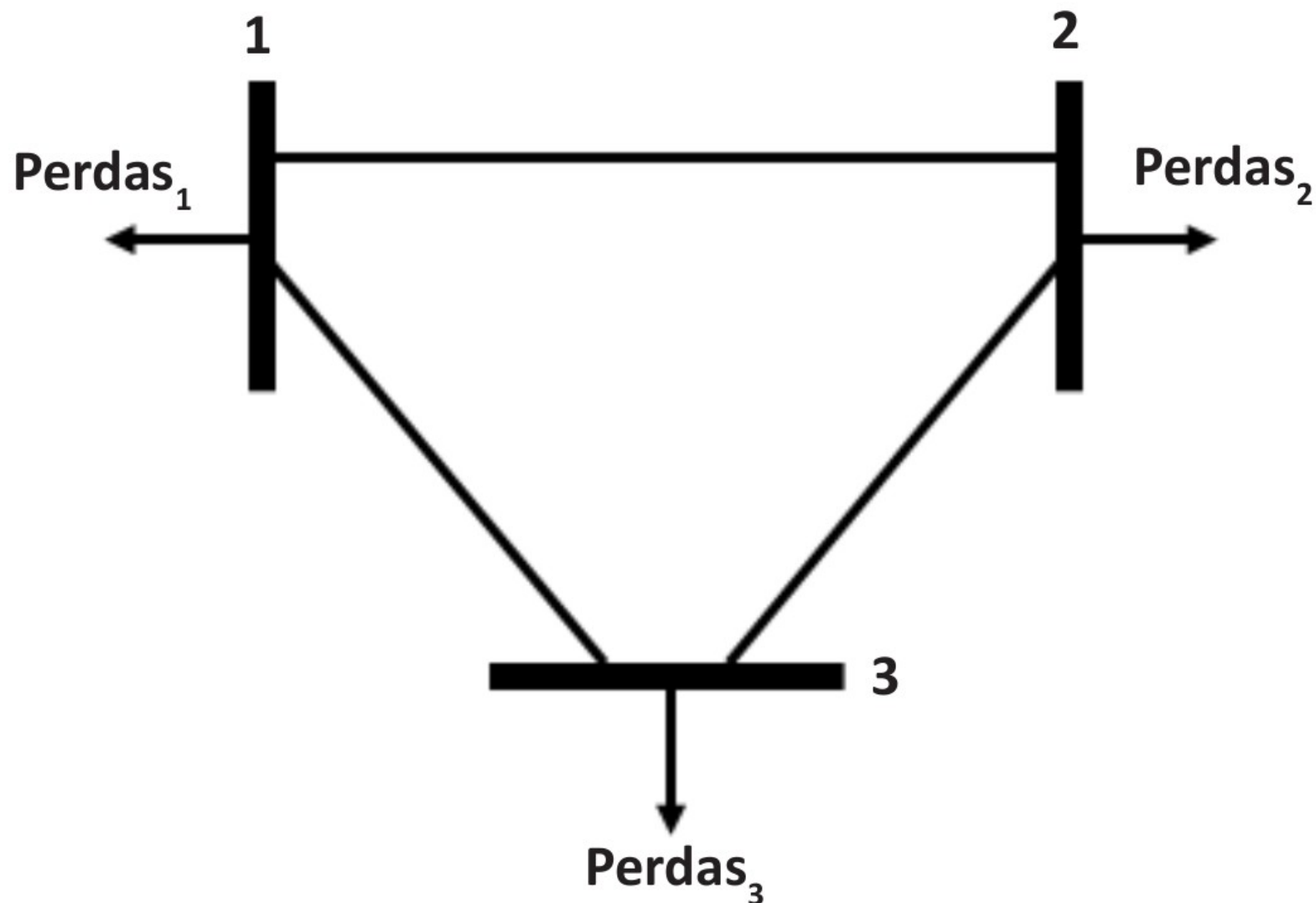
- Potência injetada na barra k

$$P_k = Perdas_k + \sum_{m=1}^n \frac{\theta_{km}}{x_{km}}$$

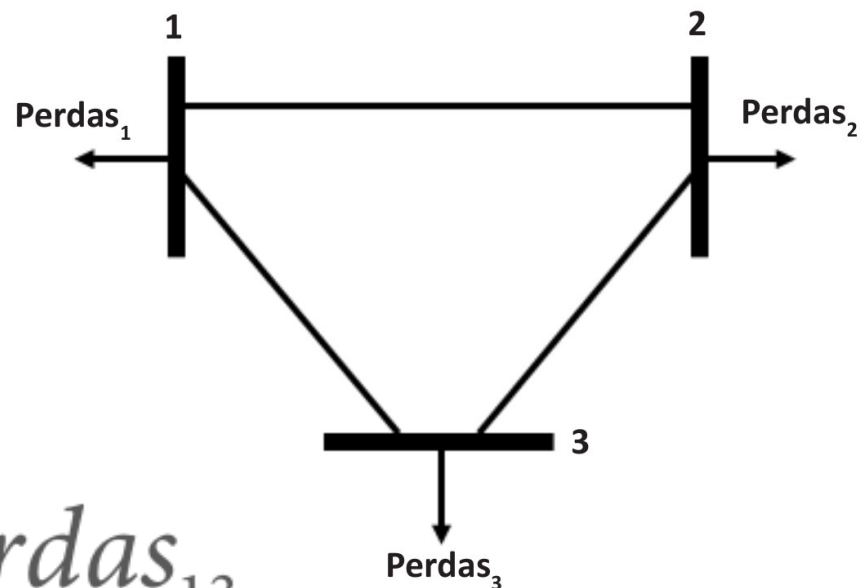
- $Perdas_k$ = metade do somatório das perdas dos ramos conectados na barra k
- Tratada na modelagem do problema como uma carga adicional na barra

Exemplo 1

(Livro-texto p. 43)



- A representação das perdas no modelo de fluxo CC pode ser considerada como uma nova carga no sistema
- Metade de seu valor é designado a cada uma das barras no qual seu ramo está conectado



$$Perdas_1 = \frac{Perdas_{12}}{2} + \frac{Perdas_{13}}{2}$$

$$Perdas_2 = \frac{Perdas_{12}}{2} + \frac{Perdas_{23}}{2}$$

$$Perdas_3 = \frac{Perdas_{23}}{2} + \frac{Perdas_{13}}{2}$$

Resumo método de fluxo linearizado

- Desprezando as perdas

$$\underline{P} = B' \underline{\theta}$$

condutância

ângulo de tensão

$$Perdas_{km} = P_{km} + P_{mk} = g_{km} \cdot \theta_{km}^2$$

- Considerando as perdas

$$P_{km} = g_{km} \cdot \frac{\theta_{km}^2}{2} + \frac{\theta_{km}}{x_{km}}$$

reatância

$$P_{km} = \frac{\theta_{km}}{x_{km}} = \frac{\theta_k - \theta_m}{x_{km}}$$

$$P_{mk} = g_{km} \cdot \frac{\theta_{km}^2}{2} - \frac{\theta_{km}}{x_{km}}$$

$$P_k = Perdas_k + \sum_{m=1}^n \frac{\theta_{km}}{x_{km}}$$

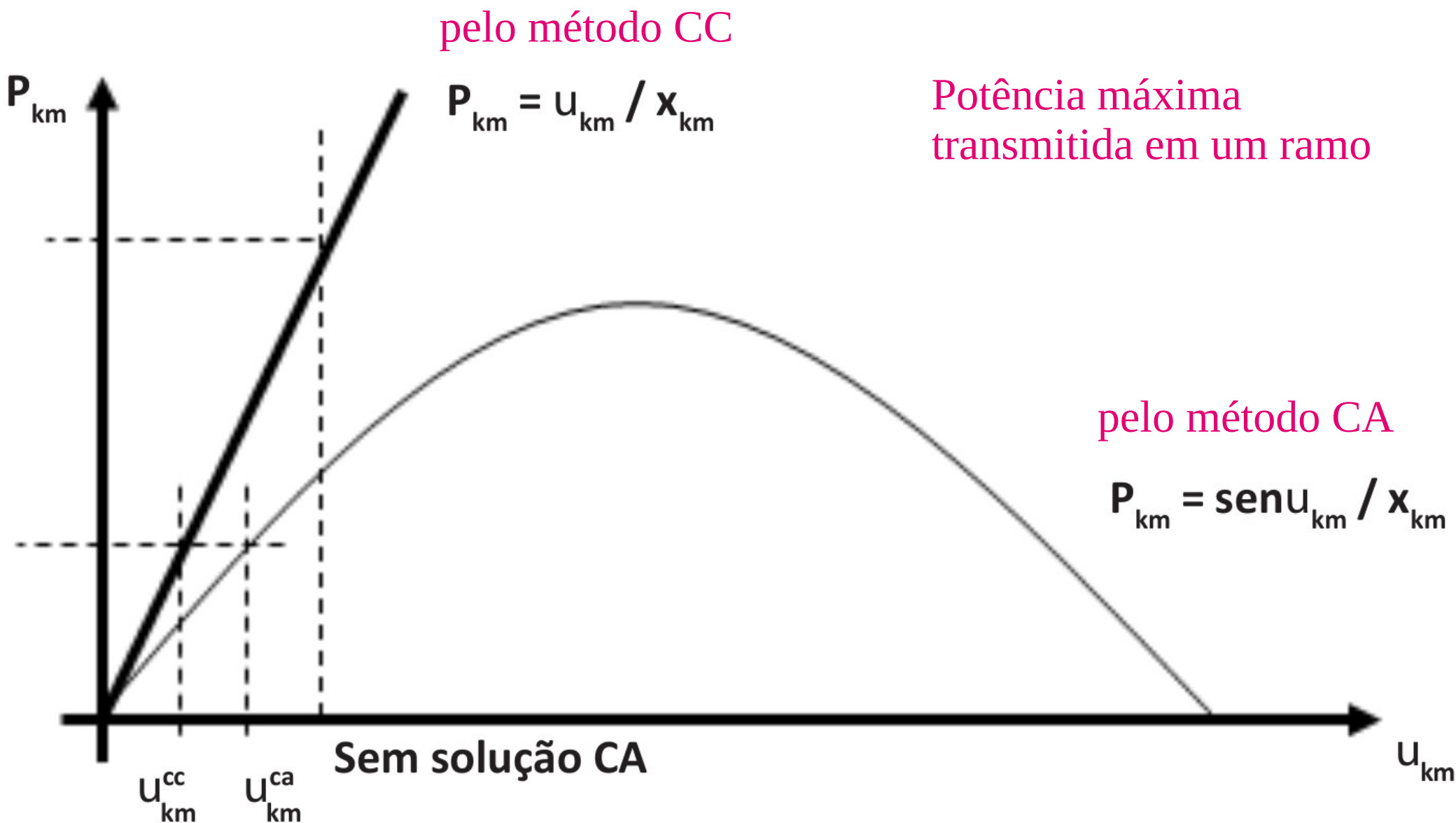
Método linearizado

- Interessante principalmente em:
 - planejamentos de longo prazo
 - a informação fundamental consiste no crescimento do consumo de energia (grandeza proporcional à potência ativa), assim, o uso do método CC permite estimativas de boa qualidade para injeção de potência em cada barra do sistema
 - quando há diversos cenários para serem calculados em problemas probabilísticos
 - a precisão dos cálculos não é um fator determinante

Método linearizado

- A principal diferença entre o método CC e o método CA está na limitação de potência máxima transmitida por um ramo
- Ocorre apenas na modelagem não linear, uma vez que a potência é dada apenas pela relação entre θ e x
ângulo de tensão impedância
- No método não linear essa relação está em função de $\sin\theta$

Diferença entre os métodos CC e CA



- Quando o problema trabalha com ângulos muito pequenos, no entanto, os dois métodos resultam em respostas muito similares
- Os métodos que utilizam fluxo de potência CA têm maior grau de dificuldade de resolução, precisam de maior processamento computacional e, geralmente, exigem bom condicionamento inicial

Método de Newton-Raphson

- O método de Newton-Raphson utilizado como solução de fluxo de potência CA, como já visto, é um método iterativo baseado na expansão da série de Taylor, formulado por equações não lineares
- Seu uso é indicado principalmente em grandes sistemas elétricos, já que o número de iterações não está relacionado com o tamanho do problema

Método de solução de fluxo de potência CA por Newton-Raphson

- Inicia-se a partir de um ponto $x(0)$ condicionado preliminarmente, onde busca-se encontrar um valor nulo para a função $f(x)=0$, dentro dos limites de erro aceitável
- Quando isso não ocorre, é possível encontrar o desvio Δx obtido na iteração e calcular o novo ponto de operação $x(t+1)$
- Repete-se o processo até que seja encontrado um ponto de operação que conduza a função a zero
- Esse método é um dos mais difundidos, porém, sua aplicação requer uma avaliação minuciosa das condições iniciais do problema
- Para convergir, o intervalo de análise (a, b) deve ser suficientemente pequeno, contendo apenas uma raiz entre eles

Condições

- a) Sempre que o produto for positivo ($f(a).f(b) > 0$), haverá raízes em pares ou não haverá raízes reais
- b) Sempre que o produto for negativo ($f(a).f(b) < 0$), haverá um número ímpar de raízes
- c) Sempre que o produto da derivada for positivo, ($f'(a).f'(b) > 0$) a função nunca se alternará, ou será sempre crescente ou sempre decrescente
- d) Sempre que o produto da derivada for negativo ($f'(a).f'(b) < 0$), a função se alternará ora em crescente, ora em decrescente
- e) Sempre que o produto da segunda derivada for positivo ($f''(a).f''(b) > 0$), a função terá concavidade sem inversão
- f) Sempre que o produto da segunda derivada for negativo ($f''(a).f''(b) < 0$), a função terá a concavidade invertida

Resumindo

- A avaliação inicial para aplicação do método exige que o intervalo de análise apresente as seguintes características para que o problema tenha convergência:

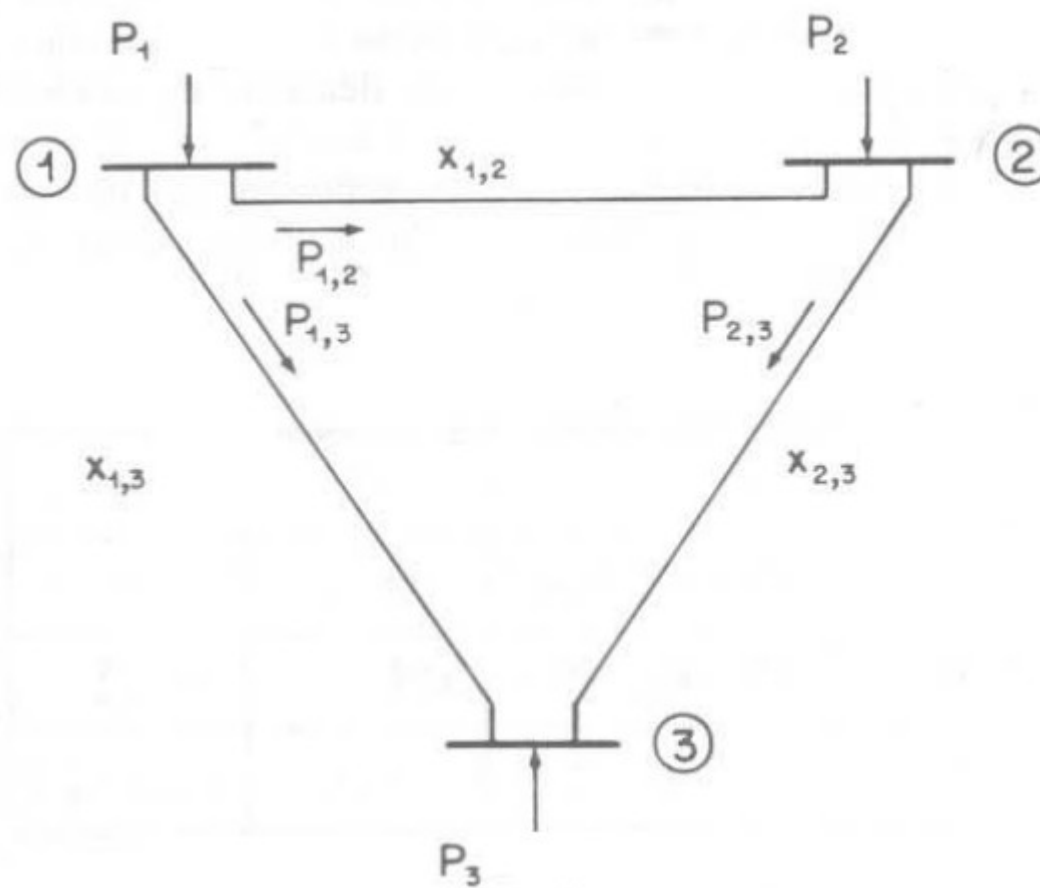
$$f(a).f(b) < 0$$

$$f'(a).f'(b) > 0$$

$$f''(a).f''(b) < 0$$

Exemplo 2

(Livro-texto p. 46)



Fonte: MONTICELLI, 1983.

Dados

- O sistema é composto por 3 barras com as características:

| Elemento | Grandeza |
|----------|----------|
| x_{12} | 0,20 pu |
| x_{13} | 0,25 pu |
| x_{23} | 0,50 pu |
| P_2 | 0,7 pu |
| P_3 | -1,4 pu |

adicionalmente:

$$r_{km} = 0,05 \text{ pu}$$

Dados

- A barra 1 é a barra de referência ($\theta_1 = 0^\circ$)
- Resolução por meio do fluxo de potência CC
- Responder
 - Qual a potência ativa injetada na barra 1?
 - Quais são as fases das barras 2 e 3?
 - Quais os fluxos de potência ativa nas interligações?

Solução

- A primeira etapa consiste em determinar a matriz B'' , onde descarta-se a linha e coluna referente à barra de referência (B1)
- Nesse caso, tem-se uma matriz 2 x 2 :

$$B'_{km} = -B_{km} = b_{km} = -\frac{1}{x_{km}}; (k \neq m) \quad (\text{vide slide 8})$$

$$B'_{kk} = -B_{kk} = \sum_{m=1 \neq k}^n B_{km} = \sum_{m=1 \neq k}^n -b_{km} = \sum_{m=1 \neq k}^n \frac{1}{x_{km}}$$

(continua)

Cálculo da matriz B

$$B'_{23} = B'_{32} = -B_{23} = -\frac{1}{x_{23}} = -2 \quad (\text{vide slide 8})$$

$$B'_{22} = -B_{22} = \sum_{m=1 \neq 2}^3 B_{2m} = \sum_{m=1 \neq 2}^3 -b_{2m} = \frac{1}{x_{12}} + \frac{1}{x_{23}} = 5 + 2 = 7$$

$$B'_{33} = -B_{33} = \sum_{m=1 \neq 3}^3 B_{3m} = \sum_{m=1 \neq 3}^3 -b_{3m} = \frac{1}{x_{13}} + \frac{1}{x_{23}} = 4 + 2 = 6$$

$$B'' = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$$

Cálculo da matriz W

$$W = [B'']^{-1} = \begin{bmatrix} 3/19 & 1/19 \\ 1/19 & 7/38 \end{bmatrix}$$

do slide anterior



Cálculo da matriz de ângulos θ

$$[\theta] = [W][P]$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = [W] \cdot \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/19 & 1/19 \\ 1/19 & 7/38 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,7 \\ -1,4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0368rad \\ -0,2210rad \end{bmatrix}$$

Desprezando as perdas

$$P_{12} = \frac{\theta_{12}}{x_{12}} = \frac{-0,03680}{0,2} = -0,184 pu$$

$$P_{13} = \frac{\theta_{13}}{x_{13}} = \frac{+0,221}{0,25} = 0,884 pu$$

$$P_{23} = \frac{\theta_{23}}{x_{23}} = \frac{0,0368 + 0,221}{0,5} = 0,5156 pu$$

Balanco de potência

$$P_1 + P_{12} + P_{13} = 0$$

$$P_1 = -0,1840 + 0,884 = 0,7 \text{ pu}$$

Considerando as perdas

$$g_{12} = \frac{r_{12}}{r_{12}^2 + x_{12}^2} = \frac{0,05}{0,0425} = 1,1764$$

$$g_{13} = \frac{r_{13}}{r_{13}^2 + x_{13}^2} = \frac{0,05}{0,065} = 0,7692$$

$$g_{23} = \frac{r_{23}}{r_{23}^2 + x_{23}^2} = \frac{0,05}{0,2525} = 0,198$$

Perdas

$$Perdas_{12} = g_{12} \cdot \theta_{12}^2 = 1,1764 \cdot (+0,0368)^2 = 0,0016 pu$$

$$Perdas_{13} = g_{13} \cdot \theta_{13}^2 = 0,7692 \cdot (0,221)^2 = 0,0375 pu$$

$$Perdas_{23} = g_{23} \cdot \theta_{23}^2 = 0,198 \cdot (0,2578)^2 = 0,0131 pu$$

Perdas nos ramos

$$Perdas_1 = \frac{Perdas_{12} + Perdas_{13}}{2} = 0,01955 pu$$

$$Perdas_2 = \frac{Perdas_{12} + Perdas_{23}}{2} = 0,00735 pu$$

$$Perdas_3 = \frac{Perdas_{13} + Perdas_{23}}{2} = 0,02530 pu$$

Ângulos

$$P - Perdas = B'' \times [\theta]$$

$$\begin{bmatrix} 0,7 - 0,00735 \\ -1,4 - 0,0253 \end{bmatrix} = B'' \times [\theta]$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = [W] \cdot \begin{bmatrix} 0,69265 \\ -1,4253 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/19 & 1/19 \\ 1/19 & 7/38 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,69265 \\ -1,4253 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,03435rad \\ -0,2261rad \end{bmatrix}$$

Fluxo de potência

$$P_{12} = \frac{\theta_{12}}{x_{12}} = \frac{-0,03435}{0,2} = -0,17175 pu$$

$$P_{13} = \frac{\theta_{13}}{x_{13}} = \frac{+0,2261}{0,25} = 0,9044 pu$$

$$P_{23} = \frac{\theta_{23}}{x_{23}} = \frac{0,03435 + 0,2261}{0,5} = 0,5209 pu$$

Balanco de potência com perdas

$$P_1 + P_{12} + P_{13} + Perdas_1 = 0$$

$$P_1 = -0,17175 + 0,9044 + 0,01955 = 0,7522 pu$$

- Ao desprezarmos as perdas, nesse caso existe uma diferença nos valores de potência ativa calculada para a barra 1 que pode ser significativa