Conectivos e classificação textual

Eduardo Furlan Miranda

2024-08-01

Baseado em: SCHEFFER, VC; VIEIRA, G; LIMA, TPFS. Lógica Computacional. EDE, 2020. ISBN 978-85-522-1688-9.

- O cálculo proposicional fornece mecanismos para validar argumentos,
  - tais mecanismos envolvem a utilização de proposições,
    - que podem ser simples (apenas uma afirmação) ou compostas
- Compostas: encadeamento de proposições simples usando conectivos lógicos

Proposição composta

- Pode ser criada fazendo a conjunção ou disjunção de duas proposições simples

- Conjunção
  - São utilizadas as palavras “e”, “mas”, “no entanto”, dentre outras para fazer a conexão

- Disjunção
  - Usamos a palavra “ou” para a conexão
  - Possui uma particularidade, ela pode ser inclusiva ou exclusiva

Conectivo lógico de disjunção – ou (exclusivo)

- Considere as seguintes proposições simples:
  - A: João é estudante
  - B: João é trabalhador
  - C: João é Paulista
  - D: João é Carioca

- Agora vamos usar as proposições simples A, B, C, D, para criar as compostas usando a disjunção (ou)
  - R: João é estudante ou é trabalhador
  - S: João é Paulista ou é Carioca

- A proposição R representa uma disjunção (ou) inclusiva, pois João pode ser estudante e também trabalhador

- A proposição S é uma disjunção (ou) exclusiva, pois João não pode ser Paulista e Carioca, ele só pode ser um dos dois

- A disjunção (ou) inclusiva é representada pelo símbolo $\vee$, ou seja, a proposição R pode ser escrita como $A \vee B$

- A disjunção exclusiva é representada pelo símbolo $\veebar$, ou seja, a proposição S pode ser escrita como $C \veebar D$

Conectivo condicional (implicação lógica) – se... então

- Dadas as proposições simples A, B, elas formam uma condicional (ou implicação lógica) se for possível construir a estrutura: se A, então B
- A primeira proposição é chamada antecedente, e a segunda consequente
- A condicional significa que a verdade da primeira proposição implica a verdade da segunda proposição
- O símbolo usado para representar a implicação lógica é o → , logo a regra se A, então B, pode ser escrita como A → B

Exemplo

- Considere as proposições a seguir:
  - P: João estuda para a prova.
  - R: João passa de ano.

- A proposição P → R (lê-se "se P, então R"), deve ser traduzida como: Se João estudar para a prova, então passará de ano.
  - Para fazer sentido a composição da sentença condicionada, ajustamos os verbos estudar e passar. Mas o que realmente importa é entender a condição que foi criada. Veja que a proposição B está condicionada à proposição A, ou seja, B depende de A para acontecer.

- Na valoração do condicional, se o antecedente e o consequente forem verdadeiros então o resultado será verdadeiro

- Ou seja, $V \rightarrow V = V$. Porém, se o antecedente for verdadeiro e o consequente for falso,
  - o resultado será falso ($V \rightarrow F = F$)

Exemplo

- A: O interruptor da sala foi desligado
- B: A luz da sala apagou
- C: $A \rightarrow B$

- A proposição C deve ser traduzida como “Se o interruptor da sala for desligado, então a luz se apagará”

- Se as duas proposições realmente acontecerem, então temos o caso $V \rightarrow V = V$, ou seja, C é verdade

- Se o interruptor for desligado, mas por algum motivo a luz não se apagar, então temos o caso $V \rightarrow F = F$, ou seja, C é falso

- Do ponto de vista computacional, uma condição é uma expressão booleana
  - cujo resultado é um valor lógico falso ou verdadeiro

- Uma expressão booleana como condição é conseguida com
  - uma relação lógica entre dois elementos e
  - um operador relacional

- Na construção de algoritmos, o condicional aparece nas estruturas de decisão, também chamada
  - Desvio Condicional

- O nome “desvio” representa exatamente o que acontece em um algoritmo,
  - Quando aparece um condicional, dependendo do resultado (V ou F), o programa fará uma ação diferente

Exemplo

- Imagine que estamos implementando um software para uma loja que oferece opções de pagamento à vista ou a prazo
- Caso o comprador pague à vista ele terá um desconto de 10% na compra, que será aplicado pelo próprio sistema
  - A: Pagamento feito à vista.
  - B: Conceder desconto de 10%.
- No algoritmo deverá ser implementada a regra: $A \rightarrow B$. “Se o pagamento for à vista, então será concedido um desconto de 10%”

- A expressão “Se... então” é a mais comum de se utilizar para o condicional, até mesmo porque na construção de algoritmos usamos exatamente essas palavras
- Mas a implicação lógica pode ser escrita de outras formas:

Quadro 3.3 | Expressões para o condicional

Expressão em português	Conectivo lógico	Expressão lógica
1. Se A, então B 2. A condicional B. 3. A, logo B. 4. A só se B; A somente se B. 5. B segue de A. 6. A é uma condição suficiente para B. 7. Basta A para B. 8. B é uma condição necessária para A.	Condicional	$A \rightarrow B$

Conectivo Bicondicional – se, e somente se

- Dadas as proposições simples A e B, elas formam uma bicondicional se for possível construir a estrutura:
  - A se, e somente se, B

- O símbolo usado para representar esse conectivo é o $\leftrightarrow$, então a expressão A se, e somente se, B, pode ser expressa simbolicamente por $A \leftrightarrow B$

Exemplo

- P: Lucas receberá o dinheiro.
- Q: Lucas completará o trabalho.
- S: A ↔ B .

- A proposição S, deve ser traduzida como “Lucas receberá o dinheiro se, e somente se, completar o trabalho”.

- O bicondicional é um atalho para a expressão lógica:

  $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

  - Conjunção entre o resultado de duas condicionais que alteram seus antecedentes e consequentes

- Usando as proposições P e Q criadas anteriormente, dizer que “Lucas receberá o dinheiro se, e somente se, completar o trabalho” é o mesmo que dizer “Se Lucas receber o dinheiro então completará o trabalho e se Lucas completar o trabalho então receberá o dinheiro”

- O bicondicional resume a sentença, facilitando até mesmo a compreensão

- A valoração do conectivo bicondicional será verdadeira,
  - quando o valor lógico das duas proposições forem iguais,
  - tanto para verdadeiro como para falso.

- Ou seja,
  - $V \leftrightarrow V = V$
  - $F \leftrightarrow F = V$

Fórmula bem formulada ou fbf

(sem erros)

- Embora “Uma sequência qualquer de elementos do vocabulário do cálculo proposicional constitui uma fórmula”, nem toda fórmula é válida

- Certas regras de sintaxe precisam ser seguidas, assim como acontece em qualquer linguagem de programação

- Os conectivos lógicos são como os operadores matemáticos (soma, subtração, etc.), portanto sempre teremos um conectivo entre duas proposições

- O operador de negação é como o sinal negativo na matemática e, por isso, ele pode aparecer perto de outro conector

Ordem de precedência

- Parênteses têm precedência
  - No cálculo proposicional também têm o papel de delimitar e indicar quais operações devem ser efetuadas primeiro
- Os conectivos lógicos também possuem ordem de precedência
  - 1. Primeiro as expressões dentro dos parênteses mais internos
  - 2. Negação (¬)
  - 3. Conjunção e disjunção (∧ , ∨) ← mais à esquerda primeiro
  - 4. Condicional (→)
  - 5. Bicondicional (↔)

Exemplos

Quadro 3.4 | Fórmulas matemáticas e proposicional

Expressão matemática	fbf	Não fbf
$(2+3)*5$	$(A \to B) \vee C$	$AA \wedge B$
$(3+4)*(2+3)$	$(A \to B) \wedge (B \to A)$	$\wedge \vee AB$
$2+3*-5$	$A \to B \wedge \neg C$	$\wedge \neg B$

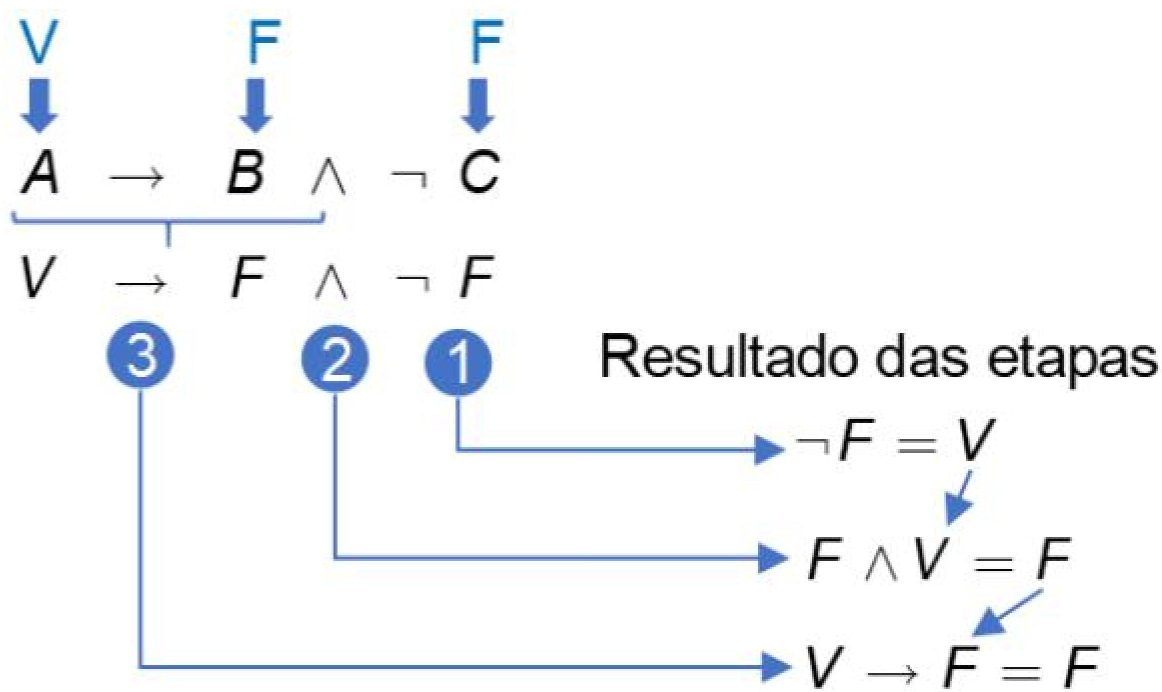
- Quando dois operadores tiverem a mesma ordem de precedência, será valorado primeiro o que estiver mais à esquerda

- fbf da linha 2 no Quadro 3.4:
  - Primeiro será valorada a fórmula $(A \rightarrow B)$, em seguida $(B \rightarrow A)$ e, por fim, a conjunção entre os dois resultados

- fbf da linha 3:
  - Não temos parênteses, então devemos seguir a ordem de precedência e valorar da esquerda para direita
  - Primeiro efetua a negação $\neg C$, em seguida calcular a conjunção de B com o resultado da negação: $B \wedge \neg C$ e, por fim, fazer a condicional entre A o resultado da conjunção

Exemplo

- Valorar a fbf da linha 3, dadas as seguintes entradas para as proposições A, B e C
  - A é verdadeira
  - B é falsa
  - C é falsa



Exemplo (continuação)

- Ao submeter os valores lógicos de entrada das proposições, seguindo a ordem de execução
  - 1. $\neg$ F que resulta em V
  - 2. F $\wedge$ V que resulta em F
  - 3. V $\rightarrow$ F que resulta em F

- Portanto, o resultado da fbf $A \rightarrow B \wedge \neg C$ é falso

Equivalência lógica

- No conectivo bicondicional:
  - definição
    - a fórmula (i) $A \leftrightarrow B$ é um atalho para (ii) $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$
- "atalho" porque o resultado da fórmula (i) é igual ao da (ii) para todas as combinações possíveis de entradas,
  - isso acontece porque estamos diante de uma equivalência lógica
- O símbolo usado para representar a equivalência lógica é o $\Leftrightarrow$

Leis de De Morgan

- I. $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$
- II. $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$

- Do lado esquerdo da equivalência (I.), a negação está sendo aplicada ao resultado de uma disjunção (ou),
  - enquanto do lado direito a negação afeta cada uma das proposições

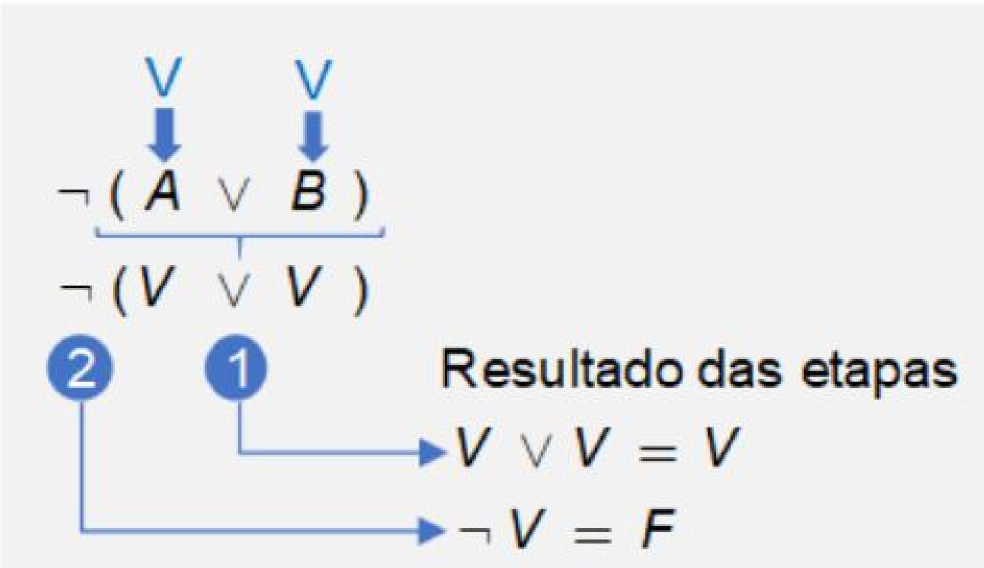
- Para ser uma equivalência, o resultado precisa ser igual para todas as combinações possíveis de entrada:
  - (1) A = V e B = V
  - (2) A = V e B = F
  - (3) A = F e B = V
  - (4) A = F e B = F

- Vamos testar primeiro a fórmula $\neg (A \vee B)$

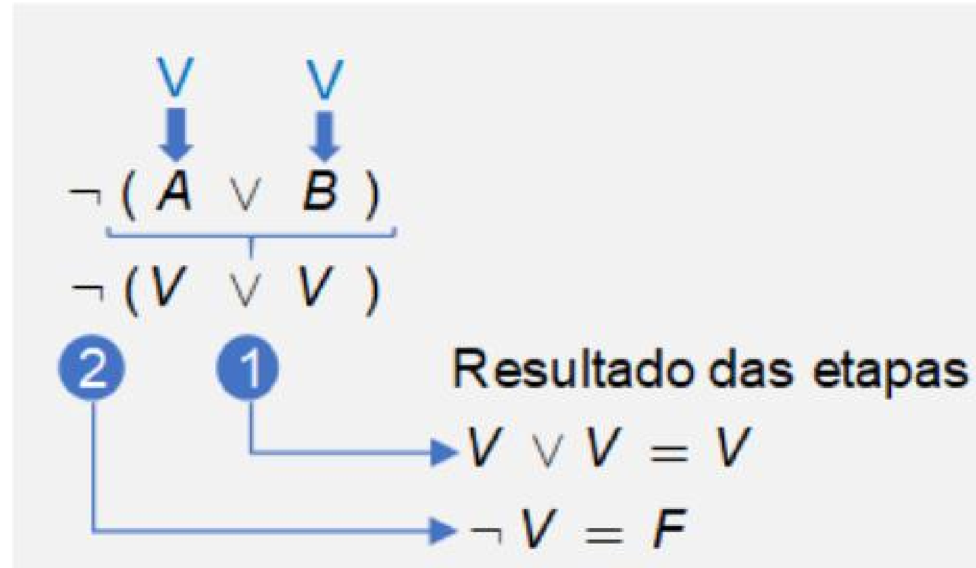
- A figura do próx. Slide ilustra cada passo para a valoração da fórmula, para cada combinação possível de entrada

Figura 3.4 | Valoração da fórmula $\neg(A \vee B)$

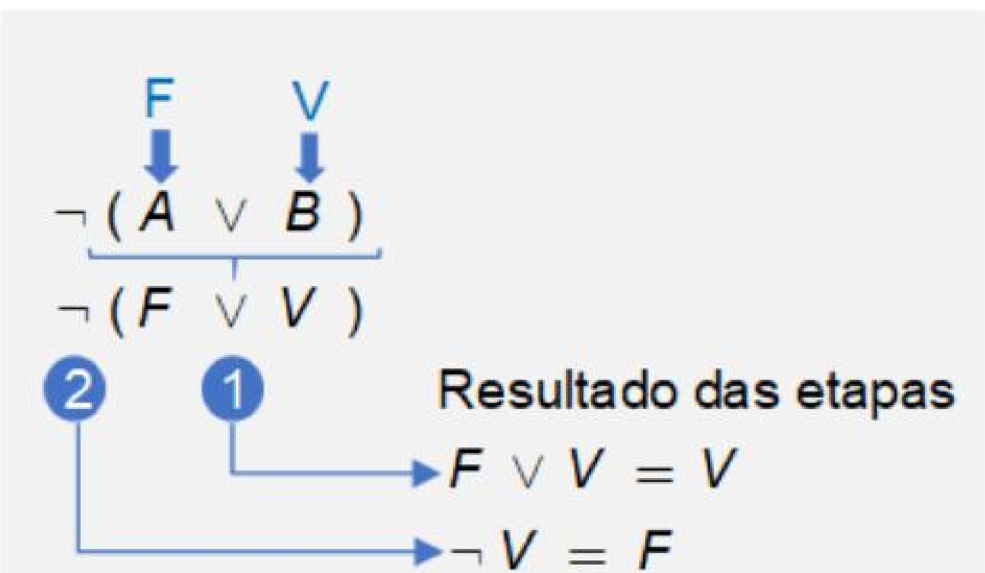
(1) A = V e B = V



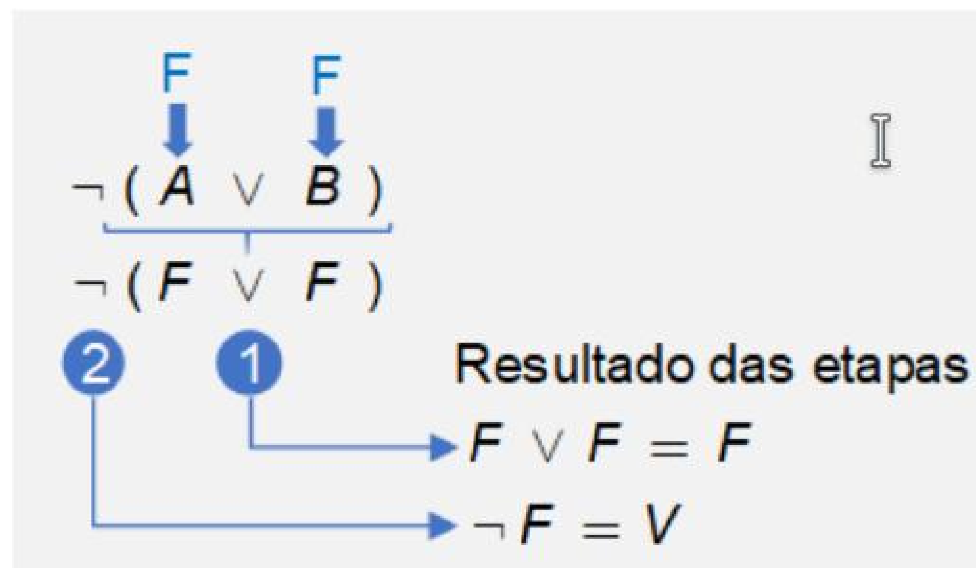
(2) A = V e B = F



(3) A = F e B = V



(4) A = F e B = F

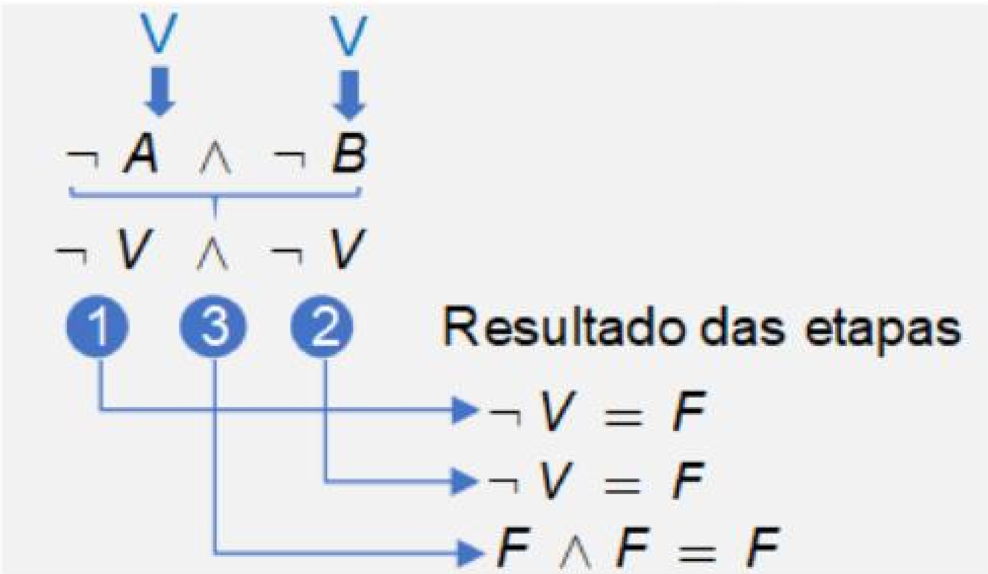


- Como resultado lógico temos que
  - para as entradas (1), (2), e (3) o resultado é F
  - para a entrada (4) o resultado é V

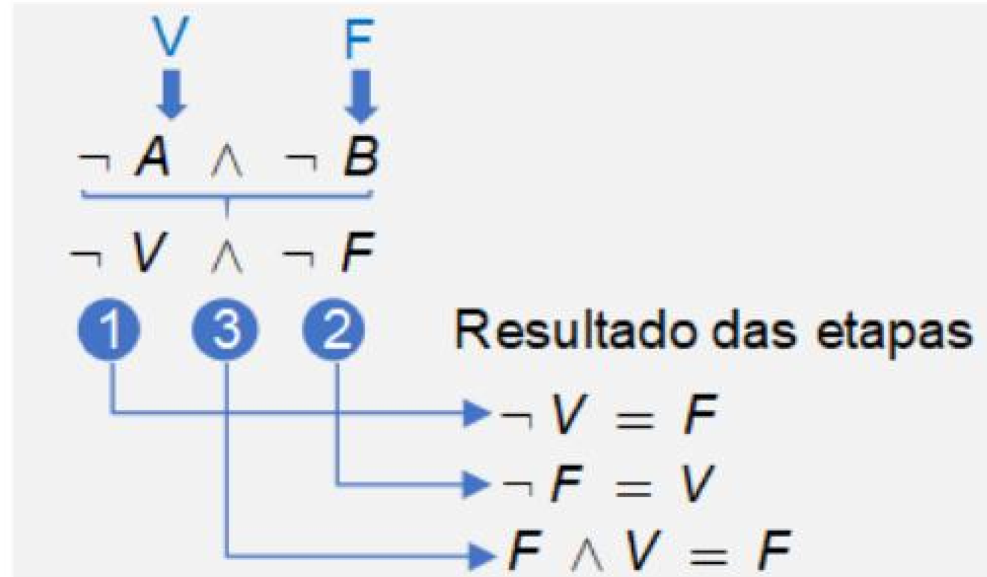
- Fazendo a valoração da fórmula do lado direito da equivalência ($\neg A \land \neg B$), para cada uma das combinações possíveis de entrada:
  - A Figura 3.5 ilustra cada passo para a valoração da fórmula

Figura 3.5 | Valoração da fórmula $\neg A \wedge \neg B$

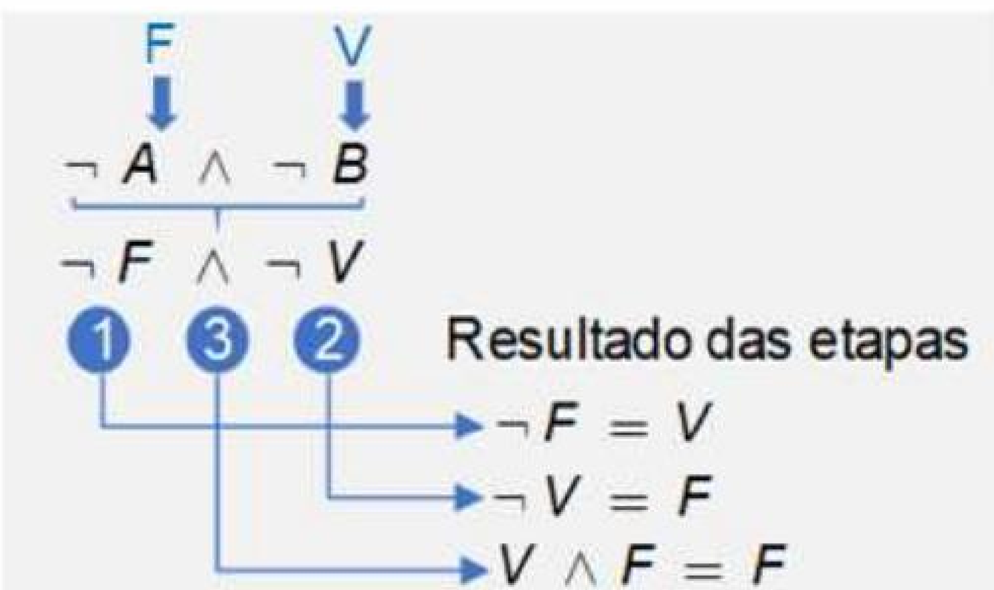
(1) A = V e B = V



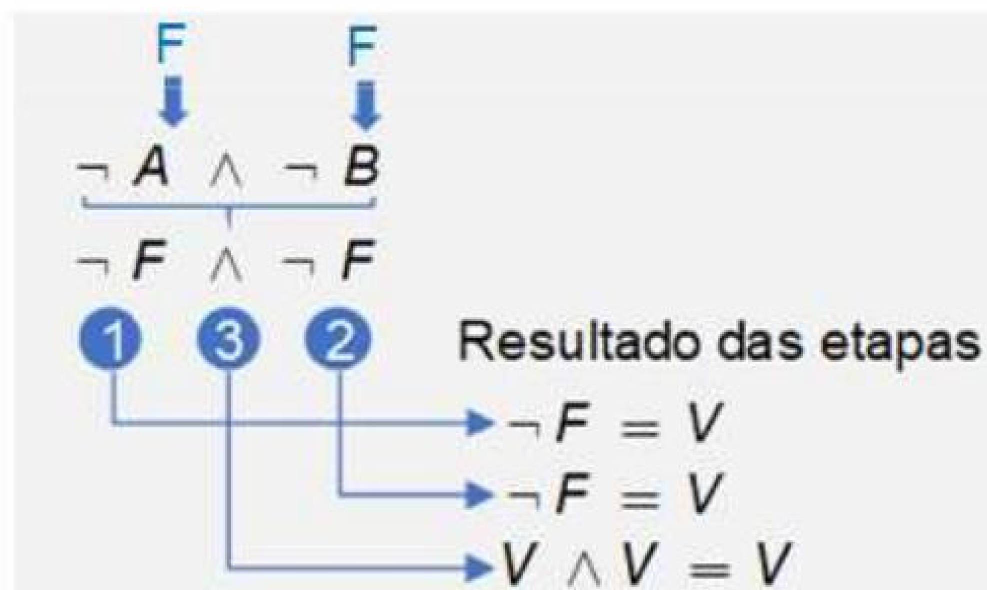
(2) A = V e B = F



(3) A = F e B = V



(4) A = F e B = F



- Como resultado lógico temos que
  - para as entradas (1), (2), e (3) o resultado é F
  - para a entrada (4) o resultado é V
- Os resultados lógicos das fórmulas $\neg (A \lor B)$ e $\neg A \land \neg B$, para todas as combinações possíveis de entradas, são os mesmos
  - Portanto demonstramos que essas fórmulas são equivalentes