

# Modelagem do problema de fluxo de carga

Sistemas Elétricos de Potência II

# Modelagem dos principais componentes de um sistema elétrico de potência

# Potência natural da linha (SIL)

- Potência natural ou *Surge Impedance Loading* (SIL)

$$SIL[W] = \frac{V_{nominal}^2}{Z_C}$$

- A potência natural da linha (SIL) é a **potência real** (com **fator de potência unitário**) na condição em que a potência Mvar absorvida é igual à potência Mvar produzida
- $V_{nominal}^2$  = Tensão elétrica nominal é a tensão elétrica no terminal receptor, normalmente expressa em volts (V) ou quilovolts (kV), para a qual uma instalação ou equipamento elétrico é projetado
- $Z_C$  : impedância característica da linha

(continua)

Fonte: [2, 3]

# Potência natural da linha (SIL)

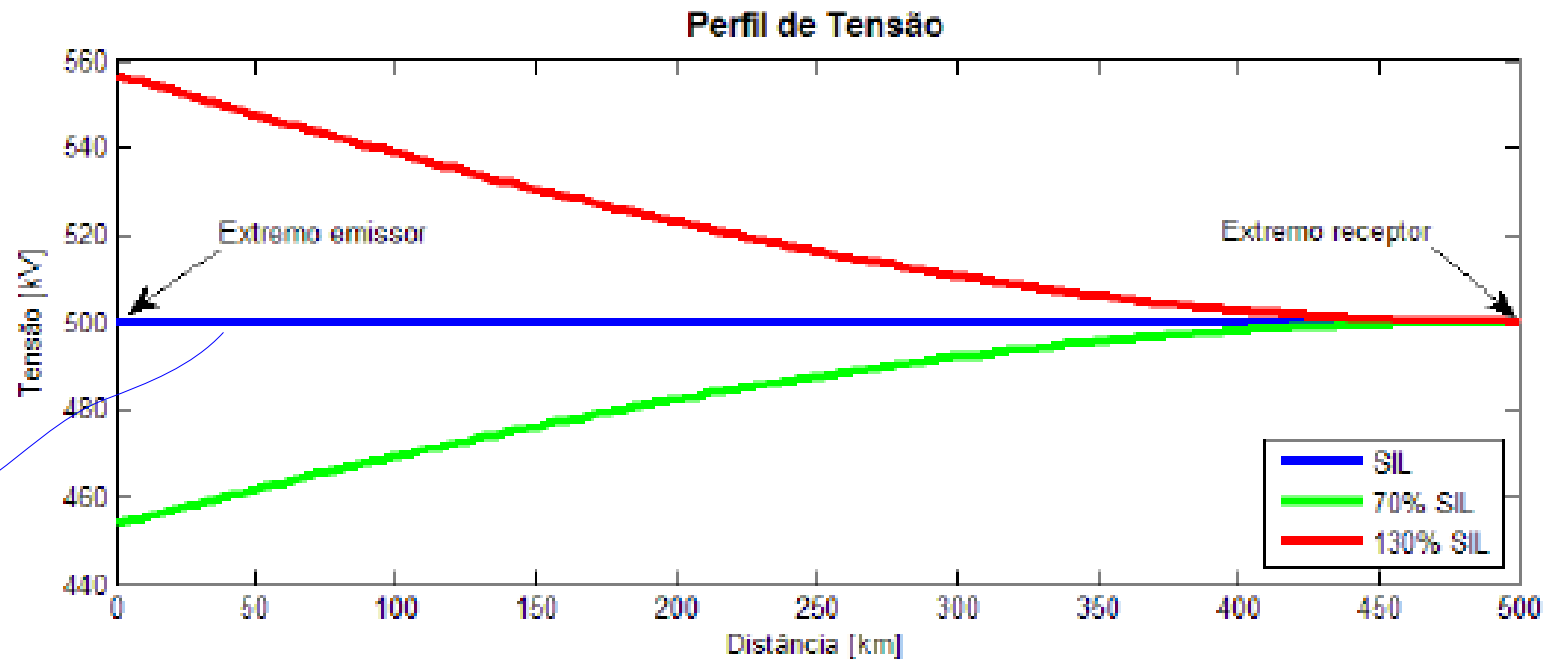
$$Z_0 = \sqrt{\frac{l}{c}}$$

- $Z_0$  : impedância de surto ou impedância natural da linha, em uma linha sem perdas e puramente resistiva
- Como a resistência e condutância da LT são pequenos com relação aos demais parâmetros ( indutância ( $l$ ) e capacitância ( $c$ ) ), a impedância característica ( $Z_C$ ) pode ser considerada igual à impedância natural da LT ( $Z_0$ ) :  $Z_C = Z_0$

# Potência natural da linha (SIL)

- Exemplo de uso do SIL

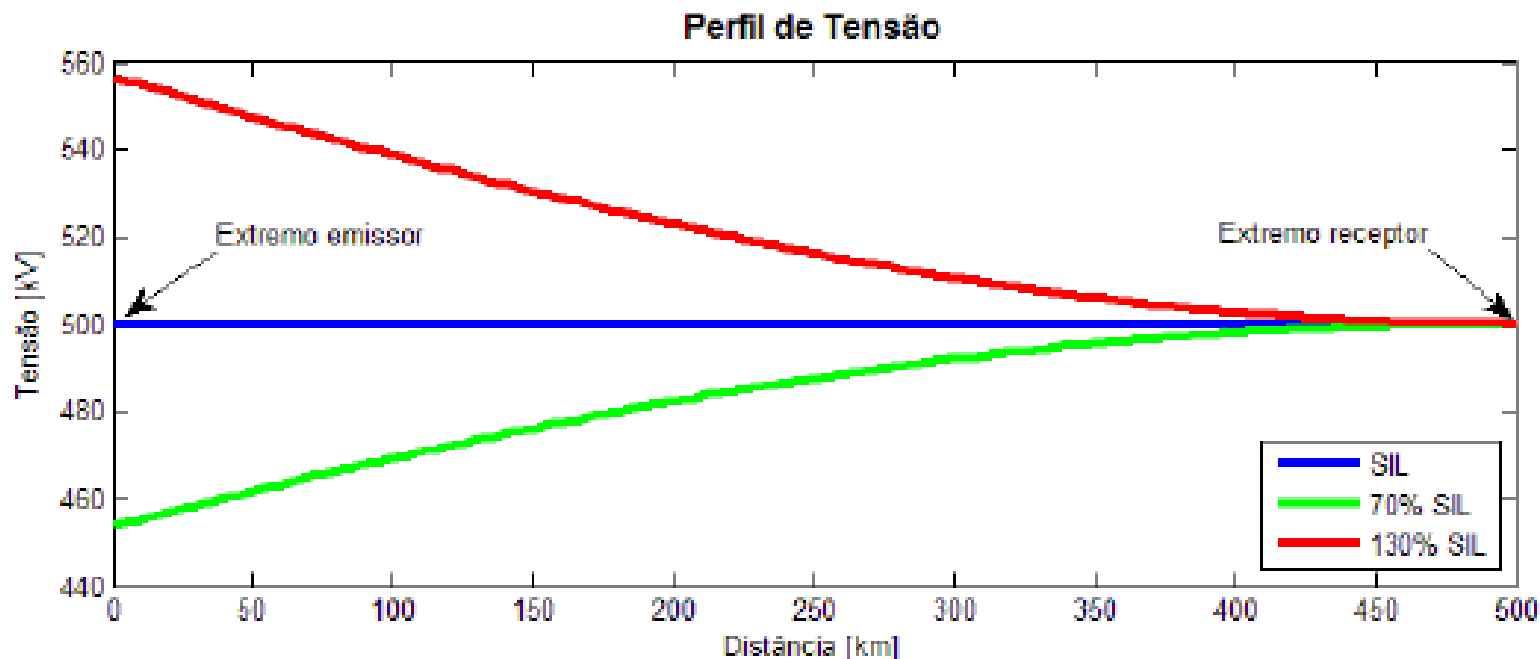
Figura 1.4 | Perfil de tensão ao longo da linha de transmissão em função do carregamento



- A potência reativa que flui em uma linha sem perdas operando à potência natural é nula, e a potência real permanece constante entre os terminais do transmissor e receptor

# Análise do SIL e do perfil de tensão

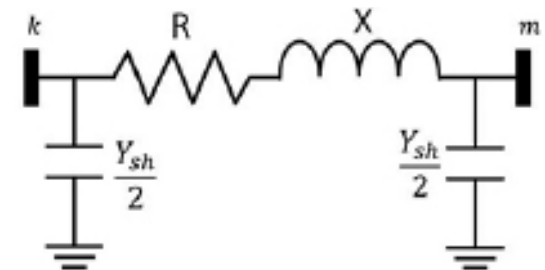
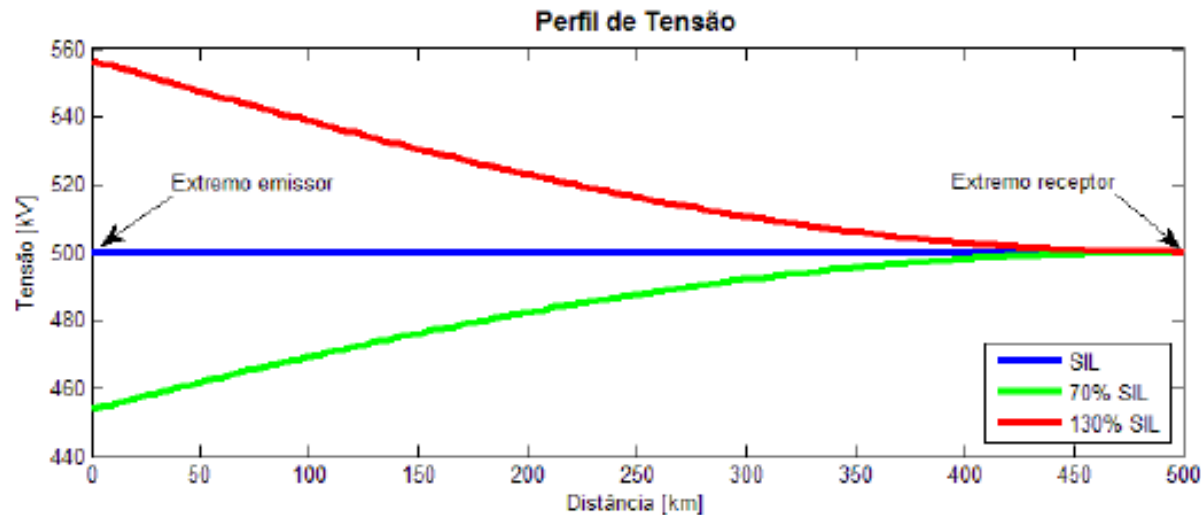
Figura 1.4 | Perfil de tensão ao longo da linha de transmissão em função do carregamento



- A potência natural (SIL) é a potência que uma LT ideal fornece uma carga de valor igual ao da impedância característica ( $Z_C$ ) da LT

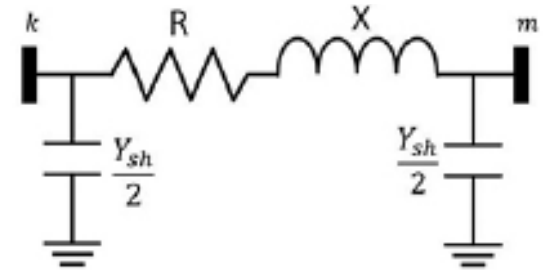
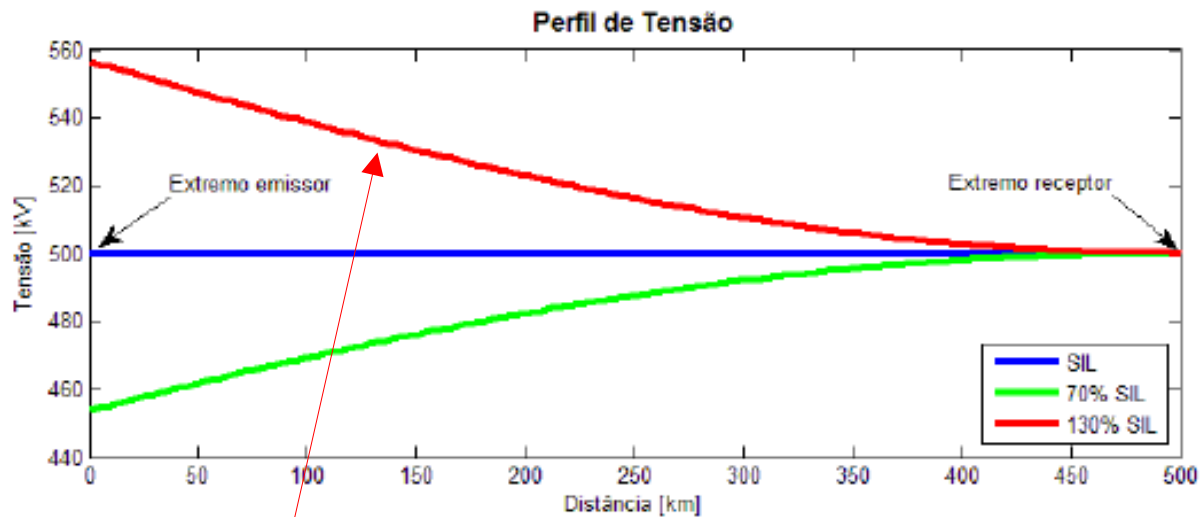
# Potência natural da linha (SIL)

Figura 1.4 | Perfil de tensão ao longo da linha de transmissão em função do carregamento



- Quando a **potência da carga** possui o **mesmo valor da SIL** e a resistividade da linha é considerada desprezível, as perdas por potência ativa são eliminadas e **não existe queda de tensão** ao longo da LT (linha azul)
- Neste caso existe equilíbrio entre a potência reativa (capacitiva) gerada e a potência reativa (indutiva) consumida

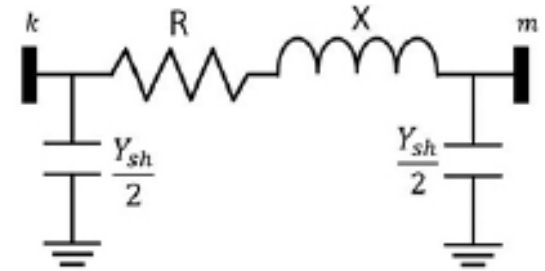
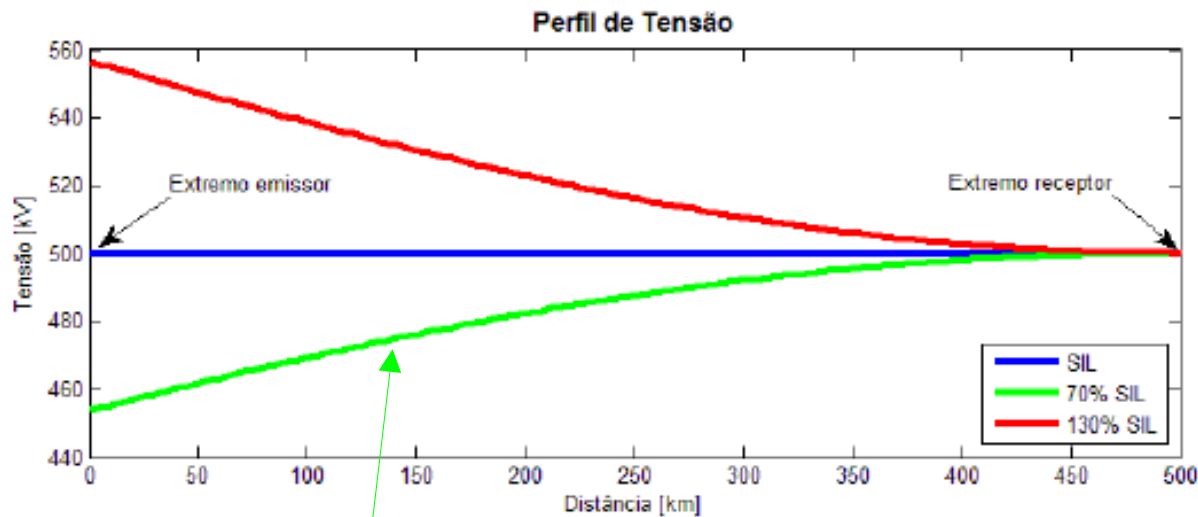
Figura 1.4 | Perfil de tensão ao longo da linha de transmissão em função do carregamento



- Quando a potência da **carga > SIL**, a corrente que passa pela linha aumenta provocando aumento do consumo de reativo
- Como a tensão no extremo **receptor** se mantém a mesma, a demanda de reativos será suprida pelo extremo **emissor**, provocando um **aumento da tensão** na barra de geração e o perfil de tensão decresce até atingir a tensão nominal no extremo receptor



Figura 1.4 | Perfil de tensão ao longo da linha de transmissão em função do carregamento



- Quando a potência da **carga < SIL**, a corrente que passa pela linha diminui, diminuindo o consumo de reativos na linha
- A injeção de reativos pelo capacitor shunt do **receptor** se mantém a mesma
- O **emissor** diminui a geração de reativos injetados na rede, causando a **diminuição na tensão** da barra de geração


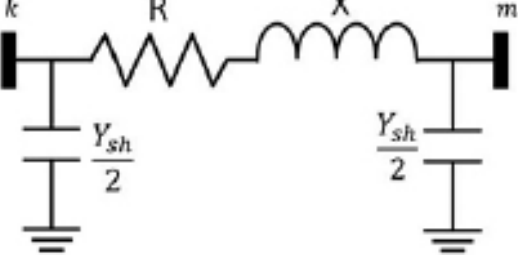
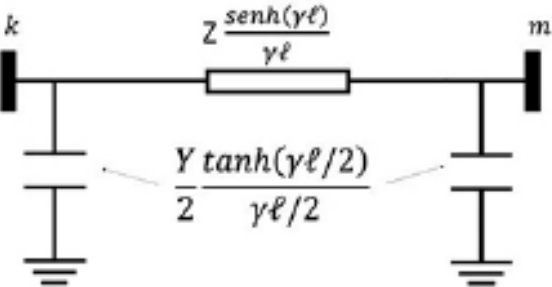
# Valores típicos de SIL

**Tabela 2-1 - Valores típicos de impedância de surto e potência natural para linhas aéreas trifásicas em 60 Hz (Bezerra, 1998)**

$V_{nom}$ (kV)	$Z_c = \sqrt{l/c}$ ( $\Omega$ )	$SIL = V_{nom}^2 / Z_c$ (MW)
69	366-400	12-13
138	366-405	47-120
230	365-395	134-145
345	280-366	325-425
500	233-294	850-1075
765	254-266	2200-2300

# Modelos de LT

Quadro 1.3 | Modelo de linhas de transmissão no modelo  $\pi$

Modelo de linhas curtas	Modelo de linhas médias	Modelos de linhas longas
		
Comprimento até 80km	Comprimento entre 80 e 240 km	Comprimento acima de 240 km

- Grandezas elétricas (como tensão, corrente, potência e impedância) expressas por unidade (pu)

$Y_{sh}$  = admitância shunt

$l$  = comprimento da linha

$\gamma$  = constante de propagação da linha

$Z_C$  = impedância característica da linha (ou impedância surge)

...

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC}$$

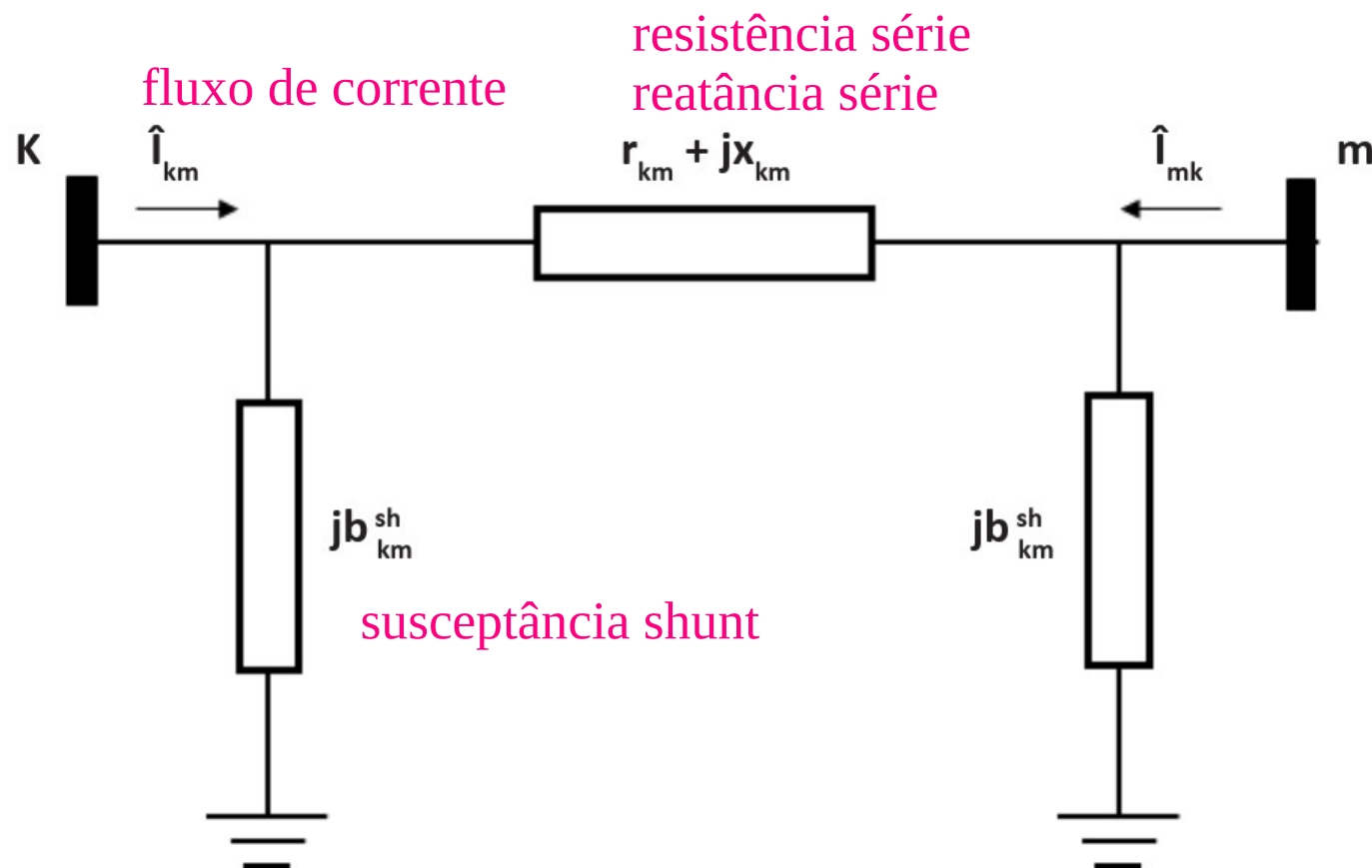
constante de  
propagação

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

impedância  
característica

- Parâmetros de indutância (L) e capacitância (C) são características da linha
- A constante de propagação é imaginária pura
- A impedância característica para uma linha sem perdas é real pura

# Modelo da LT



- Para fins de implementação do fluxo de carga, o modelo de linhas longas é pouco utilizado
- O modelo  $\pi$  para linhas médias é normalmente adotado

- O modelo de linhas médias é prático pois no caso de linhas curtas basta anular o valor das susceptâncias shunt, e no caso das linhas longas a variação dos valores geralmente é pequena
- Porém é sempre bom avaliar os modelos para ter certeza qual se encaixa melhor no problema que se está resolvendo
- Uma linha longa pode ser facilmente implementada como uma associação em série de linhas médias

# Programa de fluxo de carga

- Praticidade de implementação de matrizes
- É preferível representar o parâmetro série a partir de uma admitância série:

$$y_{km} = z_{km}^{-1} = g_{km} + jb_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} - j \frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2}$$

admitância série  
impedância série  
condutância série  
susceptância shunt  
resistência série  
reatância série

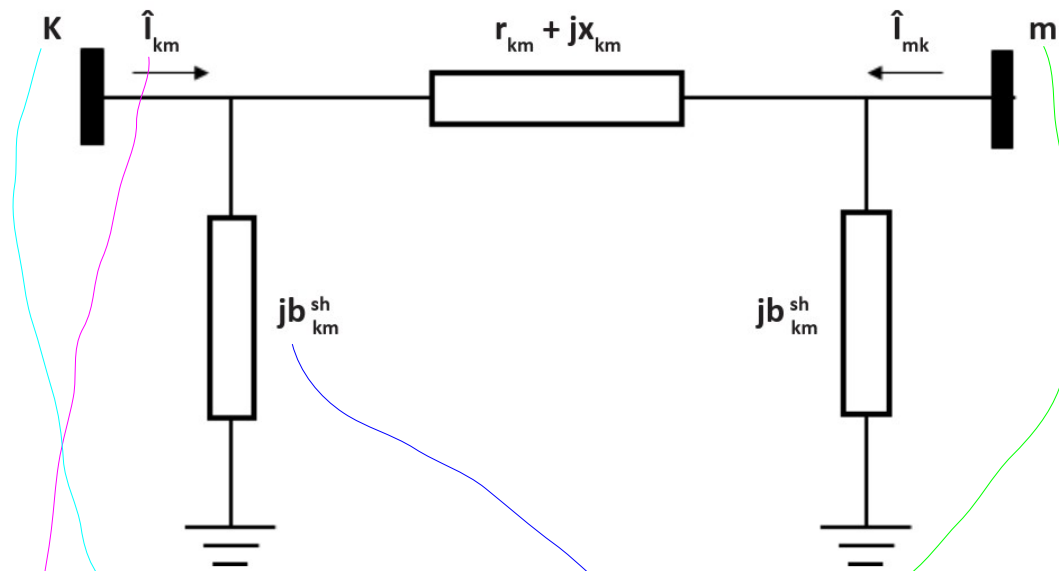
# Tensão complexa na barra k

$$\hat{E}_k = V_k e^{j\theta_k} = V_k \angle \theta_k$$

tensão  
complexa  
na barra k



# Fluxos de corrente na LT



$$\hat{I}_{km} = y_{km} (\hat{E}_k - \hat{E}_m) + jb_{km}^{sh} \hat{E}_k$$

$$\hat{I}_{mk} = y_{km} (\hat{E}_m - \hat{E}_k) + jb_{km}^{sh} \hat{E}_m$$

do slide 11:  $y_{km} = z_{km}^{-1} = g_{km} + jb_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} - j \frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2}$

# Fluxos de potência complexa

$$S_{km} = P_{km} + jQ_{km} = \hat{E}_k \hat{I}_{km}^*$$

$$S_{mk} = P_{mk} + jQ_{mk} = \hat{E}_m \hat{I}_{mk}^*$$

Potência aparente

Potência ativa

Potência reativa

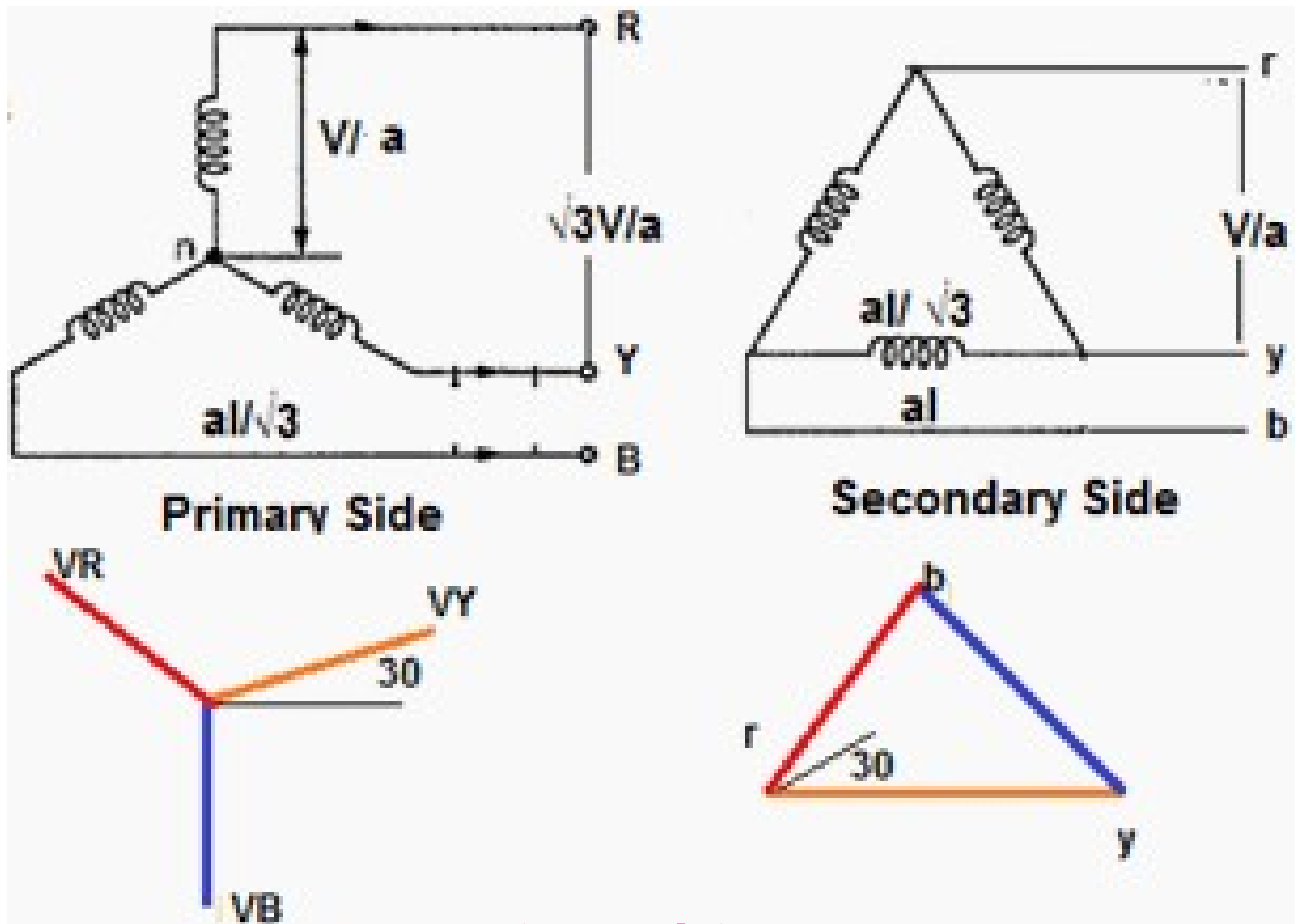
Tensão complexa

Fluxo de corrente

# Transformador trifásico

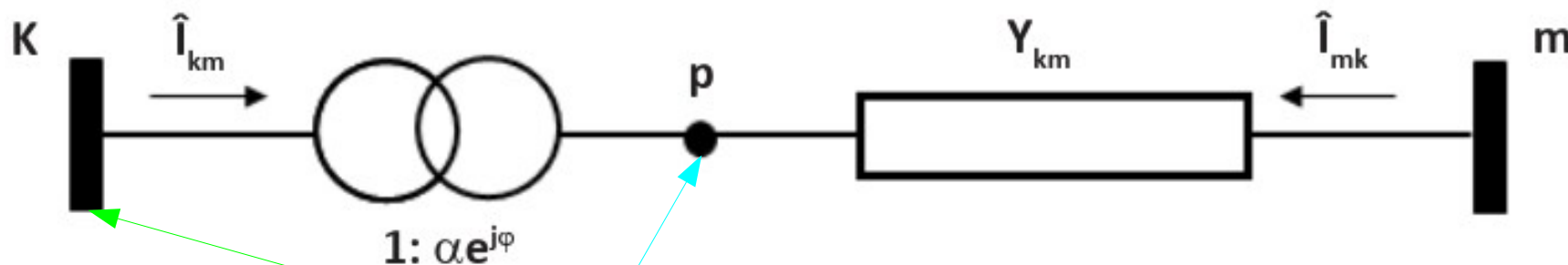
- Tipos de ligação: estrela-estrela (  $Y-Y$  ), delta-delta (  $\Delta-\Delta$  ), estrela-delta (  $Y-\Delta$  ) e delta-estrela (  $\Delta-Y$  )
- Nas conexões de mesma configuração do lado de alta e baixa, ou seja, estrela-estrela ou delta-delta, não há desfasamento entre as fases
- Quando as configurações são distintas (estrela-delta ou delta-estrela), há uma defasagem de  $30^\circ$  em relação ao lado de alta para o lado de baixa, o lado de alta estará  $30^\circ$  adiantado em relação ao lado de baixa

# Transformador trifásico



(exemplo)

# Representação genérica do transformador



- Tensão na barra p :

$$\hat{E}_p = \alpha e^{j\varphi} \hat{E}_k$$

- Transformador ideal em série com uma admitância
- p : é uma barra imaginária
- $1: \alpha e^{j\varphi}$  : relação de transformação complexa

# Transformador em fase e defasador

$$\hat{E}_p = \alpha e^{j\varphi} \hat{E}_k$$

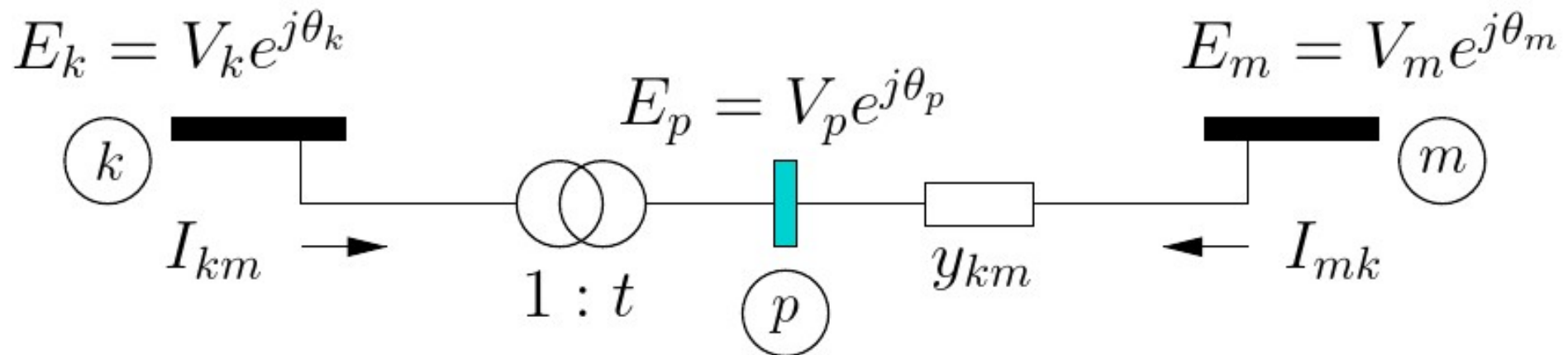
- Transformador em fase

$$\alpha > 0 \text{ e } \varphi = 0$$

- Transformador defasador

$$\alpha = 1 \text{ e } \varphi \neq 0$$

# Outra forma de representar

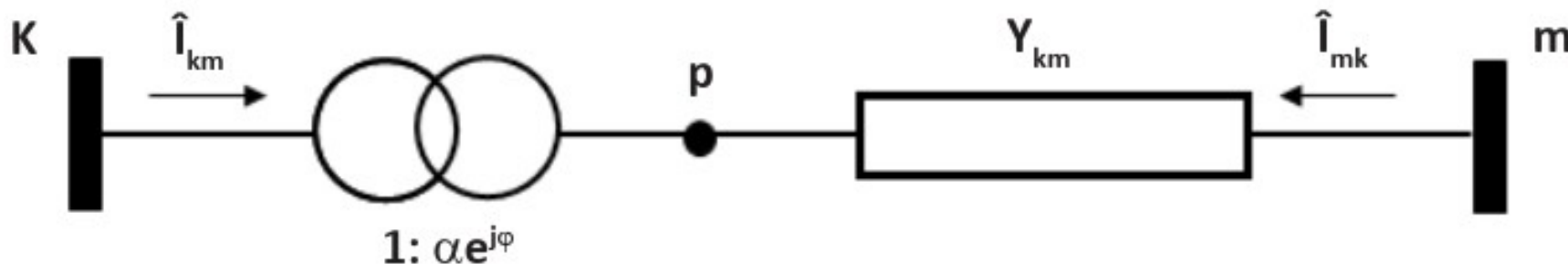


$p$       **barra intermediária fictícia**

$y_{km}$       **admitância série**

$t$       **posição do tap**

# Fluxos de corrente no transformador



- Transformadores em fase, com ângulo de defasagem nulo:

$$\hat{I}_{km} = -\alpha y_{km} (\hat{E}_m - \hat{E}_p) = (\alpha^2 y_{km}) \hat{E}_k + (-\alpha y_{km}) \hat{E}_m$$

$$\hat{I}_{mk} = y_{km} (\hat{E}_m - \hat{E}_p) = (-\alpha y_{km}) \hat{E}_k + y_{km} \hat{E}_m$$

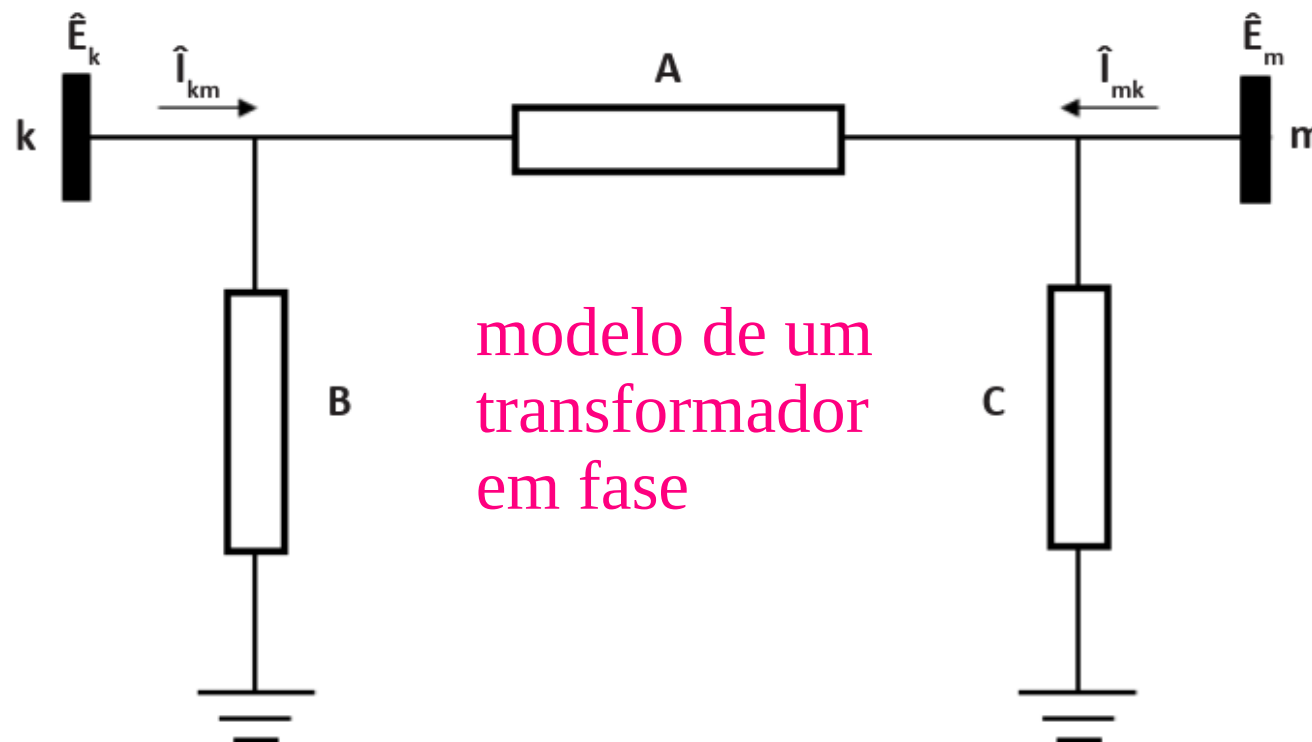
$\alpha$  : denominador da relação de transformação

$\varphi$  : ângulo de defasagem

$$\hat{E}_p = \alpha e^{j\varphi} \hat{E}_k$$



# Modelo de um quadripolo no modelo $\pi$



modelo de um  
transformador  
em fase

admitâncias

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_{km} \\ \hat{I}_{mk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B & -A \\ -A & A + C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{E}_k \\ \hat{E}_m \end{bmatrix}$$

representação na forma de matriz

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_{km} \\ \hat{I}_{mk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+B & -A \\ -A & A+C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{E}_k \\ \hat{E}_m \end{bmatrix}$$

$$\hat{I}_{km} = (A+B)\hat{E}_k + (-A)\hat{E}_m$$

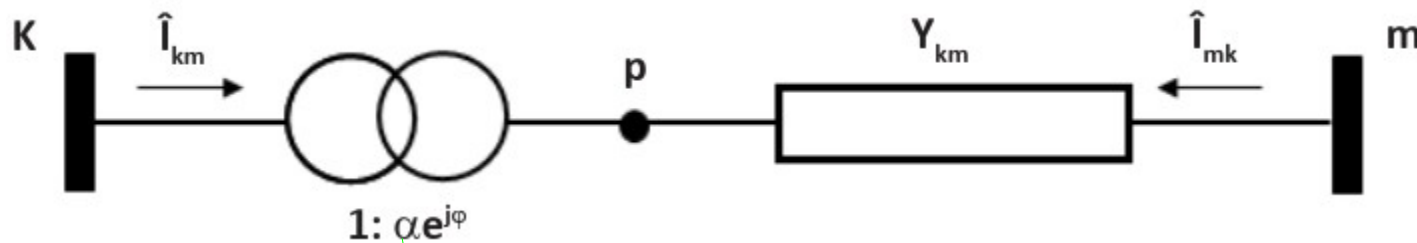
$$\hat{I}_{mk} = (-A)\hat{E}_k + (A+C)\hat{E}_m$$

equação vista no slide 24:

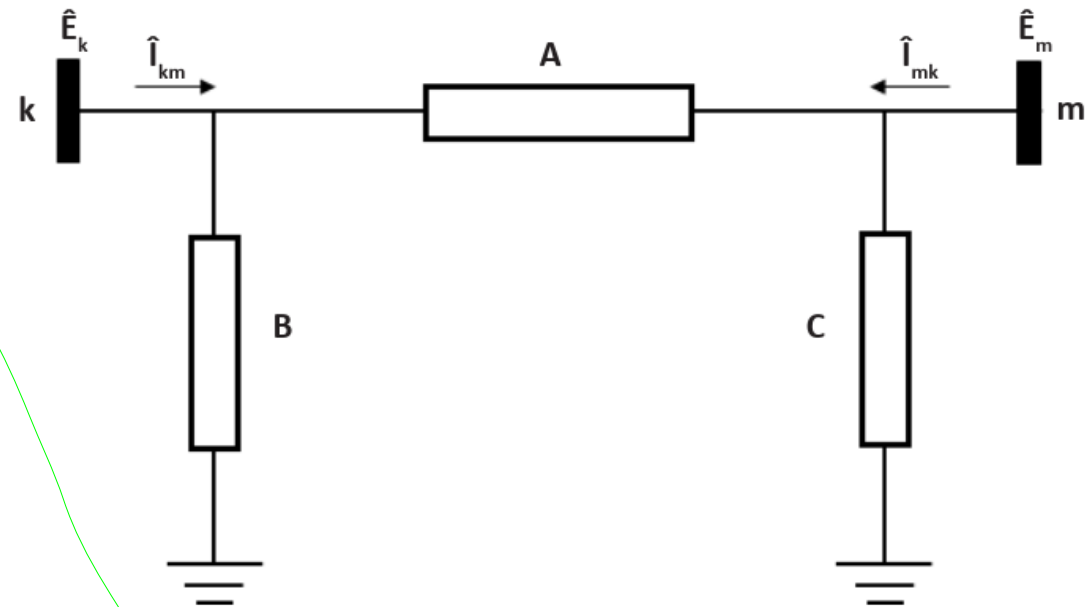
$$\hat{I}_{km} = -\alpha y_{km} (\hat{E}_m - \hat{E}_p) = (\alpha^2 y_{km}) \hat{E}_k + (-\alpha y_{km}) \hat{E}_m$$

$$\hat{I}_{mk} = y_{km} (\hat{E}_m - \hat{E}_p) = (-\alpha y_{km}) \hat{E}_k + y_{km} \hat{E}_m$$

# Representações



admitâncias

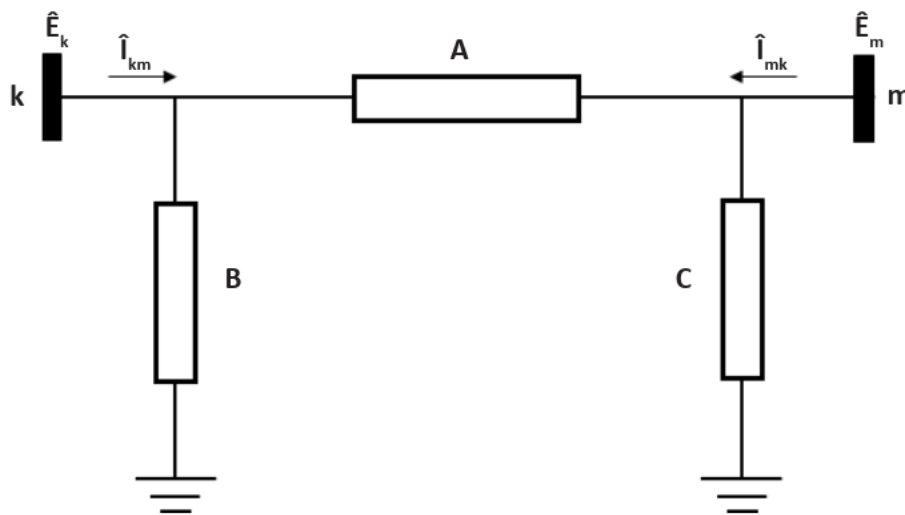


$$A = \alpha y_{km}$$

$$B = \alpha(\alpha - 1)y_{km}$$

$$C = (1 - \alpha)y_{km}$$

$\alpha$  = denominador da  
relação de transformação,  
ou para simplificar, só  
“relação de transformação”



$$A = \alpha y_{km}$$

$$B = \alpha(\alpha - 1)y_{km}$$

$$C = (1 - \alpha)y_{km}$$

- Se  $\alpha = 1 \rightarrow B=C=0$ , o circuito equivalente se reduz à admitância série
- Se  $\alpha < 1 \rightarrow B$  terá sinal oposto ao da admitância série e portanto terá efeito capacitivo, enquanto  $C$  terá efeito indutivo, resultando em um **aumento da tensão** na barra  $k$  e **queda na tensão** da barra  $m$
- Se  $\alpha > 1 \rightarrow C$  terá sinal oposto ao da admitância série e portanto terá efeito capacitivo, enquanto  $B$  terá efeito indutivo, resultando em uma **queda na tensão** da barra  $k$  e **aumento da tensão** na barra  $m$

# Transformador defasador puro

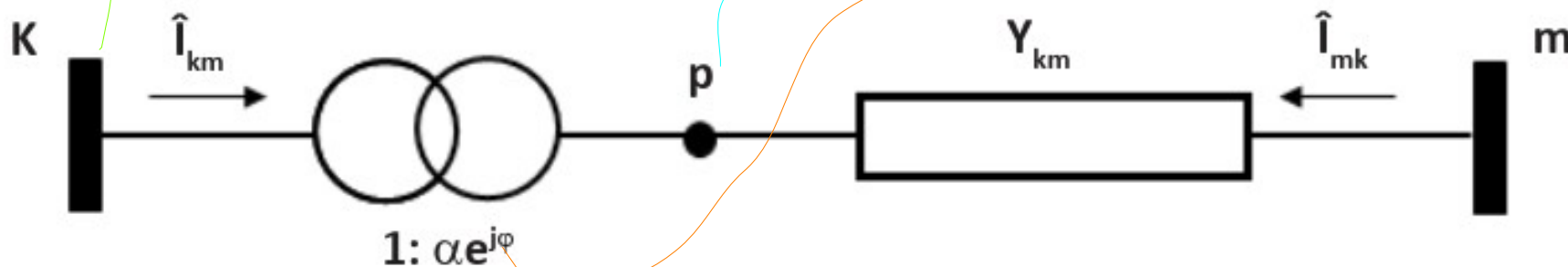
- Aquele que só afeta a relação entre as fases das tensões do primário e secundário sem interferir na magnitude (  $\alpha = 1$  )

$$\frac{\hat{E}_p}{\hat{E}_k} = \alpha e^{j\varphi} = e^{j\varphi}$$



$$\theta_p = \theta_k + \varphi$$

ângulo da tensão na barra



# Parâmetros $\alpha_{km}$ , $\varphi_{km}$ e $b_{km}^{sh}$

(relação de transformação, defasagem, susceptância shunt)

Linha de transmissão:  $\alpha_{km} = 1$ ,  $\varphi_{km} = 0$

Transformador:  $\alpha_{km} \neq 0$  e  $b_{km}^{sh} = 0$

Transformador em fase:  $\alpha_{km} \neq 0$ ,  $\varphi_{km} = 0$  e  $b_{km}^{sh} = 0$

Transformador defasador puro:  $\alpha_{km} = 1$ ,  $\varphi_{km} \neq 0$  e  $b_{km}^{sh} = 0$

# Algumas grandezas relacionadas às barras

- $V_k$  : módulo de tensão na barra
- $\theta_k$  : ângulo da tensão na barra
- $P_k$  : potência ativa injetada na barra
- $Q_k$  : potência reativa injetada na barra

# Tipos de barras

$\theta = \text{teta}$

- **Barra de referência ou barra  $V\theta$**  (ou ainda barra *swing* ou barra *slack*), sempre que servir como base de referência para tensão, tanto em módulo quanto em ângulo (  $V_k$  e  $\theta_k$  ), essa barra é responsável por equilibrar o balanço de potência no sistema
- **Barra de carga ou barra PQ**, é aquela na qual as grandezas conhecidas são apenas potência ativa (  $P_k$  ) e potência reativa (  $Q_k$  ) . Nesse caso, não há controle de tensão na barra, sendo necessário calcular esse valor (  $V_k$  e  $\theta_k$  )
- **Barra de tensão ou barra PV**, é aquela na qual se conhece os valores de potência ativa (  $P_k$  ) e módulo de tensão (  $V_k$  ) . Esse tipo de barra costuma conter dispositivos de controle, como geradores e compensadores síncronos, com função de manter as grandezas conhecidas constantes

(continua)



# Tipos de barras

- **Barra remota ou barra PQV**, consiste em uma barra de carga PQ com a inclusão de algum controle de tensão. Nessa barra as grandezas conhecidas são potência ativa, potência reativa e módulo de tensão (  $P_k$  ,  $Q_k$  e  $V_k$  )
- **Barra de controle ou barra P**, é aquela na qual se conhece apenas a potência ativa (  $P_k$  ) e serve para controlar a tensão de barras remotas
- **Barra  $\theta$** , é aquela onde o valor conhecido é a referência angular de tensão (  $\theta_k$  )

# Exemplo (p. 9, 18 a 20)

- Dada a tabela:

Tabela 1.1 | Valores para uma linha de 400 km de extensão desprezando a resistência série

	Modelo de linha curta	Modelo de linha média	Modelo de linha longa
Tensão no receptor [kV]	$500,00 \angle 0,00^\circ$	$500,00 \angle 0,00^\circ$	$500,00 \angle 0,00^\circ$
Corrente no receptor [A]	$1154,65 \angle -36,87^\circ$	$1154,65 \angle -36,87^\circ$	$1154,65 \angle -36,87^\circ$
Potência no receptor [MVA]	$800,00 + j600,00$	$800,00 + j600,00$	$800,00 + j600,00$
Tensão no emissor [kV]	$599,54 \angle 19,10^\circ$	$655,32 \angle 20,92^\circ$	$646,27 \angle 20,30^\circ$
Corrente no emissor [A]	$1154,70 \angle -36,86^\circ$	$818,00 \angle -9,57^\circ$	$818,97 \angle -8,90^\circ$
Potência no emissor [MVA]	$800,00 + j1185,51$	$800,00 + j471,20$	$800,00 + j447,68$

# Exemplo

- Analisar a relação entre a tensão e a corrente em uma linha de transmissão (LT) trifásica
- Dados:
  - 400 km de extensão
  - Tensão no terminal receptor de 500 kV
  - Indutância de 0,97 mH/km/fase
  - Capacitância em derivação em paralelo de 0,0115  $\mu$ F/km/fase
  - Carga de 800 MW com fator de potência de 0,8 em atraso(indutivo)
  - Resistência série de 5% do valor da reatância série

# Análise do problema

- Para uma linha de 400 km o modelo deveria ser o de linhas longas, porém é mais simples se o modelo de linhas médias puder ser usado
- No modelo de linha curta a diferença do módulo da corrente se aproximou de 40% e a da potência reativa ultrapassou 60%, mostrando que este modelo não seria o mais adequado
- No modelo de linha média as variações foram menores e portanto pode ser usada, dependendo da precisão desejada
- Existe também o artifício de quebrar as linhas longas em duas ou mais linhas médias em série, implementando barras fictícias
- A resistência série é muito pequena em relação ao restante do sistema, podendo ser desprezada