

Aplicações de teoria dos conjuntos

Eduardo Furlan Miranda

2024-08-01

Baseado em: SCHEFFER, VC; VIEIRA, G; LIMA, TPFS. Lógica Computacional. EDE, 2020. ISBN 978-85-522-1688-9.

Complemento de conjunto

- Conceito estreitamente relacionado com a operação de diferença de conjuntos
- Significa preencher o que falta
- Um conjunto mais abrangente (U) sobre o qual estabeleceremos a relação de complementaridade

- Seja o conjunto A um subconjunto de U
 - $A \subseteq U$
- $C_U A$
 - Complemento do conjunto A contido no conjunto U
 - Diferença entre os conjuntos U e A
 - Conjunto de todos os elementos que pertencem ao conjunto U e não pertencem ao conjunto A
- Representação simbólica

$$C_U A = U - A = \{x \mid x \in U \text{ e } x \notin A\}$$

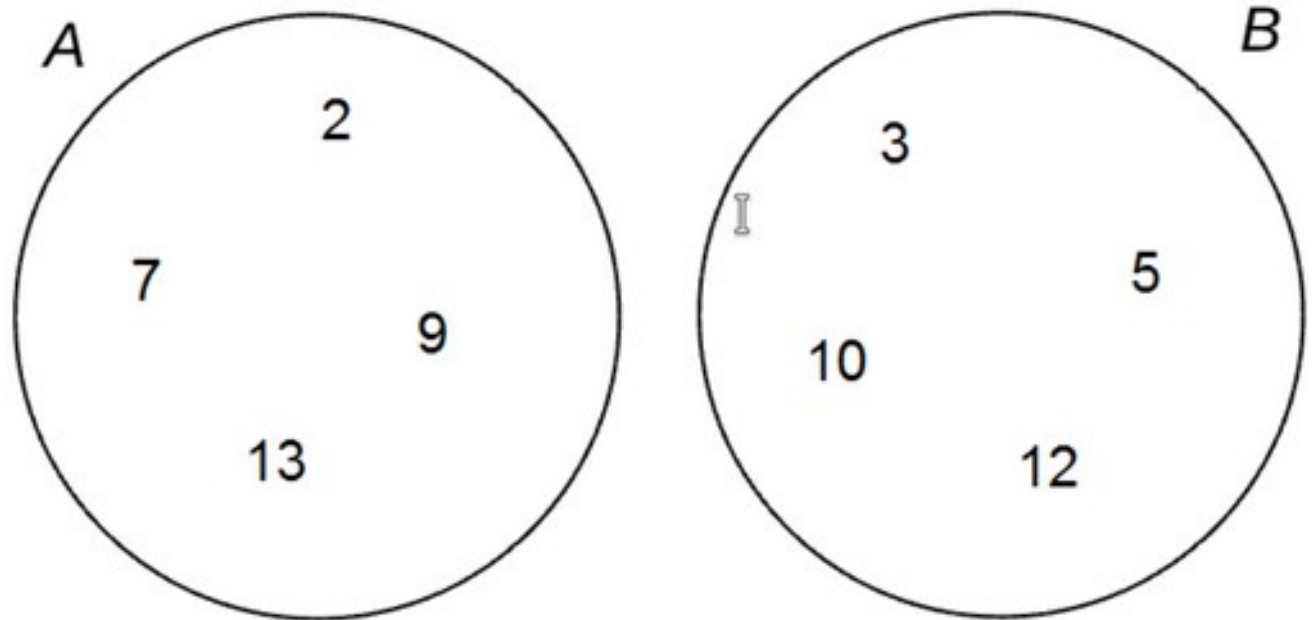
Exemplo

- $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- $B = \{1, 2, 3, 5, 8, 9\}$
- O complemento de B em relação a A consiste no
 - conjunto constituído por todos os elementos pertencentes a A
 - que não pertencem a B

$$C_A B = \{4, 6, 7, 10\}$$

- Para que um conjunto complementar a outro exista,
 - há uma condição que deve ser respeitada
 - B deve ser subconjunto de A
- Ex.:

Como B não é subconjunto de A, então não é possível determinar o complemento de B em relação a A



- $C_A B \neq C_B A$
 - Para determinar $C_A B$ fazemos $A - B$
 - Para determinar $C_B A$ fazemos $B - A$
- $M = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80\}$ e $N = \{30, 50, 70\}$
 - Determinar os complementos $C_M N$ e $C_N M$
 - $C_M N = \{10, 20, 40, 60, 80\}$
 - $C_N M = ?$
- Notações equivalentes: $C_U A$, C_U^A , \overline{A} , A' , A^c

🌈 Copilot

Para encontrar o complemento de (N) em relação a (M) , precisamos identificar os elementos que estão em (M) mas não estão em (N) . Isso é representado pela diferença $(M - N)$.

Dado:

- $(M = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80\})$
- $(N = \{30, 50, 70\})$

O complemento de (N) em relação a (M) é: $[M - N = \{10, 20, 40, 60, 80\}]$

Portanto, o conjunto complementar de (N) em relação a (M) é $(\{10, 20, 40, 60, 80\})$. Se precisar de mais alguma coisa, é só avisar!

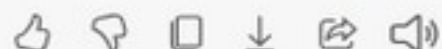
Learn more

1  blog.professorferretto.com.br

2  matika.com.br

3  mundoeducacao.uol.com.br

+1 more



● 1 of 5

O que é um conjunto complementar?

Como representamos a união de conjuntos?

Qual é o resultado da interseção entre M e N?



Ask me anything...



Diferença simétrica

- Diferença simétrica de A e B é o conjunto de todos os elementos
 - que pertencem a A, mas não pertencem a B,
 - ou que pertencem a B, mas não pertencem a A

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

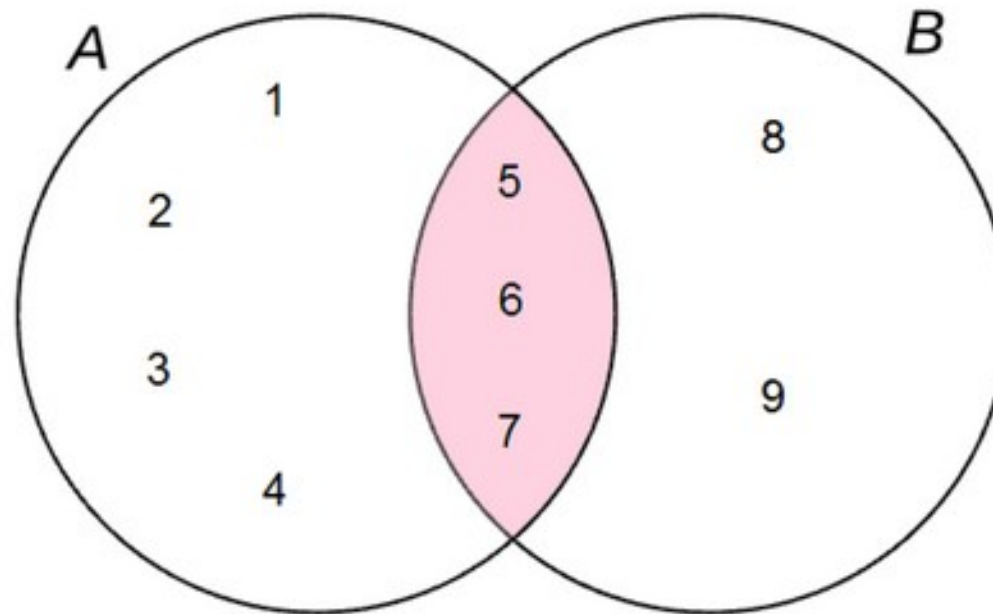
Ex.: $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$ e $B = \{ 5, 6, 7, 8, 9 \}$

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = (1, 2, 3, 4) \cup (8, 9) = (1, 2, 3, 4, 8, 9)$$

Diferença simétrica

- A diferença simétrica entre os conjuntos A e B também pode ser definida como o conjunto de todos os elementos que pertencem à união dos conjuntos A e B e não pertencem à intersecção dos conjuntos A e B

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

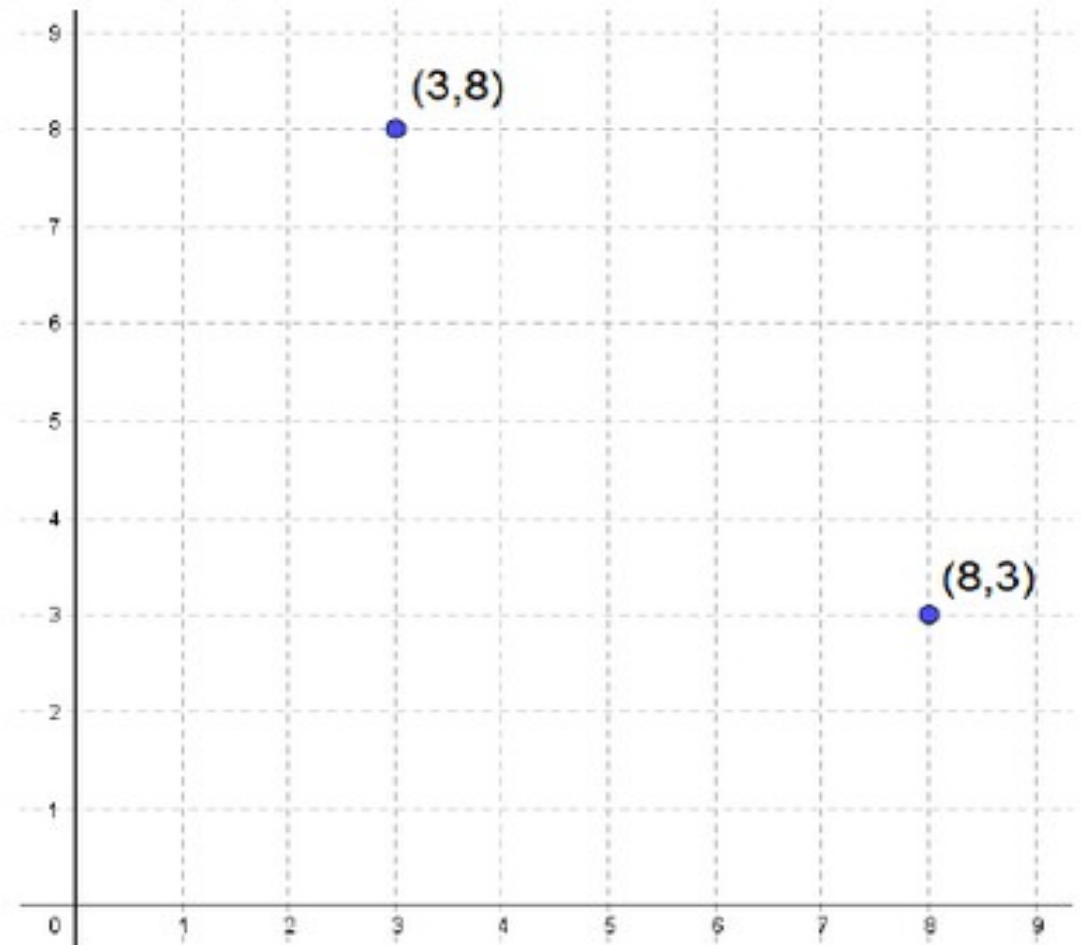


Produto cartesiano (\times)

- Dizemos que a subtração ($x - y$) é uma operação binária em \mathbb{Z} pois atua sobre dois números
- Dizemos, portanto, que a operação de subtração foi realizada sobre um par ordenado de números (x, y)
- x representa o primeiro componente do par ordenado,
 - e y o segundo
- A ordem é importante, pois muitas operações não são comutativas
 - $8 - 3$ não gera o mesmo resultado que $3 - 8$

- Os conjuntos $\{3, 8\}$ e $\{8, 3\}$ são iguais,
- mas os pares ordenados $(3, 8)$ e $(8, 3)$, não

Figura 2.11 | Representação gráfica de pares ordenados



Ex.: em um plano cartesiano os pares ordenados representam pontos diferentes

- Sejam os conjuntos A e B
- O produto cartesiano de A e B, denotado por $A \times B$,
 - é o conjunto de todos os pares ordenados (listas de dois elementos) formados,
 - tomando-se um elemento de A juntamente com um elemento de B de todas as maneiras possíveis
 - Ou seja, $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$
- Ex.: $A = \{4, 5, 6\}$ e $B = \{6, 7, 8\}$
 - $A \times B = \{(4, 6), (4, 7), (4, 8), (5, 6), (5, 7), (5, 8), (6, 6), (6, 7), (6, 8)\}$
 - $B \times A = \{(6, 4), (6, 5), (6, 6), (7, 4), (7, 5), (7, 6), (8, 4), (8, 5), (8, 6)\}$

👤 You

Qual é o produto cartesiando dos conjuntos $A = \{4, 5, 6\}$ e $B = \{6, 7, 8\}$?

🌈 Copilot

O produto cartesiano dos conjuntos ($A = \{4, 5, 6\}$) e ($B = \{6, 7, 8\}$) é o conjunto de todos os pares ordenados onde o primeiro elemento pertence ao conjunto (A) e o segundo elemento pertence ao conjunto (B).

Portanto, o produto cartesiano ($A \times B$) é:

$$A \times B = \{(4, 6), (4, 7), (4, 8), (5, 6), (5, 7), (5, 8), (6, 6), (6, 7), (6, 8)\}$$

Se precisar de mais alguma coisa, é só falar! 😊

Learn more

1 🌐 somatematica.com.br

2 🌐 mundoeducacao.uol.com.br

3 🌐 querobolsa.com.br

+2 more



● 1 of 5

O que é um conjunto?

Como calcular o produto cartesiano de mais conjuntos?

Qual a diferença entre união e interseção de conjuntos?



Ask me anything...



Cardinalidade

- $|A| = 3, |B| = 3$
 - O conjunto obtido pela operação produto cartesiano $A \times B$ tem cardinalidade igual a 9, ou seja,

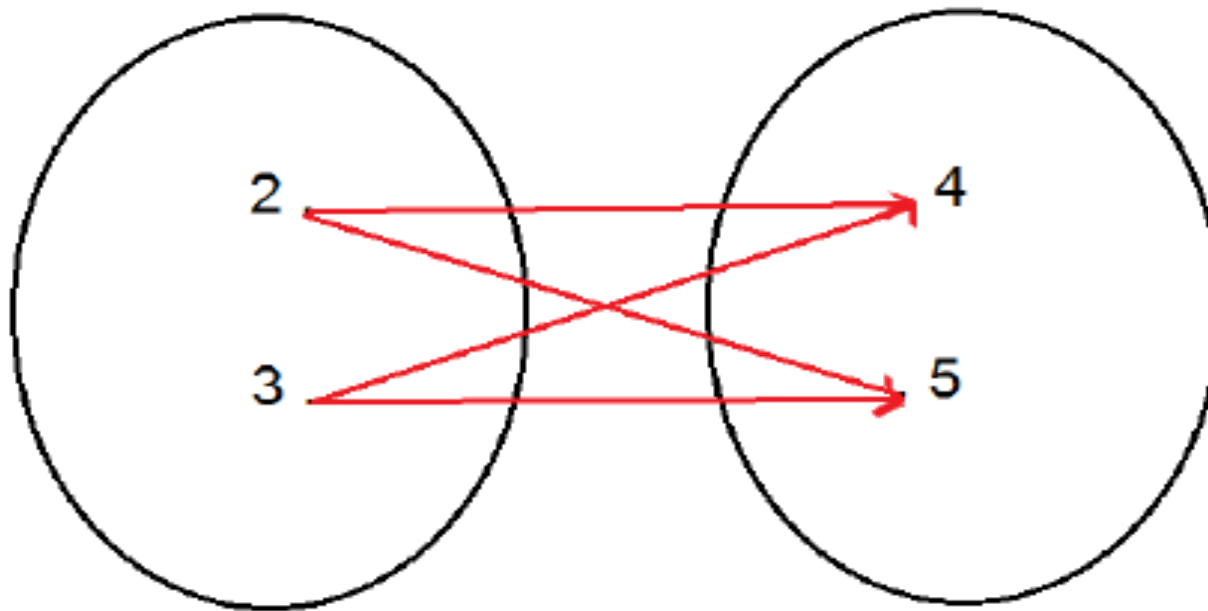
$$|A \times B| = 9$$

- Como o produto cartesiano é obtido tomando-se um elemento de A juntamente com um elemento de B de todas as maneiras possíveis,
- podemos aferir que, sendo A e B conjuntos finitos,

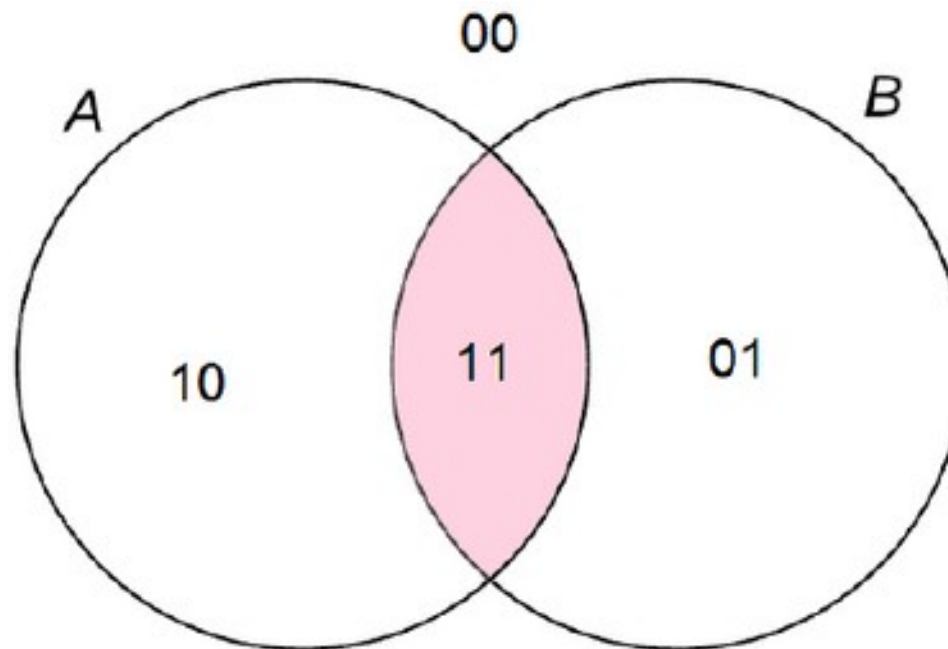
$$|A \times B| = |A| \times |B|$$

Diagrama de Venn

- $A \times B = \{ (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5) \}$



- Utilizar um Diagrama de Venn para demonstrar uma relação arbitrária entre dois conjuntos A e B
- o primeiro algarismo é 0 ou 1, conforme um objeto desse compartimento pertença ou não ao conjunto A
- o segundo algarismo é 0 ou 1, conforme um objeto desse compartimento pertença ou não ao conjunto B



- A numeração binária mostra que $2^2 = 4$ compartimentos esgotam todas as possibilidades lógicas para um objeto do universo
- O número 10 (um, zero) representa objetos que pertençam exclusivamente ao conjunto A
- O número 01 (zero, um) representa objetos que pertençam exclusivamente ao conjunto B

Tabela-verdade

- O número 11 (um, um) representa objetos que pertençam simultaneamente aos conjuntos A e B (intersecção de A e B)
- O número 00 (zero, zero) representa objetos que não pertencem a nenhum dos conjuntos A e B
- Uma maneira equivalente de representar essa relação arbitrária é a utilização de **tabelas-verdade**

Tabela-verdade

Figura 2.14 | Tabela-verdade de uma relação arbitrária entre dois conjuntos

	$x \in A$	$x \in B$	$x \in A \cap B$
00	F	F	F
01	F	V	F
10	V	F	F
11	V	V	V

$$2^2 = 4$$