

Construção da Tabela Verdade

Eduardo Furlan Miranda

2024-08-01

Baseado em: SCHEFFER, VC; VIEIRA, G; LIMA, TPFS.
Lógica Computacional. EDE, 2020. ISBN 978-85-522-
1688-9.

Matriz de conectivos

Quadro 4.1 | Matriz do conectivo AND

| P AND Q | Q = V | Q = F |
|---------|-------|-------|
| P = V | V | F |
| P = F | F | F |

- No canto superior esquerdo, temos a operação lógica a ser feita
- Nas linhas abaixo da operação, temos a proposição “P” e os possíveis valores que ela pode assumir, ou seja, verdadeira / falsa

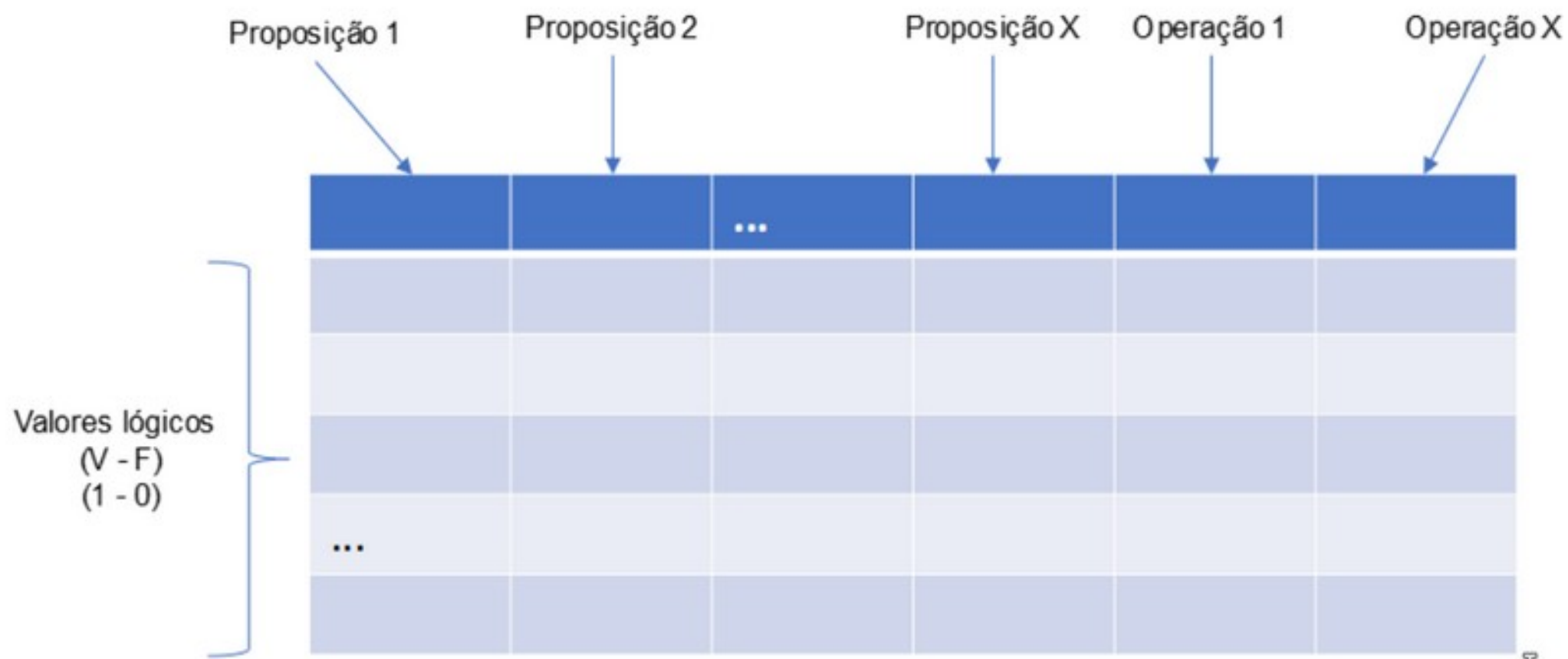
(continua)

- Nas colunas ao lado da operação, temos os valores da proposição “Q”, ou seja, também verdadeira / falsa
- No centro da matriz estão os possíveis resultados lógicos para a operação AND
- quando P E Q são verdadeiras, o resultado é V
- Para todos os demais casos, o resultado é falso (F)
- A representação dos resultados lógicos por meio de matrizes de conectores ajuda na organização, porém, limita uma operação por matriz
- Como meio de organizar os resultados e facilitar a operação entre vários conectores em uma mesma estrutura, podemos utilizar a Tabela Verdade

Construção da Tabela Verdade (TV)

- Obtém resultados lógicos da combinação de proposições e conectores
- TV é um método exaustivo de geração de valorações para uma dada fórmula
- Fórmula é a composição de proposições e conectores lógicos, p. ex.: $P \vee Q$

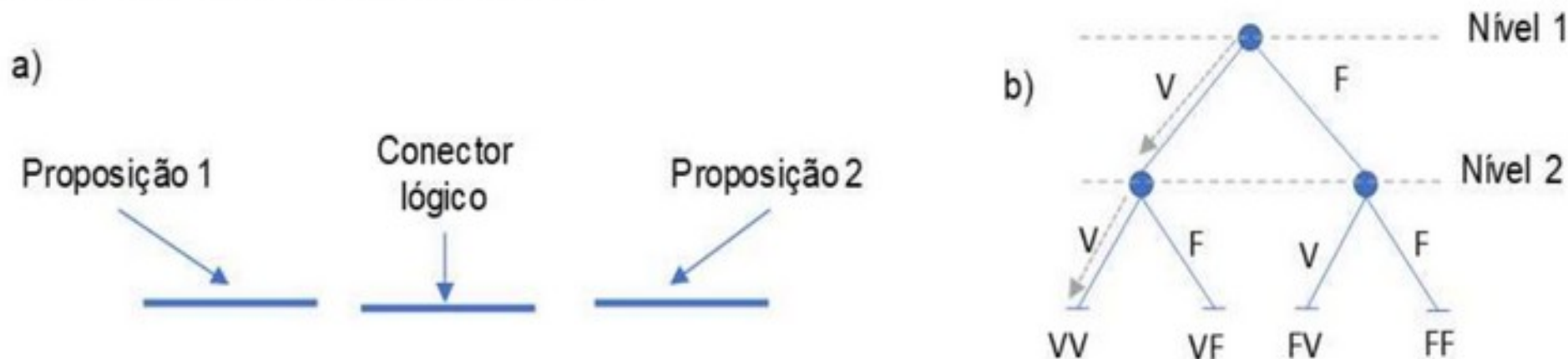
Figura 4.1 | Esquema geral de uma tabela verdade



- Nas colunas, colocaremos primeiro as proposições (quantas forem necessárias testar) e, em seguida, as operações lógicas das quais queremos obter os resultados
- Nas linhas, colocaremos os valores lógicos (V – F) tanto para as proposições quanto para os resultados das fórmulas que obteremos
- O objetivo com a tabela verdade é analisar TODOS os resultados possíveis, e podemos compará-la com um mapa de resultados

- Toda proposição é binária, ou seja, só pode assumir um dos seguintes valores: Verdadeiro (V) ou Falso (F)
- Podemos optar por utilizar 1 para V e 0 para F
- Ao realizar uma operação lógica com duas proposições, temos que testar todas as combinações de respostas, o que influenciará diretamente a quantidade de linhas necessárias na TV

Figura 4.2 | Árvore de possibilidades



- Na Figura criamos um esquema que mostra uma fórmula simples (operação binária); nele, temos um espaço reservado para uma proposição, um conector e outra proposição
- Sabemos que cada proposição pode assumir somente os valores V ou F (1 ou 0 se preferir)

- Com esses valores de entrada, essa fórmula genérica pode gerar quatro resultados distintos
- Na Figura 4.2 (b), cada proposição gera um nível na árvore, e como temos duas proposições, temos dois níveis
- Os ramos da árvore representam as possíveis respostas para cada proposição (somente V ou F) e suas combinações
- Para encontrar todas as combinações possíveis é preciso percorrer os ramos passando pelos níveis, ou seja, para esse caso, existem 4 caminhos diferentes VV, VF, FV, FF

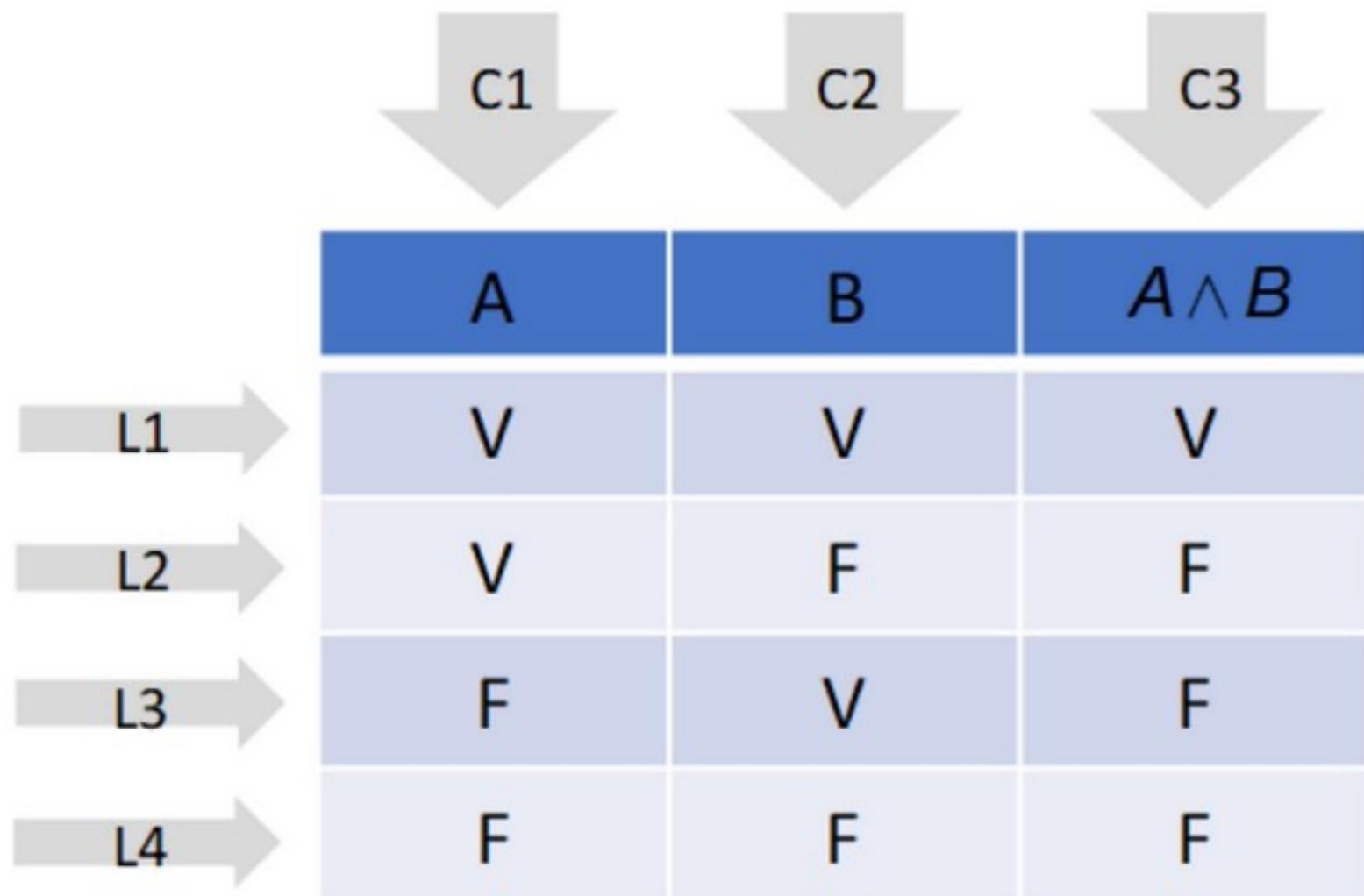
- Podemos dizer que a entrada V da primeira proposição pode se combinar com as entradas V e F da segunda proposição, gerando, assim, dois resultados (o resultado depende do conector utilizado)
- A entrada F da primeira proposição também pode se combinar com as entradas da segunda proposição, gerando dois novos resultados.
- Portanto, ao final, temos quatro resultados

- A quantidade de combinações será a quantidade de linhas da Tabela Verdade.
- A quantidade de linhas (combinações) aumenta exponencialmente com a quantidade de proposições, seguindo a regra 2^n , em que n é o número de proposições
- Para duas proposições, tem-se $2^2 = 4$; para três proposições, tem-se $2^3 = 8$ linhas; para quatro proposições, tem-se $2^4 = 16$ linhas; e assim por diante

Tabela Verdade da conjunção (AND - E)

- É utilizado para realizar uma operação binária entre duas proposições, quando se deseja obter um resultado verdadeiro se, e somente se, as duas proposições forem verdadeiras
- O símbolo \wedge representa esse conector lógico
- Para construir a tabela verdade da conjunção, vamos considerar como entradas as proposições A e B
- Queremos avaliar os resultados para a fórmula $A \wedge B$

Figura 4.3 | Tabela Verdade da conjunção



The diagram illustrates a truth table for the logical conjunction operation (\wedge). It features a 4x3 grid of cells. The first column is labeled 'A', the second 'B', and the third ' $A \wedge B$ '. Above the grid, three large gray arrows point downwards, labeled 'C1', 'C2', and 'C3' respectively, corresponding to the three columns. To the left of the grid, four large gray arrows point to the right, labeled 'L1', 'L2', 'L3', and 'L4' respectively, corresponding to the four rows. The header row (L1) has a blue background, while the data rows (L2-L4) have a light blue background.

| | C1 | C2 | C3 |
|----|----|----|--------------|
| | A | B | $A \wedge B$ |
| L1 | V | V | V |
| L2 | V | F | F |
| L3 | F | V | F |
| L4 | F | F | F |

- Na primeira coluna (C1) colocamos a proposição A, na segunda coluna (C2) a proposição B e na terceira coluna (C3) a fórmula que queremos avaliar
- Na linha 1 (L1), colocamos as proposições A e B com entrada V. Veja na coluna 3 (C3) que a saída para essas entradas também é V
- Na linha 2 (L2), colocamos a proposição A com entrada V e a B com entrada F. Veja na coluna 3 (C3) que a saída para essas entradas é F.

- Na linha 3 (L3), colocamos a proposição A com entrada F e a B com entrada V. Veja na coluna 3 (C3) que a saída para essas entradas é F
- Na linha 4 (L4), colocamos as proposições A e B com entrada F. Veja na coluna 3 (C3) que a saída para essas entradas é F

- Como usamos duas proposições, foram necessárias 4 linhas para gerar a valoração da fórmula $A \wedge B$
- Para a proposição A, primeiro foram dispostas as entradas V combinando com as entradas V e F da proposição B
- Foram dispostas as entradas F combinando com as entradas V e F de B
- A primeira coluna ficou com entradas VVFF e a segunda coluna VFVF

Exemplo

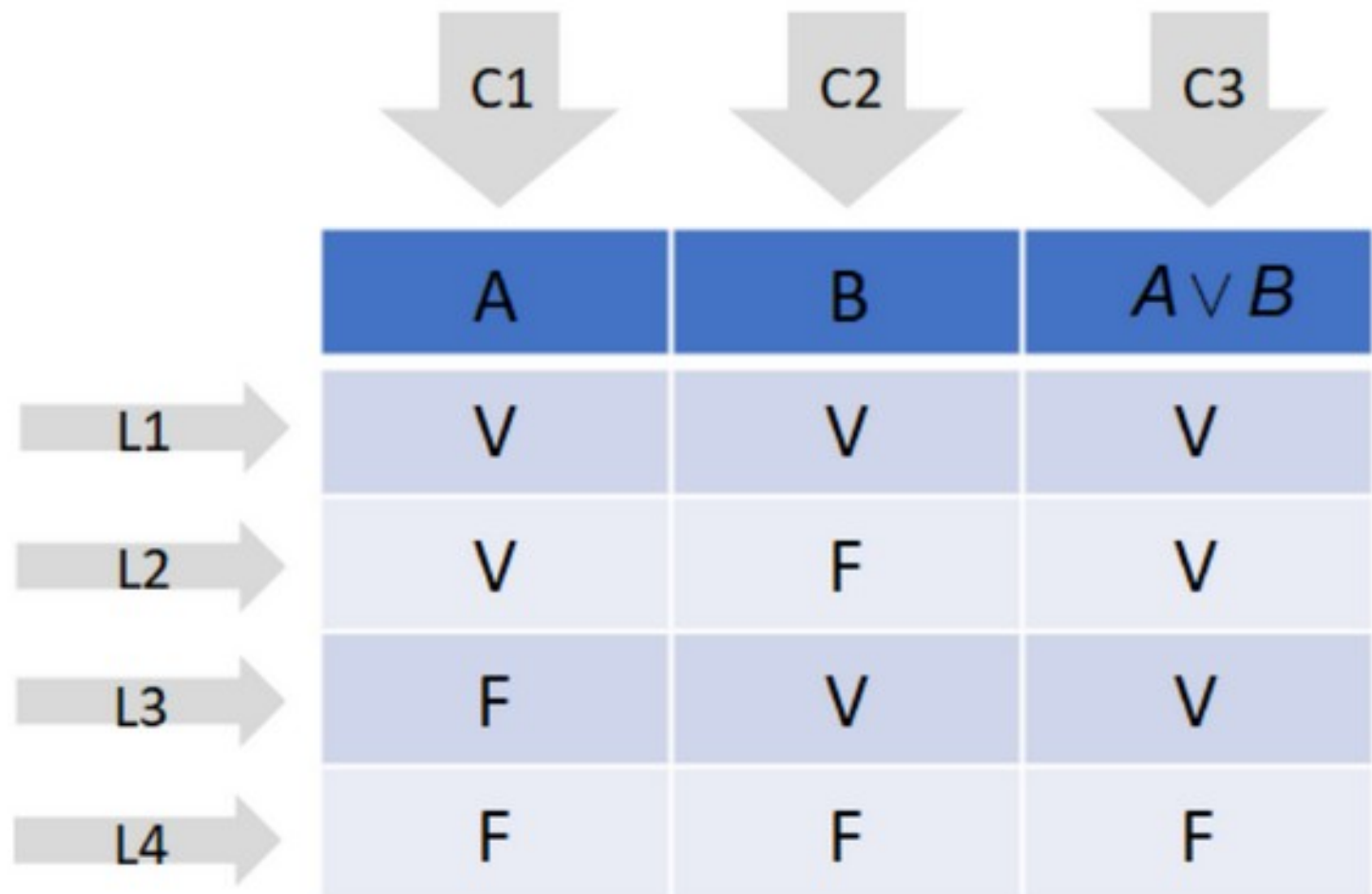
- Imagine que estamos criando uma aplicação que precisa informar se uma determinada pessoa irá pagar imposto ou não, a depender da sua renda, de acordo com a regra:
 - Se o salário for superior a 5 mil e a idade menor que 40 anos, a pessoa pagará de imposto 10% do seu salário
- Proposições:
 - A: o salário é maior que R\$ 5 mil
 - B: a idade é menor que 40 anos
- Com base na TV da conjunção, vamos analisar qual seria o resultado da fórmula $A \wedge B$ para uma pessoa que recebe um salário de R\$ 4 mil e possui 32 anos

- Avaliando a proposição A para o caso, temos um resultado F (pois não ganha salário de 5 mil)
- A proposição B possui resultado V (a idade é menor que 40 anos)
- Ao consultarmos a terceira linha da Figura 4.3, vemos que o resultado de $A \wedge B$ para tais entradas é falso
- Portanto, para o caso analisado, o resultado da fórmula é F

Tabela Verdade da disjunção (OR - OU)

- Utilizado para realizar uma operação binária entre duas proposições quando se deseja obter um resultado falso se, e somente se, as duas proposições forem falsas.
- Símbolo \vee para representar esse conector lógico
- Para construir a Tabela Verdade da disjunção, vamos considerar como entradas as proposições A e B
- Queremos avaliar os resultados para a fórmula $A \vee B$

Figura 4.4 | Tabela Verdade com operador de negação



| | C1 | C2 | C3 |
|----|----|----|------------|
| | A | B | $A \vee B$ |
| L1 | V | V | V |
| L2 | V | F | V |
| L3 | F | V | V |
| L4 | F | F | F |

- Na primeira coluna colocamos a proposição A, na segunda coluna a proposição B e na terceira coluna a fórmula que queremos avaliar
- Na linha 1 (L1), colocamos as proposições A e B com entrada V. Veja na coluna 3 (C3) que a saída para essas entradas também é V
- Na linha 2 (L2), colocamos a proposição A com entrada V e a B com entrada F. Veja na coluna 3 (C3) que a saída para essas entradas é V

- Na linha 3 (L3), colocamos a proposição A com entrada F e a B com entrada V. Veja na coluna 3 (C3) que a saída para essas entradas é V
- Na linha 4 (L4), colocamos as proposições A e B com entrada F. Veja na coluna 3 (C3) que a saída para essas entradas é F
- Como mostra a TV da disjunção, basta que uma entrada seja verdadeira para obtermos um resultado verdadeiro

Tabela Verdade para Negação

- O operador lógico de negação tem a função de inverter, seja uma entrada ou o resultado de uma operação
- Símbolo \neg

Figura 4.5 | Tabela Verdade com operador de negação

a)

Valores invertidos

| A | B | $\neg A$ | $\neg B$ |
|---|---|----------|----------|
| V | V | F | F |
| F | F | V | V |

Conjunção e disjunção

b)

| | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 |
|----|----|----|--------------|--------------------|------------|------------------|
| | A | B | $A \wedge B$ | $\neg(A \wedge B)$ | $A \vee B$ | $\neg(A \vee B)$ |
| L1 | V | V | V | F | V | F |
| L2 | V | F | F | V | V | F |
| L3 | F | V | F | V | V | F |
| L4 | F | F | F | V | F | V |

Parênteses obrigatórios para indicar que a negação é para toda a operação

Negação da conjunção e disjunção

Figura 4.6 | Tabela Verdade com operador de negação

| | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 |
|------|----|----|----------|--------------------|---------------------|
| | A | B | $\neg B$ | $\neg(A \wedge B)$ | $(A \wedge \neg B)$ |
| L1 → | V | V | F | F | F |
| L2 → | V | F | V | V | V |
| L3 → | F | V | F | V | F |
| L4 → | F | F | V | V | F |