

Evolução da lógica

Eduardo Furlan Miranda

2024-08-01



Baseado em: SCHEFFER, VC; VIEIRA, G; LIMA, TPFS.
Lógica Computacional. EDE, 2020. ISBN 978-85-522-
1688-9.

Já visto na aula passada

Revisão rápida

Termos

- **Proposição:** um enunciado, uma frase declarativa
- **Premissas:** proposições que são base para um raciocínio
- **Argumento:** conjunto de enunciados que se relacionam uns com os outros
- **Silogismo:** um raciocínio dedutivo
 - Deduz uma conclusão a partir das premissas
 - Deduzir = concluir (algo) pelo raciocínio
- **Falácia:** argumentos que logicamente estão incorretos

- Em um silogismo  raciocínio dedutivo
- As premissas e conclusões se encaixam de tal forma que,  proposições
 - uma vez que você aceita as premissas como verdadeiras,
 - fica obrigado a aceitar que a conclusão também o é,
 - independentemente do teor do real argumento que está sendo construído

- Considere o seguinte argumento lógico dedutivo:
 - Premissas:
 - Todos os brasileiros torcem pelo Brasil
 - José é brasileiro
 - Conclusão:
 - José torce pelo Brasil

- Ao analisarmos as premissas, não podemos fazer **juízo de valor (opinião)** sobre elas
- O argumento lógico é deduzido a partir daquilo que é colocado como verdade
- A nossa opinião sobre a validade das premissas não pode interferir na elaboração da conclusão

inferir = concluir (algo) pelo raciocínio; deduzir.

Princípios da lógica clássica

- Identidade
 - Não contradição
 - Terceiro excluído
-
- Funcionam como leis
 - Permitem a formulação de conclusões lógicas sobre proposições,
 - mesmo que não estejamos familiarizados com a natureza daquilo que está sendo discutido

Princípios

- Identidade
 - Estabelece que todo objeto é idêntico a si mesmo
 - Qualquer proposição no formato “A é A” tem que ser verdadeira
- Não contradição
 - Busca a especificidade de cada coisa
 - Uma coisa não pode **ser** e **não ser** ao mesmo tempo
 - Uma proposição não pode ser **verdadeira** e **falsa** ao mesmo tempo

Princípios

- Terceiro excluído
 - Toda proposição é verdadeira ou falsa,
 - não havendo uma terceira possibilidade para valoração da proposição

Exemplo

enunciado, frase declarativa

Proposições:

- (I) A Estátua da Liberdade é a Estátua da Liberdade
- (II) O número dois é par
- (III) O número dois é ímpar
- (IV) Meu nome é Carlos

(explicações nos próximos slides)

(I) A Estátua da Liberdade é a Estátua da Liberdade^{11/31}

- Na proposição (I) verificamos o princípio da **identidade**
 - Cada coisa individual é idêntica a si mesma
- Mesmo que não conheçamos a Estátua da Liberdade,
 - podemos estabelecer com certeza e por pura lógica que essa proposição é verdadeira

(II) O número dois é par

(III) O número dois é ímpar

- As proposições (II) e (III) exemplificam aquilo que chamamos de princípio da não contradição
 - o número dois não pode ser, ao mesmo tempo, par e ímpar
- Logo, se a proposição (II) é verdadeira, a proposição (III) necessariamente é falsa

(IV) Meu nome é Carlos

- Na proposição (IV) podemos observar o princípio do terceiro excluído
- Você pode se chamar Carlos (verdade) ou não (falsidade)
- Não há uma terceira possibilidade para essa proposição

Paradoxo

- Paradoxo é um tipo de pensamento ou argumento que, apesar de aparentemente correto,
- apresenta uma **conclusão** ou **consequência** contraditória,
 - em oposição a determinadas verdades **aceitas**

“Parece correto, mas sabemos que não está”

proposição
contrária a
outra



Paradoxo de Aquiles e a tartaruga

Zenão, filósofo grego, 490-430 a.C.

- Aquiles nunca pode alcançar a tartaruga,
 - porque na altura em que atinge o ponto donde a tartaruga partiu, ela ter-se-á deslocado para outro ponto
- Na altura em que alcança esse segundo ponto,
 - ela ter-se-á deslocado de novo
- E assim sucessivamente, *ad infinitum*

A teoria do espaço que está aqui implícita é a que o supõe infinitamente divisível

- É apenas por volta do século XVIII (1700-1800), com o advento do Iluminismo na Europa, quando a era da fé vai gradualmente dando lugar à era da razão, que a lógica volta a figurar como objeto de maior interesse de cientistas e filósofos
- Isaac Newton e filósofos como René Descartes passaram a procurar respostas sobre o funcionamento do universo, indo além dos ensinamentos da igreja
- Com isso, a lógica ressurgiu no pensamento científico para se estabelecer como uma ferramenta essencial da razão

- Período Booleano (1840-1910) de desenvolvimento da lógica
- No final do século XIX (1800-1900) matemáticos desenvolveram a **Lógica Formal**, também chamada de **Lógica Simbólica**, na qual **símbolos computáveis** substituem palavras e proposições
- Os três maiores expoentes desse período foram
 - George Boole (1815-1864)
 - Georg Cantor (1845-1918)
 - Gottlob Frege (1848-1925)

George Boole

- Inventor da Álgebra Booleana
- Primeiro sistema totalmente detalhado que lida com a lógica como cálculo
- 0 e 1 significando falso e verdadeiro
- Propriedades essenciais dos operadores lógicos
- Conjuntos
- Estrutura para se lidar com proposições



enunciado, frase
declarativa

Exemplo

- (A) O Brasil é um país da América do Sul
- (B) Pablo Picasso é um grande jogador de futebol
- Assumindo a primeira proposição como verdadeira e a segunda como falsa, podemos dizer que:
 - (A) = 1
 - (B) = 0

Álgebra Booleana

conectivo lógico (também chamado de operador lógico ou conectivo essencial)

- A **adição** é associada ao conectivo **“ou”**
- Proposição “O Brasil é um país da América do Sul **ou** Pablo Picasso é um grande jogador de futebol”

$$(A) + (B) = 1 + 0 = 1 \quad (\text{Verdadeira})$$

- A **multiplicação** é associada ao conectivo **“e”**
- “O Brasil é um país da América do Sul **e** Pablo Picasso é um grande jogador de futebol”

$$(A) \times (B) = 1 \times 0 = 0 \quad (\text{Falsa})$$

“+” e “×”, similar à álgebra, porém com significado lógico

Georg Cantor

- Idealizador da Teoria de Conjuntos
- A Álgebra dos Conjuntos, advinda da Teoria de Conjuntos,
 - com operações particulares como União (\cup) e Intersecção (\cap)
 - serviu não apenas como uma estrutura de linguagem para a lógica formal,
 - mas também como alicerce de toda a Matemática Moderna

Gottlob Frege

- Criador da chamada **Lógica Matemática**
- Inspirado nas ideias e notações de **Leibniz**,
 - **Frege** reformulou toda a lógica tradicional,
 - construindo um sistema para apresentá-la em linguagem matemática
- É com base em suas obras que se desenvolveram o
 - **cálculo proposicional**
 - **cálculo de predicados**
- Uma de suas maiores contribuições foi a invenção do **quantificador** e a utilização de **variáveis** para formalizar a generalidade da linguagem natural

Gottlob Frege

- Sistema formal cujas noções básicas são fixadas com exatidão e clareza
- Enunciados primitivos
- Regras de inferência
- Tornam possível desenvolver sem qualquer lacuna uma demonstração

Gottlob Frege

- Sistema formal a partir do qual é possível entender com exatidão
 - o que vem a ser uma prova
 - obter provas pela exclusiva utilização de regras formais aplicadas aos axiomas
- Toda a notação (**símbolos**) utilizada pela lógica formal (**lógica simbólica**) nos dias de hoje teve origem com as notações introduzidas por Frege

Operações lógicas

- Quando pensamos, efetuamos muitas vezes certas operações sobre proposições, chamadas operações lógicas
- Estas operações obedecem a regras de um cálculo,
 - denominado cálculo proposicional,
 - semelhante ao da aritmética sobre números
- Os conectivos sentenciais correspondem a
 - várias palavras nas linguagens naturais
 - que servem para conectar proposições declarativas

Principais conectivos

(operações lógicas fundamentais)

26/31

Quadro 1.1 | Operadores lógicos

\sim	O til corresponde à operação lógica NEGAÇÃO. Alguns autores também utilizam o símbolo \leftarrow para designar negação.
\wedge	A cunha corresponde à operação lógica CONJUNÇÃO. Em programação, a conjunção é representada pela palavra AND, ou pelo símbolo $\&$, que corresponde ao conectivo e.
\vee	A letra v corresponde à operação lógica DISJUNÇÃO. Equivale à palavra ou em seu sentido inclusivo. Em programação, a conjunção é também representada pela palavra OR.
\rightarrow	A seta corresponde à operação CONDICIONAL. Em português, corresponde à relação “se ..., então ...”.
\leftrightarrow	A dupla seta corresponde à operação BICONDICIONAL. Em português, corresponde à relação “se, e somente se, ...”.

Exemplo

- Escrever em linguagem simbólica a proposição “João não é gaúcho e Jaime não é paulista”
- Considerar as proposições:
 - p : João é gaúcho
 - q : Jaime é paulista
- Resposta:

$$\sim p \wedge \sim q$$

Período atual da lógica

- Maiores expoentes são
 - Bertrand Russel (1872-1970)
 - Alfred North Whitehead (1861-1947)
- Desenvolvimento de sistemas formais polivalentes
 - valores lógicos verdadeiro e falso (lógica clássica)
 - imprecisões e contradições
 - necessariamente verdadeiro
 - necessariamente falso
 - indeterminado
 - indecidível

Lógicas não clássicas

- Lógicas paracompletas
 - que não respeitam o princípio do terceiro excluído
- Lógicas paraconsistentes
 - que não respeitam o princípio da não contradição
- Lógicas modais
 - que estudam possíveis variações da veracidade ou falsidade
- etc.

Lógicas não clássicas - *fuzzy*

- Modalidade da lógica capaz de tratar **conceitos vagos**,
 - imprecisos ou ambíguos
 - em geral descritos na linguagem natural humana,
 - e convertê-los para um formato numérico,
 - de fácil processamento computacional

fuzzy

- No nosso dia a dia utilizamos conceitos subjetivos para classificar determinadas situações
 - Para chegar ao posto de gasolina, prossiga na rodovia por mais **alguns** metros
 - Para atingir meu peso ideal preciso perder **alguns** quilos
 - Podemos dizer que, devido à atual conjuntura econômica, estamos com uma moeda **estável**
 - A previsão do tempo para amanhã indica que teremos um dia **parcialmente** chuvoso

Conceitos vagos, que não são “sim” ou “não”