

## Введение



• Все ящики не описать

• Рассматриваем только линейные и стационарные

Линейность: 
$$\left. \begin{array}{l} x_1(t) \rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) \rightarrow y_2(t) \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \rightarrow \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$$

Стационарность:  $x(t) \rightarrow y(t) \Rightarrow x(t + \Delta t) \rightarrow y(t + \Delta t)$

Чёрный ящик описывается:

- схемой
- набором параметров  $H$

Любая сх-ма, составленная из RLC, явл-я линейной и стационарной.

## Топологические эл-ты

Ветвь - участок эл. цепи, вдоль к-рого протекает один и тот же  $I$ . Может состоять из  $\geq 1$  идеализированных двухполюсника.

Узел - место соединения ветвей

Кеудративный -  $> 2$  ветвей

Четверитивный - 2 ветви

Контур - любой замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям цепи.

Характериз. направлением обхода, каждая ветвь / узел пропущ. 1 раз

Опас. нам можно записать:

Компонентные ур-я - свойства цепи, опред. её компонентами

Топологические ур-я - свойства цепи, опред. только её топологией

## Правила Кирхгофа

- Закон сохр-я заряда
- Провода не накапливают заряд (узлы)

### I закон Кирхгофа

Алг. сумма мгновенных значений токов всех ветвей, входящих в каждый из узлов в любой момент времени, равна 0.

$$\sum_i i_k = 0.$$

- Потенциальность э. поля
- Консервативность э. поля
- Поток вектора  $\vec{B}$  во времени в цепи не изменяется (несущая среда эл-ов)

### II закон Кирхгофа

Алг. сумма мгновенных значений напряжений всех ветвей, входящих в любой контур обходящийся один раз, равна 0.

### Теорема об эквивалентном генераторе

Ток произвольной ветви линейной эл. цепи не изменится, если абстрактный двухполюсник, к к-му подключена данная ветвь, заменить эквивалентным линейтизированным источником энергии, к-рый может быть представлен последовательной (Тевенин) или параллельной (Нортон) схемой замены. При этом ЭДС идеального источника напряжения равна напряжению холостого хода абстрактного двухполюсника, ток идеального источника тока равен току КЗ абстрактного двухполюсника, а внутреннее сопротивление и проводимость экв. источника равны соответственно комплексным входным сопротивл. и проводимости абстрактного двухполюсника.



Парал. - Нортон



Послед. - Тевенин



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2}; \quad U_{xx} = -I R_2 = -\frac{\mathcal{E} R_2}{R_1 + R_2}$$

напряжения  
тока

Заменяем идеализированный источник ЭДС на перемычку или идеализированный источник тока на разрыв цепи, считаем сопротивление цепи, найденный выходное сопротивление генератора.

Это работает только с независимыми источниками. Для зависимых придется составить систему уравнений (разберись с этим)

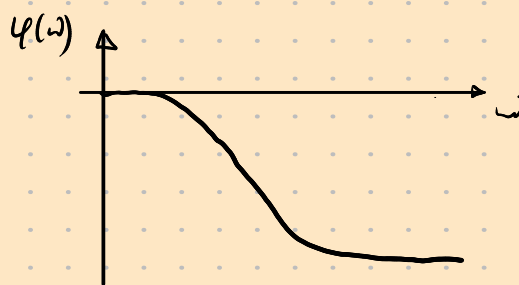
### Частотный анализ характеристик цепи

$$I \cos(\omega t) \rightarrow \boxed{\begin{array}{c} \text{линейный} \\ \text{тепловыделатель} \end{array}} \rightarrow k(\omega) \cdot \cos(\omega t + \varphi(\omega))$$

ЛНВ



$k(\omega)$  - АЧХ



$\varphi(\omega)$  - ФЧХ

Самое полное описание цепи!

Тригонометрические неудобны - переходим к комплексным



$$z = |z| \cos \arg z + i |z| \sin \arg z \quad (\varphi = \arg z)$$

$$e^{ix} = 1 + ix - \frac{x^2}{2} - \frac{ix^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \dots$$

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

$$z = |z| e^{i \arg z}$$

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

$$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

$$\cos \omega t + i \sin \omega t \rightarrow \boxed{\text{ЛНВ}} \rightarrow k(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega)) + (\dots) i \sin(\dots)$$

①   
 $I = \frac{U}{R} \quad \tilde{I} = \frac{\tilde{U}}{R}$

②   
 $I = C \frac{dU}{dt} \quad \tilde{I} = C \frac{d(e^{j\omega t})}{dt} = j\omega C \tilde{U} = \frac{\tilde{U}}{\frac{1}{j\omega C}}$   
*интеграл*

③   
 $U = L \frac{dI}{dt} \quad \tilde{U} = j\omega L \tilde{I}, \quad \tilde{I} = \frac{\tilde{U}}{j\omega L}$

Импеданс - комплексное сопротивление ( $Z$ )

$j = i$  в радиотехнике

Комплексная проводимость -  $Y$

**Линейные цепи 1 порядка**

① Непрерывная RC-цепь



$$\tilde{I} = \frac{\tilde{U}_{\text{вых}}}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$\tilde{U}_{\text{вых}} = \tilde{I} \cdot \frac{1}{j\omega C} = \frac{\tilde{U}_{\text{en}}}{j\omega RC + 1}$$

$$\tilde{U}_{\text{вых}} = \frac{\tilde{U}_{\text{en}}(1 - j\omega RC)}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

Что будет, если на вход подать  $\cos \omega t$ ?

$$U_{\text{вых}} = \text{Re}(\tilde{U}_{\text{вых}}) = (\cos \omega t + \sin \omega \cdot \omega RC) \cdot (1 + \omega^2 R^2 C^2)^{-1}$$

**Анализировать** сигнал:  $\cos \omega t + i \sin \omega t$

$$K(\omega) = \frac{\tilde{U}_{\text{вых}}}{\tilde{U}_{\text{en}}} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$\frac{\tilde{U}_{\text{вых}}}{\tilde{U}_{\text{en}}} = \frac{A_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}}{B_0 \cdot e^{j\omega t}} = \frac{A_0}{B_0} \cdot e^{j(\omega t + \varphi - \omega t)} = \frac{A_0}{B_0} e^{j\varphi}$$

Поиграем с  $Z$  - сгруппируем фазы - аргументы, посмотрим отношение амплитуд

Чтобы найти  $u$ , нужно из  $K(\omega)$  вычислить его действ. часть и без комплексного комплексной части вычислить фазу  $\varphi$  (это  $e^{j\varphi}$ ).

$$K(\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2} = \frac{\frac{1 - j\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}}{\frac{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}} \Rightarrow |K(\omega)| = (1 + \omega^2 R^2 C^2)^{-1/2}$$

$$|1 - j\omega RC| = \sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$





$$\arg K = \varphi = -\arctg \omega RC$$

