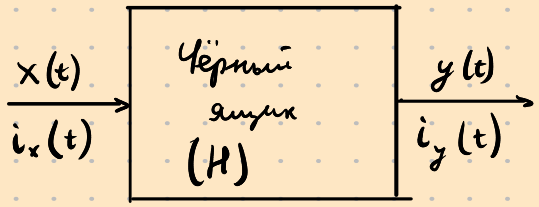
Филатов Иван Васильевич

Введение



- Все ящики не описать
- Рас-иваем только линейные и стационарные

Линейность: $x_1(t) \to y_1(t)$, $x_2(t) \to y_2(t)$ $\Rightarrow \alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \longrightarrow \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$

Стационарность: $x(t) \to y(t) \Rightarrow x(t+\Delta t) \to y(t+\Delta t)$

Чёрный ящик описывается:

- схемой
- набором параметров H

Любая сис-ма, составленная из RLC, яв-ся линейной и стационарной.

Топологические эл-ты

Ветвь - участок эл. цепи, вдоль к-рого протекает один и тот же I. Может состоять из ≥ 1 идеализированных двухполюсника.

Узел - место соединения ветвей

Неустранимый - > 2 ветвей Устранимый - 2 ветви

Контур - любой замкнутый путь, проход. по неск-ким ветвям цепи.

Характериз. направлением обхода, каждая ветвь/узел проход. 1 раз

Относ. им можно записать:

Компонентные ур-я - свойства цепи, опред. её компонентами

Топологические ур-я - свойства цепи, опред. только её топологией

Правила Кирхгофа

- Закон сохр-я заряда
- Проводов не накапливают заряд (узлы)

I закон Кирхгофа

Алг. сумма мгновенных знач-ий токов всех ветвей, подключ. к каждому из узлов в любой момент времени, равна 0.

$\sum_k i_k = 0$.

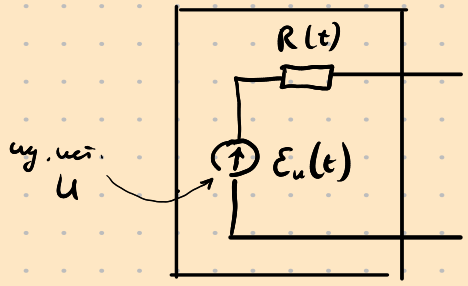
- Потенциальность эл. поля
- Консервативность эл. сил
- Поток вектора $\vec{B}$ во времени в схеме не изменяется (не считая особых эл-ов)

II закон Кирхгофа

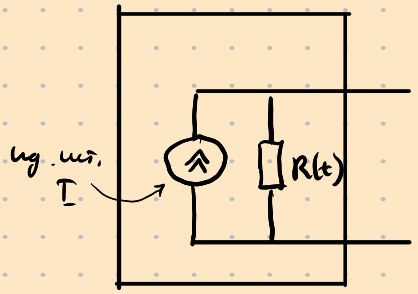
Алг. сумма мгновенных знач-ий напряжений всех ветвей, входящих в любой контур модифицированной цепи, равна 0.

Теорема об эквивалентном генераторе

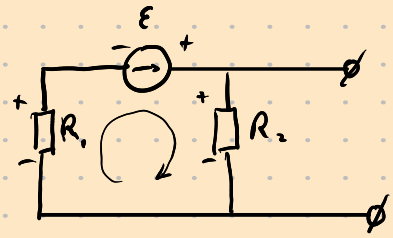
Ток произвольной ветви линейной эл. цепи не изменится, если автономный двухполюсник, к к-му подключена данная ветвь, заменить эквивалентным линеаризованным источником энергии, к-рый может быть представлен последовательной (Тевенена) или параллельной (Нортон) схемой замещения. При этом ЭДС идеального источника напряжения равна напряжению холостого хода автономного двухполюсника, ток идеального источника тока равен току КЗ автономного двухполюсника, а внутреннее сопротивление и проводимость эк. источника равны соотв. комплексным входным сопр-ю и проводимости автономного двухполюсника.



Парал. – Нортон



Послед. – Тевенин



$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}; \quad U_{xx} = -I R_2 = -\frac{\varepsilon R_2}{R_1 + R_2}$$

(холостого хода)

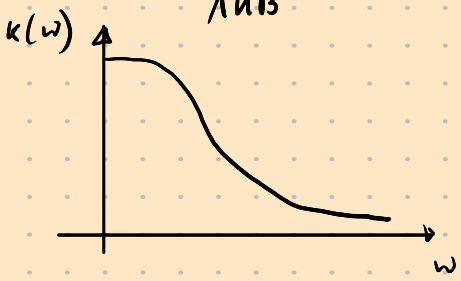
Заменяем идеализированный ист. ЭДС на перемычку или идеализированный ист. тока на разрыв цепи, считаем сопротивление схемы, получаем выходное сопротивление генератора.

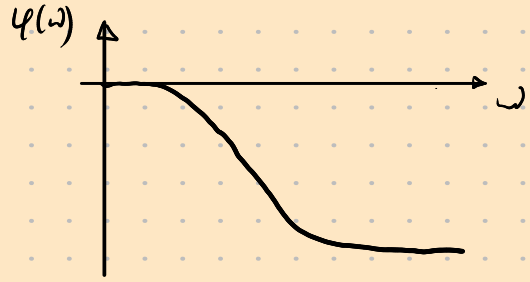
Это работает только с независимыми источниками. Для зависимых придётся составлять сис-му ур-ий (разберись с этим)

Частотный анализ характеристик цепей

$$1 \cdot \cos(\omega t) \rightarrow \boxed{\text{линейный четырёхполюсник}} \rightarrow k(\omega) \cdot \cos(\omega t + \varphi(\omega))$$

ЛИВ



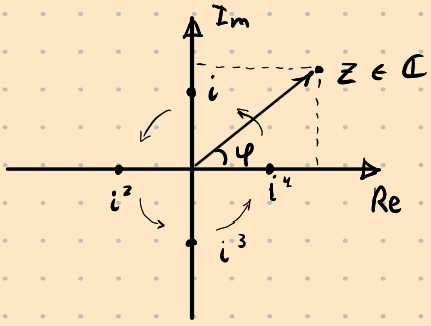


$k(\omega)$ – АЧХ

$\varphi(\omega)$ – ФЧХ

Самое полное описание схемы!

Тригонометрия неудобна – переходим к комплексным



$$z = |z| \cos \arg z + i|z| \sin \arg z \quad (\varphi = \arg z)$$

$$e^{ix} = 1 + ix - \frac{x^2}{2} - \frac{ix^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \dots$$

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

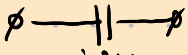
$$z = |z| e^{i \arg z}$$

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \qquad \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

$$\cos \omega t + i \sin \omega t \rightarrow \boxed{\text{ЛИВ}} \rightarrow K(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega)) + (\dots) i \sin(\dots)$$

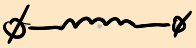
①

$I = \frac{U}{R}$ $\quad \tilde{I} = \frac{\tilde{U}}{R}$

② 

$I = C\frac{dU}{dt}$ $\quad \tilde{I} = C\frac{d(e^{j\omega t})}{dt} = j\omega C\tilde{U} = \frac{\tilde{U}}{\frac{1}{j\omega C}}$

импеданс

③ 

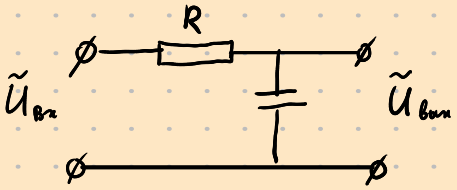
$U = L\frac{dI}{dt}$ $\quad \tilde{U} = j\omega L\tilde{I}$, $\tilde{I} = \frac{\tilde{U}}{j\omega L}$

Импеданс – комплексное сопротивление (Z) $\quad j = i$ в радиотехнике

Комплексная проводимость – Y

Линейные цепи 1 порядка

① Интегрирующая RC – цепь



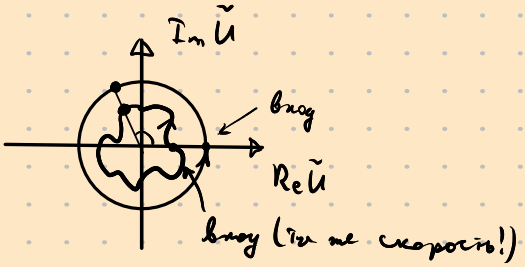
$$\tilde{I} = \frac{\tilde{U}_{вх}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \qquad \tilde{U}_{вых} = \tilde{I}\cdot\frac{1}{j\omega C} = \frac{\tilde{U}_{вх}}{j\omega RC + 1}$$

$$\tilde{U}_{вых} = \frac{\tilde{U}_{вх}(1 - j\omega RC)}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

Что будет, если на вход подать $\cos\omega t$?

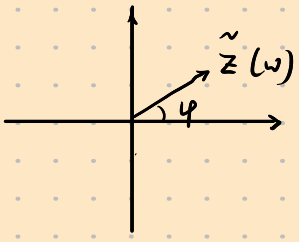
$$U_{вых} = Re(\tilde{U}_{вых}) = (\cos\omega t + \sin\omega\cdot\omega RC)\cdot(1+\omega^2R^2C^2)^{-1}$$

Аналитический сигнал: $\cos\omega t + i\sin\omega t$



$$K(\omega) = \frac{\tilde{U}_{вых}}{\tilde{U}_{вх}} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2R^2C^2}$$

$$\frac{\tilde{U}_{вых}}{\tilde{U}_{вх}} = \frac{A_0\cdot e^{j(\omega t + \varphi)}}{B_0\cdot e^{j\omega t}} = \frac{A_0}{B_0}\cdot e^{j(\omega t + \varphi - \omega t)} = \frac{A_0}{B_0}e^{j\varphi}$$

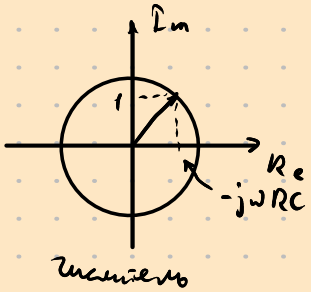


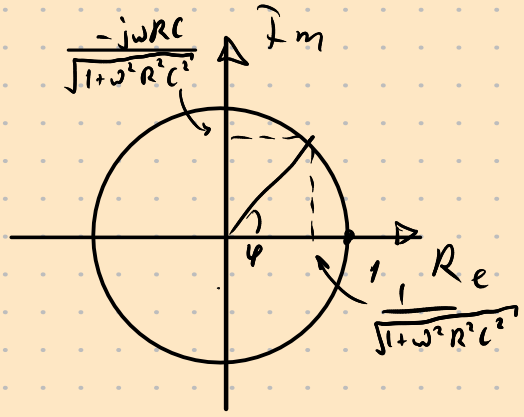
Получаем точку $\tilde{z}$ – сдвиг фаз – аргумент, модуль – соотношение амплитуд

Чтобы найти их, нужно из $K(\omega)$ выделить всю действ. часть и всю комплексную комплексная часть должна иметь модуль 1 (это $e^{j\varphi}$).

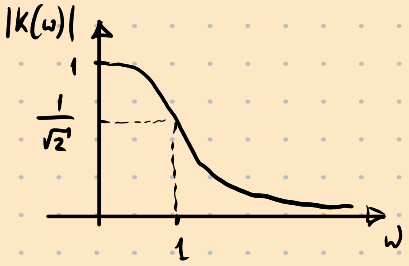
$$K(\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2R^2C^2} = \frac{\frac{1 - j\omega RC}{\sqrt{1+\omega^2R^2C^2}}}{\sqrt{1+\omega^2R^2C^2}} \Rightarrow |K(\omega)| = (1+\omega^2R^2C^2)^{-1/2}$$

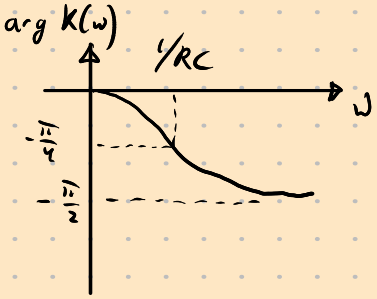
$$|1 - j\omega RC| = \sqrt{1+\omega^2R^2C^2}$$



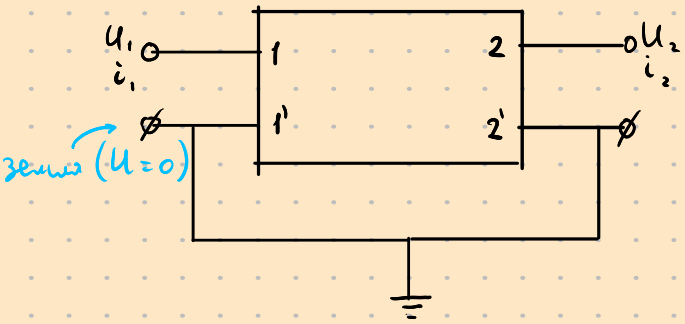


$$\arg K = \varphi = -\operatorname{arctg} \omega RC$$





Линейный четырёхполюсник

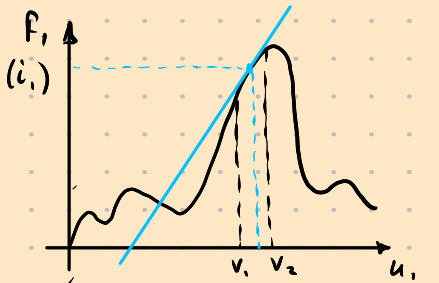


- U_1, U_2 - относительно земли
- Не накапливает заряд
- По выводам земли течёт равный какой ток
- Выбрать независ. переменные (из 2) можно со числом способов (выбор плоскости в 4х мерном пространстве) - любые 2 ЛК U_1, U_2, i_1 и i_2.

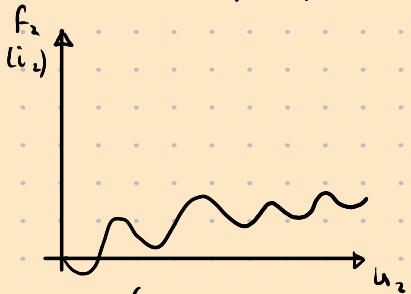
Система g параметров (для безинерционных (только R) цепей!)

Система из 2 линейных ур-ий, описывающих четырёхполюсник, например:

$$\begin{cases} i_1 = f_1(u_1, u_2) \\ i_2 = f_2(u_1, u_2) \end{cases}$$



(при пост-ом $u_2 = const$)



($u_1 = const$)

Т.е. четырёхполюсник задаётся двумя характеристиками f_1 и f_2.

Пусть для f_1 и f_2 они

- Непрерывны
- Произв. $\neq \infty$

Т.е. их можно линеаризовать в окрестности рабочей точки.

$$di_1 = \frac{\partial f_1}{\partial u_1} du_1 + \frac{\partial f_1}{\partial u_2} du_2 \qquad di_2 = \frac{\partial f_2}{\partial u_1} du_1 + \frac{\partial f_2}{\partial u_2} du_2$$

$= const$ при фикс. u_1 и u_2

При $u_1 = const$, $u_2 = const$ получаем 4 константы, характ. четырёхполюсник.

Физ. смысл производных:

1. $\frac{di_1}{du_1} = g_{11}$ – входная проводимость

2. $\frac{di_1}{du_2} = g_{12}$ – обратная проходная проводимость

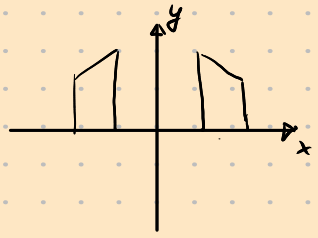
3. $\frac{di_2}{du_1} = g_{21}$ – прямая проходная проводимость

4. $\frac{di_2}{du_2} = g_{22}$ – выходная проводимость

Аналитический сигнал (вносятся L и C – инерционность)

Вещественный сигнал – зависимость некой ЛК u и i от времени. При преобр-ии Фурье обязательно получится симметричный спектр (он симметричен относ. Oy с точностью до комплексного сопряжения, а мнимая часть = 0).

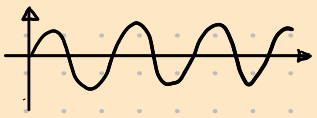
Это неудобно – приходится работать с кучей sin и cos.



Добавим к сигналу комплексную добавку – такую, что левая (правая) часть спектра сигнала обнулится.

Выйдет аналитический сигнал. Получается два провода – один с действ. частью сигнала, другой – с мнимой. Используя аналит. сигнал, можно рас-ивать инерционные цепи.

Сигнал будет подан как бы бесконечно давно и длиться бесконечно долго.

$x(t) =$ 

$\tilde{x}(t) = A_0 e^{j(\omega t + \varphi)} = A_0 \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t}$ – аналитический сигнал. $|e^{j\omega t}| = 1$

$A_0(\omega)$, $\varphi(\omega)$. $A_0(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$ – комплексная амплитуда

$e^{j\omega t}$ – комплексная вращающаяся экспонента.

Y – параметры (комплексные)

$$\tilde{I}_1 = Y_{11} \cdot \tilde{U}_1 + Y_{12} \tilde{U}_2 \qquad \tilde{I}_2 = Y_{21} \tilde{U}_1 + Y_{22} \tilde{U}_2$$

При поиске Y_{1x} $\tilde{U}_2$ закоротил (закорачивают выход), аналогично для Y_{2x}.

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = Y \times \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

Если взять I_1 и I_2 как узлы, математика та же:

$$du_1 = \frac{\partial u_1}{\partial i_1} di_1 + \frac{\partial u_2}{\partial i_1} di_2$$

$$du_2 = \frac{\partial u_2}{\partial i_2} di_1 + \frac{\partial u_2}{\partial i_2} di_2$$

– здесь коэф-ты это сопротивления

Смотря на анализ. схемы:

$$u_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$

$$u_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = Z \times \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

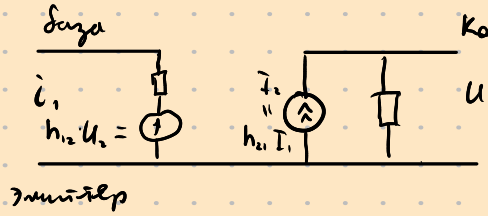
Связь: $Z_{11} = \frac{Y_{22}}{|Y|}$ $\quad Z_{12} = -\frac{Y_{12}}{|Y|}$

$Z_{21} = -\frac{Y_{21}}{|Y|}$ $\quad Z_{22} = \frac{Y_{22}}{|Y|}$

H - параметры

$$\begin{cases} U_1 = h_{11} I_1 + h_{12} U_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} U_2 \end{cases}$$

– полезно для биполярных транзисторов



– аналогичная биполяр. транзистору схема

h_{21} – передача по постоянному току (стр.) $\quad h_{11}$ – входное сопротивление

h_{12} – (стр.) $\quad h_{22}$ – выходная проводимость (стр.)

(стр.) – справочная величина

Связь: $h_{11} = \frac{|Z|}{Z_{22}}$ $\quad h_{12} = -\frac{Z_{12}}{Z_{22}}$

$h_{21} = -\frac{Z_{21}}{Z_{22}}$ $\quad h_{22} = \frac{1}{Z_{22}}$