

Решебов Убак Вадимович

Биография



- Все ящики не линейные
- Пол-ящиком такое описание и стационарное

Линейность: $\begin{aligned} x_1(t) &\rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) &\rightarrow y_2(t) \end{aligned} \quad \left. \right\} \Rightarrow \alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \rightarrow \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$

Стационарность: $x(t) \rightarrow y(t) \Rightarrow x(t+\Delta t) \rightarrow y(t+\Delta t)$

Черный ящик описывается:

- сканом
- набором параметров H

Модель сис-мы, состоящая из RLC, об-в линейной и стационарной.

Технические зв-зы

Безб-голосок зв. чисто, если к-рое проходит один и тот же T. Может состоять из ≥ 1 независимых двухчастотных.

Узел - место соединения бербен

Каскадный \rightarrow 2 бербена Учебный - 2 бербена

Контур - модуль замкнутой цепи, проход. по всем-му бербену чисто.

Хар-сигнал. управляемый однога, который бербен / узел проходит 1 раз

Одна. или можно заменить:

Комплементные ур-я - симметрическ., спр-ж. ее комплемент

Технические ур-я - симметрическ., спр-ж. то же ее трансформ

Правило Курикоффа

- Закон сохр-я заряда
- Продел не накапливает заряд (заряда)

I Закон Курикоффа

Алг. сумма измененных зарядов всех батарей, находящихся в контуре из узлов в моделях имеет временн., равна 0.

$$\sum i_k = 0.$$

- Потенциалность з.н.
- Консервативность з.н.
- Полное значение \vec{B} во времени в сечении не изменяется (не меняет смысла з.н.)

II Закон Курикоффа

Алг. сумма измененных зарядов напряжения всех батарей, находящихся в моделях контура подвергнуты изменениям, равны 0.

Теорема об эквивалентном генераторе

Так производимых батарей имеющих з.н. всем не изменяется, если изменение генераторов, и к-рые находятся за пределами, заменив эквивалентным генератором источником энергии, к-рой имеет один присоединенный конденсатор (Telenaut) или напряжение (Нертон) с теми же изменениями. При этом ЭДС генератора изменится напротиво, чтобы обеспечить одинаковую работу генератора при этом же изменении з.н. альтернативного генератора, а соответствующее соединение и производимое з.н. исходная работа з.н. конденсатором будет конст. и производимым источником генератора.



Нортон - Нертон



Нортон - Теленут



$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} ; U_{xx} = - I R_2 = - \frac{E R_2}{R_1 + R_2}$$

Зависимость тока в цепи от ЭДС нелинейна, т.к. она не линейна на разрыве цепи, однако сопротивление очень малое вблизи места разрыва.

Это подходит только к неизвестному источнику. Для зависимостей приведены зависимости для ин. ур-ий (различие с этим)

Частотный анализ характеристики цепей

$$I \cos(\omega t) \rightarrow \boxed{\text{линейное звено}} \rightarrow K(\omega) \cdot \cos(\omega t + \varphi(\omega))$$



$$K(\omega) = A_{UX}$$



$$\varphi(\omega) = \varphi_{UX}$$

Cause нормальное описание цепи!

Типичные признаки - переходы в комплексной



$$z = |z| \cos \arg z + i |z| \sin \arg z \quad (\varphi = \arg z)$$

$$e^{ix} = 1 + ix - \frac{x^2}{2} - \frac{ix^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \dots$$

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

$$z = |z| e^{i \arg z}$$

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \quad \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

$$\cos \omega t + i \sin \omega t \rightarrow \boxed{\text{ЛНВ}} \rightarrow K(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega)) + (...) i \sin(...)$$



$$I = \frac{U}{R} \quad \tilde{I} = \frac{\tilde{U}}{R}$$



$$I = C \frac{dU}{dt}$$

$$\tilde{I} = C \frac{d(e^{j\omega t})}{dt} = j\omega C \tilde{U} = \frac{\tilde{U}}{\frac{1}{j\omega C}}$$

unegative



$$U = L \frac{dI}{dt} \quad \tilde{U} = j\omega L \tilde{I}, \quad \tilde{I} = \frac{\tilde{U}}{j\omega L}$$

Численное значение (Z) $j = i$ в радиоэлектронике

Комплексная проводимость - Y

Линейные цепи с нагрузкой

1. Частотные характеристики RC-цепи

$$\begin{array}{c} \text{Diagram of an RC series circuit with voltage } U_{in} \text{ at the input and } U_{out} \text{ at the output.} \\ U_{in} \xrightarrow{R} \xrightarrow{C} U_{out} \\ \text{Current: } \tilde{I} = \frac{\tilde{U}_{in}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \\ \text{Voltage drop across the load: } \tilde{U}_{load} = \tilde{I} \cdot \frac{1}{j\omega C} = \frac{\tilde{U}_{in}}{j\omega RC + 1} \\ \tilde{U}_{load} = \frac{\tilde{U}_{in}(1 - j\omega RC)}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \end{array}$$

Что будет, если на вход подать $\cos \omega t$?

$$U_{out} = \operatorname{Re}(\tilde{U}_{out}) = (\cos \omega t + \sin \omega t \cdot j\omega RC) \cdot (1 + \omega^2 R^2 C^2)^{-1}$$

Амплитудно-фазовая характеристика: $\cos \omega t + i \sin \omega t$

$$K(\omega) = \frac{\tilde{U}_{out}}{\tilde{U}_{in}} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

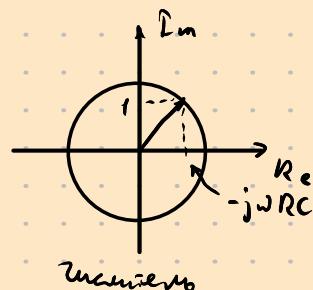
$$\frac{\tilde{U}_{out}}{\tilde{U}_{in}} = \frac{A_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}}{B_0 \cdot e^{j\omega t}} = \frac{A_0}{B_0} \cdot e^{j(\omega t + \varphi - \omega t)} = \frac{A_0}{B_0} e^{j\varphi}$$

Расстояние между Z -叫做 фаза - аргумент, расстояние до оси $\operatorname{Im} \tilde{U}$ - называется амплитудой.

Чтобы найти ее, нужно из $K(\omega)$ выделить вещественную часть и брать комплексное сопротивление, имеющее фазу φ ($\Rightarrow A_0 e^{j\varphi}$).

$$K(\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2} = \frac{\frac{1 - j\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \Rightarrow |K(\omega)| = (1 + \omega^2 R^2 C^2)^{-1/2}$$

$$|1 - j\omega RC| = \sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$





$$\arg K = \varphi = -\arctg wRC$$



линейной стабилизации



- U_1, U_2 - относительно земли
- Не насыщает зажиг
- По боковым зажимам зажиг неоднократно
- Видят неоднократное (из 2) зажигание
о чистом синусоиде (видим максимум в двух первых проекциях) - модуль $\approx \text{НК } U_1, U_2, i_1, i_2$.

Система с параметрами (из линейных зависимостей (такие R) зажиг!)

Система из 2 линейных ур-ий, определяющих зависимость, например:

$$\begin{cases} i_1 = f_1(U_1, U_2) \\ i_2 = f_2(U_1, U_2) \end{cases}$$

Т.е. зависимость зажигания
относительно напряжений F_1 и F_2 .



Прием из F_1 и F_2 ом

- Нелинейны
- Периодич. + ∞

Т.е. мы можем использовать в качестве подачи тока.

$$di_1 = \left(\frac{\partial f_1}{\partial U_1} \right) dU_1 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial U_2} \right) dU_2 \quad di_2 = \left(\frac{\partial f_2}{\partial U_1} \right) dU_1 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial U_2} \right) dU_2$$

$= \text{const}$ при одинак. U_1 и U_2

При $U_1 = \text{const}$, $U_2 = \text{const}$ мы имеем квадратичную зависимость.

Приз. симпл производных:

$$1. \frac{\partial i_1}{\partial u_1} = g_{11} - \text{бюджет производности}$$

$$3. \frac{\partial i_2}{\partial u_1} = g_{21} - \text{пред пред производности производности}$$

$$2. \frac{\partial i_1}{\partial u_2} = g_{12} - \text{обратная производная производности}$$

$$4. \frac{\partial i_2}{\partial u_2} = g_{22} - \text{бюджет производности}$$

Амплитудный сигнал (безразмерн. $h \in C$ - неизменн.)

Вещественный сигнал - залежання нек-ої АК h від часу. При преобр-нн θ у часі одержано певніше симетричний спектр (на симетричн. осн. D_θ складаємо зо комплексного складення, а умова $z_0 = 0$).

Це незадовільно - производство підходить з коеф. $\sin \omega \cos$.

Додавши до сигналу комплексну фазу - добре,

також (правий) зо спектра стає від'ємним.

Виваж амплитудний сигнал. Поясніть що працює - сум із генер. зважу сигнал, згортн - з умовою. Поясніть ампл. сигнал, якщо під-вбати неизменній член.

Сигнал дієт. важливий та дає можливість побудувати зважу сигнал.



$$x(t) = \begin{cases} 1 & t \in [0, T] \\ 0 & t \in [T, 2T] \end{cases}$$

$$\tilde{x}(t) = A_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = A_0 \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t} \quad - \text{амплитудний сигнал}. |e^{j\omega t}| = 1$$

$$A_0(\omega), \varphi(\omega). \quad A_0(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} - \text{комплексна амплітуда}$$

$$e^{j\omega t} - \text{комплексна вращаючася складення.}$$

Y -матриця (комплексна)

$$\tilde{I}_1 = Y_{11} \cdot \tilde{U}_1 + Y_{12} \tilde{U}_2$$

$$\tilde{I}_2 = Y_{21} \tilde{U}_1 + Y_{22} \tilde{U}_2$$

При пошуку Y_{11}, \tilde{U}_1 запускаємо (захоплюємо вхід), аналогічно Y_{22} .

$$\begin{pmatrix} \tilde{I}_1 \\ \tilde{I}_2 \end{pmatrix} = Y \times \begin{pmatrix} \tilde{U}_1 \\ \tilde{U}_2 \end{pmatrix}$$

Если бы в I_1 и I_2 как неизб., наименование то же:

$$dU_1 = \frac{\partial U_1}{\partial I_1} dI_1 + \frac{\partial U_1}{\partial I_2} dI_2$$

$$dU_2 = \frac{\partial U_2}{\partial I_1} dI_1 + \frac{\partial U_2}{\partial I_2} dI_2$$

- зглоба композиции сопротивлений

Следует на анод. цепи:

$$U_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$

$$U_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = Z \times \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Чтобы: } Z_{11} = \frac{Y_{22}}{|Y|} \quad Z_{12} = -\frac{Y_{12}}{|Y|}$$

$$Z_{21} = -\frac{Y_{21}}{|Y|} \quad Z_{22} = \frac{Y_{11}}{|Y|}$$

H-параметры

$$\begin{cases} U_1 = h_{11} I_1 + h_{12} U_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} U_2 \end{cases}$$

- называю же динамическими транзисторов

Формула



Коммутатор

U_2

- аналогичные дин. транзисторы схема

пример

h_{21} - неизвестна но известны токи (нп.) h_{11} - бывшее сопротивление

h_{12} -

(нп.) h_{22} - Былаческая проводимость (нп.)

(нп.) - изображение линиера

$$\text{Чтобы: } h_{11} = \frac{|Z|}{Z_{22}} \quad h_{12} = -\frac{Z_{12}}{Z_{22}}$$

$$h_{21} = -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} \quad h_{22} = \frac{1}{Z_{22}}$$

Комплексный коэф-т передачи



Анализируемый - из ТФКП

Комплексная зона в реальном не поддается
 $|e^{j\omega t}| = 1$

$K(j\omega)$ - комплексный коэф-т передачи

$$K(j\omega) = \frac{B_{lm}}{B_{ls}} = \frac{B(\omega) e^{j\varphi(\omega)} e^{j\omega t}}{A_0 e^{j\varphi_0} e^{j\omega t}} = \frac{B(\omega)}{A_0} \cdot e^{j(\varphi(\omega) - \varphi_0)}$$

Надо анализ. сущн с огн. спектром можно поглощать в $K(j\omega)$ same дает

$$\textcircled{=} \frac{B_n \cdot \omega^n + B_{n-1} \cdot \omega^{n-1} + \dots + B_0}{A_n \cdot \omega^n + A_{n-1} \cdot \omega^{n-1} + \dots + A_0} = \frac{B_0 \cdot (\omega - b_1) \cdot (\omega - b_2) \cdot \dots \cdot (\omega - b_n)}{A_0 \cdot (\omega - a_1) \cdot (\omega - a_2) \cdot \dots \cdot (\omega - a_m)}$$

сущн упрощение фиг.

сущн упрощение фиг.

(одна сложн загоря разложением)

Частица:

- Когда $\omega = b_k$, $|K| = 0$
- Когда $\omega = a_k$, Выходит осадка.

$$\textcircled{=} \frac{B_0}{A_0} \cdot \frac{|(\omega - b_1)| \cdot e^{j\arg(\omega - b_1)} \cdots |(\omega - b_n)| \cdot e^{j\arg(\omega - b_n)}}{|(\omega - a_1)| \cdot e^{j\arg(\omega - a_1)} \cdots |(\omega - a_m)| \cdot e^{j\arg(\omega - a_m)}} = \frac{B_0}{A_0} \cdot \frac{\prod_{k=1}^n |(\omega - b_k)|}{\prod_{p=1}^m |(\omega - a_p)|} \cdot e^{j \sum_{k=1}^n \arg(\omega - b_k) - j \sum_{p=1}^m \arg(\omega - a_p)}$$

"Нузы" - корни числителя (b_i)

"Полосы" - корни знаменателя (a_i)

ω гармон. добр. комплексной (ρ), where от комплексной сп-ли приводят передач к фиг-ам.

$$\text{Im } \rho = j\omega, \theta = 0^\circ$$



$$\frac{B(\omega)}{A_0} \cdot e^{j(\varphi(\omega) - \varphi_0)} = \frac{B_n \cdot \rho^n + B_{n-1} \cdot \rho^{n-1} + \dots + B_0}{A_n \cdot \rho^n + A_{n-1} \cdot \rho^{n-1} + \dots + A_0} = \dots$$

Но на самом деле, нужно в $\frac{B_0}{A_0}$ менять значение фазы на $\theta = 0^\circ$.

$\rho = j\omega + 0^\circ$ - это же - то комплексной частоты, $0^\circ = 0$.

Учите, что при этом изменяется фаза φ - то же самое.

$$K(j\omega) = \frac{|j\omega - b_1|}{|j\omega - a_1|} \cdot e^{j(\arg(j\omega - b_1) - \arg(j\omega - a_1))}$$

$|K(j\omega)| =$ отношение длин векторов из фиг и из навара

$$|K(j\omega)| = \frac{\sqrt{b_1^2 + \omega^2}}{\sqrt{a_1^2 + \omega^2}} - AUX \quad \arg K(j\omega) = \varphi_B - \varphi_A - \phiUX$$

Пример $a_1 = -b_1$.



Инерцирующая RC-система



$$K(j\omega) = \frac{\tilde{U}_{out}}{R + \frac{1}{j\omega C} \cdot j\omega C \tilde{U}_{in}} = \frac{1}{j\omega RC + 1} = \frac{1}{RC(j\omega + \frac{1}{RC})}$$

Tak repayrem
(nem repay, kongeneratsiya)

$$= \frac{1}{RC(p + \frac{1}{RC})} \quad a_1 = -\frac{1}{RC} \quad \frac{b_0}{a_0} = \frac{1}{RC}$$

$$|K| = \frac{1}{RC} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{RC^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad -A_{UX}$$



$$\arg K = -\arctan(\omega RC) \quad -\varphi_{UX}$$



Дискретизирующая RC-система



$$K(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{j\omega RC + 1} = \frac{j\omega - \omega_0}{j\omega + \frac{1}{RC}}$$



AUX

OPUX

Не вещественное нулю / ненулевое значение имагинарной части. Re < 0, even though 1 - вещественное

Однородные дифференциальные уравнения



$$C_n \frac{df^{(n)}}{dt} + C_{n-1} \frac{df^{(n-1)}}{dt} + \dots = \dots$$

Заменим $f^{(n)}$ на p^n , $f^{(n-1)}$ на p^{n-1} , ...

Получаем характеристическое уравнение.

Корни полученного уравнения дают решения дифгр. ур-я.

$$\frac{df^{(n)}}{dt^{(n)}} \rightarrow p^n$$

- означает, с помощью к-поса можно решать задачи

$$\int f(t) dt \rightarrow \frac{1}{p}$$

Непрерывная форма $x(t)$ и ее спектр (преобразование Фурье):

$$F(\omega) = C \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

↑ Континуум!

- спектр этого нигде не непрерывен и не сконцентрирован



Можно представить её как суммой бесконечного количества к-посов Хевишига, иначе говоря, когда сконцентрировано непрерывно.

Всегда имеем кратные преодр-е, always универсальный подход: умножим $f(t)$ на $e^{-\sigma t}$.

Также все к-поса можно организовать такими же.

$$F(p) = \int_0^{+\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt; \text{ обозначим } p = j\omega + \sigma - \text{ преодр-е лампаса (пренес)}$$

"это очевидно, он будет звучать так."

При этом всегда будем, что при $t=0$ $f(t)=0$, иначе лампа не будет светить (когда непрерывно не разбирается от сигнала $e^{-\sigma t}$).

$F(p)$ - лампа - отражение

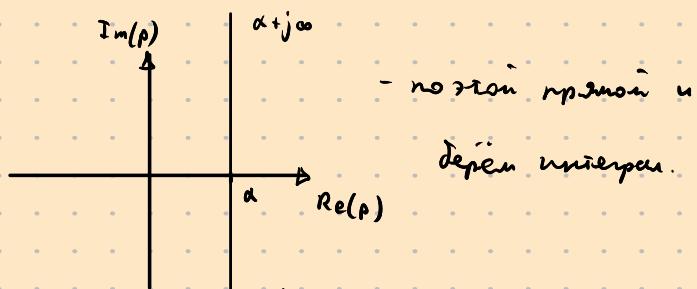
Числовые признаки засечки интеграла

- Каждое засечки засечки разности разности t -го порядка на конечном конечном отрезке $\forall t \rightarrow \exists A, \alpha \leq 1, h, : |f(t+h) - f(t)| \leq A|h|$ - оп. способом засечки на конечном отрезке (дифференцируемо?)
- $\forall t < 0 \rightarrow f(t) = 0$
- $\exists M > 0, s_0 > 0 : \forall t \rightarrow |f(t)| \leq M e^{s_0 t}$ - оп. способом засечки на монотонном отрезке

$$f(t) \stackrel{def}{=} F(p) - f(t) \text{ - есть } \lim_{p \rightarrow t} F(p)$$

Однозначное преобразование $p \mapsto t$.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty} \frac{1}{p} e^{pt} dp$$



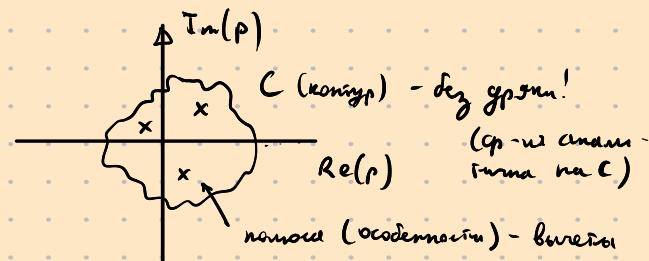
В ТФКП не применяется засечки интеграла.

Однозначный результат: теорема Коши о бирезаках.

$$\int_C q(p) dp = 2\pi i \cdot \sum \operatorname{res} q(p) \quad (\text{засечки бирезаков})$$

(бирезак конипса)

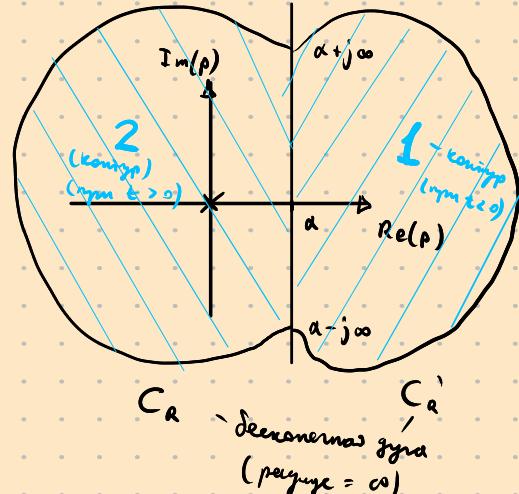
$\operatorname{res} q(p)$ - бирезак оп-ум $q(p)$



Если в оп-ум есть осадимости, применяются не в поле Тейлора, а вот в засечки поле!

$$f(p) = \dots + \underbrace{\frac{1}{p^2} C_{-2}}_{\text{многие засечки}} + \underbrace{\left(C_{-1} \frac{1}{p} + C_0 + C_1 p + C_2 p^2 + \dots \right)}_{\text{бирезак оп-ум}} \quad - \text{поле засечки}$$

C_{-1} - это засечки, есть в засечки



При $t < 0$ по засечки Моргуана $\int_{C_R'} \dots = 0$

$$\int_{\text{засечки!}} \dots = \int_L \dots - \int_{C_R} \dots = 0 - 0 = 0 \quad f(t) = 0$$

При $t > 0$ конипс 1 не содержит осадимостей (один засечки: $\frac{1}{p} - 8$ засечки) $\Rightarrow \int_1 \dots = 0$

При $t \geq 0$

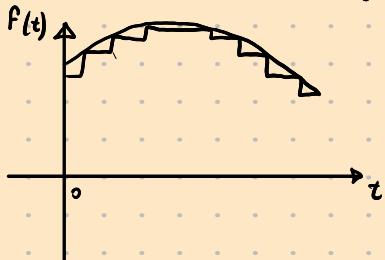
Бирезак засечки, забава он 1 ($z \rightarrow 0, e^{pt} \rightarrow 1 \Rightarrow$ засечки осадимости: $\frac{1}{p} \Rightarrow C_{-1} - 1$)

$$\int_2 \dots = 2\pi i \quad \int_1 \dots = \int_2 \dots - \int_{C_R} \dots = 2\pi i$$

$$F(t) = \frac{2\pi i}{2\pi i} = 1 \quad - \text{q-p-u2 Xebucanya!}$$

T.e. $F(p) = \frac{1}{p}$ gur q-p-u2 Xebucanya.

Прегледуем ноды q-p-u2 8 бүгээ нададаа өгүүнийн саралт, тонга ээс тохио нүүцлэхэдэээсээс нь хамаарж. e^{-pt} - өгүүнийн q-p-u2 Xebucanya нийн нүүцлэхэдэээсээс нь хамаарж. e^{-pt} - өгүүнийн q-p-u2 Xebucanya нийн нүүцлэхэдэээсээс нь хамаарж.



$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} e^{pt} \left\{ \sum f(\tau_x) e^{-p\tau_x} \Delta' \tau_x \right\} dp$$

$$\Delta' \tau_x = \frac{-e^{-p\Delta \tau_x}}{p} = \Delta \tau_x - \frac{(\Delta \tau_x)^2}{2!} + \dots - \text{рэз түндээрэй}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} e^{pt} \left\{ \int_0^t f(t') e^{-p t'} dt' \right\} dp \quad - \text{одоогийн нүүцлэхэдээсээс нь хамаарж}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} e^{pt} F(p) dp$$

$f(t)$ - q-p-u2 Xebucanya.

$$F(p) = \int_0^{+\infty} i(t) e^{-pt} dt = -\frac{1}{p} e^{-pt} \Big|_0^{+\infty} = \frac{1}{p}$$

$$G(p) = \int_0^{\infty} e^{p_0 t} e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} e^{-(p-p_0)t} dt = -\frac{1}{p-p_0} e^{-(p-p_0)t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{p-p_0}$$

Нийгүүлж, тийм

$$i(t) = \frac{1}{p} \quad e^{p_0 t} \cdot i(t) = \frac{1}{p-p_0}$$

Ихэвчлийн нүүцлэхэдээс үзүүлж, ялангуяа түүхийн нийтийн нүүцлэхэдээсээсээсээс нь хамаарж.

Совсивын нүүцлэхэдээсээсээс нь хамаарж

1° Ичинчилж

$$\int_0^{\infty} (\alpha f(t) + \beta g(t)) e^{-pt} dt = \alpha \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt + \beta \int_0^{\infty} g(t) e^{-pt} dt$$

$$\alpha f(t) + \beta g(t) = \alpha F(p) + \beta G(p)$$

$$\sin \omega t = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j}, \quad \cos \omega t = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$$

Ихэвчлийн нүүцлэхэдээсээс нь хамаарж.

$$\sin \omega t \doteq \frac{1}{2j} \left(\frac{1}{p-j\omega} - \frac{1}{p+j\omega} \right) = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$$

$$\cos \omega t \doteq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p-j\omega} + \frac{1}{p+j\omega} \right) = \frac{p}{p^2 + \omega^2}$$

$$\operatorname{sh} \omega t \doteq \frac{\omega}{p^2 - \omega^2}$$

$$\operatorname{ch} \omega t \doteq \frac{p}{p^2 - \omega^2}$$

2° Таблица номинал

$$f(t) \doteq F(p)$$

$$f(\alpha t) \doteq \int_0^\infty f(\alpha t) e^{-pt} dt = \frac{1}{\alpha} \int_0^\infty f(t) e^{-p\frac{t}{\alpha}} dt = \frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$$

3° Дифференцирование ортранс

$$f'(t) \doteq F(p)$$

$$f'(t) \doteq \int_0^\infty \underbrace{f'(t)}_{u'} \underbrace{e^{-pt} dt}_{v} = f(t) e^{-pt} \Big|_0^\infty - \int_0^\infty f(t) (-p) e^{-pt} dt = -f(0) + pF(p)$$

$$f^{(n)}(t) \doteq p^n F(p) - \sum_{i=0}^{n-1} p^{n-i-1} f^{(i)}(0)$$

4° Дифференцирование изотранс

$$F(p) \doteq f(t) \quad (\text{изотранс преобр-е})$$

$$F'(p) = \left(\int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt \right)'_p = - \int_0^\infty t f(t) e^{-pt} dt$$

$$F^{(n)}(p) \doteq (-t)^n f(t)$$

$$t^n \doteq (-1)^n \left(\frac{1}{p} \right)^{(n)} = \frac{n!}{p^{n+1}}$$

$$t^n e^{pt} \doteq \frac{n!}{(p-p_0)^{n+1}}$$

5° Интегрирование ортранс

$$f(t) \doteq F(p)$$

$$g(t) = \int_0^t f(t) dt \quad g(t) \doteq G(p)$$

$$F(t) = g'(t) \doteq F(p) = pG(p)$$

$$G(p) = p^{-1} F(p)$$

6⁰ Интегрирование изображения

$$F(p) \doteq f(t)$$

$$\int_p^{\infty} F(p) dp - \text{изображение}$$

$$\int_p^{\infty} F(p) dp = \int_p^{\infty} \left\{ \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt \right\} dp = \int_0^{\infty} f(t) dt \int_p^{\infty} e^{-pt} dp = \int_0^{\infty} \frac{f(t)}{t} e^{-pt} dt$$

\uparrow изложение неправильное интегрирование

$$\int_p^{\infty} F(p) dp \doteq \frac{f(t)}{t}$$

$$e^{pt} - e^{at} \doteq \frac{1}{p-a} - \frac{1}{p-a}$$

$$\frac{e^{pt} - e^{at}}{t} \doteq \int_p^{\infty} \left(\frac{1}{p-a} - \frac{1}{p-a} \right) dp = \ln \frac{p-a}{p-a}$$

7⁰ Теорема замены изображения

$$f(t) \doteq F(p)$$

$$f(t-t) \doteq \int_t^{\infty} f(t-t) e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} f(t_1) e^{-(t_1+t)} dt_1 = e^{-pt} F(p)$$

$t_1 = t-t$

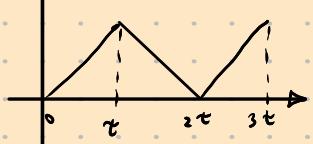


$$f(t) = A(1(t) - 21(t-t) + 2 \cdot 1(t-2t) - \dots)$$

$$F(p) = \frac{A}{p} \left(1 - 2 \frac{e^{-pt}}{1 - e^{-pt}} \right)$$

Меняется

$$F(p) = \frac{A}{p^2} \left(1 - 2 \frac{e^{-pt}}{1 - e^{-pt}} \right)$$



8º Teorema convolutionis

$$F(p) \doteq f(t)$$

$$F(p-p_0) \doteq ?$$

$$F(p-p_0) = \int_0^\infty f(t) e^{-(p-p_0)t} dt = \int_0^\infty (f(t) e^{p_0 t}) e^{-pt} dt$$

$$e^{-pt} \sin \omega t \doteq \frac{\omega}{(p+\lambda)^2 + \omega^2}$$

$$e^{-pt} t^n \doteq \frac{n!}{(p+\lambda)^{n+1}}$$

9º Teorema умножения - *бесконечное произведение*

$$f(t) \doteq F(p) \quad g(t) \doteq G(p)$$

$$F(p) \cdot G(p) \doteq ?$$

$$\int_0^t f(\tau) g(t-\tau) d\tau = \int_0^\infty e^{-pt} dt \int_0^t f(t) g(t-t) dt = \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt \int_0^\infty g(t) e^{-pt} dt =$$

$$= F(p) \cdot G(p)$$

$$\int_0^t f(t) g(t-t) dt - \text{интеграл свёртки}$$

Есан оңайында оның үз-үзін интеграл жарнамасын, дәржін - барынан бергенінде, бескінчелік бергеніндең дүйесіндең таңынан сабакта - көмек көрсеткеме жағынан

$$p F(p) G(p) = f(0) G(p) + \{p F(p) - f(0)\} G(p) \doteq f(0) g(t) + \int_0^t g(t) \cdot f'(t-t) dt =$$

Интеграл Дюамеля

$$= g(0) f(t) + \int_0^t f(\tau) g'(t-\tau) d\tau$$

10º Обратная теорема умножения

$$f(t) g(t) \doteq \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} F(q) G(p-q) dq - \text{неге жағынан}$$

$$f(t) g(t) \doteq \int_0^\infty f(t) g(t) e^{-pt} dt = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty \left\{ \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} F(q) e^{qt} dq \right\} g(t) e^{-pt} dt =$$
$$= \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \left\{ F(q) \int_0^\infty g(t) e^{-(p-q)t} dt \right\} dq = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} F(q) G(p-q) dq$$

Дегенде интеграл ендиңдең интегралынан.

Числоское характеристики

Особенности функциональных из-внешн. функционалов, заданные на пространстве основных функций. Число, соотвтвующее основной функции φ функционалу f называется (f, φ) и наз-ся единичной обобщенной ф-ией f . на пространство ф-ий φ .

$$(f, \varphi) = A$$

1° Минимум функционала

$$f(c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2) = c_1(f, \varphi_1) + c_2(f, \varphi_2)$$

2° Непрерывность

$$\forall \varphi_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0 \rightarrow (f, \varphi_n) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0 \quad (K - \text{нр-бо сущ ф-ий})$$

Всеобщая основная ф-я линейна и непрерывна.

У каждого основной ф-и есть "конечно-ноль": $\varphi(x) = 0 \Big|_{|x| > b}$
(второе сл-бо - это функция)



Пример: $\varphi(x) = \begin{cases} 0, & |x| \geq a \\ \exp\left(-\frac{x^2}{a^2-x^2}\right), & \text{если } x < |a| \end{cases}$

В т. $x \rightarrow a$ функция, эко $\varphi(x) \rightarrow 0$ и $\varphi'(x) \rightarrow 0$ - ф-я непрерывна и гл-ко непрерывна константа $\varphi(x) = 0$.



Эти ф-и можно умножить на любые линейные функции ф-и. И результат будет оставаться линейной функцией ф-и.

Произведение таких ф-и есть нр-бо основных ф-и K .

$$(g, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \varphi(x) dx - \text{первая обобщенная функция}$$

Самый простой пример - ф-я Хевайса:

$$1(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases} \quad (\text{небходимо, так как существует } \theta \in \mathbb{R}; \text{ все подобные ящики нулевые})$$

$$(1, \varphi) = \int_0^{+\infty} \varphi(x) dx$$

$(\delta, \varphi(x)) = \varphi(0) - \delta - \text{ошибка}$



$h(t)$ - импульсная реакция, реакция системы на "момент дозы"

$$g(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \int_0^{\infty} x(t) \delta_{\Delta}(t-t) dt$$

Математика сводится к такому выражению:

интеграл Римана в огнице t , величина 0.



Неправильное выражение:

$$g(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \int_0^{\infty} x(t) \delta_{\Delta}(t-t) dt = x(0) = (\delta, x(t))$$

Обобщенное производное обобщенного оператора

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t) \varphi(t) dt = \left. \delta(t) \varphi(t) \right|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) \varphi'(t) dt = -\varphi'(0)$$

равдели на
функции



$$q = \int_{V \rightarrow 0} \rho dv - \text{момент}$$

$$q = \int q \delta(x) dx, \delta(x) - \text{момент точечного заряда}$$

q



Как отнести момент заряда точечного заряда?

$$\frac{l}{\ell} \rho \delta\left(x + \frac{l}{2}\right) \quad \text{и} \quad -\frac{l}{\ell} \rho \delta\left(x - \frac{l}{2}\right) \quad - \text{если } \ell \neq 0;$$

$$\lim_{\ell \rightarrow 0} \frac{\rho \delta\left(x + \frac{l}{2}\right) - \rho \delta\left(x - \frac{l}{2}\right)}{\ell} = \rho \delta'(x)$$



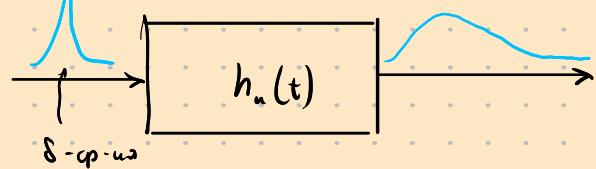
$$\begin{array}{c} \delta(t) \xrightarrow{\ell} h(t) \\ \downarrow \ell \quad \uparrow \ell \\ 1 \xrightarrow{} K(p) \end{array}$$

Синоди описание лин. и не-л.

① АЧХ, фур



② Частотное описание



захватлен нач-ое кор-то
значение в момент времени

③ Переходное характеристики



Все описание захватлено

Описание не-л. частотной характеристики



$$\delta(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{i(t) - i(t-\Delta t)}{\Delta t}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0) dt := \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t_0}^{t_0 + \frac{\Delta t}{2}} \frac{1}{\Delta t} dt = 1$$

(если не брать \lim за \int , получим 0!)

Когда мы находим, что $\delta(t) = i'(t)$, то $i(t)$ не является - это не физ. Однако если считать однозначную ф-цию, то она физич.!

Всегда имеем в виду:

$$h_n(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{h(t) - h(t-\Delta t)}{\Delta t}$$



пример для интегрирующей цепи
(единственная не-л. ф-ция)



пример для дифференцирующей цепи
(единственная не-л. ф-ция)

Откуда $h(t)$ всегда реальная и физич.! Поэтому

$$h_n(t) = h'(t)$$

Для синоди описания с производной в видим $h_n(t)$:

1. Пайдит $h(t)$ на все равно: либо в прямой и обратной
2. Переим к одному ф-ции: там одинаково

Наша сінукса на $x(t)$



Аналог $x(t)$ можна представити сумою елементів.

Всі цікі уміння використані вище:

$$y(t) = c_0 h(t) + c_1 h(t-\Delta t) + c_2 h(t-2\Delta t)$$

Чи можемо $\Delta t \rightarrow 0$:

$$y(t) = \int_0^t h(t-\theta) d[x(\theta)] = \int_0^t x'(\theta) h(t-\theta) d\theta - \text{непасирна функція Dirac}$$

Но! Якщо $x(t)$ підібний? Тоді не $x'(t)$. Можна непідібний & однак. єд-нан, але спонза більш широким обсягом.

$$y(t) = x(\theta) h(t-\theta) \Big|_0^t + \int_0^t x(\theta) h'(t-\theta) d\theta = x(t) h(0) + \int_0^t x(\theta) h'(t-\theta) d\theta - \text{- більш широка функція Dirac}$$

Підібні $h(t)$ називають також, якщо в них називає $h_u(t)$ - параліпіпедним зважом або ваговим зважом. І. підібні по обсягу.

В одній з цих:

$$y(t) = \int_0^t x(\theta) h_u(t-\theta) d\theta$$

Свого з преодол-ем Аналіза

$$\mathcal{L}[y(t)] = \mathcal{L}[x(t)] \cdot \mathcal{L}[h_u(t)] = H(p) \cdot \mathcal{L}[x(t)]$$

Припустимо компактність h_u - неперіз - $H(p) = \mathcal{L}[h_u(t)]$!

