

Решебов Убак Вадимович

Биография



- Все ящики не линейные
- Пол-ящиком такое описание и стационарное

Линейность: $\begin{aligned} x_1(t) &\rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) &\rightarrow y_2(t) \end{aligned} \quad \left. \right\} \Rightarrow \alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \rightarrow \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$

Стационарность: $x(t) \rightarrow y(t) \Rightarrow x(t+\Delta t) \rightarrow y(t+\Delta t)$

Черный ящик описывается:

- сканом
- набором параметров H

Модель сис-мы, состоящая из RLC, об-в линейной и стационарной.

Технические зв-зы

Безб-голосок зв. чисто, если к-рое проходит один и тот же T. Может состоять из ≥ 1 независимых двухчастотных.

Узел - место соединения бербен

Каскадный \rightarrow 2 бербена Учебный - 2 бербена

Контур - модуль замкнутой цепи, проход. по всем-ым бербенам чисто.

Хар-сигнал. управляемый однога, который бербен / узел проходит 1 раз

Одна. или можно заменить:

Компонентные уз-зы - единичные чисто, опред. ее компонентами

Технические уз-зы - единичные чисто, опред. только ее параметрами

Правило Курикоффа

- Закон сохр-я заряда
- Продел не накапливает заряд (заряда)

I Закон Курикоффа

Алг. сумма измененных зарядов всех листов, находящихся в конденсаторе из-за полей, меняющихся в времени, равна 0.

$$\sum i_k = 0.$$

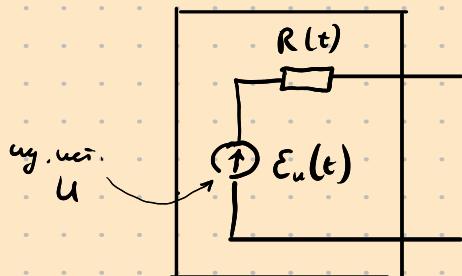
- Потенциональность з.н.
- Консервативность з.н.
- Поле вектора \vec{B} во времени в зоне неизменено (не меняется с течением времени)

II Закон Курикоффа

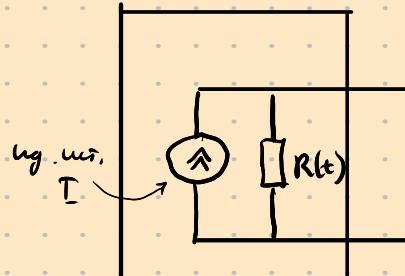
Алг. сумма измененных зарядов напряжениям всех листов, находящихся в конденсаторе, меняющихся в зоне неизменено.

Теорема об эквивалентном генераторе

Так производимый листом изменений з.н. неизменен, если изменение движущегося, и к-то из находящихся гравийных листов, заменив эквивалентным индуктивным источником энергии, к-рой имеет один приставленный неизменяемый (Telenaut) или переменный (Нептун) источник изменения. При этом ЭДС неизменного источника неизменен равен напряжению холостого хода автономного генератора, так неизменен источник тока равен тому КЗ автономного генератора, а внутреннее сопротивление и проводимость з.н. неизменна потому как в конденсаторе консервировано значение времени изменения движущегося консервировано значение времени изменения движущегося конденсатора.



Нептун - Нептун



Нептун - Теленок



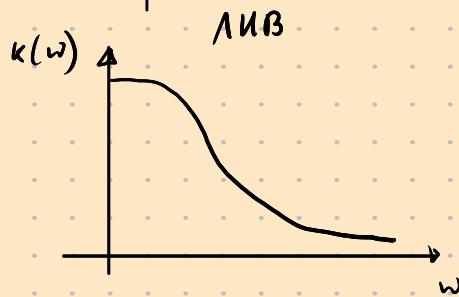
$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} ; U_{xx} = - I R_2 = - \frac{E R_2}{R_1 + R_2}$$

Зависимость тока в цепи от ЭДС нелинейна, т.к. она не линейна на разрыве цепи, однако сопротивление очень малое вблизи места разрыва.

Это подходит только к неизвестному источнику. Для зависимостей приведены зависимости для ин. ур-ий (различие с этим)

Частотный анализ характеристики цепей

$$(cos(\omega t) \rightarrow \boxed{\text{линейной}} \rightarrow k(\omega) \cdot cos(\omega t + \varphi(\omega))$$



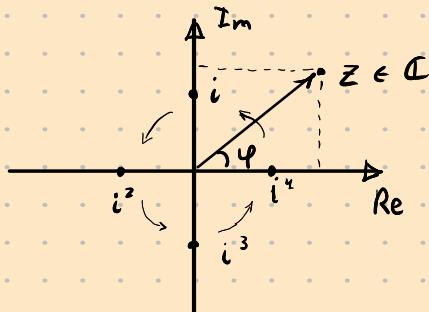
$$K(\omega) - A_{UX}$$



$$\varphi(\omega) - \varphi_{UX}$$

Cause нормальное описание цепей!

Типичные признаки нелинейности - нелинейность характеристики



$$z = |z| \cos \arg z + i |z| \sin \arg z \quad (\varphi = \arg z)$$

$$e^{ix} = 1 + ix - \frac{x^2}{2} - \frac{ix^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \dots$$

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

$$z = |z| e^{i \arg z}$$

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \quad \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

$$\cos \omega t + i \sin \omega t \rightarrow \boxed{A_{UB}} \rightarrow K(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega)) + (...) i \sin(...)$$



$$I = \frac{U}{R} \quad \tilde{I} = \frac{\tilde{U}}{R}$$



$$I = C \frac{dU}{dt}$$

$$\tilde{I} = C \frac{d(e^{j\omega t})}{dt} = j\omega C \tilde{U} = \frac{\tilde{U}}{\frac{1}{j\omega C}}$$

unegative



$$U = L \frac{dI}{dt} \quad \tilde{U} = j\omega L \tilde{I}, \quad \tilde{I} = \frac{\tilde{U}}{j\omega L}$$

Численное значение (Z) $j = i$ в радиоэлектронике

Комплексная проводимость - Y

Линейные цепи с нагрузкой

① Частотные характеристики RC -цепи

$$\begin{array}{c} \text{Diagram of a series circuit with voltage } U_{in} \text{ at the top node and } U_{out} \text{ at the bottom node.} \\ U_{in} \xrightarrow{\text{---}} R \xrightarrow{\text{---}} \frac{1}{j\omega C} \xrightarrow{\text{---}} U_{out} \\ \text{Bottom node} \end{array} \quad \tilde{I} = \frac{\tilde{U}_{in}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \quad \tilde{U}_{out} = \tilde{I} \cdot \frac{1}{j\omega C} = \frac{\tilde{U}_{in}}{j\omega RC + 1}$$

$$\tilde{U}_{out} = \frac{\tilde{U}_{in}(1 - j\omega RC)}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

Что будет, если на выходе нагрузки $\cos \omega t$?

$$U_{out} = \operatorname{Re}(\tilde{U}_{out}) = (\cos \omega t + j \sin \omega t) \cdot (1 + \omega^2 R^2 C^2)^{-1}$$

Амплитудно-фазовая зависимость: $\cos \omega t + j \sin \omega t$

$$K(\omega) = \frac{\tilde{U}_{out}}{\tilde{U}_{in}} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

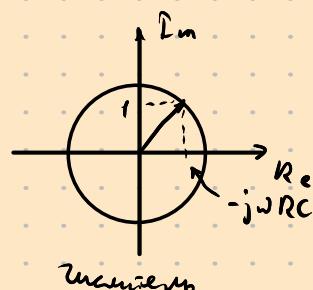
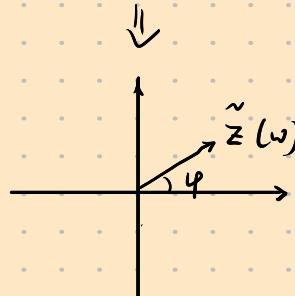
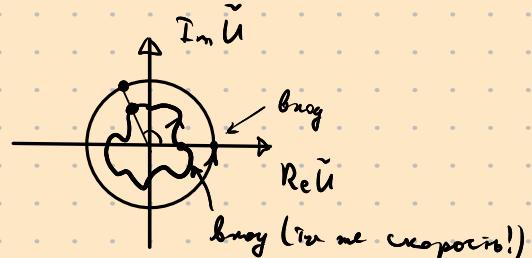
$$\frac{\tilde{U}_{out}}{\tilde{U}_{in}} = \frac{A_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}}{B_0 \cdot e^{j\omega t}} = \frac{A_0}{B_0} \cdot e^{j(\omega t + \varphi - \omega t)} = \frac{A_0}{B_0} e^{j\varphi}$$

Параметр $K(\omega)$ - сдвиг фаз - аргумент, нагрузка - коэффициент усиления

Чтобы найти U_{out} , нужно из $K(\omega)$ вычесть фазовый сдвиг φ и умножить на амплитуду $A_0 e^{j\varphi}$.

$$K(\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2} = \frac{\frac{1 - j\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \Rightarrow |K(\omega)| = (1 + \omega^2 R^2 C^2)^{-1/2}$$

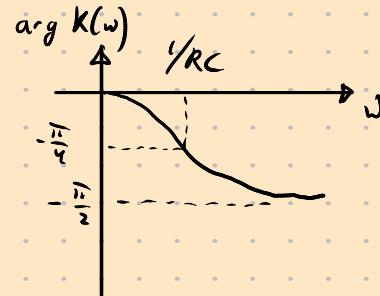
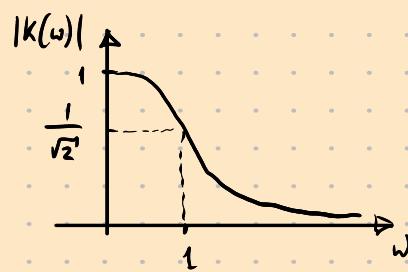
$$|1 - j\omega RC| = \sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$



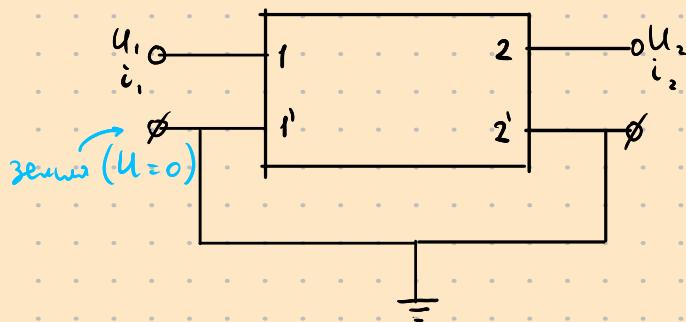
Частота



$$\arg K = \varphi = -\arctg wRC$$



линейной стабилизации



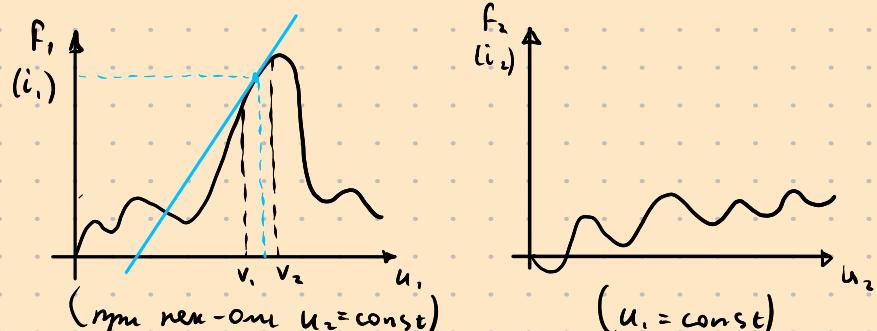
- U_1, U_2 - относительно земли
- Не насыщает зажиг
- По боковым зажимам зажиг неоднократно
- Видят неоднократное (из 2) зажигание
о чистом синусоиде (видим максимум в двух первых проекциях) - модуль $\approx \text{НК } U_1, U_2, i_1, i_2$.

Система с параметрами (из линейных зависимостей (такие R) зажиг!)

Система из 2 линейных ур-ий, определяющих зависимость, например:

$$\begin{cases} i_1 = f_1(U_1, U_2) \\ i_2 = f_2(U_1, U_2) \end{cases}$$

Т.е. зависимость зажигания
относительно напряжений F_1 и F_2 .



Прием из F_1 и F_2 ом

- Нелинейны
- Периодич. + ∞

Т.е. мы можем использовать в качестве подачи тока.

$$di_1 = \left(\frac{\partial f_1}{\partial U_1} \right) dU_1 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial U_2} \right) dU_2 \quad di_2 = \left(\frac{\partial f_2}{\partial U_1} \right) dU_1 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial U_2} \right) dU_2$$

$= \text{const}$ при одинак. U_1 и U_2

При $U_1 = \text{const}$, $U_2 = \text{const}$ мы имеем 4 константы, характ. зависимостям.

Приз. симпл производных:

$$1. \frac{\partial i_1}{\partial u_1} = g_{11} - \text{бюджет производности}$$

$$3. \frac{\partial i_2}{\partial u_1} = g_{21} - \text{пред пред производности производности}$$

$$2. \frac{\partial i_1}{\partial u_2} = g_{12} - \text{обратная производная производности}$$

$$4. \frac{\partial i_2}{\partial u_2} = g_{22} - \text{бюджет производности}$$

Амплитудный сигнал (безразмерн. $h \in C$ - неизменн.)

Вещественный сигнал - залежання нек-ої АК h від часу. При преобр-нн θ у часі одержано певніше симетричний спектр (на симетричн. осн. D_θ складаємо зо комплексного складення, а умова $z_0 = 0$).

Це незадовільно - производство підходить з коеф. $\sin \omega \cos$.

Додавши до сигналу комплексну фазу $- \pi/2$,

тоді відповідний (правий) зо в спектрі буде однією.

Виважимо амплитудний сигнал. Поясніть що працює - сумів з генер. зважу сигнал, утворює ампл. сигнал. Поясніть ампл. сигнал, якщо поєднати комплексні числа.

Сигнал дієт. може також бути складеною з двох залежностей.



$$x(t) = \begin{array}{c} \uparrow \\ \text{---} \\ \downarrow \end{array}$$

$$\tilde{x}(t) = A_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = A_0 \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t} \quad - \text{амплитудний сигнал}. \quad |e^{j\omega t}| = 1$$

$$A_0(\omega), \varphi(\omega). \quad A_0(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} - \text{комплексна амплітуда}$$

$$e^{j\omega t} - \text{комплексна вращаючася складеність.}$$

\tilde{Y} - параметри (комплексн)

$$\tilde{I}_1 = Y_{11} \cdot \tilde{U}_1 + Y_{12} \tilde{U}_2$$

$$\tilde{I}_2 = Y_{21} \tilde{U}_1 + Y_{22} \tilde{U}_2$$

При пошуку Y_{11}, \tilde{U}_1 заміните (закорінювати винаг), аналогічно для Y_{22} .

$$\begin{pmatrix} \tilde{I}_1 \\ \tilde{I}_2 \end{pmatrix} = Y \times \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

Если бы в I_1 и I_2 как неизб., наименование то же:

$$dU_1 = \frac{\partial U_1}{\partial I_1} dI_1 + \frac{\partial U_1}{\partial I_2} dI_2$$

$$dU_2 = \frac{\partial U_2}{\partial I_1} dI_1 + \frac{\partial U_2}{\partial I_2} dI_2$$

- зглоба композиции сопротивлений

Следует на анод. цепи:

$$U_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$

$$U_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = Z \times \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Чтобы: } Z_{11} = \frac{Y_{22}}{|Y|} \quad Z_{12} = -\frac{Y_{12}}{|Y|}$$

$$Z_{21} = -\frac{Y_{21}}{|Y|} \quad Z_{22} = \frac{Y_{11}}{|Y|}$$

H-параметры

$$\begin{cases} U_1 = h_{11} I_1 + h_{12} U_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} U_2 \end{cases}$$

- называю же динамическими транзисторов

Формула



Коммутатор

U_2

- аналогичные дин. транзисторы кроме

пример

h_{21} - неизвестна по назначению токи (нп.) h_{11} - входное сопротивление

h_{12} -

(нп.) h_{22} - выходная проводимость (нп.)

(нп.) - индуктивная емкость

$$\text{Чтобы: } h_{11} = \frac{|Z|}{Z_{22}} \quad h_{12} = -\frac{Z_{12}}{Z_{22}}$$

$$h_{21} = -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} \quad h_{22} = \frac{1}{Z_{22}}$$

Комплексный коэф-т передачи



Амплитудный - из ТФ КП

Комплексная звук в реальном не поддается
 $|e^{j\omega t}| = 1$

$K(j\omega)$ - комплексный коэф-т передачи

$$K(j\omega) = \frac{B_{lm}}{B_{ls}} = \frac{B(\omega) e^{j\varphi(\omega)} e^{j\omega t}}{A_0 e^{j\varphi_0} e^{j\omega t}} = \frac{B(\omega)}{A_0} \cdot e^{j(\varphi(\omega) - \varphi_0)}$$

Найдем ампм. суммы с огнами. Используя можно поглощать в $K(j\omega)$ same дает

$$\Leftrightarrow \frac{B_n \cdot \omega^n + B_{n-1} \cdot \omega^{n-1} + \dots + B_0}{A_n \cdot \omega^n + A_{n-1} \cdot \omega^{n-1} + \dots + A_0} = \frac{B_0 \cdot (\omega - b_1) \cdot (\omega - b_2) \cdot \dots \cdot (\omega - b_n)}{A_0 \cdot (\omega - a_1) \cdot (\omega - a_2) \cdot \dots \cdot (\omega - a_m)}$$

суммирующиеся вибр.

суммирующиеся вибр.

(одна из сомнительных загадок радиоинженеров)

Частоты:

- Когда $\omega = b_k$, $|K| = 0$
- Когда $\omega = a_k$, Выходит осадка.

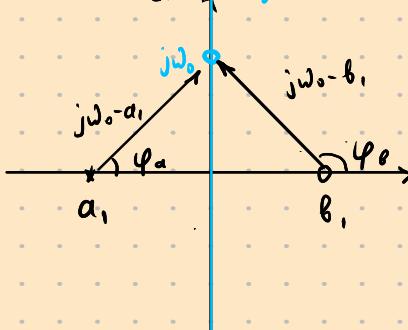
$$\Leftrightarrow \frac{B_0}{A_0} \cdot \frac{|(\omega - b_1)| \cdot e^{j\arg(\omega - b_1)} \cdots |(\omega - b_n)| \cdot e^{j\arg(\omega - b_n)}}{|(\omega - a_1)| \cdot e^{j\arg(\omega - a_1)} \cdots |(\omega - a_m)| \cdot e^{j\arg(\omega - a_m)}} = \frac{B_0}{A_0} \cdot \frac{\prod_{k=1}^n |(\omega - b_k)|}{\prod_{p=1}^m |(\omega - a_p)|} \cdot e^{j \sum_{k=1}^n \arg(\omega - b_k) - j \sum_{p=1}^m \arg(\omega - a_p)}$$

"Нуки" - корни числителя (b_i)

"Плюса" - корни знаменателя (a_i)

ω гармон. форма комплексной (р), where от комплексной сп-ли приводят передачу к вибр-ам.

$$P = j\omega, \theta = 0$$



$$\frac{B(\omega)}{A_0} \cdot e^{j(\varphi(\omega) - \varphi_0)} = \frac{B_n \cdot P^n + B_{n-1} \cdot P^{n-1} + \dots + B_0}{A_n \cdot P^n + A_{n-1} \cdot P^{n-1} + \dots + A_0} = \dots$$

По номиналу, нуки в $\frac{B_0}{A_0}$ имеют номинальные вещественные

р-ии.

$P = j\omega + \theta$ - при работе концепции частоты, $\theta = 0$.

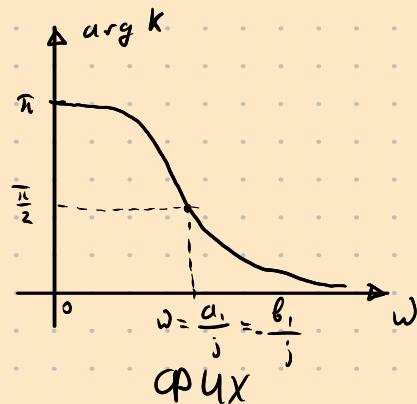
Учите, что при работе концепции частоты, $\theta = 0$.

$$K(j\omega) = \frac{|j\omega - b_1|}{|j\omega - a_1|} \cdot e^{j(\arg(j\omega - b_1) - \arg(j\omega - a_1))}$$

$|K(j\omega)| = \sqrt{b_1^2 + \omega^2}$ - амплитуда суммы векторов из нуля и из номинала

$$|K(j\omega)| = \sqrt{a_1^2 + \omega^2} - AUX \quad \arg K(j\omega) = \varphi_B - \varphi_A - \phi UX$$

Пример $a_1 = -b_1$.



Инерционная RC-система

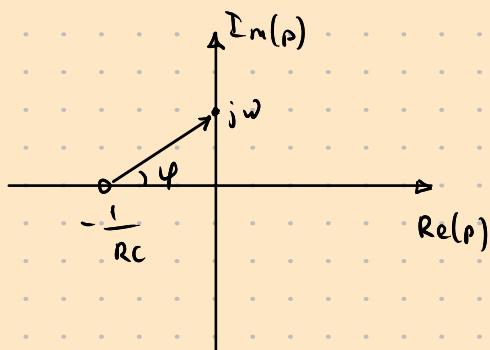


$$K(j\omega) = \frac{\tilde{U}_{out}}{R + \frac{1}{j\omega C} \cdot j\omega C \tilde{U}_{in}} = \frac{1}{j\omega RC + 1} = \frac{1}{RC(j\omega + \frac{1}{RC})}$$

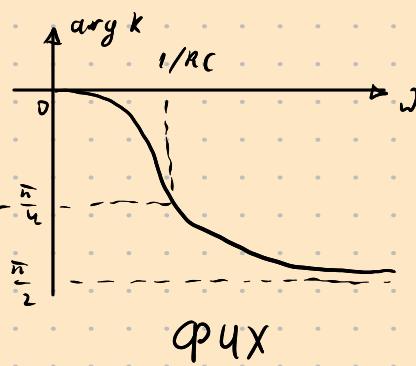
Takой же вид
(но с меньшим коэффициентом)

$$= \frac{1}{RC(p + \frac{1}{RC})} \quad a_1 = -\frac{1}{RC} \quad \frac{b_0}{a_0} = \frac{1}{RC}$$

$$|K| = \frac{1}{RC} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{RC^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad -A_{UX}$$



$$\arg K = -\arctan(\omega RC) \quad -\varphi_{UX}$$



Дискретизированная RC-система



$$K(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{j\omega RC + 1} = \frac{j\omega - \omega_0}{j\omega + \frac{1}{RC}}$$



AUX

OPUX

Не вещественное нулю / ненулевое бугоры симметричны относительно оси. Re > 0, если конд 1 - вещественный

Однократные характеристики систем



$$C_n \frac{df^{(n)}}{dt} + C_{n-1} \frac{df^{(n-1)}}{dt} + \dots = \dots$$

Заменим $f^{(n)}$ на p^n , $f^{(n-1)}$ на p^{n-1} , ...

Получаем характеристическое уравнение.

Корни полученного уравнения дают решения дифр. ур-я.

$$\frac{df^{(n)}}{dt^{(n)}} \rightarrow p^n$$

- означает, с помощью к-поса можно решать задачки

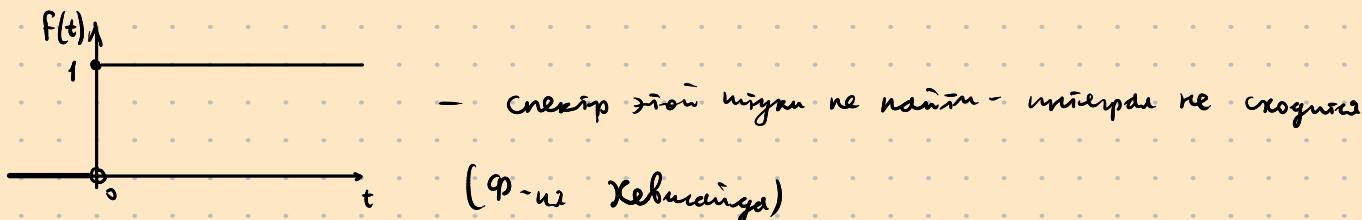
$$\int f(t) dt \rightarrow \frac{1}{p}$$

Непрерывная форма $x(t)$ и ее спектр (преобразование Фурье):

$$F(\omega) = C \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

↑ Континуум!

- спектр этого нигде не непрерывен и не сконцентрирован



Можно представить ее как суммой бесконечного количества к-посов Хевишига, иначе говоря, когда сконцентрировано непрерывное.

Важным более является преобр-е, более универсальный метод: выражение $f(t)$ на $e^{-\sigma t}$.

Также все к-поса можно оправдать этой операцией. Новое преобр-е:

$$F(p) = \int_0^{+\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt; \text{ обозначим } p = j\omega + \sigma - \text{ преобр-е Лапласа (простое)}$$

"это очевидно, он дает здравый смысл."

При этом всегда имеет место при $t=0$ $f(t)=0$, кроме частных случаев к-поса

(когда непрерывне разбивается на отдельные участки $e^{-\sigma t}$). $F(p)$ - лампас - отраж

Числовые признаки засечки интеграла

1. Не более чем конечное число разрывов 1-го рода на каждом конечном отрезке $\forall t \rightarrow \exists A, \alpha \leq 1, h_0 : |f(t+h) - f(t)| \leq A|h|$ - оп. способом поиска на конечном отрезке (дискретизируя засечку?)
2. $\forall t < 0 \rightarrow f(t) = 0$
3. $\exists M > 0, s_0 > 0 : \forall t \rightarrow |f(t)| < M e^{s_0 t}$ - оп. способом поиска на междуречии засечки

$$f(t) \stackrel{def}{=} F(p) - f(t) \text{ - есть } \lim_{p \rightarrow t} F(p)$$

Однозначное представление вида $\frac{1}{p-t}$.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty} \frac{1}{p} e^{pt} dp$$

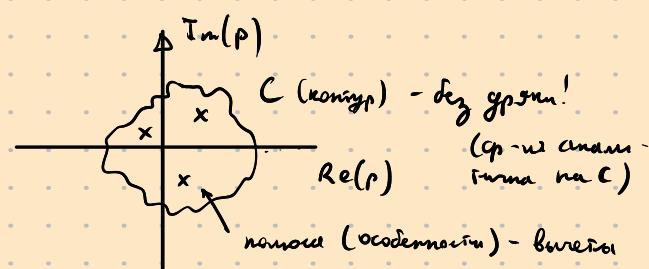
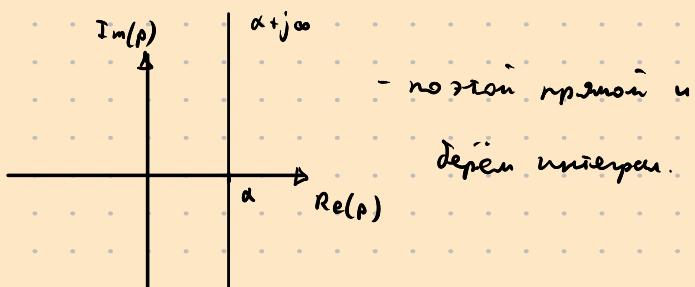
В ТФКП не применяется правило интегрирования.

Однозначный вид: теорема Коши о баренсе.

$$\int_C q(p) dp = 2\pi i \cdot \sum \operatorname{res} q(p) \quad (\text{сущес. баренса})$$

(бесконечн. контур)

$\operatorname{res} q(p)$ - баренс оп-ции $q(p)$

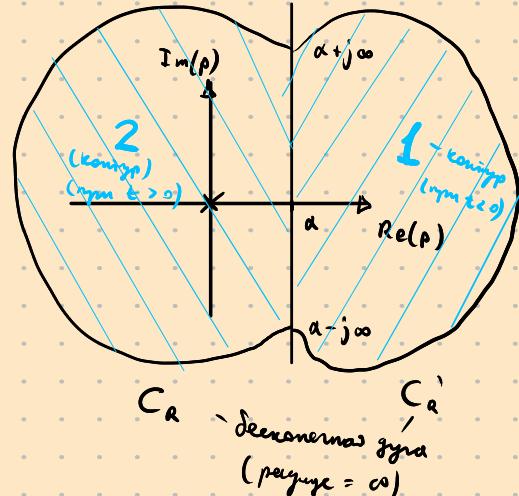


Если в оп-ии есть оценка остатка, применяется не в поле Тейлора, а вот в таком виде!

$$f(p) = \dots + \underbrace{\frac{1}{p^2} C_{-2}}_{\text{баренс оп-ии}} + \underbrace{\left(C_{-1} \frac{1}{p} + C_0 + C_1 p + C_2 p^2 + \dots \right)}_{\text{правильные засечки}}$$

- поле Тейлора

C_{-1} - это засечка, есть в знаменателе



При $t < 0$ по засечке Моргуана $\int_{C'_R} \dots = 0$

$$\int_{C_R} \dots = \int_L \dots - \int_{C'_R} \dots = 0 - 0 = 0 \quad f(t) = 0$$

засечка!

При $\alpha > 0$ контур 1 не содержит остатков (один остаток: $\frac{1}{p} - \delta$ нуль) $\Rightarrow \int_1 \dots = 0$

При $t \geq 0$

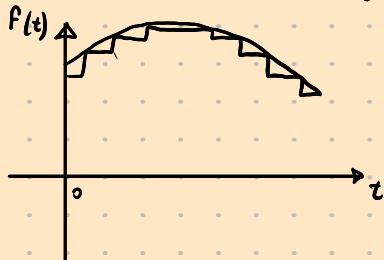
Баренс остаток, забав он 1 ($p \rightarrow 0 \quad e^{pt} \rightarrow 1 \Rightarrow$ остаток остатков: $\frac{1}{p} \rightarrow C_{-1} - 1$)

$$\int_2 \dots = 2\pi i \quad \int_1 \dots = \int_2 \dots - \int_{C_R} \dots = 2\pi i$$

$$F(t) = \frac{2\pi i}{2\pi i} = 1 \quad - \text{q-p-u2 Xebucanya!}$$

T.e. $F(p) = \frac{1}{p}$ ges q-p-u2 Xebucanya.

Прегледуем мысъл q-p-u2 във вид на симметрични съмволи, която е2 има предпазителни за ламбади. e^{-pt} - избраният q-p-u2 Xebucanya може предпази -2



$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} e^{pt} \left\{ \sum f(\tau_x) e^{-p\tau_x} \Delta' \tau_x \right\} dp$$

$$\Delta' \tau_x = \frac{-e^{-p\Delta \tau_x}}{p} = \Delta \tau_x - \frac{(\Delta \tau_x)^2}{2!} + \dots - \text{първи корен}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} e^{pt} \left\{ \int_0^t f(t') e^{-p t'} dt' \right\} dp \quad - \text{одното предпази е ламбада}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} e^{pt} F(p) dp$$

$f(t)$ - q-p-u2 Xebucanya.

$$F(p) = \int_0^{+\infty} f(t) e^{-pt} dt = -\frac{1}{p} e^{-pt} \Big|_0^{+\infty} = \frac{1}{p}$$

$$G(p) = \int_0^{\infty} e^{p_0 t} e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} e^{-(p-p_0)t} dt = -\frac{1}{p-p_0} e^{-(p-p_0)t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{p-p_0}$$

Приглушаване, тъй като

$$i(t) = \frac{1}{p} \quad e^{p_0 t} \cdot i(t) = \frac{1}{p-p_0}$$

Може предпази -2 да изгубиши съмвола $i(t)$, е2 не можи.

Съмвола предпази -2 ламбада

1° линейност

$$\int_0^{\infty} (\alpha f(t) + \beta g(t)) e^{-pt} dt = \alpha \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt + \beta \int_0^{\infty} g(t) e^{-pt} dt$$

$$\alpha f(t) + \beta g(t) \stackrel{?}{=} \alpha F(p) + \beta G(p)$$

$$\sin \omega t = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j}, \quad \cos \omega t = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$$

и съществува линейността:

$$\sin \omega t \doteq \frac{1}{2j} \left(\frac{1}{p-j\omega} - \frac{1}{p+j\omega} \right) = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$$

$$\cos \omega t \doteq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p-j\omega} + \frac{1}{p+j\omega} \right) = \frac{p}{p^2 + \omega^2}$$

$$\operatorname{sh} \omega t \doteq \frac{\omega}{p^2 - \omega^2}$$

$$\operatorname{ch} \omega t \doteq \frac{p}{p^2 - \omega^2}$$

2° Таблица номинал

$$f(t) \doteq F(p)$$

$$f(\alpha t) \doteq \int_0^\infty f(\alpha t) e^{-pt} dt = \frac{1}{\alpha} \int_0^\infty f(t) e^{-p\frac{t}{\alpha}} dt = \frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$$

3° Дифференцирование ортранс

$$f'(t) \doteq F(p)$$

$$f'(t) \doteq \int_0^\infty \underbrace{f'(t)}_{u'} \underbrace{e^{-pt} dt}_{v} = f(t) e^{-pt} \Big|_0^\infty - \int_0^\infty f(t) (-p) e^{-pt} dt = -f(0) + pF(p)$$

$$f^{(n)}(t) \doteq p^n F(p) - \sum_{i=0}^{n-1} p^{n-i-1} f^{(i)}(0)$$

4° Дифференцирование изотранс

$$F(p) \doteq f(t) \quad (\text{одинакое преобр-е})$$

$$F'(p) = \left(\int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt \right)'_p = - \int_0^\infty t f(t) e^{-pt} dt$$

$$F^{(n)}(p) \doteq (-t)^n f(t)$$

$$t^n \doteq (-1)^n \left(\frac{1}{p} \right)^{(n)} = \frac{n!}{p^{n+1}}$$

$$t^n e^{pt} \doteq \frac{n!}{(p-p_0)^{n+1}}$$

5° Интегрирование ортранс

$$f(t) \doteq F(p)$$

$$g(t) = \int_0^t f(t) dt \quad g(t) \doteq G(p)$$

$$F(t) = g'(t) \doteq F(p) = pG(p)$$

$$G(p) = p^{-1} F(p)$$

6⁰ Интегрирование изображения

$$F(p) \doteq f(t)$$

$$\int_p^{\infty} F(p) dp - \text{изображение}$$

$$\int_p^{\infty} F(p) dp = \int_p^{\infty} \left\{ \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt \right\} dp = \int_0^{\infty} f(t) dt \int_p^{\infty} e^{-pt} dp = \int_0^{\infty} \frac{f(t)}{t} e^{-pt} dt$$

\uparrow изложение неправильное интегрирование

$$\int_p^{\infty} F(p) dp \doteq \frac{f(t)}{t}$$

$$e^{pt} - e^{at} \doteq \frac{1}{p-a} - \frac{1}{p-a}$$

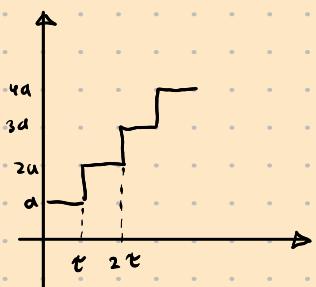
$$\frac{e^{pt} - e^{at}}{t} \doteq \int_p^{\infty} \left(\frac{1}{p-a} - \frac{1}{p-a} \right) dp = \ln \frac{p-a}{p-a}$$

7⁰ Теорема замены изображения

$$f(t) \doteq F(p)$$

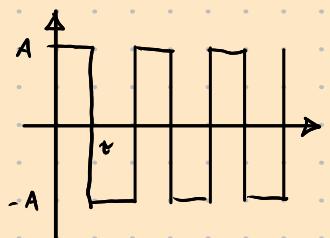
$$f(t-t) \doteq \int_t^{\infty} f(t-t) e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} f(t_1) e^{-(t_1+t)} dt_1 = e^{-pt} F(p)$$

$t_1 = t-t$



$$f(t) = A(1(t) + 1(t-t) + 1(t-2t) + \dots)$$

$$F(p) = A \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p} e^{-pt} + \frac{1}{p} e^{-2pt} + \dots \right) = \frac{1}{p} \frac{1}{1-e^{-pt}}$$

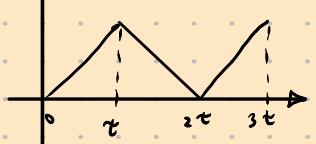


$$f(t) = A(1(t) - 21(t-t) + 2 \cdot 1(t-2t) - \dots)$$

$$F(p) = \frac{A}{p} \left(1 - 2 \frac{e^{-pt}}{1-e^{-pt}} \right)$$

Меняется

$$F(p) = \frac{A}{p^2} \left(1 - 2 \frac{e^{-pt}}{1-e^{-pt}} \right)$$



8º Teorema convolutionis

$$F(p) \doteq f(t)$$

$$F(p-p_0) \doteq ?$$

$$F(p-p_0) = \int_0^\infty f(t) e^{-(p-p_0)t} dt = \int_0^\infty (f(t) e^{p_0 t}) e^{-pt} dt$$

$$e^{-pt} \sin \omega t \doteq \frac{\omega}{(p+\lambda)^2 + \omega^2}$$

$$e^{-pt} t^n \doteq \frac{n!}{(p+\lambda)^{n+1}}$$

9º Teorema умножения - *бесконечное произведение*

$$f(t) \doteq F(p) \quad g(t) \doteq G(p)$$

$$F(p) \cdot G(p) \doteq ?$$

$$\int_0^t f(\tau) g(t-\tau) d\tau = \int_0^\infty e^{-pt} dt \int_0^t f(t) g(t-t) dt = \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt \int_0^\infty g(t) e^{-pt} dt =$$

$$= F(p) \cdot G(p)$$

$$\int_0^t f(\tau) g(t-\tau) dt - \text{интеграл свёртки}$$

Есан оңайындың түзүлүштөрінің характеристикасы, граници - барынан бергенінде, бескінчелік бергеніндең дүйесіндең свёртка - ким негізгінде жасалады

$$p F(p) G(p) = f(0) G(p) + \{p F(p) - f(0)\} G(p) \doteq f(0) g(t) + \int_0^t g(t) \cdot f'(t-t) dt =$$

Интеграл Дюамеля

$$= g(0) f(t) + \int_0^t f(\tau) g'(t-\tau) d\tau$$

10º Обратная теорема умножения

$$f(t) g(t) \doteq \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} F(q) G(p-q) dq - \text{негізгі горизонталық}$$

$$f(t) g(t) \doteq \int_0^\infty f(t) g(t) e^{-pt} dt = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty \left\{ \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} F(q) e^{qt} dq \right\} g(t) e^{-pt} dt =$$
$$= \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \left\{ F(q) \int_0^\infty g(t) e^{-(p-q)t} dt \right\} dq = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} F(q) G(p-q) dq$$

Дегенде интеграл есінде свёрткалық интеграл.

Числоское характеристики

Особенности функциональных из-внешн. функционалов, заданные на пространстве основных функций. Число, соотвтвующее основной функции φ функционалу f называется (f, φ) и наз-ся единичной обобщенной ф-ией f . на пространство ф-ий φ .

$$(f, \varphi) = A$$

1° Минимум функционала

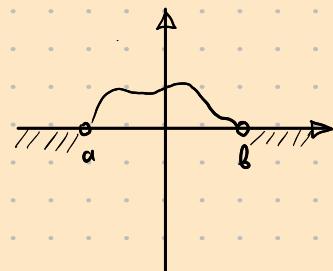
$$f(c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2) = c_1(f, \varphi_1) + c_2(f, \varphi_2)$$

2° Непрерывность

$$\forall \varphi_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{K} 0 \rightarrow (f, \varphi_n) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0 \quad (K - \text{нр-то сущ-ва})$$

Всеобщая основная ф-я для линейного гипероператора.

У каждого основной ф-и есть "конечно-подмножество": $\varphi(x) = 0 \Big|_{|x| > b}$
(второе сл-то - это промежуток)



Пример: $\varphi(x) = \begin{cases} 0, & |x| \geq a \\ \exp\left(-\frac{x^2}{a^2-x^2}\right), & \text{если } x < |a| \end{cases}$

В т. $x \rightarrow a$ функция, эко $\varphi(x) \rightarrow 0$ и $\varphi'(x) \rightarrow 0$ - ф-я нр-то непрерывная и гл-ко нр-то непрерывная $\varphi(x) = 0$.



Эти ф-и можно употреблять на любых линейных гиперфункциях.
Ф-и нр-то. И регулярная будет единственной в линейном гиперпространстве!

Применение Гамильтоновы нр-то основных ф-ий K .

$$(g, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \varphi(x) dx - \text{регулярная обобщенная функция}$$

Самый простой пример - ф-я Хэвисайда:

$$1(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases} \quad (\text{небходимо, так как определит } K \neq 0; \text{ всеядно нр-то нулевая})$$

$$(1, \varphi) = \int_0^{+\infty} \varphi(x) dx$$

$(\delta, \varphi(x)) = \varphi(0) - \delta - \text{ошибка}$



$h(t)$ - импульсная реакция, реакция системы на "момент дозы"

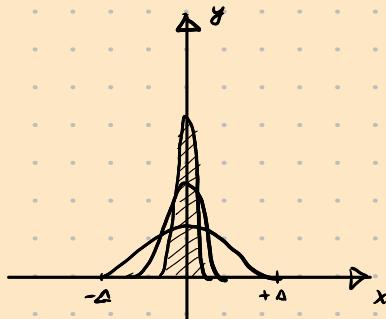
$$g(t) = \int_0^{+\infty} \lim_{\Delta \rightarrow 0} x(t) \delta_\Delta(t-t) dt$$

Математика сводится к такому выражению:

интеграл Римана в огне t , всегда 0.

Неправильное выражение:

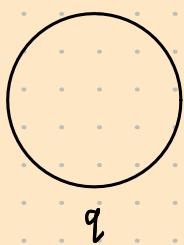
$$g(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \int_0^{+\infty} x(t) \delta_\Delta(t-t) dt = x(0) = (\delta, x(t))$$



Обобщение производной одномерного оп-ана

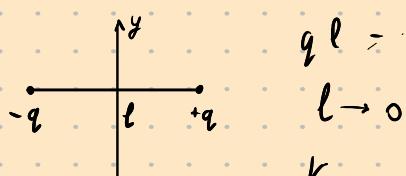
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t) \varphi(t) dt = \left. \delta(t) \varphi(t) \right|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) \varphi'(t) dt = -\varphi'(0)$$

равдели на
функции



$$q = \int_V \rho dv \quad - \text{масса}$$

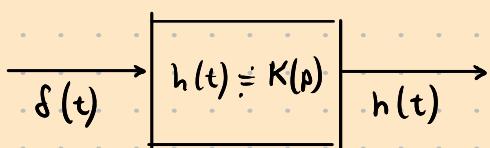
$$q = \int_{-\infty}^{+\infty} q \delta(x) dx, \quad \delta(x) - \text{масса точечного заряда}$$



Как отнести массу заряда точечного заряда?

$$\frac{l}{\ell} \rho \delta\left(x + \frac{l}{2}\right) \quad \text{и} \quad -\frac{l}{\ell} \rho \delta\left(x - \frac{l}{2}\right) \quad - \text{если } l \neq 0;$$

$$\lim_{l \rightarrow 0} \frac{\rho \delta\left(x + \frac{l}{2}\right) - \rho \delta\left(x - \frac{l}{2}\right)}{l} = \rho \delta'(x)$$



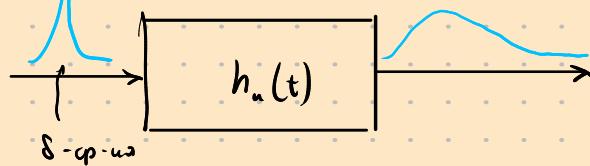
$$\begin{array}{c} \delta(t) \xrightarrow{\quad} h(t) \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \xrightarrow{\quad} K(p) \end{array}$$

Синоди описание лин. и не-л.

① АЧХ, фур



② Частотное описание



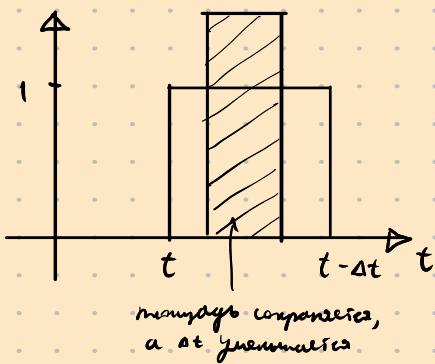
захватлен нач-ое кор-то
значение в момент времени

③ Переходное характеристики



Все описание захватлено

Описание не-л. частотной характеристики



$$\delta(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{i(t) - i(t-\Delta t)}{\Delta t}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt := \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{-\frac{\Delta t}{2}}^{\frac{\Delta t}{2}} \frac{1}{\Delta t} dt = 1$$

(если не брать \lim за \int , получим 0!)

Когда мы находим, что $\delta(t) = i'(t)$, то $i(t)$ не uniquely определено — это означает, что не fix. Однако если сказать что однозначно определено, то это верно!

Всегда имеем:

$$h_n(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{h(t) - h(t-\Delta t)}{\Delta t}$$



пример для интегрирующей цепи
(единственное не-л. описание)



пример для дифференцирующей цепи
(единственное не-л. описание)

Однако $h(t)$ всегда различны и неопределены! Поэтому

$$h_n(t) = h'(t)$$

Для синоди описания с производной в видим $h_n(t)$:

1. Пайдит $h(t)$ на все равно: либо в прямой, либо в обратной
2. Переяди к одному ф-нию: либо единственный

Наша сінукса на $x(t)$



Аналог $x(t)$ можна представити сумою елементів.

Всі цікі уміння використані вище:

$$y(t) = c_0 h(t) + c_1 h(t-\Delta t) + c_2 h(t-2\Delta t)$$

Чи можемо $\Delta t \rightarrow 0$:

$$y(t) = \int_0^t h(t-\theta) d[x(\theta)] = \int_0^t x'(\theta) h(t-\theta) d\theta - \text{непасирна функція Dirac}$$

Но! Якщо $x(t)$ підібний? Тоді не $x'(t)$. Можна непідібні та однакові, але не підібні функції мають різницю.

$$y(t) = x(\theta) h(t-\theta) \Big|_0^t + \int_0^t x(\theta) h'(t-\theta) d\theta = x(t) h(0) + \int_0^t x(\theta) h'(t-\theta) d\theta - \text{непасирна функція Dirac}$$

Підібні $h(t)$ підібні та не, якщо в них наявні $h_n(t)$ - параліпіпедні зебрі зображені в уявленні звичайних. І. підібні по ознаках.

В одній з цих:

$$y(t) = \int_0^t x(\theta) h_n(t-\theta) d\theta$$

Свого з преодоленнями

$$\mathcal{L}[y(t)] = \mathcal{L}[x(t)] \cdot \mathcal{L}[h_n(t)] = H(p) \cdot \mathcal{L}[x(t)]$$

Припустимо компактність h_n - непасир - $H(p) = \mathcal{L}[h_n(t)]$!

