

Решебов Убак Вадимович

Биография



- Все ящики не линейные
- Пол-ящик Гармошка имеет линейные и нелинейные

Линейность: $\begin{aligned} x_1(t) &\rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) &\rightarrow y_2(t) \end{aligned} \quad \left. \right\} \Rightarrow \alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \rightarrow \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$

Статистичность: $x(t) \rightarrow y(t) \Rightarrow x(t+\Delta t) \rightarrow y(t+\Delta t)$

"Черный ящик" описывается:

- сконструирован
- набором параметров H

Модель сим-на, состоящая из RLC, где есть линейная и нелинейная.

Технические задачи

Верб - учащийся 3-го курса, ведет к-рого проектирует один из них на Л. Модель содержит из ≥ 1 независимых двухкоординат.

Узел - место соединения берегов

Коэффициенты $\rightarrow 2$ берега Уголометрический - 2 берега

Контур - модель замкнутой сети, проходящей через все берега реки.

Характеристики: управляемые однотип., конечные берега / узлы проходят 1 раз

Одна река можно заменить:

Компонентные узлы - единицы реки, определяющие её компонентами

Технические узлы - единицы реки, определяющие её техническими

Правило Курикоффа

- Закон сохр-я заряда
- Продел не накапливает заряд (заряда)

I Закон Курикоффа

Алг. сумма измененных зарядов всех батарей, находящихся в контуре из узлов в моделях имеет временн., равна 0.

$$\sum i_k = 0.$$

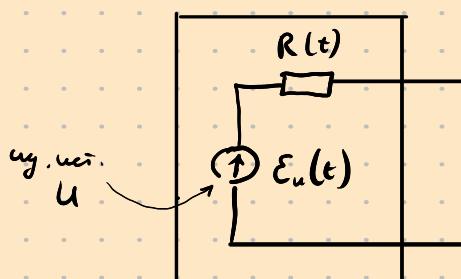
- Потенциалность з.н.
- Консервативность з.н.
- Полное значение \vec{B} во времени в сечении не изменяется (не меняет смысла з.н.)

II Закон Курикоффа

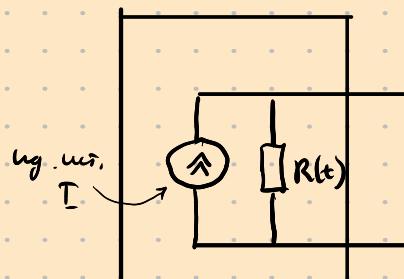
Алг. сумма измененных зарядов напряжения всех батарей, находящихся в моделях контура подвергнуты изменениям, равна 0.

Теорема об эквивалентном генераторе

Так производимый батар. источник з.н. всем неизменен, если изменение генерации, и к-тий независимо генер. батар., заменив эквивалентным генератором источником энергии, к-рой имеет одинаковые параметры поглощаемой (Telenaut) или выделяемой (Нертон) сечки заменены. При этом ЭДС генератора изменится напротивоположно направлению изменения тока источника генерации, так независимо какого тока рабочий ток КЗ абсолютно неизменен, а внутреннее сопротивление и проводимость з.н. исходных рабочих контуров входят в общ. выражение общего сопротивления.



Нортон - Нертон



Нортон - Теленут



$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} ; U_{xx} = - I R_2 = - \frac{E R_2}{R_1 + R_2}$$

Зависимость тока в цепи от ЭДС нелинейна, т.к. она не линейна на разрыве цепи, однако сопротивление очень малое вблизи места разрыва.

Это подходит только к неизвестному источнику. Для зависимостей приведены зависимости для ин. ур-ий (различие с этим)

Частотный анализ характеристики цепей

$$(cos(\omega t) \rightarrow \boxed{\text{линейной}} \rightarrow k(\omega) \cdot cos(\omega t + \varphi(\omega))$$



$$K(\omega) - A_{UX}$$



$$\varphi(\omega) - \varphi_{UX}$$

Cause нормальное описание цепей!

Типичные признаки нелинейности - нелинейность характеристики



$$z = |z| \cos \arg z + i |z| \sin \arg z \quad (\varphi = \arg z)$$

$$e^{ix} = 1 + ix - \frac{x^2}{2} - \frac{ix^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \dots$$

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

$$z = |z| e^{i \arg z}$$

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \quad \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

$$\cos \omega t + i \sin \omega t \rightarrow \boxed{A_{UB}} \rightarrow K(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega)) + (...) i \sin(...)$$



$$I = \frac{U}{R} \quad \tilde{I} = \frac{\tilde{U}}{R}$$



$$I = C \frac{dU}{dt}$$

$$\tilde{I} = C \frac{d(e^{j\omega t})}{dt} = j\omega C \tilde{U} = \frac{\tilde{U}}{\frac{1}{j\omega C}}$$

unegative



$$U = L \frac{dI}{dt} \quad \tilde{U} = j\omega L \tilde{I}, \quad \tilde{I} = \frac{\tilde{U}}{j\omega L}$$

Численное значение (Z) $j = i$ в радиоэлектронике
Комплексная проводимость - Y

Линейные цепи с нагрузкой

1. Частотные характеристики RC-цепи

$$\tilde{U}_{in} = \frac{\tilde{U}_{out}}{1 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\tilde{U}_{out}(1 - j\omega RC)}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

Что будет, если на вход подать $\cos \omega t$?

$$U_{out} = \text{Re}(\tilde{U}_{out}) = (\cos \omega t + \sin \omega t \cdot j\omega RC) \cdot (1 + \omega^2 R^2 C^2)^{-1}$$

Амплитудно-фазовая кривая: $\cos \omega t + i \sin \omega t$

$$K(\omega) = \frac{\tilde{U}_{out}}{\tilde{U}_{in}} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

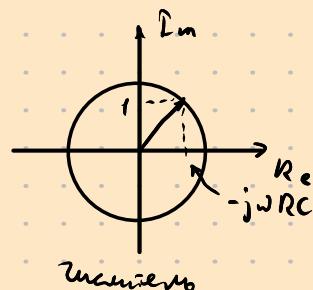
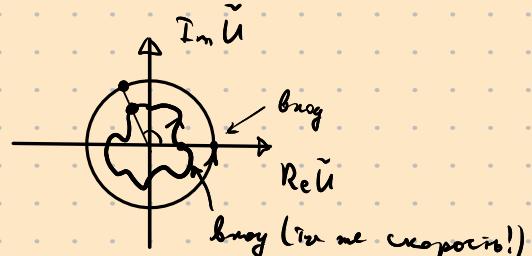
$$\frac{\tilde{U}_{out}}{\tilde{U}_{in}} = \frac{A_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}}{B_0 \cdot e^{j\omega t}} = \frac{A_0}{B_0} \cdot e^{j(\omega t + \varphi - \omega t)} = \frac{A_0}{B_0} e^{j\varphi}$$

Расстояние между Z -叫做 фаз-аргумент, φ - фазоизменение амплитуды

Чтобы найти ее, нужно из $K(\omega)$ выделить вещественную иную и две комплексные части: амплитуду и $(\Rightarrow A_0 e^{j\varphi})$.

$$K(\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2} = \frac{\frac{1 - j\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \Rightarrow |K(\omega)| = (1 + \omega^2 R^2 C^2)^{-1/2}$$

$$|1 - j\omega RC| = \sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$



Численно



$$\arg K = \varphi = -\arctg \omega RC$$



линейной стабильности



- U_1, U_2 - относительно земли
- Не насыщает зажиг
- По боковым зажимам теряет нелинейный закон
- Выходит изобр. нелинейное (из 2) можно
о чистом синодич. (безоп. можно в чистом
пространстве) - модуль $\approx \text{ЛК } U_1, U_2, i_1, i_2$.

Система с параметрами (из линейных зависимостей (линей. R) можно!)

Система из 2 линейных ур-ий, определяющих зависимость, например:

$$\begin{cases} i_1 = f_1(U_1, U_2) \\ i_2 = f_2(U_1, U_2) \end{cases}$$

т.е. зависимость задается
глубже как зависимость f_1 и f_2 .



Принимаем f_1 и f_2 они

- Нелинейны
- Прям. $\neq 0$

т.е. мы можем использовать в описании подобный ток.

$$di_1 = \left(\frac{\partial f_1}{\partial U_1} \right) dU_1 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial U_2} \right) dU_2 \quad di_2 = \left(\frac{\partial f_2}{\partial U_1} \right) dU_1 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial U_2} \right) dU_2$$

$= \text{const}$ при одинак. U_1 и U_2

При $U_1 = \text{const}$, $U_2 = \text{const}$ мы имеем 4 константы, характ. зависимостью.

Приз. симпл производных:

$$1. \frac{\partial i_1}{\partial u_1} = g_{11} - \text{бюджет производности}$$

$$3. \frac{\partial i_2}{\partial u_1} = g_{21} - \text{пред пред производности производности}$$

$$2. \frac{\partial i_1}{\partial u_2} = g_{12} - \text{обратная производная производности}$$

$$4. \frac{\partial i_2}{\partial u_2} = g_{22} - \text{бюджет производности}$$

Амплитудный сигнал (безразмерн. $h \in C$ - неизменн.)

Вещественный сигнал - залежання нек-ої АК h від часу. При преобр-нн θ у часі одержано певніше симетричний спектр (одн. симетричн. ось). Одн. спектр має комплексну складн., а її маса $= 0$.

Це незадовільно - производна підходить з коеф. $\sin \omega t$.

Додавши до сигналу комплексну фазу - добре,

тако є відмінний (правильний) спектр ампл. сигналу.

Виникає амплитудний сигнал. Поясніть що працює - один з генер. зваж. сигналів, інший - з фазою. Поясніть ампл. сигнал, якщо поєднати комплексні числа.

Сигнал дієт. важливий та дає можливість побудувати комплексні числа.



$$\tilde{x}(t) = A_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = A_0 \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t} \quad - \text{амплитудний сигнал}. \quad |e^{j\omega t}| = 1$$

$$A_0(\omega), \varphi(\omega). \quad A_0(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} - \text{комплексна амплітуда}$$

$e^{j\omega t}$ - комплексна вращаючася складність.

Y-перевірка (комплексн.)

$$\tilde{I}_1 = Y_{11} \cdot \tilde{U}_1 + Y_{12} \tilde{U}_2$$

$$\tilde{I}_2 = Y_{21} \tilde{U}_1 + Y_{22} \tilde{U}_2$$

При пошуку Y_{1x}, \tilde{U}_2 заміните (захопіть) Y_{2x} , аналогічно до Y_{2x} .

$$\begin{pmatrix} \tilde{I}_1 \\ \tilde{I}_2 \end{pmatrix} = Y \times \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

Если бы в I_1 и I_2 как неизб., наименование то же:

$$dU_1 = \frac{\partial U_1}{\partial I_1} dI_1 + \frac{\partial U_1}{\partial I_2} dI_2$$

$$dU_2 = \frac{\partial U_2}{\partial I_1} dI_1 + \frac{\partial U_2}{\partial I_2} dI_2$$

- зглоба композиции сопротивлений

Следов. находим. currents:

$$U_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$

$$U_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = Z \times \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

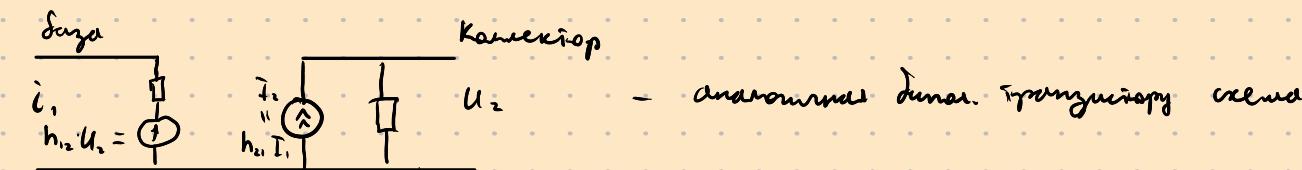
$$\text{Чтож: } Z_{11} = \frac{Y_{22}}{|Y|} \quad Z_{12} = -\frac{Y_{12}}{|Y|}$$

$$Z_{21} = -\frac{Y_{21}}{|Y|} \quad Z_{22} = \frac{Y_{11}}{|Y|}$$

H - параметры

$$\begin{cases} U_1 = h_{11} I_1 + h_{12} U_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} U_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_1 = h_{11} I_1 + h_{12} U_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} U_2 \end{cases} \quad - \text{нахождение динамических транзисторов}$$



Задача

h_{21} — неподр. но неизб. токи (нп.) h_{11} — вх.сное сопротивление

h_{12} — (нп.) h_{22} — выходная проводимость (нп.)

(нп.) — индуктивная линейка

$$\text{Чтож: } h_{11} = \frac{|Z|}{Z_{22}} \quad h_{12} = -\frac{Z_{12}}{Z_{22}}$$

$$h_{21} = -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} \quad h_{22} = \frac{1}{Z_{22}}$$

Комплексный коэф-т передачи



Амплитуда - из ТФ КП

Комплексная звук в реальном не поддается
 $|e^{j\omega t}| = 1$

$K(j\omega)$ - комплексный коэф-т передачи

$$K(j\omega) = \frac{B_{lm}}{B_{ls}} = \frac{B(\omega) e^{j\varphi(\omega)} e^{j\omega t}}{A_0 e^{j\varphi_0} e^{j\omega t}} = \frac{B(\omega)}{A_0} \cdot e^{j(\varphi(\omega) - \varphi_0)}$$

Надо анализировать сдвиги. Сложно помнить формулы на Бюро и $K(j\omega)$ тоже дает

$$\Leftrightarrow \frac{B_n \cdot \omega^n + B_{n-1} \cdot \omega^{n-1} + \dots + B_0}{A_n \cdot \omega^n + A_{n-1} \cdot \omega^{n-1} + \dots + A_0} = \frac{B_0 \cdot (\omega - b_1) \cdot (\omega - b_2) \cdot \dots \cdot (\omega - b_n)}{A_0 \cdot (\omega - a_1) \cdot (\omega - a_2) \cdot \dots \cdot (\omega - a_m)}$$

сдвиги нулевых полюсов

сдвиги ненулевых полюсов

(одна сложная задача разбивается)

Частоты:

- Когда $\omega = b_k$, $|K| = 0$
- Когда $\omega = a_k$, возникает особенность.

$$\Leftrightarrow \frac{B_0}{A_0} \cdot \frac{|(\omega - b_1)| \cdot e^{j\arg(\omega - b_1)} \cdots |(\omega - b_n)| \cdot e^{j\arg(\omega - b_n)}}{|(\omega - a_1)| \cdot e^{j\arg(\omega - a_1)} \cdots |(\omega - a_m)| \cdot e^{j\arg(\omega - a_m)}} = \frac{B_0}{A_0} \cdot \frac{\prod_{k=1}^n |(\omega - b_k)|}{\prod_{p=1}^m |(\omega - a_p)|} \cdot e^{j \sum_{k=1}^n \arg(\omega - b_k) - j \sum_{p=1}^m \arg(\omega - a_p)}$$

"Нули" - корни числителя (b_i)

"Полюсы" - корни знаменателя (a_i)

ω гармоник для комплексной (ρ), where от комплексной оп-ки приводят передачу к вещественному

$$\Im p = j\omega, \Re p = 0$$



$$\frac{B(\omega)}{A_0} \cdot e^{j(\varphi(\omega) - \varphi_0)} = \frac{B_n \cdot \rho^n + B_{n-1} \cdot \rho^{n-1} + \dots + B_0}{A_n \cdot \rho^n + A_{n-1} \cdot \rho^{n-1} + \dots + A_0} = \dots$$

Но на самом деле, нужно в $\frac{B_0}{A_0}$ помнить ненулевые вещественные

$\rho = j\omega + 0^\circ$ - это же комплексная частота, $0^\circ = 0$.

Учите, что комплексные частоты неодинаково работают

$$K(j\omega) = \frac{|j\omega_0 - b_1|}{|j\omega_0 - a_1|} \cdot e^{j(\arg(j\omega_0 - b_1) - \arg(j\omega_0 - a_1))}$$

$|K(j\omega)| = \sqrt{a_1^2 + \omega^2}$ - амплитуда суммы векторов из нуля и из полюса

$$|K(j\omega)| = \sqrt{a_1^2 + \omega^2} - AUX \quad \arg K(j\omega) = \varphi_B - \varphi_A - \phi UX$$

Пример $a_1 = -b_1$.



Инерционная RC-система



$$K(j\omega) = \frac{\tilde{U}_{out}}{\tilde{U}_{in}} = \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{1}{j\omega RL + 1} = \frac{1}{RC(j\omega + \frac{1}{RC})}$$

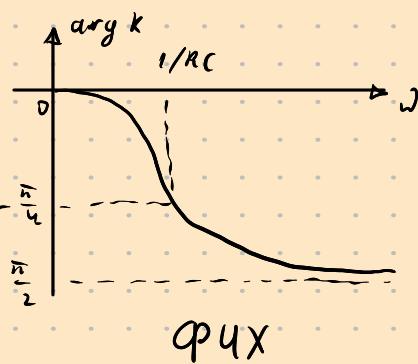
Tak repay vrem
(nem repay vremengenzer)

$$= \frac{1}{RC(p + \frac{1}{RC})} \quad a_1 = -\frac{1}{RC} \quad \frac{b_0}{a_0} = \frac{1}{RC}$$

$$|K| = \frac{1}{RC} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{RC^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad -AUX$$



$$\arg K = -\arctan(\omega RC) - \varphi_{UX}$$



Дискретизированная RC-система



$$K(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{j\omega RC + 1} = \frac{j\omega - \omega_0}{j\omega + \frac{1}{RC}}$$



AUX

OPUX

Не вещественное нулю / ненулевое бугоры симметричны относительно оси. Re > 0, если конд 1 - вещественный

Однократные характеристики систем



$$C_n \frac{df^{(n)}}{dt} + C_{n-1} \frac{df^{(n-1)}}{dt} + \dots = \dots$$

Заменим $f^{(n)}$ на p^n , $f^{(n-1)}$ на p^{n-1} , ...

Получаем характеристическое уравнение.

Корни полученного уравнения дают решения дифр. ур-я.

$$\frac{df^{(n)}}{dt^{(n)}} \rightarrow p^n$$

- оно же, с помощью к-поса можно решить задачку

$$\int f(t) dt \rightarrow \frac{1}{p}$$

Непрерывная форма $x(t)$ и ее спектр (преобразование Фурье):

$$F(\omega) = C \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

- сходимость интеграла второго вида



- спектр этого нигде не непр. интеграл не сходится

(Ф-ия Хейвайса)

Можно придумать ее непрерывнос. вспом. к-поса и сп-ва Хейвайса, и показать, когда спектр непрерывнос. интеграл.

Важнее нее спектр преобр-e, более универсальный метод: умножим $f(t)$ на $e^{-\sigma t}$.

То есть сп-ва можно ограничить своим действием. Новое преобр-e:

$$F(p) = \int_0^{+\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt; \text{ обозначим } p = j\omega + \sigma - \text{ преобр-e Лапласа (простое)}$$

"это очевидно, он дает заслуженное"

При этом спектр сущест., т.к. при $t=0$ $f(t)=0$, наше выражение сущ сп-ва

(т.к. интеграл не разбирается от отриц. знач. $e^{-\sigma t}$). $F(p)$ - лампас - отраз

Числовые признаки знакоустойчивости

- Коэффициенты характеристического уравнения не должны иметь действительных частей, равных нулю.
- $\forall t < 0 \rightarrow f(t) = 0$
- $\exists M > 0, s_0 > 0 : \forall t \rightarrow |f(t)| < M e^{s_0 t}$ - определение знакоустойчивости

$f(t) \stackrel{def}{=} F(p) - f(t)$ есть остаток $F(p)$

Однозначное представление вида $\frac{1}{p-a}$.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} \frac{1}{p} e^{pt} dp$$

В ТФКП не имеется других интегралов.

Однозначный вид: теорема Коши о вычетах.

$$\int_C q(p) dp = 2\pi i \cdot \sum \operatorname{res} q(p) \quad (\text{вычитающиеся полюсы})$$

$\operatorname{res} q(p)$ - вычеты оп-ум $q(p)$



- можно превратить в
действительную.



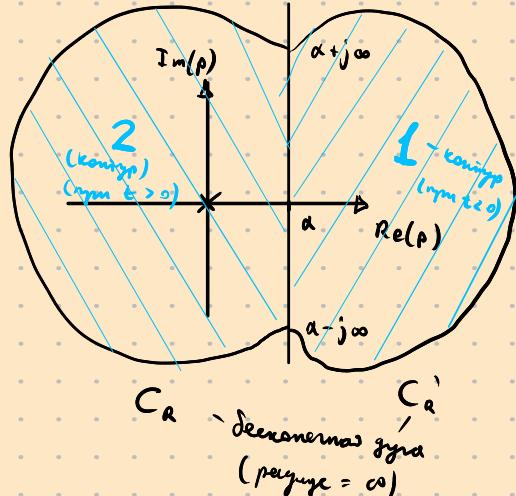
нашествие (осадковое) - вычеты

Если в оп-ум есть осадковые, пренебрегаем не в пользу Тейлора, а вот в пользу паг!

$$f(p) = \dots + \underbrace{\frac{1}{p^2} C_{-2}}_{\text{вычет оп-ум}} + \underbrace{\left(C_{-1} \frac{1}{p} + C_0 + C_1 p + C_2 p^2 + \dots \right)}_{\text{правильные члены}}$$

- паг

C_{-1} - это нечестно, надо в знаменатель



Понятие знакоустойчивости выражается тем, что с правильным

$\rightarrow \infty$ при движении оп-ум $p \rightarrow \infty$ на ∞ экспонента $= 0$.
(лемма Моргуана)

При $t < 0$ по линии Моргуана $\int_{C_R} \dots = 0$

$$\int_{C_R} \dots = \int_L \dots - \int_{C_R'} \dots = 0 - 0 = 0 \quad f(t) = 0$$

заканчивается

При $a > 0$ контур 1 не содержит осадков (один из них: $\frac{1}{p} - 8$ раза) $\Rightarrow \int_1 \dots = 0$

При $t \geq 0$

Вычитающийся, забавляется 1 ($p \rightarrow 0 \quad e^{pt} \rightarrow 1 \Rightarrow$ вычитающийся): $\frac{1}{p} \rightarrow C_{-1} - 1$)

$$\int_2 \dots = 2\pi i \quad \int_2 \dots - \int_{C_R} \dots = 2\pi i$$

$$F(t) = \frac{2\pi i}{2\pi i} = 1 \quad - \text{q-p-u2 Xebucanya!}$$

T.e. $F(p) = \frac{1}{p}$ gur q-p-u2 Xebucanya.

Прегледуем ноды q-p-u2 8 бүгээ нададаа өгүүнийн саралт, тонга ээс тохио нүүцлэхэдэээсээс нь хамаарж. e^{-pt} - өгүүнийн q-p-u2 Xebucanya нийн нүүцлэхэдэээсээс нь хамаарж. e^{-pt} - өгүүнийн q-p-u2 Xebucanya нийн нүүцлэхэдэээсээс нь хамаарж.



$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} e^{pt} \left\{ \sum f(\tau_x) e^{-p\tau_x} \Delta' \tau_x \right\} dp$$

$$\Delta' \tau_x = \frac{-e^{-p\Delta \tau_x}}{p} = \Delta \tau_x - \frac{(\Delta \tau_x)^2}{2!} + \dots - \text{рэз түндээрэй}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} e^{pt} \left\{ \int_0^t f(t') e^{-p t'} dt' \right\} dp \quad - \text{одоогийн нүүцлэхэдээсээс нь хамаарж}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} e^{pt} F(p) dp$$

$f(t)$ - q-p-u2 Xebucanya.

$$F(p) = \int_0^{+\infty} i(t) e^{-pt} dt = -\frac{1}{p} e^{-pt} \Big|_0^{+\infty} = \frac{1}{p}$$

$$G(p) = \int_0^{\infty} e^{p_0 t} e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} e^{-(p-p_0)t} dt = -\frac{1}{p-p_0} e^{-(p-p_0)t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{p-p_0}$$

Нийгүүлж, тийм

$$i(t) = \frac{1}{p} \quad e^{p_0 t} \cdot i(t) = \frac{1}{p-p_0}$$

Ихэвчлийн нүүцлэхэдээс үзүүлж, ялангуяа түүхийн нийтийн нүүцлэхэдээсээсээсээс нь хамаарж.

Совсивын нүүцлэхэдээсээсээс нь хамаарж

1° Ичинчилж

$$\int_0^{\infty} (\alpha f(t) + \beta g(t)) e^{-pt} dt = \alpha \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt + \beta \int_0^{\infty} g(t) e^{-pt} dt$$

$$\alpha f(t) + \beta g(t) = \alpha F(p) + \beta G(p)$$

$$\sin \omega t = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j}, \quad \cos \omega t = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$$

Ихэвчлийн нүүцлэхэдээсээс нь хамаарж.

$$\sin \omega t \doteq \frac{1}{2j} \left(\frac{1}{p-j\omega} - \frac{1}{p+j\omega} \right) = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$$

$$\cos \omega t \doteq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p-j\omega} + \frac{1}{p+j\omega} \right) = \frac{p}{p^2 + \omega^2}$$

$$\operatorname{sh} \omega t \doteq \frac{\omega}{p^2 - \omega^2}$$

$$\operatorname{ch} \omega t \doteq \frac{p}{p^2 - \omega^2}$$

2° Таблица номинал

$$f(t) \doteq F(p)$$

$$f(\alpha t) \doteq \int_0^\infty f(\alpha t) e^{-pt} dt = \frac{1}{\alpha} \int_0^\infty f(t) e^{-p\frac{t}{\alpha}} dt = \frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$$

3° Дифференцирование ортранс

$$f(t) \doteq F(p)$$

$$f'(t) \doteq \int_0^\infty \underbrace{f'(t)}_{u'} e^{-pt} dt = f(t) e^{-pt} \Big|_0^\infty - \int_0^\infty f(t) (-p) e^{-pt} dt = -f(0) + pF(p)$$

$$f^{(n)}(t) \doteq p^n F(p) - \sum_{i=0}^{n-1} p^{n-i-1} f^{(i)}(0)$$

4° Дифференцирование изотранс

$$F(p) \doteq f(t) \quad (\text{одинакое преобр-е})$$

$$F'(p) = \left(\int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt \right)'_p = - \int_0^\infty t f(t) e^{-pt} dt$$

$$F^{(n)}(p) \doteq (-t)^n f(t)$$

$$t^n \doteq (-1)^n \left(\frac{1}{p} \right)^{(n)} = \frac{n!}{p^{n+1}}$$

$$t^n e^{pt} \doteq \frac{n!}{(p-p_0)^{n+1}}$$

5° Интегрирование ортранс

$$f(t) \doteq F(p)$$

$$g(t) = \int_0^t f(t) dt \quad g(t) \doteq G(p)$$

$$F(t) = g'(t) \doteq F(p) = pG(p)$$

$$G(p) = p^{-1} F(p)$$

6⁰ Интегрирование изображения

$$F(p) \doteq f(t)$$

$$\int_p^{\infty} F(p) dp - \text{изображение}$$

$$\int_p^{\infty} F(p) dp = \int_p^{\infty} \left\{ \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt \right\} dp = \int_0^{\infty} f(t) dt \int_p^{\infty} e^{-pt} dp = \int_0^{\infty} \frac{f(t)}{t} e^{-pt} dt$$

\uparrow изложение неправильное интегрирование

$$\int_p^{\infty} F(p) dp \doteq \frac{f(t)}{t}$$

$$e^{pt} - e^{at} \doteq \frac{1}{p-a} - \frac{1}{p-a}$$

$$\frac{e^{pt} - e^{at}}{t} \doteq \int_p^{\infty} \left(\frac{1}{p-a} - \frac{1}{p-a} \right) dp = \ln \frac{p-a}{p-a}$$

7⁰ Теорема замены изображения

$$f(t) \doteq F(p)$$

$$f(t-t) \doteq \int_t^{\infty} f(t-t) e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} f(t_1) e^{-(t_1+t)} dt_1 = e^{-pt} F(p)$$

$t_1 = t-t$



$$f(t) = A(1(t) - 21(t-t) + 2 \cdot 1(t-2t) - \dots)$$

$$F(p) = \frac{A}{p} \left(1 - 2 \frac{e^{-pt}}{1 - e^{-pt}} \right)$$

Меняется

$$F(p) = \frac{A}{p^2} \left(1 - 2 \frac{e^{-pt}}{1 - e^{-pt}} \right)$$



8º Teorema convolutionis

$$F(p) \doteq f(t)$$

$$F(p-p_0) \doteq ?$$

$$F(p-p_0) = \int_0^\infty f(t) e^{-(p-p_0)t} dt = \int_0^\infty (f(t) e^{p_0 t}) e^{-pt} dt$$

$$e^{-pt} \sin \omega t \doteq \frac{\omega}{(p+\lambda)^2 + \omega^2}$$

$$e^{-pt} t^n \doteq \frac{n!}{(p+\lambda)^{n+1}}$$

9º Teorema умножения - *бесконечное произведение*

$$f(t) \doteq F(p) \quad g(t) \doteq G(p)$$

$$F(p) \cdot G(p) \doteq ?$$

$$\int_0^t f(\tau) g(t-\tau) d\tau = \int_0^\infty e^{-pt} dt \int_0^t f(t) g(t-t) dt = \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt \int_0^\infty g(t) e^{-pt} dt =$$

$$= F(p) \cdot G(p)$$

$$\int_0^t f(t) g(t-t) dt - \text{интеграл свёртки}$$

Есан оңайында оның үз-үзін интеграл жарнамасын, дәржін - барынан бергенінде, бескінчелік бергеніндең дүйесіндең таңынан сабакта - көмек көрсеткеме жағынан

$$p F(p) G(p) = f(0) G(p) + \{p F(p) - f(0)\} G(p) \doteq f(0) g(t) + \int_0^t g(t) \cdot f'(t-t) dt =$$

Интеграл Дюамеля

$$= g(0) f(t) + \int_0^t f(\tau) g'(t-\tau) d\tau$$

10º Обратная теорема умножения

$$f(t) g(t) \doteq \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} F(q) G(p-q) dq - \text{неге жағынан}$$

$$f(t) g(t) \doteq \int_0^\infty f(t) g(t) e^{-pt} dt = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty \left\{ \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} F(q) e^{qt} dq \right\} g(t) e^{-pt} dt =$$
$$= \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \left\{ F(q) \int_0^\infty g(t) e^{-(p-q)t} dt \right\} dq = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} F(q) G(p-q) dq$$

Дегенде интеграл ендиңдең интегралынан.

Числоское характеристики

Особенности функциональных из-внешн. функционалов, заданные на пространстве основных функций. Число, соотвтвующее основной функции φ функционалу f обозначается (f, φ) и наз-ся единичной оценкой φ -и по f . на протяж. φ -и по f .

$$(f, \varphi) = A$$

1° Линейность функционала

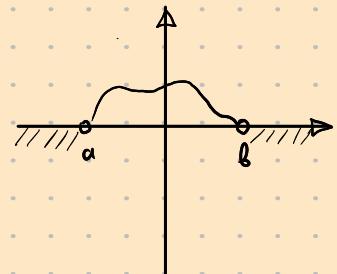
$$f(c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2) = c_1(f, \varphi_1) + c_2(f, \varphi_2)$$

2° Непрерывность

$$\forall \varphi_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0 \rightarrow (f, \varphi_n) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0 \quad (K - \text{нр-бо оценк} \varphi-\text{и})$$

Важна основная φ -и лемма декомпозиции.

У каждого основн. φ -и есть "конечно подел": $\varphi(x) = 0 \Big|_{|x| > b}$
 (второе сл-во - это принцип)



Пример: $\varphi(x) = \begin{cases} 0, & |x| \geq a \\ \exp\left(-\frac{a^2}{a^2-x^2}\right), & \text{если } x < |a| \end{cases}$

В т. $x \rightarrow a$ функция, эко $\varphi(x) \rightarrow 0$ и $\varphi'(x) \rightarrow 0$ - φ -и нормализована и вб-с превращена в константу $\varphi(x) = 0$.



Эти φ -и можно умножить на любые декомпозиции функции φ -и. И результат будет оставаться в декомпозиции функции!

Принципиально важна то, что нр-бо основных φ -и K .

$$(g, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \varphi(x) dx - \text{результат единичной оценки}$$

Случай простейший - φ -и Хэмилтона:

$$1(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases} \quad (\text{небходимо, так как требуется } \theta \geq 0; \text{ всеядно можно умножить})$$

$$(1, \varphi) = \int_0^{+\infty} \varphi(x) dx$$

$(\delta, \varphi(x)) = \varphi(0) - \delta - \text{ошибка}$



$h(t)$ - импульсная реакция, реакция системы на "момент дозы"

$$g(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \int_0^{\infty} x(t) \delta_{\Delta}(t-t) dt$$

Математика сводится к такому выражению:

интеграл Римана в огнице t , величина 0.



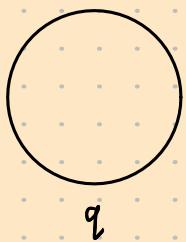
Неправильное выражение:

$$g(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \int_0^{\infty} x(t) \delta_{\Delta}(t-t) dt = x(0) = (\delta, x(t))$$

Обобщенное производное обобщенного оператора

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t) \varphi(t) dt = \left. \delta(t) \varphi(t) \right|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) \varphi'(t) dt = -\varphi'(0)$$

равдели на
функции



$$q = \int_{V \rightarrow 0} \rho dv \quad - \text{масса}$$

$$q = \int q \delta(x) dx, \quad \delta(x) - \text{масса точечного заряда}$$

q



Как отнести массу точечного заряда?

$$\frac{l}{\ell} \rho \delta\left(x + \frac{l}{2}\right) \quad \text{и} \quad -\frac{l}{\ell} \rho \delta\left(x - \frac{l}{2}\right) \quad - \text{если } l \neq 0;$$

$$\lim_{l \rightarrow 0} \frac{\rho \delta\left(x + \frac{l}{2}\right) - \rho \delta\left(x - \frac{l}{2}\right)}{l} = \rho \delta'(x)$$



$$\begin{array}{c} \delta(t) \xrightarrow{\quad \quad \quad} h(t) \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ 1 \quad \rightarrow \quad K(p) \end{array}$$

Синоды описание лин. и не-л.

① АЧХ, фур



② Частотная характеристика



Задаваем первое начальное значение в момент $t = 0$

③ Переходное характеристики



Все описания эквивалентны

Описание не-л. частотной характеристики



$$\delta(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{i(t) - i(t-\Delta t)}{\Delta t}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt := \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}} \frac{1}{\Delta t} dt = 1$$

(если не брать \lim за \int , получим 0!)

Когда мы находим, что $\delta(t) = i'(t)$, то $i(t)$ не uniquely определена — это означает, что не так. Однако если считать все однозначно определенными, то она unique!

Всегда имеем в виду:

$$h_n(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{h(t) - h(t-\Delta t)}{\Delta t}$$



пример для интегрирующей цепи
(единственная не-л. характеристика)



пример для дифференцирующей цепи
(единственная не-л. характеристика)

Однако $h(t)$ всегда unique и unique! Поэтому

$$h_n(t) = h'(t)$$

Для синоды оправдываются с помощью характеристики $h_n(t)$:

1. Пайдит $h(t)$ на все равно: либо 1. производная и больше
2. Переим \times одноз. ф-ции: там одинаково

Наша сінукса на $x(t)$



Аналог $x(t)$ можна представити сумою елементів.

Всі цікі уміння використані вище:

$$y(t) = c_0 h(t) + c_1 h(t-\Delta t) + c_2 h(t-2\Delta t)$$

Чи можемо $\Delta t \rightarrow 0$:

$$y(t) = \int_0^t h(t-\theta) d[x(\theta)] = \int_0^t x'(\theta) h(t-\theta) d\theta - \text{непасирна функція Dirac}$$

Но! Якщо $x(t)$ підібний? Тоді не $x'(t)$. Можна непідібний & однак. єд-нан, але спонза більш широким обсягом.

$$y(t) = x(\theta) h(t-\theta) \Big|_0^t + \int_0^t x(\theta) h'(t-\theta) d\theta = x(t) h(0) + \int_0^t x(\theta) h'(t-\theta) d\theta - \text{- більш широка функція Dirac}$$

Підібні $h(t)$ називають також, якщо в них називає $h_u(t)$ - параліпіпедним зважом або ваговим зважом. І. підібні по обсягу.

В одній з цих:

$$y(t) = \int_0^t x(\theta) h_u(t-\theta) d\theta$$

Свого з преодол-ем Аналіза

$$\mathcal{L}[y(t)] = \mathcal{L}[x(t)] \cdot \mathcal{L}[h_u(t)] = H(p) \cdot \mathcal{L}[x(t)]$$

Припустимо компактність h_u - неперіз - $H(p) = \mathcal{L}[h_u(t)]$!

Выделение нужного сигнала из падора



1 МГц, импульс на частоте 50 Гц



AЧХ приемника

① Частотное разделяние

- Передатчик и приемник имеют одинаковую группу о группе не забот

② Разделение по времени

- Предупреждение о синхронизирующих пакетах (нечетные передаваемые)

③ Разделение по фазе

- Предупреждение о синхронизирующих пакетах (5 нс для задержки между кандидатом 1 и кандидатом 2)

Частотное разделение

Деление на частоты неудобно (имеем не-равномерный спектр передаваемого сигнала). Берут октаву или меньше (октава - от ω_0 до $2\omega_0$)



Использование RC-фильтра (AЧХ).
Сдвиг в 6 ДБ (честно!)

Первое прохождение

- FM диапазон: 90 - 110 МГц
- Максимальная частота: 400 кГц
- Изменение частоты на 5%, задержка сигнала 60 ДБ (линейно - RC-цепочка совсем не подходит...)

Второе прохождение



- Используется на огни дистанции, 2 адонента одновременно в один сторону
- Коэффициент ~ 10% различия (напр. 1,0 и 1,1 МГц для передачи и для приема)

- Задача упрощена: нерегулятор и приемник - движущее в огне зеркало. Мощность нерегулируемого излучения $E_{\text{нр}}$ (в 1-й задаче нерегулятор не входит в расчеты из-за применения, но не менее ~1 кВт - все равно).

Решение 1: негасимый П-образный генератор.

Минимальное значение нестабильности (если сущест. короткое, то оно можно декомбинировать) - зависит от преодол. $\Phi_{\text{крит}}$.

Как такое можно в реальности?

Решение 2: резонансные сиркуляции



- Согласование генератора с нагрузкой не является нерегулируемым
 - Но! Негасимой каскад. если не забыть - это нестабильность (r)
- $$L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i dt + ri = e \quad -\text{если забыть}$$

Можно еще компенсацию добавить:

$$I = \frac{E}{Z_{\text{бл}}} = \frac{E}{jwL + r - \frac{1}{wC}} = \frac{E}{r + j(wL - \frac{1}{wC})}$$

Единственное условие при $wL = \frac{1}{wC}$

$Z_{\text{бл}}$ несет на себе заряд:

1. $r_b = r$ - активная составляющая (const)

2. $X_{\text{бл}} = wL - \frac{1}{wC}$ - реактивная составляющая (0 при $wL = \frac{1}{wC}$, зеркальной ω)

Резонанс при $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (при этом $Z_h = Z_c$), при нем:

$Z_h = Z_c = \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ - характеристическое сопротивление колебательного контура

Добротность $Q = \frac{W_{\text{кк}}}{P \cdot \sqrt{LC}} = \left(W_{\text{кк}} - \text{ энергия, занесенная в колеб. контур, } P - \text{ средняя мощность потерь за 1 цикл, } \sqrt{LC} - 1 \text{ цикл } \right)$

$$= \frac{LI^2}{2P\sqrt{LC}} = \frac{LI^2}{2\left(\frac{I}{\sqrt{2}}\right)^2 R \cdot \sqrt{LC}} = \frac{\sqrt{LC}}{R} = \frac{\rho}{r}$$

активное
занесение
излучения

График. зеркала: напряжение передатчика с амплитудой I подана напряжением наст. тока $I_{\text{запл}}$, где сущест. $I_{\text{запл}} = I / \sqrt{2}$



$$Q = \frac{W_{\text{ex}}}{P \sqrt{L C}} = \frac{C U^2 R}{2 \left(\frac{U}{R} \right)^2 \sqrt{L C}} = \frac{R}{\sqrt{L/C}} = \frac{R}{S} \quad - \text{здесь} \text{нагрузка}$$

Задание $d = 1/Q$

При независимом нагрузке $\frac{1}{Q'} = \frac{1}{Q} + \frac{1}{Q_n}$ (т.к. $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_n}$)
 $d' = d + d_n$

Число не зависит от конфигурации нагрузки (L-R)

Обычно $Q \in [10; 10000]$.

Например, будем считать ω_0 неким нерев, а ω какую-либо частоту ω , можно упростить.

$$X_{Bx} = \omega L - \frac{1}{\omega C} = \omega L \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_0 \omega L C} \right) = \omega_0 L \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = S \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

$$\xi = \frac{X_{Bx}}{r} = \frac{S}{r} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad - \text{коэффициент рассеяния}$$

(нормированное на } Q \text{ и на } \omega_0 \text{)

$$\omega = \omega_0 + \Delta \omega, \quad \Delta \omega - \text{изменимая часть}$$

(некоторое изменение частоты при изменении частоты)

$$X_{Bx} = \omega_0 L \left(\frac{\omega_0 + \Delta \omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_0 + \Delta \omega} \right) = \omega_0 L \frac{(\omega_0 + \Delta \omega)^2 - \omega_0^2}{\omega_0 (\omega_0 + \Delta \omega)} \approx \omega_0 L \frac{2 \omega_0 \Delta \omega + \Delta \omega^2}{\omega_0^2} = L \Delta \omega =$$

$$= \frac{2 S}{\omega_0} \Delta \omega$$

$$\xi = 2 Q \frac{\Delta \omega}{\omega_0}$$

$$|Z_{Bx}| = r \cdot \sqrt{1 + \xi^2} \quad (\text{т.к. } Z_{Bx} = r \cdot (1 + j\xi))$$

$$\arg Z_{Bx} = \arctg \xi \approx 2 Q \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \quad - \text{если} \text{ известна } Q, \text{ тем} \text{ кратче} \Phi \propto X$$



