

# Бриоров Александер Алексеевич

## Проблема физикации



$$s = \frac{\rho}{\omega_0} - \text{характер. частота}$$

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} // \begin{matrix} \text{ненулев.} \\ \text{разумная оп-ка} \end{matrix}$$

1. Сущность  $H(s)$  - как её видеть? Сущность из АЧХ
2. Реализация - как сделать генератором? Чему приведет



Она не реализуема АЧХ и RC цепьми.

Но есть RLC



- реализуема гарм. синг. помеха

Симметричные пары помех

Однако интуитивно не хочется. Их можно заменить умножением!

RC - **авиабиле** RC-цепь / фильтр

## Cards on AUX



$$H(s) = \underbrace{|H(s)|}_{\text{AUX}} e^{j \underbrace{\arg H(s)}_{\text{AUX}}}$$

$$|H(s)|^2 = H(s) \cdot H^*(s)$$

— x змінніми зображені

$$\Rightarrow j = \frac{\omega}{\omega_0} \quad \text{Нас интересує значення } |H(s) \cdot H^*(s)| \Big|_{s=j}$$

AUX

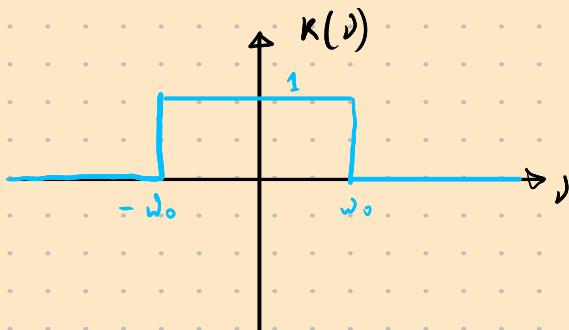
- Поміж т.к. позначок  $N$  та  $\Delta$  близькі, то  $H^*(s) = H(s^*)$ , т.е. виконується  $|H(s) \cdot H(s^*)| \Big|_{s=j}$
- Розглянемо зображення: якщо  $s=j$ ,  $H(s^*)=H(-s)$ , та зображення подібні:  $|H(s) \cdot H(s^*)| \Big|_{s=j} = |H(s) \cdot H(-s)| \Big|_{s=j}$

$$H(s) \cdot H(-s) = |K(j)|^2$$

$AUX^2$  — це зображення як квадрат модулю низькочастотної

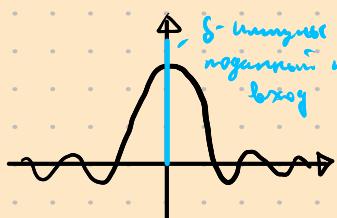
Співвідношення низькочастотного  $AUX^2$  буває дуже складним (наприклад заміна  $s \rightarrow -s$ ), та наочніше все відносять до  $H(s)$ , навіть  $-H(-s)$ .

## Приклад. другий підхід під час рахунку



$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(f) e^{j 2\pi f t} df = \frac{\sin 2\pi t}{\pi t}$$

Частотне зображення



— не єдине. Важливий  
призначення (різний  
рівень вагових функцій)

T. e. такій підхід не реалізуємо.

Домогаща неравномерності АЧХ є нюанс пропускання:

$\varepsilon$  - неравномерність в НН

$\eta$  - селективність

$\eta_1$  - узгодженість на границі НЗ



К узгодженню підводяться:  $|H(s) \cdot H(-s)|_{s=jv} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 F_n^2(v)}$   $n$  - порядок критичного

$$|F_n(v)| = \begin{cases} \leq 1, & v \in (-1; 1) \\ \geq \eta_1, & \geq 1 \end{cases}$$

Варіанти виборки:

1.  $F_n(v) = v^n$  - критерій **Баттерворта**

2.  $F_n(v) = P_n(v)$  - критерій **Чебишева**, де  $P_n(v)$  - поліном Чебишева

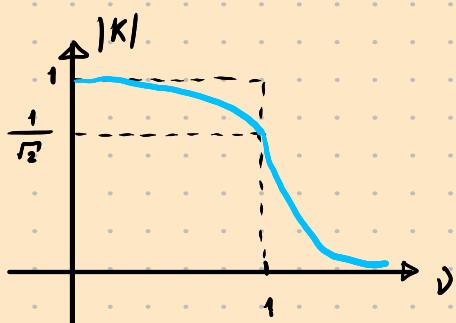
3.  $F_n(v) = R_n(v)$  - **мінімаксний** критерій,  $R_n(v)$  - розпод. змінної. як - ма

## Баттерворт

$$|H(s) \cdot H(-s)|_{s=jv} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 v^{2n}}$$

$\varepsilon^2 \left( \frac{v}{\omega_0} \right)^{2n}$  - виснаження  $\varepsilon$  забезпеченням виснаження  $\omega_0$ , т.е.  $\varepsilon$  не виснажене - он більше 1

$$K(v) = \frac{1}{\sqrt{1 + v^{2n}}}$$



При  $n \rightarrow \infty$  та АЧХ засоб. симетрична  
недавної пропусканням.

Більш детальні зображення - 3 гл

$$H(s) \cdot H(-s) \Big|_{s=j} = \frac{1}{1 + j^{2n}} \Rightarrow H(s) \cdot H(-s) = \frac{1}{1 + \left(\frac{s}{j}\right)^{2n}}$$

Нужен ноль:  $\left(\frac{s}{j}\right)^{2n} + 1 = 0$

$$\left(\frac{s}{j}\right)^{2n} = e^{j\pi} \cdot e^{j \cdot 2\pi k}, k \in \mathbb{Z} \quad -1 = e^{j\pi}$$

$$\frac{s}{j} = e^{j\frac{\pi}{2n}} \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot \frac{k}{2n}} \quad j = e^{j\frac{\pi}{2}}$$

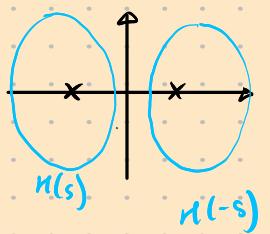
$$s_k = e^{j\left[\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k\right]} \quad - \text{номеры нулей, при которых } H(s) \cdot H(-s)$$



- номера вида  $\frac{\pi}{n}$ , кратные  $\frac{\pi}{2n}$   
стоеч. можно сеч!

## Примеры

$$n=1: \quad \frac{1}{1 + \left(\frac{s}{j}\right)^2} = \frac{1}{1 - s^2} \quad s = \pm 1 \quad - \text{ноль}$$



$$H(s) = \frac{1}{1+s}$$

Универсальная зона!

$$n=2:$$



Симметричный поле на ej. круге характеристи-

ческое зондование  $\zeta$

$$\text{Полином } s^2 + 2j_3s + 1$$

$$\text{Корни } -j_3 \pm i\sqrt{1-j_3^2}$$

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

У дійсного Гауссервого синуса негативні знач.

Ені жерде бірнайиғынан, негативні орнашында күштілік орнаша (янар  $\frac{\pi}{2n}$ ) - бірнайиғынан



$$\xi = \sin \frac{\pi}{2n}$$

$$Q = \frac{1}{2\xi} = \frac{1}{2\sin \frac{\pi}{2n}}$$

Решімірдің с макшынан шектенең тәжірибелі жәнең.

## Чебышев

$$|K(v)|^2 = \frac{1}{1 + \xi^2 P_n^2(v)}$$

$-1 \leq v \leq +1$ ;  $|P_n(v)| \leq 1$  - осцилляциялардың ортағы анықтамалар

$$P_n(v) = \cos(n \arccos v)$$
 - именем **Чебышев** (1)

$$\cos[(n+1)\alpha] + \cos[(n-1)\alpha] = 2 \cos n\alpha \cdot \cos \alpha \quad - \text{негізгі} \cos \text{ формула}$$

$$\alpha = \arccos x$$

$$\text{Негіздену} \quad P_{n+1}(x) + P_{n-1}(x) = 2P_n(x) \cdot x$$

$$P_{n+1} = 2xP_n - P_{n-1}, \quad - \text{ рекурренттік ғл-да}$$

$$P_0(x) = -1 \quad P_2(x) = 2x^2 - 1$$

$$P_1(x) = x \quad P_3(x) = 4x^3 - 3x$$

По ғл-да (1) негіздену, көп  $P_n(x)$  орнадында салынад  $[-1; +1]$  мін-за архимедия. Негіздену оңдей



$n \arccos x$  мендесінде 0-дан  $n\pi$  га

Зертте,  $x \in [-1; 1]$  промежуткінде көпде

негативнеге осцилляция. Енде  $n$ -шіндегі, то  $b = 0 - 0$ .

Пореди наведені спрощення на біні змінній  $\arccos$  нажо під-убий  
как спосіб комунації апгумента.

$$\cos(z) = \cos(x+iy) = \cos x \cdot \overset{\text{ch } y}{\cos iy} - \sin x \cdot \overset{\text{jsh } y}{\sin iy}$$

$$\cos iy = \frac{e^{i \cdot iy} + e^{-i \cdot iy}}{2} = \frac{e^{-y} + e^y}{2} = \text{ch } y$$

$$\sin iy = j \text{sh } y$$

- Поняття  $\cos z = \cos x \text{ ch } y - j \sin x \text{ sh } y$

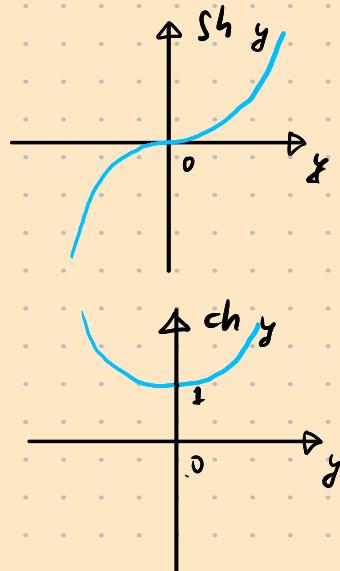
Если  $y=0$ , то  $\cos z = \cos x$ .

- Комунація згадана в  $\cos$  однозначна в  $0$ ,

тому  $\sin x = 0$ ,



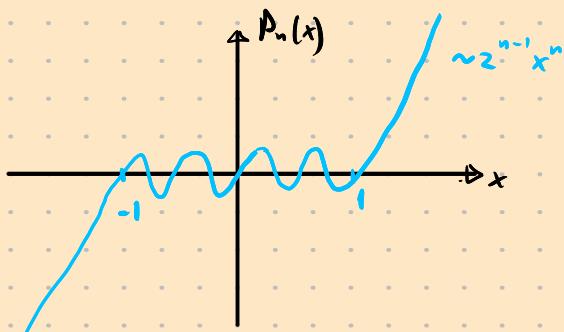
( $\cos z$  при  $y > 0$ )



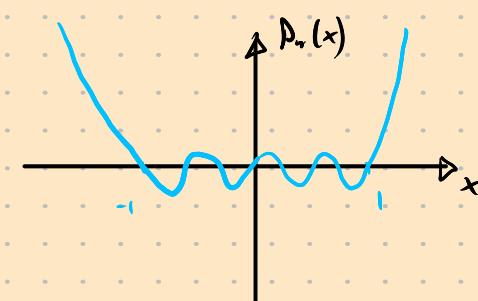
То єсть апгумент  $\arccos$ -модулі  $x \in \mathbb{R}$ , універсальне  $\arccos x$  можливе, та  
 $\cos(n \arccos x)$  однозначно визначене.

- $P_n(x) = 2^{n-1} x^n + \dots$  - **циліндрический коефіцієнт**

При  $n \geq 1$  он дійсно паріє.



$P_n(x)$ ,  $n$  - паріє



$P_n$   $n$  - іємне

$y$  Числові вимірювання не суперечать цим висновкам.

Новек номозб:

$$H(s) H(-s) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 P_n^2\left(\frac{s}{j}\right)} = 0$$

$$P_n^2\left(\frac{s}{j}\right) = -\frac{1}{\varepsilon^2}$$

$$\cos\left(n \arccos\left(\frac{s}{j}\right)\right) = \pm \frac{j}{\varepsilon}$$

$$u - jv$$

$$\begin{cases} \cos(n(u - jv)) = \pm \frac{j}{\varepsilon} \\ \frac{s}{j} = \cos(nu - jv) \end{cases} \quad \stackrel{(-1)^n}{=}$$

$$\cos nu \cdot \operatorname{ch} nv + j \sin nu \cdot \operatorname{sh} nv = \pm \frac{j}{\varepsilon}$$

$\stackrel{||}{0} \Rightarrow \cos nu = 0$

$$nu = \frac{\pi}{2} + \frac{n}{2}k \Rightarrow u_k = \frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k \quad - \text{номерка на гармониках}$$

$$\operatorname{sh} nv = \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow v = \frac{1}{n} \operatorname{sh}^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$\frac{s}{j} = \cos(u - jv) = \cos u \cdot \operatorname{ch} v + j \sin v \cdot \operatorname{sh} v$$

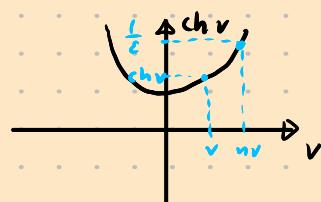
$$S_k = j \left[ \operatorname{ch} v \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k\right) + j \sin\left(\frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k\right) \operatorname{sh} v \right]$$

$$S_k = -\operatorname{sh} v \sin\left(\frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k\right) + j \operatorname{ch} v \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k\right)$$

Опс. гармоника таємо коеф-ти умножені на  $\operatorname{sh} v$  та  $\operatorname{ch} v$ .



$\operatorname{sh} v$  умножає ( $<1$ )



$\operatorname{ch} v$  піднімає ( $>1$ )



нормальна крива Чедомівська

Базис  $\{1, x, x^2, \dots, x^n, \dots\}$ , споряджений з цп-ко Гаудерія, єдиний універсальний Чедомівський.

## Эллиптические функции



$$a = \frac{1}{\sqrt{1-k^2}} \quad x \in \Sigma_0; 1)$$

$$v = \int_0^\theta r(\theta) d\theta$$

$$dn(v) = r \quad cd = \frac{cn}{dn}$$

При  $k=0$  - биссектриса в окружности,  $\sin u \cos$

$$\int_0^{v_2} r(\theta) d\theta - \text{эллиптический интеграл}$$

Погодно зам., как  $\cos(n \arccos x)$  - ненулев., много разные  
множ. сдвиги в б. земн. Типичн. - т.н. **периодические эллиптические**  
функции.

$$P_n(x) = \cos n\omega, \quad \text{где } x = \cos(\omega)$$

$$\varphi_n(x) = cd(k, n\omega), \quad \text{где } x = cd(k, \omega), \quad k, k_1 \in (0; 1)$$

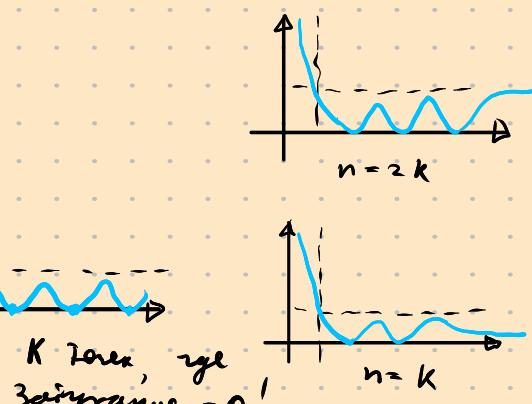
неп-р эллиптический  $[0; 1]$

Равнодейств. это  $\varphi_n(x) = \frac{N(x)}{\Delta(x)}$  - пер. пр-вн. (есть много н. номб.)

Решка н. номб. в номбах:

$$N(s) N(-s) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \varphi_n^2(s)} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \frac{\Delta^2}{N^2}} = \frac{N^2}{N^2 - \varepsilon^2 \Delta^2} = 0 \quad \begin{array}{l} \text{- н. н.} \\ \text{- номб.} \end{array}$$

Но номб. Один номб на пр-вн. Чебышева (они same на  
множ.), все н. н. - на иной осн.



Н. н. в множ.

$n = 2k$  - н. н. н. н.  $n = 2k+1$  - один н. н. на  $\infty$

## Первые способы

1. Варенберг - загадка гибко перегиб  $\eta$
2. Чеджуб - загадка  $n$  и  $\varepsilon$  (река  $\eta_1 = \eta_1(\eta)$  - ортогональна)
3. Динамические - загадки  $(n, \varepsilon, \eta)$  или  $(n, \varepsilon, \eta_1)$  или  $(\varepsilon, n, \eta_1)$   
(в них роль  $n$  можно привести настолько)

В приведенном виде изображение некорректно, потому что так:



Изображение ПП с приведенном виде

Но! Если мы построим синий, то ПП будет правильным.  
Было же оно краю не землю! Кто в программе.

## Лекционные схемы

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

$$|H(s)|^2_{s=j\omega} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 F_n(\omega)}$$

$$F_n(\omega) = \omega^n; P_n(\omega); \varphi_n(\omega)$$



В классах RC и RL имеют компоненты настроек  
(= коррекционные процессы) передаваемые.

$$|H(s)| = \frac{\prod_{n=1}^m \text{послед. по модулю}}{\prod_{n=1}^m \text{посл. по номоду}} \Rightarrow \text{Диаграмма -}$$

внешним номодам характера прохождения в пропускающие  
и сглаживающие. Характер прохождения определяется номодами.

RLC - класс; можно добиваться резонанса;



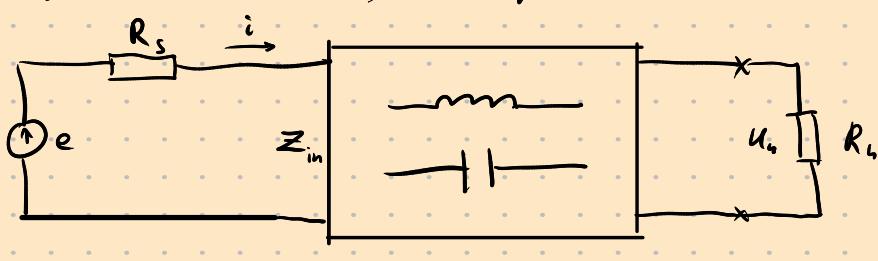
$$Z_{\text{резонанс}} = 0$$

$$Y_{\text{резонанс}} = 0$$

- неравномерность из группы  
затухания ненормированной  
амплитуды

## Безустановочные линейные схемы

Резонанс (и выше) в группе нет!



$$P_n = \operatorname{Re} \left[ \frac{u \cdot i^*}{2} \right]$$

- мощность на нагрузке

Переход к монополии.



Какова мощность источника?

Она такая, чтобы  $R_s = R_u$ .

$$u = \frac{e}{R_s + R_u} R_u = \frac{e}{2}$$

$$P = \frac{u^2}{R} \quad (\text{нор. напр.}) \quad P = \frac{|u|^2}{2R} \quad (\text{нег. напр.})$$

↓  
здесь  $u$  — амплитуда

$$P_s = \frac{e^2}{u R_s} \quad (\text{нор. напр.})$$

$$P_s = \frac{|e|^2}{2 R_s} \quad - \text{мощность источника}$$

(зарядом. напр.)

Несимметричные характеристики  $P_s$  и  $R_s$ .

Коэффициент нелинейности

$$G = \frac{P_u}{P_s} \quad (\text{gain})$$

$$G = \frac{\frac{|u_u|^2}{2 R_u}}{\frac{|e|^2}{2 R_s}} = \frac{u R_s}{R_u} \frac{|u|^2}{|e|^2} = \frac{u R_s}{R_u} |K|^2 \rightarrow \text{коэффициент нелинейности}$$

$$|K| = 8 \text{ выражается } \frac{1}{2} \quad (\text{небольшое } R_s, \text{ большое } R_u) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G = 8 \text{ выражается } 1 \quad (\text{известно выражение } R_s = R_u)$$

$$G(v) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 F_n^2(v)} \quad - \text{ пределение к общему представлению по коэффициенту нелинейности}$$

Т.к. нет генерации вибрации генератора, то  $G = \frac{P_{in}}{P_s}$  — это значение

коэффициента нелинейности  $Z_{in}$

$$U_{in} = \frac{e Z_{in}}{R_s + Z_{in}} \quad P_{in} = \frac{|u_{in}|^2}{2 Z_{in}^2}$$



Задача: найти  $Z(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$ , реализовать связь между

$Z(s)$  и  $z(s)$ .

(помимо решения в реальном времени)

Die nepreza u  $P_{in} \propto Z_{in}$ , menno nepreza u  $u$  u i e  
kamoborn naryanogram (B nux ypreze podobie s naryanogramom)



$$a = \frac{U_{in} + iR_s}{2}, \quad b = \frac{U_{in} - iR_s}{2}, \quad i = \frac{a - b}{R_s}$$

$$P^+ = \frac{U_i i^*}{2} = \frac{(a+b)(a-b)}{2R_s} = \frac{|a|^2 - |b|^2}{2R_s} = \frac{P}{Q}$$

$$Ba^* - B^*a = Ba^* - (Ba^*)^* = \text{Im}[Ba^*]$$

$$P_{in} = \frac{|a|^2 - |b|^2}{2R_s} \quad \text{Bleyen kresq.-i oprimene } g = \frac{b}{a} :$$

$$P_{in} = \frac{|a|^2}{2R_s} (1 - |g|^2)$$

$$\text{Normiran na } g: \quad \frac{b}{a} = \frac{U_{in} - iR_s}{U_{in} + iR_s} = \frac{Z_{in} - R_s}{Z_{in} + R_s}$$

Normiran na  $|a|$ :



$$u = e - iR_s$$

$$a + b = e - \frac{a - b}{R_s} R_s$$

$$a + b = e - a + b \Rightarrow a = \frac{e}{2}$$

$$\text{Uzivo } P_{in} = \frac{\frac{e^2}{2}}{g R_s} (1 - |g|^2)$$

$$P_u = P_{in} = P_s (1 - |g|^2)$$

$$G = \frac{P_u}{P_s} = 1 - |g|^2 \quad - \text{predobavek } G = \text{predobavek } |g|^2$$

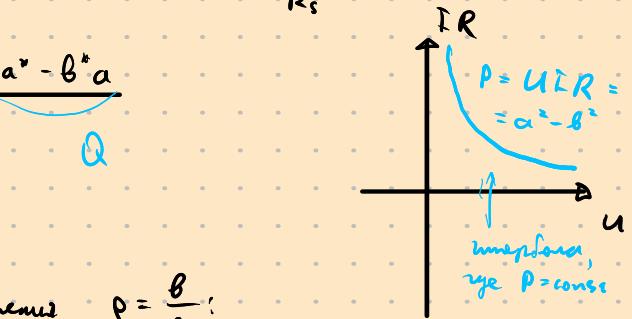
$$G = 1 - |g|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 F_n^2(\nu)}$$

Faziesgraf:

$$|g|^2 = \frac{\nu^{2n}}{1 + \nu^{2n}}$$

B narec naryanogram  $|g| \rightarrow 0$ ,

$\delta$  narec zogermanie  $|g| \rightarrow 1$



Найдем передатчее звено:

$$\pm \beta = \frac{Z_{in} - R_s}{Z_{in} + R_s}$$
 определить для  $\pm \beta$  - это и то же (так как это же  
передатчее звено  $|g(s)|^2$ )

Будет звено сдвиг  $\tau$  и передаче  $\alpha$  компенсации  $\kappa$  низкочастотах.

$$\beta = \frac{Y_{in} - R_s}{Y_{in} + R_s} = \frac{\beta s - Y_{in}}{\beta s + Y_{in}} = -\frac{Y_{in} - \beta s}{Y_{in} + \beta s}, \quad \beta s = \frac{1}{R_s}$$

При этом передача  $\beta$  зависит от  $R_s$ , т.к.

$$\pm \beta = \frac{Z_{in} - 1}{Z_{in} + 1} = -\frac{Y_{in} - 1}{Y_{in} + 1}$$

## Проделано решением

Если будем здравомыслять в компенсации  $\omega_0$  и  $R_0$ , то все останется  
при этом безразлично.

$$\frac{x_0}{R_0} = \frac{\omega_0 L_0}{R_0} = x = \frac{\frac{j\omega}{\omega_0} L_0}{\frac{R_0}{\omega_0}} \Rightarrow L_0 = \frac{1}{\frac{R_0}{\omega_0}} = \frac{\omega_0}{R_0} - здравомыслящее$$

(на частоте  $\omega_0$  и на компенсации  $R_0$ )

Также есть единство:

$$C_0 = \frac{1}{\omega_0 R_0}$$

$$Z = qS$$

$$\frac{Z}{R_0} = \frac{j\omega q L_0 \omega_0}{R_0 \omega_0} = qS \frac{\omega_0 L_0}{R_0} = qS$$

$$\frac{Y}{R_0} = \frac{j\omega q C_0 \cdot R_0 \omega_0}{\omega_0} = qS \frac{\omega_0 C_0 R_0}{1} = qS$$

$$|g(s)|^2 = \frac{V^{2n}}{1 + V^{2n}}$$

$$p(s) = \frac{s^n}{D_n(s)}$$

$$\Rightarrow \left. \frac{s^{2n}}{D_n(s)} \right|_{s=jV} = \frac{V^{2n}}{1 + V^{2n}}$$

Компенсация табулирована здраво

$$\frac{s^n(-s)^n}{D_n(s) D_n(-s)} \Big|_{s=jV} = \frac{V^{2n}}{1 + V^{2n}}$$

$$s^n(-s)^n \Big|_{s=jV} = V^{2n}$$

$$D_n(s) \cdot D_n(-s) = \frac{1}{1 + (\frac{s}{j})^{2n}}$$

Дисзубатісі білі тәнде салынғанда, көмік берілгенде  $H(s)$  нәр. бағытта беріледі.

$$D_1(s) = s + 1$$

$$D_2(s) = s^2 + \sqrt{2}s + 1$$

$$D_3(s) = (s+1)(s^2+s+1) = s^3 + 2s^2 + 2s + 1$$

Тенденцияның мәндерінің  $Z(s)$ :

$$\rho = \frac{Z - 1}{Z + 1}$$

$$Z(s) = \frac{1+\rho}{1-\rho}$$

$$Y(s) = \frac{1-\rho}{1+\rho}$$

$$Z(s) = \frac{D_n(s) + s^n}{D_n(s) - s^n}$$

$$n=1: D_n(s) = s + 1 \quad Z(s) = 2s + 1$$

$$2: D_n(s) = s^2 + \sqrt{2}s + 1 \quad Z(s) = \frac{2s^2 + \sqrt{2}s + 1}{\sqrt{2}s + 1}$$

$$3: D_n(s) = s^3 + 2s^2 + 2s + 1 \quad Z(s) = \frac{2s^3 + 2s^2 + 2s + 1}{2s^2 + 2s + 1}$$

### De-Kayberbaғының сипаттықтары



$$Z = Z_0 + \frac{1}{Y_1 + \frac{1}{Z_1 + \frac{1}{Y_2 + \frac{1}{Z_2 + R}}}} \quad - \text{үзенненең греде}$$



$$Z(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad \begin{matrix} \text{numerator} \\ \text{denominator} \end{matrix} \quad \text{негізгі мәндердеболағандағы үзенненең греде:}$$

$$N(s) = \underbrace{Q(s)}_{\text{quotient}} \underbrace{D(s)}_{\text{divisor}} + \underbrace{R(s)}_{\text{remainder}}$$

$$Z(s) = Q(s) + \frac{R(s)}{D(s)} = Q(s) + \frac{1}{\frac{D(s)}{R(s)}} \quad - \text{негізгі зерттеу позициясы}$$

Диделде тәнде салынғанда  $\frac{D(s)}{R(s)}$ , нәр. ғ. - константадаң мәндердес!

