

Решебов Убак Вадимович

Биография



- Все ящики не линейные
- Пол-ящиком такое описание и стационарное

Линейность: $\begin{aligned} x_1(t) &\rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) &\rightarrow y_2(t) \end{aligned} \quad \left. \right\} \Rightarrow \alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \rightarrow \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$

Стационарность: $x(t) \rightarrow y(t) \Rightarrow x(t+\Delta t) \rightarrow y(t+\Delta t)$

Черный ящик описывается:

- сканом
- набором параметров H

Модель сис-мы, состоящая из RLC, об-в линейной и стационарной.

Технические зв-зы

Безб-голосок зв. чисто, если к-рое проходит один и тот же T. Может состоять из ≥ 1 независимых двухчастотных.

Узел - место соединения бербен

Каскадный \rightarrow 2 бербена Учебный - 2 бербена

Контур - модуль замкнутой цепи, проход. по всем-му бербену чисто.

Хар-сигнал. управляемый однога, который бербен / узел проходит 1 раз

Одна. или можно заменить:

Комплементные ур-я - симметрическ., спр-ж. ее комплемент

Технические ур-я - симметрическ., спр-ж. то же ее трансформ

Правило Курикоффа

- Закон сохр-я заряда
- Продел не накапливает заряд (заряда)

I Закон Курикоффа

Алг. сумма измененных зарядов всех батарей, находящихся в контуре из узлов в моделях имеет временн., равна 0.

$$\sum i_k = 0.$$

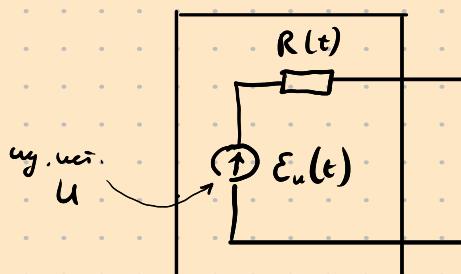
- Потенциалность з.н.
- Консервативность з.н.
- Полное значение \vec{B} во времени в сечении неизменено (не меняется с течением времени)

II Закон Курикоффа

Алг. сумма измененных зарядов напряжения всех батарей, находящихся в моделях контура подвергнуты изменениям, равны 0.

Теорема об эквивалентном генераторе

Так производимый батар. источник з.н. всем неизменен, если изменение генерации, и к-тий независимо генератор батар., заменив эквивалентным генератором источником энергии, к-рой имеет одиннадцать одинаковых (Telenaut) или различный (Нертон) способы изменения. При этом ЭДС независимо направления работы напряжение хар-ктора рода автономного генератора, так независимо величина тока работы рода КЗ автономного генератора, а принципиальное соединение и последовательн. з.н. источника работы одинак. концептуальн. вида - конс-т. и принципиальн. автономного генератора.



Нортон - Нертон



Нортон - Теленут



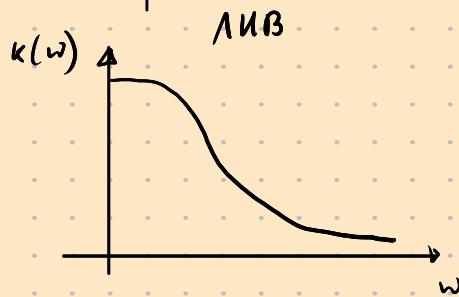
$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} ; U_{xx} = - I R_2 = - \frac{E R_2}{R_1 + R_2}$$

Зависимость тока в цепи от ЭДС нелинейна, т.к. она не линейна на разрыве цепи, однако сопротивление очень малое вблизи места разрыва.

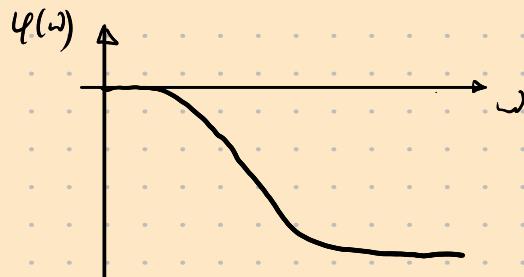
Это подходит только к неизвестному источнику. Для зависимостей приведены зависимости для ин. ур-ий (различие с этим)

Частотный анализ характеристики цепей

$$(cos(\omega t) \rightarrow \boxed{\text{линейной}} \rightarrow k(\omega) \cdot cos(\omega t + \varphi(\omega))$$



$$K(\omega) - A_{UX}$$



$$\varphi(\omega) - \varphi_{UX}$$

Cause нормальное описание цепей!

Типичные признаки нелинейности - нелинейность характеристики



$$z = |z| \cos \arg z + i |z| \sin \arg z \quad (\varphi = \arg z)$$

$$e^{ix} = 1 + ix - \frac{x^2}{2} - \frac{ix^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \dots$$

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

$$z = |z| e^{i \arg z}$$

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \quad \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

$$\cos \omega t + i \sin \omega t \rightarrow \boxed{\text{ЛНВ}} \rightarrow K(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega)) + (...) i \sin(...)$$



$$I = \frac{U}{R} \quad \tilde{I} = \frac{\tilde{U}}{R}$$



$$I = C \frac{dU}{dt}$$

$$\tilde{I} = C \frac{d(e^{j\omega t})}{dt} = j\omega C \tilde{U} = \frac{\tilde{U}}{\frac{1}{j\omega C}}$$

unegative



$$U = L \frac{dI}{dt} \quad \tilde{U} = j\omega L \tilde{I}, \quad \tilde{I} = \frac{\tilde{U}}{j\omega L}$$

Численное значение (Z) $j = i$ в радиоэлектронике
Комплексная проводимость - Y

Линейные цепи с нагрузкой

1. Частотные характеристики RC-цепи

$$\tilde{U}_{in} = \frac{\tilde{U}_{out}}{1 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\tilde{U}_{out}(1 - j\omega RC)}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

Что будет, если на вход подать $\cos \omega t$?

$$U_{out} = \text{Re}(\tilde{U}_{out}) = (\cos \omega t + \sin \omega t \cdot j\omega RC) \cdot (1 + \omega^2 R^2 C^2)^{-1}$$

Амплитудно-фазовая кривая: $\cos \omega t + i \sin \omega t$

$$K(\omega) = \frac{\tilde{U}_{out}}{\tilde{U}_{in}} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

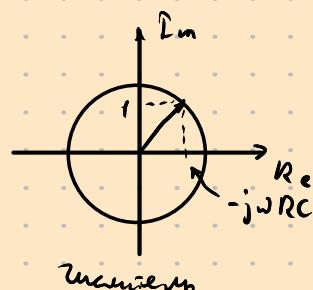
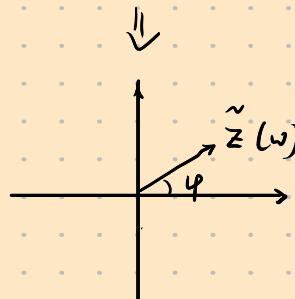
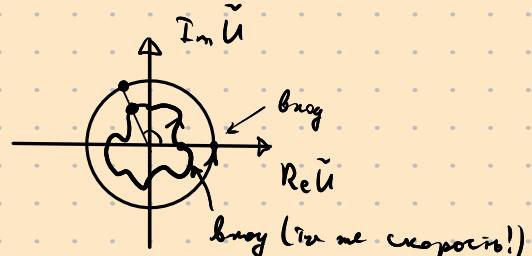
$$\frac{\tilde{U}_{out}}{\tilde{U}_{in}} = \frac{A_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}}{B_0 \cdot e^{j\omega t}} = \frac{A_0}{B_0} \cdot e^{j(\omega t + \varphi - \omega t)} = \frac{A_0}{B_0} e^{j\varphi}$$

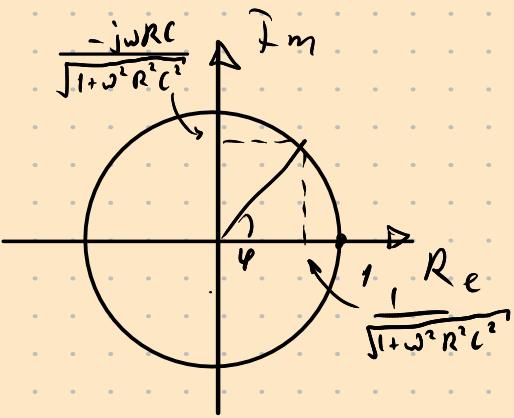
Расстояние между Z -叫做 фаза - аргумент, расстояние до оси $\text{Im } \tilde{U}$ - называется амплитудой

Чтобы найти ее, нужно из $K(\omega)$ выделить вещественную часть и бессинусоидальную комплексную часть, то есть можно записать $(|K(\omega)| e^{j\varphi})$.

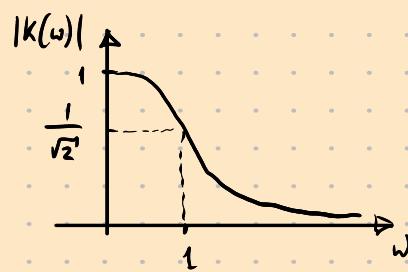
$$K(\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2} = \frac{\frac{1 - j\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \Rightarrow |K(\omega)| = (1 + \omega^2 R^2 C^2)^{-1/2}$$

$$|1 - j\omega RC| = \sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$





$$\arg K = \varphi = -\arctg wRC$$



линейной стабилизации



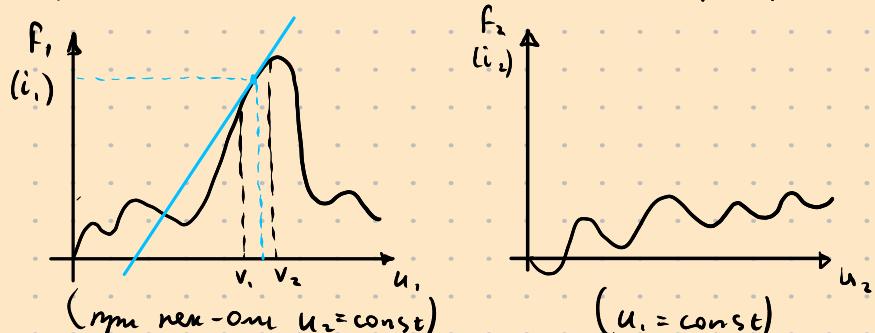
- U_1, U_2 - относительно земли
- Не насыщает зажиг
- По бокам зажиг течет неоднокон. ток
- Быстро переключение (из 2) можно
о чистом симметрии (без отключения в двух неприм. пространствах) - модуль $|K| U_1, U_2, i_1, i_2$.

Система с параметрами (из линейных зависимостей (такие R) меняется)

Система из 2 линейных уп-ий, определяющих зависимость, например:

$$\begin{cases} i_1 = f_1(U_1, U_2) \\ i_2 = f_2(U_1, U_2) \end{cases}$$

Т.е. зависимость задается
где-то какими-то f_1 и f_2 .



Прием из f_1 и f_2 они

- Нелинейны
- Прям. + ∞

Т.е. мы можем использовать в описании подобный формул.

$$di_1 = \left(\frac{\partial f_1}{\partial U_1} \right) dU_1 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial U_2} \right) dU_2 \quad di_2 = \left(\frac{\partial f_2}{\partial U_1} \right) dU_1 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial U_2} \right) dU_2$$

$= \text{const}$ при U_1 и U_2

При $U_1 = \text{const}$, $U_2 = \text{const}$ мы имеем 4 константы, характер. зависимости.

Приз. симпл производных:

$$1. \frac{\partial i_1}{\partial u_1} = g_{11} - \text{бюджет производности}$$

$$3. \frac{\partial i_2}{\partial u_1} = g_{21} - \text{пред пред производности производности}$$

$$2. \frac{\partial i_1}{\partial u_2} = g_{12} - \text{обратная производная производности}$$

$$4. \frac{\partial i_2}{\partial u_2} = g_{22} - \text{бюджет производности}$$

Амплитудный сигнал (безразмерн. $h \in C$ - неизменн.)

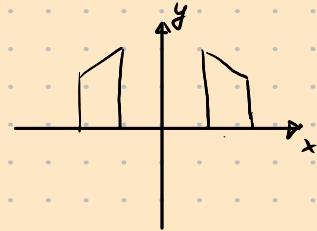
Вещественный сигнал - залежання нек-ої АК h від часу. При преобр-нн θ у часі одержано певніше симетричний спектр (на симетричн. осн. D_θ складаємо зо комплексного складення, а умова $z_0 = 0$).

Це незадовільно - производство підходить з коеф. $\sin \omega \cos$.

Додавши до сигналу комплексну фазу $- \pi/2$, отримаємо зваж (правий) зо спектра симетричний.

Виведемо амплитудний сигнал. Позначимо що працюємо з сумою з генер. зважу сигналу, згрупованого вимірюванням. Нехай $x(t)$ - ампл. сигнал, $u(t)$ - похідна по часу зважу, $h(t)$ - зважу.

Сигнал буде мати вигляд $x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$



$$x(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \sin(\omega t + \varphi) & t \geq 0 \end{cases}$$

$$\tilde{x}(t) = A \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = A \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t} \quad - \text{амплитудний сигнал}. \quad |e^{j\omega t}| = 1$$

$$A(\omega), \varphi(\omega). \quad A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} - \text{комплексна амплітуда}$$

$$e^{j\omega t} - \text{комплексна вимірювання складення.}$$

Y - параметри (комплексн.)

$$\tilde{I}_1 = Y_{11} \cdot \tilde{U}_1 + Y_{12} \tilde{U}_2$$

$$\tilde{I}_2 = Y_{21} \tilde{U}_1 + Y_{22} \tilde{U}_2$$

При пошуку Y_{11}, Y_{22} застосовуємо (закорчуванням вимог), аналогично до Y_{21} .

$$\begin{pmatrix} \tilde{I}_1 \\ \tilde{I}_2 \end{pmatrix} = Y \times \begin{pmatrix} \tilde{U}_1 \\ \tilde{U}_2 \end{pmatrix}$$

Если бы в I_1 и I_2 как неизб., наименование то же:

$$dU_1 = \frac{\partial U_1}{\partial I_1} dI_1 + \frac{\partial U_1}{\partial I_2} dI_2$$

$$dU_2 = \frac{\partial U_2}{\partial I_1} dI_1 + \frac{\partial U_2}{\partial I_2} dI_2$$

- зглоба композиции сопротивлений

Следов. находим. currents:

$$U_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$

$$U_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = Z \times \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Чтож: } Z_{11} = \frac{Y_{22}}{|Y|} \quad Z_{12} = -\frac{Y_{12}}{|Y|}$$

$$Z_{21} = -\frac{Y_{21}}{|Y|} \quad Z_{22} = \frac{Y_{11}}{|Y|}$$

H-параметры

$$\begin{cases} U_1 = h_{11} I_1 + h_{12} U_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} U_2 \end{cases}$$

- называю гэе динамичных транзисторов

Форма



Компьютер

U_2 - аналогичные дин. транзисторы схема

Задача

h_{21} - неподр. но неизб. токи (нпр.) h_{11} - входное сопротивление

h_{12} - (нпр.) h_{22} - выходная проводимость (нпр.)

(нпр.) - индуктивная линейка

$$\text{Чтож: } h_{11} = \frac{|Z|}{Z_{22}} \quad h_{12} = -\frac{Z_{12}}{Z_{22}}$$

$$h_{21} = -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} \quad h_{22} = \frac{1}{Z_{22}}$$

Комплексный коэф-т передачи



Амплитудный - из ТФ КП

Комплексная звук в реальном не поддается
 $|e^{j\omega t}| = 1$

$K(j\omega)$ - комплексный коэф-т передачи

$$K(j\omega) = \frac{B_{lm}}{B_{ls}} = \frac{B(\omega) e^{j\varphi(\omega)} e^{j\omega t}}{A_0 e^{j\varphi_0} e^{j\omega t}} = \frac{B(\omega)}{A_0} \cdot e^{j(\varphi(\omega) - \varphi_0)}$$

Найдем ампм. суммы с огнми. спекрим можно поглощать в $K(j\omega)$ same дает

$$\Leftrightarrow \frac{B_n \cdot \omega^n + B_{n-1} \cdot \omega^{n-1} + \dots + B_0}{A_n \cdot \omega^n + A_{n-1} \cdot \omega^{n-1} + \dots + A_0} = \frac{B_0 \cdot (\omega - b_1) \cdot (\omega - b_2) \cdot \dots \cdot (\omega - b_n)}{A_0 \cdot (\omega - a_1) \cdot (\omega - a_2) \cdot \dots \cdot (\omega - a_m)}$$

сумма нулевых полюсов

сумма ненулевых полюсов

(одна сложная задача разбивается)

Частоты:

- Когда $\omega = b_k$, $|K| = 0$
- Когда $\omega = a_k$, возникает осадение.

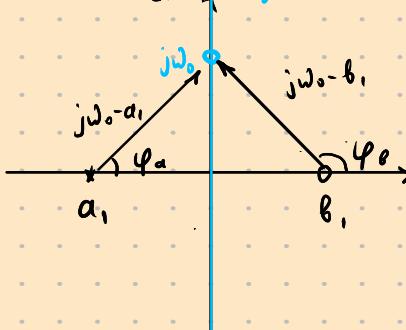
$$\Leftrightarrow \frac{B_0}{A_0} \cdot \frac{|(\omega - b_1)| \cdot e^{j\arg(\omega - b_1)} \cdots |(\omega - b_n)| \cdot e^{j\arg(\omega - b_n)}}{|(\omega - a_1)| \cdot e^{j\arg(\omega - a_1)} \cdots |(\omega - a_m)| \cdot e^{j\arg(\omega - a_m)}} = \frac{B_0}{A_0} \cdot \frac{\prod_{k=1}^n |(\omega - b_k)|}{\prod_{p=1}^m |(\omega - a_p)|} \cdot e^{j \sum_{k=1}^n \arg(\omega - b_k) - j \sum_{p=1}^m \arg(\omega - a_p)}$$

"Нули" - корни числителя (b_i)

"Полюса" - корни знаменателя (a_i)

ω гармон. форма комплексной (p), where от комплексной сп-ки приводят передачу к без-ой.

$$p = j\omega + \sigma$$



$$\frac{B(\omega)}{A_0} \cdot e^{j(\varphi(\omega) - \varphi_0)} = \frac{B_n \cdot p^n + B_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + B_0}{A_n \cdot p^n + A_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + A_0} = \dots$$

Но на самом деле, нужно в $\frac{B_0}{A_0}$ помнить о множителе бесконечности

$p = j\omega + \sigma$ - это же частота комплексной частоты, $\sigma = 0$.

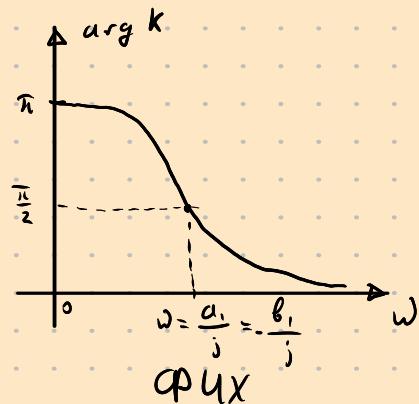
Учите, что комплексные частоты неодинаково склоняются к нулю.

$$K(j\omega) = \frac{|j\omega_0 - b_1|}{|j\omega_0 - a_1|} \cdot e^{j(\arg(j\omega_0 - b_1) - \arg(j\omega_0 - a_1))}$$

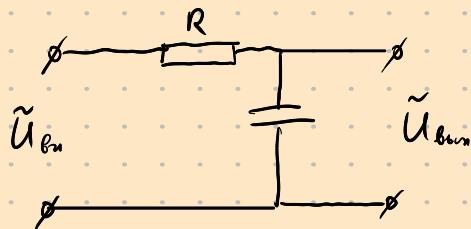
$|K(j\omega)| = \sqrt{a_1^2 + \omega^2}$ - модуль суммы векторов из нуля и из полюса

$$|K(j\omega)| = \frac{\sqrt{b_1^2 + \omega^2}}{\sqrt{a_1^2 + \omega^2}} - A(X) \quad \arg K(j\omega) = \varphi_B - \varphi_A - \Phi(X)$$

Пример $a_1 = -b_1$.



Инерционная RC-система

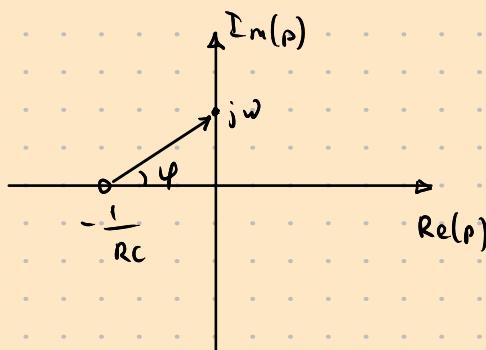


$$K(j\omega) = \frac{\tilde{U}_{out}}{R + \frac{1}{j\omega C} \cdot j\omega C \tilde{U}_{in}} = \frac{1}{j\omega RC + 1} = \frac{1}{RC(j\omega + \frac{1}{RC})}$$

Tak repayem
(nem repay kongenatsiy)

$$= \frac{1}{RC(p + \frac{1}{RC})} \quad a_1 = -\frac{1}{RC} \quad \frac{b_0}{a_0} = \frac{1}{RC}$$

$$|K| = \frac{1}{RC} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{RC^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad -A_{UX}$$



$$\arg K = -\arctg(\omega RC) \quad -\varphi_{UX}$$



Дискретизированная RC-система



$$K(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{j\omega RC + 1} = \frac{j\omega - \omega_0}{j\omega + \frac{1}{RC}}$$



AUX

OPUX

Не вещественное нулю / ненулевое значение имагинарной части. Re < 0, even though 1 - вещественное

Однократные характеристики системы



$$C_n \frac{df^{(n)}}{dt} + C_{n-1} \frac{df^{(n-1)}}{dt} + \dots = \dots$$

Заменим $f^{(n)}$ на p^n , $f^{(n-1)}$ на p^{n-1} , ...

Получаем характеристическое уравнение.

Корни полученного уравнения дают решения дифгр. ур-я.

$$\frac{df^{(n)}}{dt^{(n)}} \rightarrow p^n$$

- означает, с помощью к-го раза можно решить задачу

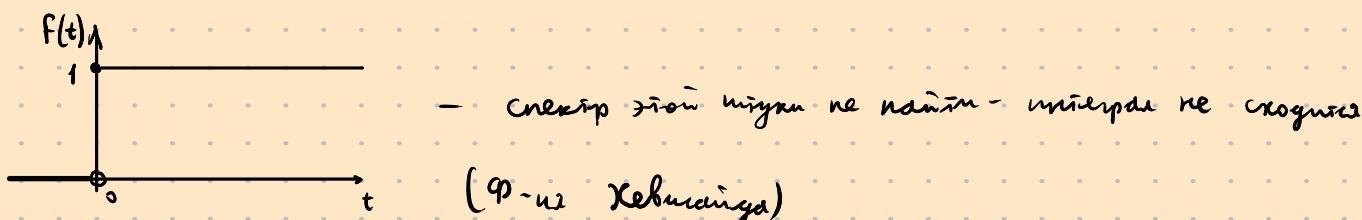
$$\int f(t) dt \rightarrow \frac{1}{p}$$

Непрерывная форма $x(t)$ и ее спектр (преобразование Фурье):

$$F(\omega) = C \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

↑ Континуум!

- спектр этого нигде не непрерывен и не сконцентрирован



Можно представить её как суммой бесконечного количества к-го раза Хевишига, иначе говоря, когда сконцентрировано непрерывно.

Всегда имеем спектр преобр-e, всегда универсальный метод: умножим $f(t)$ на $e^{-\sigma t}$.

Также все ф-ии можно описать этой формой. Новое преобр-e:

$$F(p) = \int_0^{+\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt; \text{ обозначим } p = j\omega + \sigma - \text{ преобр-e лампас (пренес)}$$

"это энту. он дает звук маг."

При этом всегда имеет, что при $t=0$ $f(t)=0$, кроме лампаса сама ф-ия

(линейный непрерывный разложение в окрестности $t=0$). $F(p)$ - лампас - отраж

Числовые признаки засечки интеграла

- Каждое засечки засечки разности разностей t -го порядка на конечном отрезке $\forall t \rightarrow \exists A, \alpha \leq 1, h_0 : |f(t+h) - f(t)| \leq A|h|$ - оп. способом засечки на конечном отрезке (дифференцируемость?)
- $\forall t < 0 \rightarrow f(t) = 0$
- $\exists M > 0, s_0 > 0 : \forall t \rightarrow |f(t)| \leq M e^{s_0 t}$ - оп. способом засечки на монотонии засечки

$$f(t) \stackrel{def}{=} F(p) - f(t) \text{ - есть } \lim_{p \rightarrow t} F(p)$$

Однозначное преобразование $p \mapsto t$.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty} \frac{1}{p} e^{pt} dp$$

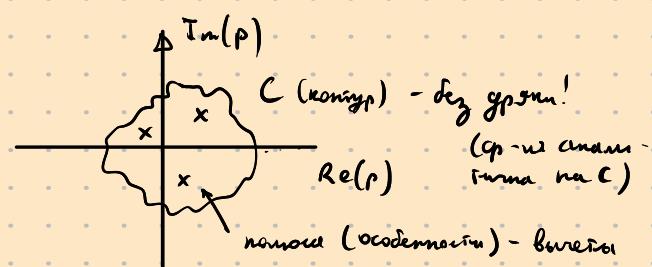
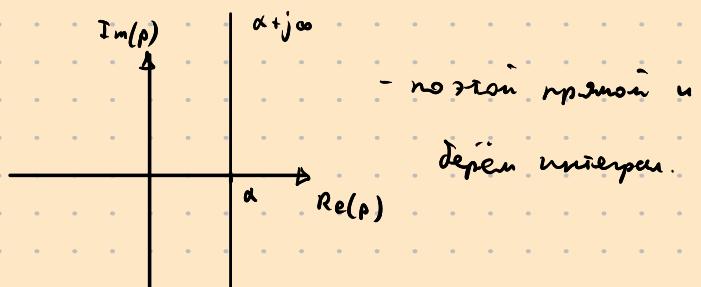
В ТФКП не применяется правило интегрирования.

Однозначный метод: теорема Коши о барьерах.

$$\int_C q(p) dp = 2\pi i \cdot \sum \operatorname{res} q(p) \quad (\text{засечки барьеров})$$

(бесконечного контура)

$\operatorname{res} q(p)$ - барьеры оп-ции $q(p)$

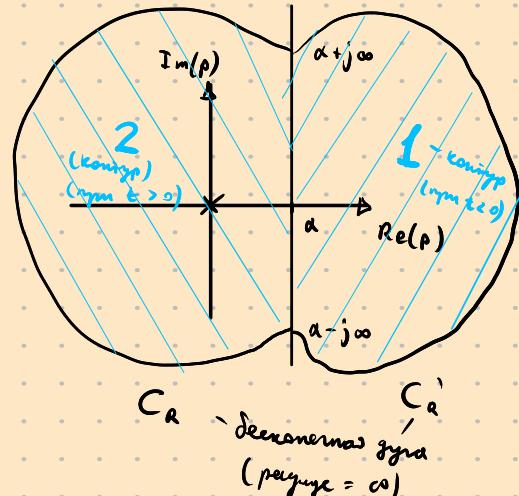


Если в оп-ии есть осадимости, применяются не в поле Тейлора, а вот в таком виде!

$$f(p) = \dots + \underbrace{\frac{1}{p^2} C_{-2}}_{\text{барьер оп-ии}} + \underbrace{\left(C_{-1} \frac{1}{p} + C_0 + C_1 p + C_2 p^2 + \dots \right)}_{\text{правильные засечки}}$$

- правильные засечки

C_{-1} - это засечка, есть в знаменателе



Понятие засечки интегралов базируется на правилах

$\rightarrow \infty$ при смещении оп-ии ∞ на ∞ сдвигается ∞ . (лемма Морера)

При $t < 0$ по засечке Морера $\int_{C'_R} \dots = 0$

$$\int_{\text{засечка!}} \dots = \int_L \dots - \int_{C'_R} \dots = 0 - 0 = 0 \quad f(t) = 0$$

При $\alpha > 0$ контур 1 не содержит осадимостей (один огни: $\frac{1}{p} - 8$ огни) $\Rightarrow \int_1 \dots = 0$

При $t \geq 0$

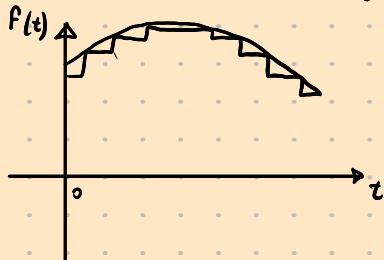
Барьер огни, забавляют огни ($t \rightarrow 0$ $e^{pt} \rightarrow 1 \Rightarrow$ огни осадимости: $\frac{1}{p} \rightarrow C_{-1} - 1$)

$$\int_2 \dots = 2\pi i \quad \int_1 \dots = \int_2 \dots - \int_{C'_R} \dots = 2\pi i$$

$$F(t) = \frac{2\pi i}{2\pi i} = 1 \quad - \text{q-p-u2 Xebucanya!}$$

T.e. $F(p) = \frac{1}{p}$ ges q-p-u2 Xebucanya.

Прегледуем мысъл q-p-u2 във вид на симметрични съмволи, която е2 има предпазителни за ламбади. e^{-pt} - избраният q-p-u2 Xebucanya може предпази -2



$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} e^{pt} \left\{ \sum f(\tau_x) e^{-p\tau_x} \Delta' \tau_x \right\} dp$$

$$\Delta' \tau_x = \frac{-e^{-p\tau_x}}{p} = \Delta \tau_x - \frac{(\Delta \tau_x)^2}{2!} + \dots - \text{първи член}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} e^{pt} \left\{ \int_0^t f(\tau) e^{-p\tau} d\tau' \right\} dp \quad - \text{одното предпази е ламбада}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} e^{pt} F(p) dp$$

$f(t)$ - q-p-u2 Xebucanya.

$$F(p) = \int_0^{+\infty} i(t) e^{-pt} dt = -\frac{1}{p} e^{-pt} \Big|_0^{+\infty} = \frac{1}{p}$$

$$G(p) = \int_0^{\infty} e^{p_0 t} e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} e^{-(p-p_0)t} dt = -\frac{1}{p-p_0} e^{-(p-p_0)t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{p-p_0}$$

Получихме, че

$$i(t) = \frac{1}{p} \quad e^{p_0 t} \cdot i(t) = \frac{1}{p-p_0}$$

тъкмо предпази е намирането на $i(t)$, е2 не можи.

Свойства предпази-2 ламбада

1° линейност

$$\int_0^{\infty} (\alpha f(t) + \beta g(t)) e^{-pt} dt = \alpha \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt + \beta \int_0^{\infty} g(t) e^{-pt} dt$$

$$\alpha f(t) + \beta g(t) \stackrel{def}{=} \alpha F(p) + \beta G(p)$$

$$\sin \omega t = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j}, \quad \cos \omega t = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$$

и съществува линейност на предпази:

$$\sin \omega t \doteq \frac{1}{2j} \left(\frac{1}{p-j\omega} - \frac{1}{p+j\omega} \right) = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$$

$$\cos \omega t \doteq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p-j\omega} + \frac{1}{p+j\omega} \right) = \frac{p}{p^2 + \omega^2}$$

$$\operatorname{sh} \omega t \doteq \frac{\omega}{p^2 - \omega^2}$$

$$\operatorname{ch} \omega t \doteq \frac{p}{p^2 - \omega^2}$$

2° Таблица номинал

$$f(t) \doteq F(p)$$

$$f(\alpha t) \doteq \int_0^\infty f(\alpha t) e^{-pt} dt = \frac{1}{\alpha} \int_0^\infty f(t) e^{-p\frac{t}{\alpha}} dt = \frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$$

3° Дифференцирование ортранс

$$f'(t) \doteq F(p)$$

$$f'(t) \doteq \int_0^\infty \underbrace{f'(t)}_{u'} \underbrace{e^{-pt} dt}_{v} = f(t) e^{-pt} \Big|_0^\infty - \int_0^\infty f(t) (-p) e^{-pt} dt = -f(0) + pF(p)$$

$$f^{(n)}(t) \doteq p^n F(p) - \sum_{i=0}^{n-1} p^{n-i-1} f^{(i)}(0)$$

4° Дифференцирование изотранс

$$F(p) \doteq f(t) \quad (\text{одинакое преобр-е})$$

$$F'(p) = \left(\int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt \right)'_p = - \int_0^\infty t f(t) e^{-pt} dt$$

$$F^{(n)}(p) \doteq (-t)^n f(t)$$

$$t^n \doteq (-1)^n \left(\frac{1}{p} \right)^{(n)} = \frac{n!}{p^{n+1}}$$

$$t^n e^{pt} \doteq \frac{n!}{(p-p_0)^{n+1}}$$

5° Интегрирование ортранс

$$f(t) \doteq F(p)$$

$$g(t) = \int_0^t f(t) dt \quad g(t) \doteq G(p)$$

$$F(t) = g'(t) \doteq F(p) = pG(p)$$

$$G(p) = p^{-1} F(p)$$

6⁰ Интегрирование изображения

$$F(p) \doteq f(t)$$

$$\int_p^{\infty} F(p) dp - \text{изображение}$$

$$\int_p^{\infty} F(p) dp = \int_p^{\infty} \left\{ \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt \right\} dp = \int_0^{\infty} f(t) dt \int_p^{\infty} e^{-pt} dp = \int_0^{\infty} \frac{f(t)}{t} e^{-pt} dt$$

$$\int_p^{\infty} F(p) dp \doteq \frac{f(t)}{t}$$

↑ изложение неправильное интегрирование

$$e^{pt} - e^{at} \doteq \frac{1}{p-a} - \frac{1}{p-a}$$

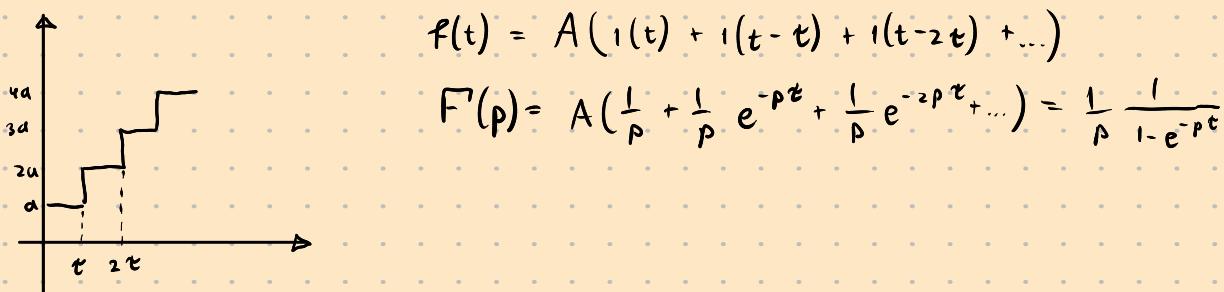
$$\frac{e^{pt} - e^{at}}{t} \doteq \int_p^{\infty} \left(\frac{1}{p-a} - \frac{1}{p-a} \right) dp = \ln \frac{p-a}{p-a}$$

7⁰ Теорема замены изображения

$$f(t) \doteq F(p)$$

$$f(t-t) \doteq \int_t^{\infty} f(t-t) e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} f(t_1) e^{-(t_1+t)} dt_1 = e^{-pt} F(p)$$

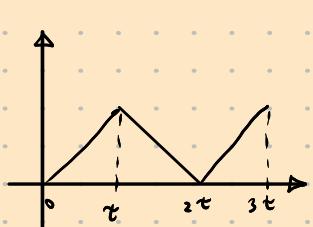
$t_1 = t-t$



$$f(t) = A(1(t) - 21(t-t) + 2 \cdot 1(t-2t) - \dots)$$

$$F(p) = \frac{A}{p} \left(1 - 2 \frac{e^{-pt}}{1 - e^{-pt}} \right)$$

Меняется



$$F(p) = \frac{A}{p^2} \left(1 - 2 \frac{e^{-pt}}{1 - e^{-pt}} \right)$$

8º Teorema convolutionis

$$F(p) \doteq f(t)$$

$$F(p-p_0) \doteq ?$$

$$F(p-p_0) = \int_0^\infty f(t) e^{-(p-p_0)t} dt = \int_0^\infty (f(t) e^{p_0 t}) e^{-pt} dt$$

$$e^{-pt} \sin \omega t \doteq \frac{\omega}{(p+\lambda)^2 + \omega^2}$$

$$e^{-pt} t^n \doteq \frac{n!}{(p+\lambda)^{n+1}}$$

9º Teorema умножения - *бесконечное произведение*

$$f(t) \doteq F(p) \quad g(t) \doteq G(p)$$

$$F(p) \cdot G(p) \doteq ?$$

$$\int_0^t f(\tau) g(t-\tau) d\tau = \int_0^\infty e^{-pt} dt \int_0^t f(t) g(t-t) dt = \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt \int_t^\infty g(t) e^{-pt} dt, =$$

$$= F(p) \cdot G(p)$$

$$\int_0^t f(t) g(t-t) dt - \text{интеграл свёртки}$$

Есан оңайындың түзүлүштөрінің жарандыруларынан, дәржі - барынан бергеніндең, бергеніндең бергеніндең дүйсөн жаңы свёртка - киң тәржемеліндең алғылар

$$p F(p) G(p) = f(0) G(p) + \{ p F(p) - f(0) \} G(p) \doteq f(0) g(t) + \int_0^t g(t) \cdot f'(t-t) dt =$$

Интеграл Дюамеля

$$= g(0) f(t) + \int_0^t f(\tau) g'(t-\tau) d\tau$$

10º Обратная теорема умножения

$$f(t) g(t) \doteq \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} F(q) G(p-q) dq - \text{неге жағады}$$

$$f(t) g(t) \doteq \int_0^\infty f(t) g(t) e^{-pt} dt = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty \left\{ \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} F(q) e^{qt} dq \right\} g(t) e^{-pt} dt =$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \left\{ F(q) \int_0^\infty g(t) e^{-(p-q)t} dt \right\} dq = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} F(q) G(p-q) dq$$

Дан интеграл енис свёртка нозараламен.

Числоское характеристики

Особенности функциональных назначений для непр. функционалов, заданные на пространстве основных функций. Число, соответственное основной функции φ функционалом f , обозначается (f, φ) и наз-ся единичной оценкой φ -и по f . на протяж. φ -и по f .

$$(f, \varphi) = A$$

1° Линейность функционала

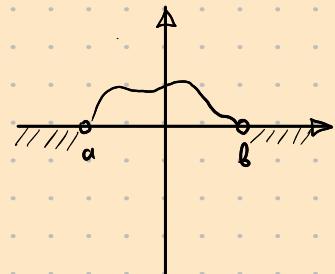
$$f(c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2) = c_1(f, \varphi_1) + c_2(f, \varphi_2)$$

2° Непрерывность

$$\forall \varphi_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{K} 0 \rightarrow (f, \varphi_n) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0 \quad (K - \text{нр-то оценки } \varphi)$$

Всеобщая основная оценка линейна и непрерывна.

У каждого основной оценки есть "конечный конец": $\varphi(x) = 0 \Big|_{|x| > a}$
(второе об-то - это оценка)



Пример: $\varphi(x) = \begin{cases} 0, & |x| \geq a \\ \exp\left(-\frac{a^2}{a^2-x^2}\right), & \text{если } x < |a| \end{cases}$

В т. $x \rightarrow a$ функция, эко $\varphi(x) \rightarrow 0$ и $\varphi'(x) \rightarrow 0$ - оценка непрерывна и гл-но оценка константа $\varphi(x) = 0$.



Эти оценки можно умножить на любые линейные непрерывные оценки. И результат будет оценкой в линейном суммировании оценок!

Примером таких оценок являются нр-то основных оценок K .

$$(g, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \varphi(x) dx - \text{результат единичной оценки}$$

Самый простой пример - оценка Хаусдорфа:

$$1(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases} \quad (\text{небходимо, так как } \sup_{x \in \mathbb{R}} 1(x) = 1, \text{ всеядно и оно непрерывно})$$

$$(1, \varphi) = \int_0^{+\infty} \varphi(x) dx$$

$(\delta, \varphi(x)) = \varphi(0) - \delta - \text{ошибка}$



$h(t)$ - импульсная реакция, реакция системы на "момент дозы"

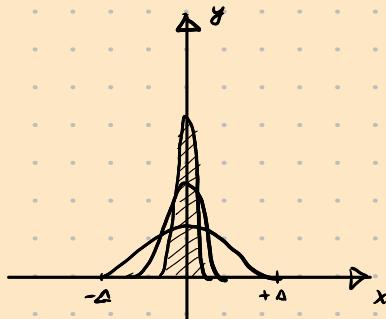
$$g(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \int_0^{\infty} x(t) \delta_{\Delta}(t-t) dt$$

Математика сводится к такому выражению:

интеграл Римана в огни т. всегда 0.

Чередование сдвигов:

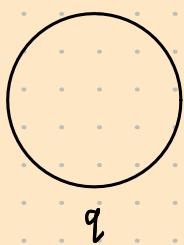
$$g(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \int_0^{\infty} x(t) \delta_{\Delta}(t-t) dt = x(0) = (\delta, x(t))$$



Обобщение производной одномерной опции

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t) \varphi(t) dt = \left. \delta(t) \varphi(t) \right|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) \varphi'(t) dt = -\varphi'(0)$$

равдели на
единичном



$$q = \int_{V \rightarrow 0} \rho dv - \text{масса}$$

$$q = \int q \delta(x) dx, \delta(x) - \text{масса точечного заряда}$$

q



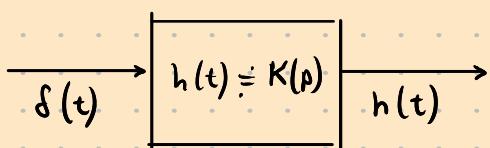
$q/l = \text{гипотетический момент}$

$l \rightarrow 0$

Как отнести массу точечного заряда?

$$\frac{l}{\ell} \rho \delta\left(x + \frac{l}{2}\right) - \left. - \frac{l}{\ell} \rho \delta\left(x - \frac{l}{2}\right) \right) - \text{если } l \neq 0;$$

$$\lim_{l \rightarrow 0} \frac{\rho \delta\left(x + \frac{l}{2}\right) - \rho \delta\left(x - \frac{l}{2}\right)}{l} = \rho \delta'(x)$$



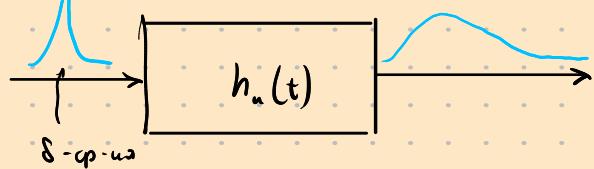
$$\begin{array}{c} \delta(t) \xrightarrow{\quad \quad \quad} h(t) \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ 1 \quad \rightarrow \quad K(p) \end{array}$$

Синоди описание лин. и не-л.

① АЧХ, фур



② Частотное описание



захватлен нач-ое кор-то
значение в момент времени

③ Переходное характеристики



Все описание захватлено

Описание не-л. частотной характеристики



$$\delta(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{i(t) - i(t-\Delta t)}{\Delta t}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt := \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}} \frac{1}{\Delta t} dt = 1$$

(если не брать \lim за \int , получим 0!)

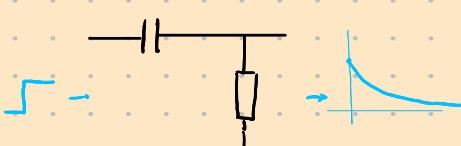
Когда мы находим, что $\delta(t) = i'(t)$, то $i(t)$ не uniquely определена — это означает, что не одна. Однако если сказать что однозначно определено, то она unique!

Всегда имеется одна:

$$h_u(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{h(t) - h(t-\Delta t)}{\Delta t}$$



пример для однозначности изм
(единственное значение)



пример для однозначности изм
(единственное значение)

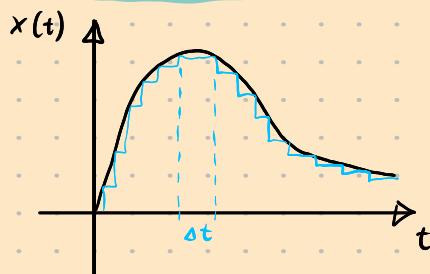
Однако $h(t)$ это не unique и unique! Поэтому

$$h_u(t) = h'(t)$$

Для синоди оправдание с правдой и не-л. $h_u(t)$:

1. Правдиво $h(t)$ на все время: не все в природе и не все
2. Переход к одному ф-нию: там одинаково всегда

Наша сінукса на $x(t)$



Аналог $x(t)$ можна представити сумою елементів.

Всі цікі уміння використані вище:

$$y(t) = c_0 h(t) + c_1 h(t-\Delta t) + c_2 h(t-2\Delta t)$$

Чи можемо $\Delta t \rightarrow 0$:

$$y(t) = \int_0^t h(t-\theta) d[x(\theta)] = \int_0^t x'(\theta) h(t-\theta) d\theta - \text{непасирна функція Dirac}$$

Но! Якщо $x(t)$ підібний? Тоді не $x'(t)$. Можна непідібний & однак. єд-нан, але спонза більш широким обсягом.

$$y(t) = x(\theta) h(t-\theta) \Big|_0^t + \int_0^t x(\theta) h'(t-\theta) d\theta = x(t) h(0) + \int_0^t x(\theta) h'(t-\theta) d\theta - \text{- більш широка функція Dirac}$$

Підібні $h(t)$ називають також, якщо в них називає $h_u(t)$ - параліпіпедним зважом або ваговим зважом. І. підібні по обсягу.

В одній з цих:

$$y(t) = \int_0^t x(\theta) h_u(t-\theta) d\theta$$

Свого з преодол-ем Аналіза

$$\mathcal{L}[y(t)] = \mathcal{L}[x(t)] \cdot \mathcal{L}[h_u(t)] = H(p) \cdot \mathcal{L}[x(t)]$$

Припустимо компактність h_u - негатив - $H(p) = \mathcal{L}[h_u(t)]$!

Выделение нужного сигнала из падора



1 МГц, импульс на частоте 50 Гц



AЧХ приемника

① Частотное разделяние

- Передатчик и приемник имеют одинаковую группу о группе не забот

② Разделение по времени

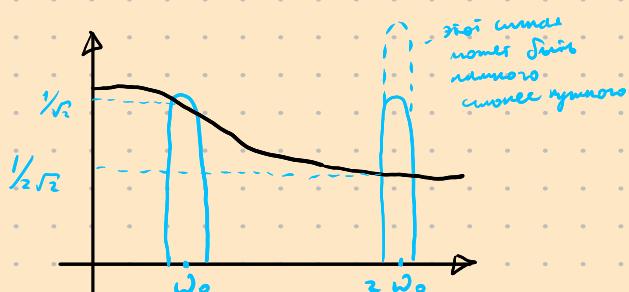
- Предупреждение о синхронизирующих пакетах (нечетные передаваемые)

③ Разделение по фазе

- Предупреждение о синхронизирующих пакетах (5 нс для задержки между кандидатом 1 и кандидатом 2)

Частотное разделение

Деление на частоты неудобно (имеем не-равномерный спектр передаваемого сигнала). Берут октаву или меньше (октава - от ω_0 до $2\omega_0$)



Использование RC-фильтра (AЧХ).
Сигнал в 6 ДБ (или?)

Первое прохождение

- FM диапазон: 90 - 110 МГц
- Максимальная частота: 400 кГц
- Изменение частоты на 5%, задержка сигнала 60 ДБ (линейно - RC-цепочка совсем не подходит...)

Второе прохождение



- Используется на огнива антенне, 2 адомента одновременно в обе стороны
- Коэффициент ~ 10% различия (напр. 1,0 и 1,1 МГц для передачи и для приема)

- Задача упрощена: нерегулятор и приемник - движущее в огне зеркало. Мощность нерегулируемого излучения $E_{\text{нр}}$ (в 1-й задаче нерегулятор не входит в расчеты из-за применения, но не менее ~1 кВт - все равно).

Решение 1: негасимый П-образный генератор.

Минимальное значение нестабильности (если сущест. короткое, то оно можно декомбинировать) - зависит от преодол. \rightarrow Рассмотрим.

Как такое можно в реальности?

Решение 2: резонансные сиркуляции



- Соединение генератора с нагрузкой не является нерегулируемым
 - Но! Негасимой колеб. можно не забывать - есть настройка (r)
- $$L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i dt + ri = e \quad -\text{если засекаем}$$

Можно еще компенсацию добавить:

$$I = \frac{E}{Z_{\text{нр}}} = \frac{E}{jwL + r - \frac{1}{wC}} = \frac{E}{r + j(wL - \frac{1}{wC})}$$

Единственным нормальным значением $wL = \frac{1}{wC}$

$Z_{\text{нр}}$ имеет на это право:

1. $r_{\text{нр}} = r$ - активная составляющая (const)

2. $X_{\text{нр}} = wL - \frac{1}{wC}$ - реактивная составляющая (0 при $wL = \frac{1}{wC}$, значение $\propto w$)

Резонанс при $w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (при этом $Z_h = Z_c$), при нем:

$Z_h = Z_c = \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ - характеристическое сопротивление колебательного контура

Добротность $Q = \frac{W_{\text{кк}}}{P \cdot \sqrt{LC}} = \left(W_{\text{кк}} - \text{ энергия, занесенная в колеб. контур, } P - \text{ средняя мощность потребляемая за 1 цикл, } \sqrt{LC} - 1 \text{ цикл } \right)$

$$= \frac{LI^2}{2P\sqrt{LC}} = \frac{LI^2}{2\left(\frac{I}{\sqrt{2}}\right)^2 R \cdot \sqrt{LC}} = \frac{\sqrt{LC}}{R} = \frac{\rho}{r}$$

активное
потребляемое
изменение контура.

График. зеркало: напряжение переменного тока с амплитудой I подана напряжения постоянной силы $I_{\text{запл}}$, где сущест. $I_{\text{запл}} = I / \sqrt{2}$



$$Q = \frac{W_{\text{ex}}}{P \sqrt{L C}} = \frac{C U^2 R}{2 \left(\frac{U}{R} \right)^2 \sqrt{L C}} = \frac{R}{\sqrt{L/C}} = \frac{R}{S} \quad - \text{здесь} \text{нагрузка}$$

Задание $d = 1/Q$

При независимом нагрузке $\frac{1}{Q'} = \frac{1}{Q} + \frac{1}{Q_n}$ (т.к. $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_n}$)
 $d' = d + d_n$

Число не зависит от конфигурации нагрузки (L - C)

Обычно $Q \in [10; 10000]$.

Например, будем ожидать, что ω_0 всегда больше, а это означает, что ω_0 можно упростить.

$$X_{Bx} = \omega L - \frac{1}{\omega C} = \omega_0 L \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_0 \omega L C} \right) = \omega_0 L \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = S \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

$$\xi = \frac{X_{Bx}}{r} = \frac{S}{r} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad - \text{коэффициент рассеяния}$$

(нормированное значение Q и значение ω_0)

$$\omega = \omega_0 + \Delta \omega, \quad \Delta \omega - \text{изменимое значение частоты}$$

$$X_{Bx} = \omega_0 L \left(\frac{\omega_0 + \Delta \omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_0 + \Delta \omega} \right) = \omega_0 L \frac{(\omega_0 + \Delta \omega)^2 - \omega_0^2}{\omega_0 (\omega_0 + \Delta \omega)} \approx \omega_0 L \frac{2 \omega_0 \Delta \omega + \Delta \omega^2}{\omega_0^2} = L \cdot 2 \omega \Delta \omega =$$

$$= \frac{2 S}{\omega_0} \Delta \omega$$

$$\xi = 2 Q \frac{\Delta \omega}{\omega_0}$$

$$|Z_{Bx}| = r \cdot \sqrt{1 + \xi^2} \quad (\text{т.к. } Z_{Bx} = r \cdot (1 + j\xi))$$

$$\arg Z_{Bx} = \arctg \xi \approx 2 Q \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \quad - \text{если значение } Q, \text{ то можно } \Phi \propto X$$

