

# Бриоров Александер Алексеевич

## Проблема физикации



$$s = \frac{\rho}{\omega_0} - \text{характер. частота}$$

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} // \begin{matrix} \text{ненулев.} \\ \text{разумная оп-ка} \end{matrix}$$

1. Сущность  $H(s)$  - как её видеть? Сущность из АЧХ
2. Реализация - как сделать генератором? Чему приведет



Она не реализуема АЧХ и RC цепьми.

Но есть RLC



- реализуема гарм. синг. момента

Симметричные пары полюсов

Однако интуиция не всегда верна. Их можно заменить упрощениями!

RC - **антиреактивное** RC-цепь / фильтр

## Cards on AUX



$$H(s) = \underbrace{|H(s)|}_{\text{AUX}} e^{j \underbrace{\arg H(s)}_{\text{phi}}}$$

$$|H(s)|^2 = H(s) \cdot H^*(s)$$

Нас интересует равенство  $H(s) \cdot H^*(s) \Big|_{s=j\omega}$

AUX

- Причем Т.к. значение  $N \in \mathbb{D}$  веществ., то  $H^*(s) = H(s^*)$ , т.е. рассматриваем  $H(s) \cdot H(s^*) \Big|_{s=j\omega}$

- Рассмотрим задачу: при  $s=j\omega$ ,  $H(s^*) = H(-s)$ , и так же имеем равенство  $H(s) \cdot H(s^*) \Big|_{s=j\omega} = H(s) \cdot H(-s) \Big|_{s=j\omega}$

$$H(s) \cdot H(-s) = |K(\omega)|^2$$

$\text{AUX}^2$  — это же  $\omega$ -модуль частоты

Соответствующий частоте  $\omega$  будет симметрично (или. симметрически) заменен  $s \rightarrow -s$ ), и получим наоборот  $H(s)$ , наоборот  $-H(-s)$ .

## Пример. пример численных расчетов



$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(f) e^{j 2\pi f t} df = \frac{\sin 2\pi t}{\pi t}$$

Изображение



не является сплошной (имеет конечные всплески)

Т.е. такой спектр не реализуется.

Домогаща неравномерності АЧХ є нюанс пропускання:

$\varepsilon$  - неравномерність в НН

$\eta$  - селективність

$\eta_1$  - узгодженість на границі НЗ



К узгодженню підводяться:  $|H(s) \cdot H(-s)|_{s=jv} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 F_n^2(v)}$   $n$  - порядок критичного

$$|F_n(v)| = \begin{cases} \leq 1, & v \in (-1; 1) \\ \geq \eta_1, & \geq 1 \end{cases}$$

Варіанти виборки:

1.  $F_n(v) = v^n$  - критерій **Баттерворта**

2.  $F_n(v) = P_n(v)$  - критерій **Чебишева**, де  $P_n(v)$  - поліном Чебишева

3.  $F_n(v) = R_n(v)$  - **мінімаксний** критерій,  $R_n(v)$  - розпод. змінної. як - ма

## Баттерворт

$$|H(s) \cdot H(-s)|_{s=jv} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 v^{2n}}$$

$\varepsilon^2 \left( \frac{v}{\omega_0} \right)^{2n}$  - виснаження  $\varepsilon$  забезпеченням виснаження  $\omega_0$ , т.е.  $\varepsilon$  не виснажується вже при  $v=1$

$$K(v) = \frac{1}{\sqrt{1 + v^{2n}}}$$



При  $n \rightarrow \infty$  та АЧХ засоб. симетрична виснаженню пропускання.

Виснаження залежить від  $\varepsilon$

$$H(s) \cdot H(-s) \Big|_{s=j} = \frac{1}{1 + j^{2n}} \Rightarrow H(s) \cdot H(-s) = \frac{1}{1 + \left(\frac{s}{j}\right)^{2n}}$$

Нужен ноль:  $\left(\frac{s}{j}\right)^{2n} + 1 = 0$

$$\left(\frac{s}{j}\right)^{2n} = e^{j\pi} \cdot e^{j \cdot 2\pi k}, k \in \mathbb{Z} \quad -1 = e^{j\pi}$$

$$\frac{s}{j} = e^{j\frac{\pi}{2n}} \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot \frac{k}{2n}} \quad j = e^{j\frac{\pi}{2}}$$

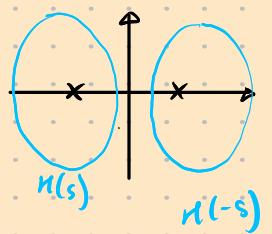
$$s_k = e^{j\left[\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k\right]} \quad - \text{номеры нулей, при которых } H(s) \cdot H(-s)$$



- номера вида  $\frac{\pi}{n}$ , кратные  $\frac{\pi}{2n}$   
стоеч. можно сеч!

## Примеры

$$n=1: \quad \frac{1}{1 + \left(\frac{s}{j}\right)^2} = \frac{1}{1 - s^2} \quad s = \pm 1 \quad - \text{ноль}$$



$$H(s) = \frac{1}{1+s}$$

Универсальная зона!

$$n=2:$$



Симметричный полоса на ej, кроме характеристи-

ческих зонуков  $\pm j$

$$\text{Полином } s^2 + 2js + 1$$

$$\text{Корни } -j \pm i\sqrt{1-j^2}$$

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

У дійсного Гауссервого синуса негативні знач.

Ені жерде бірнайиғынан, негативні орнашында күштілік орнаша (янар  $\frac{\pi}{2n}$ ) - бірнайиғынан



$$\xi = \sin \frac{\pi}{2n}$$

$$Q = \frac{1}{2\xi} = \frac{1}{2\sin \frac{\pi}{2n}}$$

Решімірдің с макшынан шектенең тәжірибелі жәнең.

## Чебышев

$$|K(v)|^2 = \frac{1}{1 + \xi^2 P_n^2(v)}$$

$-1 \leq v \leq +1$ ;  $|P_n(v)| \leq 1$  - осцилляциялардың ортағы анықтамалар

$$P_n(v) = \cos(n \arccos v)$$
 - именем **Чебышев** (1)

$$\cos[(n+1)\alpha] + \cos[(n-1)\alpha] = 2 \cos n\alpha \cdot \cos \alpha \quad - \text{негізгі} \cos \text{ формула}$$

$$\alpha = \arccos x$$

$$\text{Негіздену} \quad P_{n+1}(x) + P_{n-1}(x) = 2P_n(x) \cdot x$$

$$P_{n+1} = 2xP_n - P_{n-1}, \quad - \text{ рекурренттік ғл-да}$$

$$P_0(x) = -1 \quad P_2(x) = 2x^2 - 1$$

$$P_1(x) = x \quad P_3(x) = 4x^3 - 3x$$

По ғл-да (1) негіздену, көп  $P_n(x)$  орнадында салынад  $[-1; +1]$  мін-за архимедия. Негіздену оңдей



$n \arccos x$  мендесінде 0-дан  $n\pi$  га

Зертте,  $x \in [-1; 1]$  промежуткінде көпде

негативнеге осцилляция. Енің  $n$ -шіндегі, то  $b = 0 - 0$ .

Пореди наведені спрощення на біні змінній  $\arccos$  нажо під-убий  
как спосіб комунації апгумента.

$$\cos(z) = \cos(x+iy) = \cos x \cdot \overset{\text{ch } y}{\cos iy} - \sin x \cdot \overset{\text{jsh } y}{\sin iy}$$

$$\cos iy = \frac{e^{i \cdot iy} + e^{-i \cdot iy}}{2} = \frac{e^{-y} + e^y}{2} = \text{ch } y$$

$$\sin iy = j \text{sh } y$$

- Пояснім  $\cos z = \cos x \text{ ch } y - j \sin x \text{ sh } y$

Если  $y=0$ , то  $\cos z = \cos x$ .

- Комунація згадана в  $\cos$  однозначна в 0,

тоді  $\sin x = 0$ ,



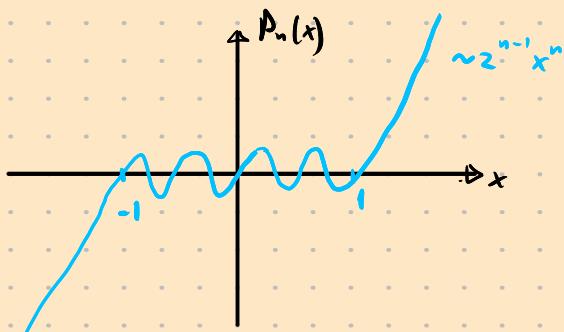
( $\cos z$  непр.  $y > 0$ )



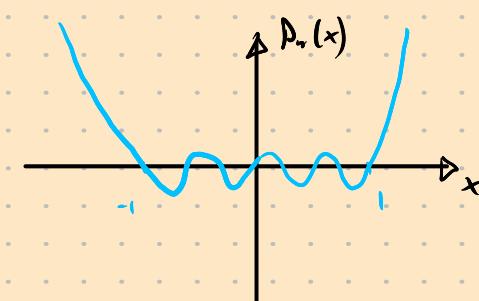
То єсть апгумент  $\arccos$ -модулі  $x \in \mathbb{R}$ , унікальний  $\arccos x$  можливий, та  $\cos(n \arccos x)$  однозначно визначені.

- $P_n(x) = 2^{n-1} x^n + \dots$  - **циліндричні координати**

При  $n \geq 1$  єдині дійсні розв'язки.



$P_n(x)$ ,  $n$  - нерівно



$P_n$   $n$  - рівно

$y$  Числові вимірювання не залежать від  $\text{BaseExp}$ .

Новек номозб:

$$H(s) H(-s) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 P_n^2\left(\frac{s}{j}\right)} = 0$$

$$P_n^2\left(\frac{s}{j}\right) = -\frac{1}{\varepsilon^2}$$

$$\cos\left(n \arccos\left(\frac{s}{j}\right)\right) = \pm \frac{j}{\varepsilon}$$

$u - jv$

$$\begin{cases} \cos(n(u - jv)) = \pm \frac{j}{\varepsilon} \\ \frac{s}{j} = \cos(nu - jv) \quad (-1)^n \end{cases}$$

$$\cos nu \cdot \operatorname{ch} nv + j \sin nu \cdot \operatorname{sh} nv = \pm \frac{j}{\varepsilon}$$

$\stackrel{||}{0} \Rightarrow \cos nu = 0$

$$nu = \frac{\pi}{2} + \frac{n}{2}k \Rightarrow u_k = \frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k \quad - \text{номерка на гармониках}$$

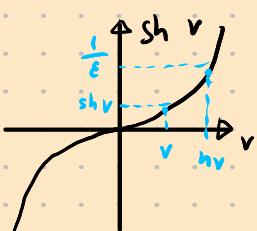
$$\operatorname{sh} nv = \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow v = \frac{1}{n} \operatorname{sh}^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$\frac{s}{j} = \cos(u - jv) = \cos u \cdot \operatorname{ch} v + j \sin v \cdot \operatorname{sh} v$$

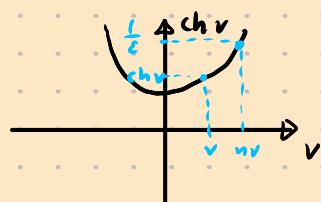
$$S_k = j \left[ \operatorname{ch} v \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k\right) + j \sin\left(\frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k\right) \operatorname{sh} v \right]$$

$$S_k = -\operatorname{sh} v \sin\left(\frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k\right) + j \operatorname{ch} v \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k\right)$$

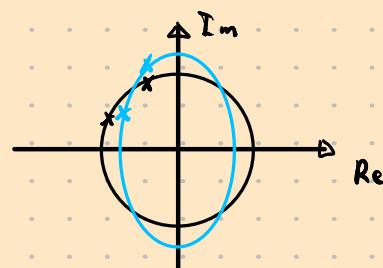
Опс. гармоника таємо коеф-ти умножені на  $\operatorname{sh} v$  та  $\operatorname{ch} v$ .



$\operatorname{sh} v$  умножат ( $<1$ )



$\operatorname{ch} v$  піднімати ( $>1$ )



нормальна ф-я на Чедомівська

Базис  $\{1, x, x^2, \dots, x^n, \dots\}$ , опоронанням якій є Гаудерія, єдиний умножені Чедомівська.

## Эллиптические функции



$$a = \frac{1}{\sqrt{1-k^2}} \quad x \in \Sigma_0; 1)$$

$$v = \int_0^\theta r(\theta) d\theta$$

$$dn(v) = r \quad cd = \frac{cn}{dn}$$

При  $k=0$  - биссектриса в окружности,  $\sin u \cos$

$$\int_0^{v_2} r(\theta) d\theta - \text{эллиптический интеграл}$$

Погодно зам., как  $\cos(n \arccos x)$  - ненулев., много разные  
множ. сдвиги в б. земн. Типичн. - т.н. **периодические эллиптические**  
функции.

$$P_n(x) = \cos n\omega, \quad \text{где } x = \cos(\omega)$$

$$\varphi_n(x) = cd(k, n\omega), \quad \text{где } x = cd(k, \omega), \quad k, k_1 \in (0; 1)$$

неп-р эллиптический  $[0; 1]$

Равнодейств. это  $\varphi_n(x) = \frac{N(x)}{\Delta(x)}$  - пер. гр-нд. (есть нули и полюса)

Ровно  $n$  нулей и полюсов:

$$N(s) N(-s) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \varphi_n^2(s)} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \frac{\Delta^2}{N^2}} = \frac{N^2 = 0}{N^2 - \varepsilon^2 \Delta^2 = 0} \begin{cases} \text{-нули} \\ \text{-полюса} \end{cases}$$

По полюсам Оренс называет **Чебышева** (они same на  
имя), все нули - на **имя** Оренса.



Нули в межд.

$n = 2k$  - нули нечетные  $n = 2k+1$  - один нуль на  $\infty$

## Первые способы

1. Варшевский - загадка генератора  $\hbar$
2. Чебышев - загадка  $n$  и  $\varepsilon$  ( $\text{Реша } \gamma_1 = \gamma_1(\gamma)$  - ортогональна)
3. Динамические - загадки  $(n, \varepsilon, \gamma)$  или  $(n, \varepsilon, \gamma_1)$  или  $(\varepsilon, \gamma, \gamma_1)$   
(в ней. случае  $n$  можно привести к нормативу)

В приведенном виде изображение задачи выглядит так:



Упрощенная ПП с приведенными задачами

Но! Если мы решим упрощенную, в ПП есть ошибка.  
Быть то что это не так ! Кто в программе.

## Лекционные схемы

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

$$|H(s)|^2_{s=j\omega} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 F_n(\omega)}$$

$$F_n(\omega) = \omega^n; P_n(\omega); \varphi_n(\omega)$$



В классах RC и RL имеют компоненты настроек  
(= коррекционные процессы) передаваемые.

$$|H(s)| = \frac{\prod_{n=1}^m \text{послед. по модулю}}{\prod_{n=1}^m \text{посл. по номоду}} \Rightarrow \text{Диаграмма -}$$

внешним номодам характера прохождения в пропускающие  
и сглаживающие. Характер прохождения определяется номодами.

RLC-класс; можно добиваться резонанса;



$$Z_{\text{резонанс}} = 0$$

$$Y_{\text{резонанс}} = 0$$

- неравномерность из группы  
затухания ненормированной  
амплитуды

## Безустановочные линейные схемы

Резонанс (и выше) в группе нет!



LC

$$P_u = \operatorname{Re} \left[ \frac{u \cdot i^*}{2} \right]$$

- мощность на нагрузке

Переход к монополии.



Какова мощность источника?

Она такая, чтобы  $R_s = R_u$ .

$$u = \frac{e}{R_s + R_u} R_u = \frac{e}{2}$$

$$P = \frac{u^2}{R} \quad (\text{нор. напр.}) \quad P = \frac{|u|^2}{2R} \quad (\text{нег. напр.})$$

↓  
здесь  $u$  — амплитуда

$$P_s = \frac{e^2}{u R_s} \quad (\text{нор. напр.})$$

$$P_s = \frac{|e|^2}{2 R_s} \quad - \text{мощность источника}$$

(зарядом. напр.)

Несимметричные характеристики  $P_s$  и  $R_s$ .

Коэффициент нелинейности

$$G = \frac{P_u}{P_s} \quad (\text{gain})$$

$$G = \frac{\frac{|u_u|^2}{2 R_u}}{\frac{|e|^2}{2 R_s}} = \frac{u R_s}{R_u} \frac{|u|^2}{|e|^2} = \frac{u R_s}{R_u} |K|^2 \rightarrow \text{коэффициент нелинейности}$$

$$|K| = 8 \text{ выражается } \frac{1}{2} \quad (\text{небольшое } R_s, \text{ большое } R_u) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G = 8 \text{ выражается } 1 \quad (\text{известно выражение } R_s = R_u)$$

$$G(v) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 F_n^2(v)} \quad - \text{ пределение к общему представлению по коэффициенту нелинейности}$$

Т.к. нет генерации вибрации генератора, то  $G = \frac{P_{in}}{P_s}$  — это значение

коэффициента нелинейности  $Z_{in}$

$$U_{in} = \frac{e Z_{in}}{R_s + Z_{in}} \quad P_{in} = \frac{|u_{in}|^2}{2 Z_{in}^2}$$



Задача: найти  $Z(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$ , реализовать связь между

сами нелинейностями. (помимо решения в реальном времени)

Die nepreza u  $P_{in} \propto Z_{in}$ , menno nepreza u  $u$  u i e  
kamoborn naryanogram (B nux ypreze podobie s naryanogramom)



$$a = \frac{U_{in} + iR_s}{2}, \quad b = \frac{U_{in} - iR_s}{2}, \quad i = \frac{a - b}{R_s}$$

$$P^+ = \frac{U_i i^*}{2} = \frac{(a+b)(a-b)}{2R_s} = \frac{|a|^2 - |b|^2}{2R_s} = \frac{P}{Q}$$

$$Ba^* - B^*a = Ba^* - (Ba^*)^* = \text{Im}[Ba^*]$$

$$P_{in} = \frac{|a|^2 - |b|^2}{2R_s} \quad \text{Bleyen kresq.-i oprimene } g = \frac{b}{a} :$$

$$P_{in} = \frac{|a|^2}{2R_s} (1 - |g|^2)$$

$$\text{Normiran na } g: \quad \frac{b}{a} = \frac{U_{in} - iR_s}{U_{in} + iR_s} = \frac{Z_{in} - R_s}{Z_{in} + R_s}$$

Normiran na  $|a|$ :



$$u = e - iR_s$$

$$a + b = e - \frac{a - b}{R_s} R_s$$

$$a + b = e - a + b \Rightarrow a = \frac{e}{2}$$

$$\text{Uzivo } P_{in} = \frac{\frac{e^2}{2}}{g R_s} (1 - |g|^2)$$

$$P_u = P_{in} = P_s (1 - |g|^2)$$

$$G = \frac{P_u}{P_s} = 1 - |g|^2 \quad - \text{predobarec } G = \text{predobarec } |g|^2$$

$$G = 1 - |g|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 F_n^2(\nu)}$$

Faziesgraf:

$$|g|^2 = \frac{\nu^{2n}}{1 + \nu^{2n}}$$

B narec naryanogram  $|g| \rightarrow 0$ ,

$\delta$  narec zogermanie  $|g| \rightarrow 1$



Найдем передатчее звено:

$$\pm \beta = \frac{Z_{in} - R_s}{Z_{in} + R_s}$$
 определить для  $\pm \beta$  - это и то же (так как это же  
передатчее звено  $|g(s)|^2$ )

Будет звено сдвиг  $\tau$  и передаче  $\alpha$  компенсации  $\kappa$  низкочастотах.

$$\beta = \frac{Y_{in} - R_s}{Y_{in} + R_s} = \frac{\beta s - Y_{in}}{\beta s + Y_{in}} = -\frac{Y_{in} - \beta s}{Y_{in} + \beta s}, \quad \beta s = \frac{1}{R_s}$$

При этом передача  $\kappa$  зависит от  $R_s$ , т.к.

$$\pm \beta = \frac{Z_{in} - 1}{Z_{in} + 1} = -\frac{Y_{in} - 1}{Y_{in} + 1}$$

## Проделано решением

Если будем здравомыслять в компенсации  $\omega_0$  и  $R_0$ , то все останется  
при этом безразлично.

$$\frac{x_0}{R_0} = \frac{\omega_0 L_0}{R_0} = x = \frac{\frac{j\omega}{\omega_0} L_0}{\frac{R_0}{\omega_0}} \Rightarrow L_0 = \frac{1}{\frac{R_0}{\omega_0}} = \frac{\omega_0}{R_0} - здравомыслящее$$

(на частоте  $\omega_0$  и на компенсации  $R_0$ )

Также есть формула:

$$C_0 = \frac{1}{\omega_0 R_0}$$

$$Z = qS$$

$$\frac{Z}{R_0} = \frac{j\omega q L_0 \omega_0}{R_0 \omega_0} = qS \frac{\omega_0 L_0}{R_0} = qS$$

$$Y = qS$$

$$\frac{Y}{R_0} = \frac{j\omega q C_0 \cdot R_0 \omega_0}{\omega_0} = qS \frac{\omega_0 C_0 R_0}{1} = qS$$

$$|g(s)|^2 = \frac{V^{2n}}{1 + V^{2n}}$$

$$p(s) = \frac{s^n}{D_n(s)}$$

$$\Rightarrow \left. \frac{s^{2n}}{D_n(s)} \right|_{s=jV} = \frac{V^{2n}}{1 + V^{2n}}$$

Компенсация табулирована здраво

$$\frac{s^n (-s)^n}{D_n(s) D_n(-s)} \Big|_{s=jV} = \frac{V^{2n}}{1 + V^{2n}}$$

$$s^n (-s)^n \Big|_{s=jV} = V^{2n}$$

$$D_n(s) \cdot D_n(-s) = \frac{1}{1 + (\frac{s}{j})^{2n}}$$

Дисзубільце більше не може канел, тому має  $H(s)$  у відповідь.

$$D_1(s) = s+1$$

$$D_2(s) = s^2 + \sqrt{2}s + 1$$

$$D_3(s) = (s+1)(s^2+s+1) = s^3 + 2s^2 + 2s + 1$$

Тепер умножим  $Z(s)$ :

$$\rho = \frac{Z - 1}{Z + 1}$$

$$Z(s) = \frac{1+\rho}{1-\rho}$$

$$Y(s) = \frac{1-\rho}{1+\rho}$$

$$Z(s) = \frac{D_n(s) + s^n}{D_n(s) - s^n}$$

$$n=1: D_n(s) = s+1 \quad Z(s) = 2s+1$$

$$2: D_n(s) = s^2 + \sqrt{2}s + 1 \quad Z(s) = \frac{2s^2 + \sqrt{2}s + 1}{\sqrt{2}s + 1}$$

$$3: D_n(s) = s^3 + 2s^2 + 2s + 1 \quad Z(s) = \frac{2s^3 + 2s^2 + 2s + 1}{2s^2 + 2s + 1}$$

### De-Kayberova рекуррентна спорулювання



$$Z = Z_0 + \frac{1}{Y_1 + \frac{1}{Z_1 + \frac{1}{Y_2 + \frac{1}{Z_2 + R}}}} \quad - \text{унашій звод}$$



$$Z(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad \begin{matrix} \text{numerator} \\ \text{denominator} \end{matrix} \quad \text{наго представлоба в унашій звод:}$$

$$N(s) = \underbrace{Q(s)}_{\text{quotient}} \underbrace{D(s)}_{\text{divisor}} + \underbrace{R(s)}_{\text{remainder}}$$

$$Z(s) = Q(s) + \frac{R(s)}{D(s)} = Q(s) + \frac{1}{\frac{D(s)}{R(s)}} \quad - \text{небудь зім позицію!}$$

Доведемо що ми можем зробити  $\frac{D(s)}{R(s)}$ , напр. - константну країнку!

