

Решебов Убак Вадимович

Биография



- Все ящики не линейные
- Пол-ящик Гармошка имеет линейные и нелинейные

Линейность: $\begin{aligned} x_1(t) &\rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) &\rightarrow y_2(t) \end{aligned} \quad \left. \right\} \Rightarrow \alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \rightarrow \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$

Статистичность: $x(t) \rightarrow y(t) \Rightarrow x(t+\Delta t) \rightarrow y(t+\Delta t)$

"Черный ящик" описывается:

- сконструирован
- набором параметров H

Модель сим-на, состоящая из RLC, где есть линейная и нелинейная.

Технические задачи

Верб - учащийся 3-го курса, ведет к-рого проектирует один из них на Л. Модель содержит из ≥ 1 независимых двухкоординат.

Узел - место соединения берегов

Коэффициенты $\rightarrow 2$ берега Уголометрический - 2 берега

Контур - модель замкнутой сети, проходящей по всем-им берегам реки.

Хардверы. исправлены однотипные, которые берут /узел проходит 1 раз

Одна река можно заменить:

Компонентные узлы - единство реки, определяющее ее компонентами

Технические узлы - единство реки, определяющее ее техническими

Правило Курикогорда

- Закон сохр-а заряда
- Проделы не накапливают заряд (уменьш.)

I Закон Курикогорда

Алг. сумма измененных знач-ий токов всех батарей, находящихся в цепи из узлов с модемами времени, равна 0.

$$\sum i_k = 0.$$

- Потенциалность з.н. не меняется
- Консервативность з.н. не меняется
- Полож. батареи \vec{B} во времени в сечении не изменяются (не меняется сдвиг з.н.уб.)

II Закон Курикогорда

Алг. сумма измененных знач-ий напряжениям всех батарей, находящихся в цепи концов модемизированных узлов, равна 0.

Теорема об эквивалентном генераторе

Так производимый батарей изменения з.н. всем не изменяется, если обозначим движение, к-ое неизменено, как движение генератора батарей, заменив эквивалентным модемизированным источником энергии, к-рому некий з.н. дает присоединенное напряжение (Telenet) или напряжение (Нетрон) сменой замены. При этом ЭДС неизмененного напряжения равна напряжению холостого хода автономного генератора, так неизменено неизменяется тока, равен тому КЗ автономного генератора, а внутреннее сопротивление и производимое з.н. неизменяется током. Концепция входит в состав и производимым источником генератора.



Напад. - Нетрон



Послед. - Теленет



$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} ; U_{xx} = - I R_2 = - \frac{E R_2}{R_1 + R_2}$$

Зависимость тока в цепи от ЭДС нелинейна, т.к. она не линейна на разрыве цепи, однако сопротивление очень малое, поэтому значение тока приблизительно.

Это подходит только к неизвестному источнику. Для зависимостей приведены зависимости для ин. ур-ий (различие с этим)

Частотный анализ характеристики цепей

$$(cos(\omega t) \rightarrow \boxed{\text{линейной}} \rightarrow k(\omega) \cdot cos(\omega t + \varphi(\omega))$$



$$K(\omega) - A_{UX}$$



$$\varphi(\omega) - \varphi_{UX}$$

Cause нормальное описание цепей!

Типичные признаки - переходы в комплексной



$$z = |z| \cos \arg z + i |z| \sin \arg z \quad (\varphi = \arg z)$$

$$e^{ix} = 1 + ix - \frac{x^2}{2} - \frac{ix^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \dots$$

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

$$z = |z| e^{i \arg z}$$

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \quad \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

$$\cos \omega t + i \sin \omega t \rightarrow \boxed{\text{ЛНВ}} \rightarrow K(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega)) + (...) i \sin(...)$$



$$I = \frac{U}{R} \quad \tilde{I} = \frac{\tilde{U}}{R}$$



$$I = C \frac{dU}{dt}$$

$$\tilde{I} = C \frac{d(e^{j\omega t})}{dt} = j\omega C \tilde{U} = \frac{\tilde{U}}{\frac{1}{j\omega C}}$$

unegative



$$U = L \frac{dI}{dt} \quad \tilde{U} = j\omega L \tilde{I}, \quad \tilde{I} = \frac{\tilde{U}}{j\omega L}$$

Численное значение (Z) $j = i$ в радиоэлектронике

Комплексная проводимость - Y

Линейные цепи с нагрузкой

① Частотные характеристики RC -цепи

$$\begin{array}{c} \text{Diagram of a series circuit with voltage } U_{in} \text{ at the top node and } U_{out} \text{ at the bottom node.} \\ U_{in} \xrightarrow{R} \xrightarrow{C} U_{out} \\ \text{Current } \tilde{I} = \frac{\tilde{U}_{in}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \\ \tilde{U}_{out} = \tilde{I} \cdot \frac{1}{j\omega C} = \frac{\tilde{U}_{in}}{j\omega RC + 1} \\ \tilde{U}_{out} = \frac{\tilde{U}_{in}(1 - j\omega RC)}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \end{array}$$

Что будет, если на вход подать $\cos \omega t$?

$$U_{out} = \operatorname{Re}(\tilde{U}_{out}) = (\cos \omega t + \sin \omega t \cdot j \cdot \omega RC) \cdot (1 + \omega^2 R^2 C^2)^{-1}$$

Амплитудно-фазовая характеристика: $\cos \omega t + j \sin \omega t$

$$K(\omega) = \frac{\tilde{U}_{out}}{\tilde{U}_{in}} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$\frac{\tilde{U}_{out}}{\tilde{U}_{in}} = \frac{A_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}}{B_0 \cdot e^{j\omega t}} = \frac{A_0}{B_0} \cdot e^{j(\omega t + \varphi - \omega t)} = \frac{A_0}{B_0} e^{j\varphi}$$

Нормированная Z - сдвиг фаз - аргумент, модулирование амплитуды

Чтобы найти u_n , нужно из $K(\omega)$ выделить физически реальную и бессмысленную комплексную часть модуля и $(\Rightarrow e^{j\varphi})$.

$$K(\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2} = \frac{\frac{1 - j\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \Rightarrow |K(\omega)| = (1 + \omega^2 R^2 C^2)^{-1/2}$$

$$|1 - j\omega RC| = \sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$





$$\arg K = \varphi = -\arctg wRC$$



линейной стабилизации



- U_1, U_2 - относительно земли
- Не насыщает зажиг
- По боковым зажимам зажиг неоднократно
- Видят неоднократное (из 2) зажигание
о чистом синусоиде (видим максимум в двух первых проекциях) - модуль $\approx \text{НК } U_1, U_2, i_1, i_2$.

Система с параметрами (из линейных зависимостей (такие R) зажиг!)

Система из 2 линейных ур-ий, определяющих зависимость, например:

$$\begin{cases} i_1 = f_1(U_1, U_2) \\ i_2 = f_2(U_1, U_2) \end{cases}$$

Т.е. зависимость зажигания
относительно напряжений F_1 и F_2 .



Прием из F_1 и F_2 ом

- Нелинейны
- Периодич. + ∞

Т.е. мы можем использовать в качестве подачи тока.

$$di_1 = \left(\frac{\partial f_1}{\partial U_1} \right) dU_1 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial U_2} \right) dU_2 \quad di_2 = \left(\frac{\partial f_2}{\partial U_1} \right) dU_1 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial U_2} \right) dU_2$$

$= \text{const}$ при одинак. U_1 и U_2

При $U_1 = \text{const}$, $U_2 = \text{const}$ мы имеем 4 константы, характ. зависимостям.

Приз. симпл производных:

$$1. \frac{\partial i_1}{\partial u_1} = g_{11} - \text{бюджет производности}$$

$$3. \frac{\partial i_2}{\partial u_1} = g_{21} - \text{пред пред производности производности}$$

$$2. \frac{\partial i_1}{\partial u_2} = g_{12} - \text{обратная производная производности}$$

$$4. \frac{\partial i_2}{\partial u_2} = g_{22} - \text{бюджет производности}$$

Амплитудный сигнал (безразмерн. $h \in C$ - неизменн.)

Вещественный сигнал - залежання нек-ої АК h від часу. При преобр-нн θ у часі одержано певніше симетричний спектр (на симетричн. осн. D_θ складаємо зо комплексного складення, а умова $z_0 = 0$).

Це незадовільно - производство підходить з коеф. $\sin \omega \cos$.

Додавши до сигналу комплексну фазу - добре,

тако вважаємо (правий) зо спектра симетричним.

Виведемо амплитудний сигнал. Позначимо що працює - один з генер. звукових сигналів, другий - з мікрофоном. Нехай буде ампл. сигнал, який під-ляється комплексною функцією.

Сигнал дієт. може також бути складеною з двох звукових сигналів.



$$x(t) = \begin{cases} A_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} & \text{for } t > 0 \\ 0 & \text{for } t \leq 0 \end{cases}$$

$$\tilde{x}(t) = A_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = A_0 \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t} \quad \text{- амплитудний сигнал. } |e^{j\omega t}| = 1$$

$$A_0(\omega), \varphi(\omega). \quad A_0(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} - \text{комплексна амплітуда}$$

$$e^{j\omega t} - \text{комплексна вращаючася складеність.}$$

Y -матриця (комплексна)

$$\tilde{I}_1 = Y_{11} \cdot \tilde{U}_1 + Y_{12} \tilde{U}_2$$

$$\tilde{I}_2 = Y_{21} \tilde{U}_1 + Y_{22} \tilde{U}_2$$

При пошуку Y_{11}, \tilde{U}_1 заміните (\tilde{U}_2 заміните винесіть), аналогічно для Y_{22} .

$$\begin{pmatrix} \tilde{I}_1 \\ \tilde{I}_2 \end{pmatrix} = Y \times \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

Если бы в I_1 и I_2 как неизб., наименование то же:

$$dU_1 = \frac{\partial U_1}{\partial I_1} dI_1 + \frac{\partial U_1}{\partial I_2} dI_2$$

$$dU_2 = \frac{\partial U_2}{\partial I_1} dI_1 + \frac{\partial U_2}{\partial I_2} dI_2$$

- зглоба композиции сопротивлений

Следов. находим. currents:

$$U_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$

$$U_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = Z \times \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Чтож: } Z_{11} = \frac{Y_{22}}{|Y|} \quad Z_{12} = -\frac{Y_{12}}{|Y|}$$

$$Z_{21} = -\frac{Y_{21}}{|Y|} \quad Z_{22} = \frac{Y_{11}}{|Y|}$$

H-параметры

$$\begin{cases} U_1 = h_{11} I_1 + h_{12} U_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} U_2 \end{cases}$$

- называю ген. динамическими транзисторов

Формы



Компьютер

U_2

- аналогичные дин. транзисторы схема

пример

h_{21} - неизвестна но известны токи (нп.) h_{11} - бывшее сопротивление

h_{12} - (нп.) h_{22} - Былаческая проводимость (нп.)

(нп.) - изображает линеариз.

$$\text{Чтож: } h_{11} = \frac{|Z|}{Z_{22}} \quad h_{12} = -\frac{Z_{12}}{Z_{22}}$$

$$h_{21} = -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} \quad h_{22} = \frac{1}{Z_{22}}$$

Комплексный коэф-т передачи



Амплитуда - из ТФ КП

Комплексная часть в реальном не поддается
 $|e^{j\omega t}| = 1$

$K(j\omega)$ - комплексный коэф-т передачи

$$K(j\omega) = \frac{B_{lm}}{B_{ls}} = \frac{B(\omega) e^{j\varphi(\omega)} e^{j\omega t}}{A_0 e^{j\varphi_0} e^{j\omega t}} = \frac{B(\omega)}{A_0} \cdot e^{j(\varphi(\omega) - \varphi_0)}$$

Надо анализировать сдвиг. Сдвигом можно поглощать фазу в $K(j\omega)$ тоже будет

$$\Leftrightarrow \frac{B_n \cdot \omega^n + B_{n-1} \cdot \omega^{n-1} + \dots + B_0}{A_n \cdot \omega^n + A_{n-1} \cdot \omega^{n-1} + \dots + A_0} = \frac{B_0 \cdot (\omega - b_1) \cdot (\omega - b_2) \cdot \dots \cdot (\omega - b_n)}{A_0 \cdot (\omega - a_1) \cdot (\omega - a_2) \cdot \dots \cdot (\omega - a_m)}$$

сдвиг ненулевого члена

сдвиг ненулевого члена

(одна из сомнительных загадок разделения)

Частоты:

- Когда $\omega = b_k$, $|K| = 0$
- Когда $\omega = a_k$, возникает особенность.

$$\Leftrightarrow \frac{B_0}{A_0} \cdot \frac{|\omega - b_1| \cdot e^{j\arg(\omega - b_1)} \cdots |\omega - b_n| \cdot e^{j\arg(\omega - b_n)}}{|\omega - a_1| \cdot e^{j\arg(\omega - a_1)} \cdots |\omega - a_m| \cdot e^{j\arg(\omega - a_m)}} = \frac{B_0}{A_0} \cdot \frac{\prod_{k=1}^n |\omega - b_k|}{\prod_{p=1}^m |\omega - a_p|} \cdot e^{j \sum_{k=1}^n \arg(\omega - b_k) - j \sum_{p=1}^m \arg(\omega - a_p)}$$

"Нули" - корни числителя (b_i)

"Полюсы" - корни знаменателя (a_i)

ω гармоник для комплексной (ρ), where от комплексной оп-ки приводят передачу к вещественному

$$\Im p = j\omega, \Re p = 0$$



$$\frac{B(\omega)}{A_0} \cdot e^{j(\varphi(\omega) - \varphi_0)} = \frac{B_n \cdot \rho^n + B_{n-1} \cdot \rho^{n-1} + \dots + B_0}{A_n \cdot \rho^n + A_{n-1} \cdot \rho^{n-1} + \dots + A_0} = \dots$$

Но на самом деле, нужно в $\frac{B_0}{A_0}$ менять начальное значение фазы.

$\rho = j\omega + 0^\circ$ - это же - это конкретная частота, $0^\circ = 0$.

Учите, что при этом частота неоднозначна, т.к. она не одна.

$$K(j\omega) = \frac{|j\omega - b_1|}{|j\omega - a_1|} \cdot e^{j(\arg(j\omega - b_1) - \arg(j\omega - a_1))}$$

$|K(j\omega)| = \sqrt{a_1^2 + \omega^2}$ - модуль суммы векторов из нуля в из полюса

$$|K(j\omega)| = \frac{\sqrt{b_1^2 + \omega^2}}{\sqrt{a_1^2 + \omega^2}} - A(X) \quad \arg K(j\omega) = \varphi_B - \varphi_A - \Phi(X)$$

Пример $a_1 = -b_1$.



Инерционная RC-система



$$K(j\omega) = \frac{\tilde{U}_{out}}{R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L \tilde{U}_{in}} = \frac{1}{j\omega RC + 1} = \frac{1}{RC(j\omega + \frac{1}{RC})}$$

Tak repayem
(nem repay kongenatsiy)

$$= \frac{1}{RC(p + \frac{1}{RC})} \quad a_1 = -\frac{1}{RC} \quad \frac{b_0}{a_0} = \frac{1}{RC}$$

$$|K| = \frac{1}{RC} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{RC^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad -A_{UX}$$



$$\arg K = -\arctan(\omega RC) \quad -\varphi_{UX}$$



Дискретизированная RC-система



$$K(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{j\omega RC + 1} = \frac{j\omega - \omega_0}{j\omega + \frac{1}{RC}}$$



AUX

OPUX

Не вещественное нулю / ненулевое бугоры симметричны относительно оси. Re > 0, если конд 1 - вещественный

Однократные характеристики систем



$$C_n \frac{df^{(n)}}{dt} + C_{n-1} \frac{df^{(n-1)}}{dt} + \dots = \dots$$

Заменим $f^{(n)}$ на p^n , $f^{(n-1)}$ на p^{n-1} , ...

Получаем характеристическое уравнение.

Корни полученного уравнения дают решения дифр. ур-я.

$$\frac{df^{(n)}}{dt^{(n)}} \rightarrow p^n$$

- оно же, с помощью к-поса можно решить задачку

$$\int f(t) dt \rightarrow \frac{1}{p}$$

Непрерывная форма $x(t)$ и ее спектр (преобразование Фурье):

$$F(\omega) = C \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

- спектрность интеграла becomes жесткая.



- спектр этого сигнала не непрерывен - интеграл не скончается

(Фурье Хейвайса)

Можно придумать ее непрерывносигнальную версию, к-рею аналогичную Фурье Хейвайса, и назовем, когда аналогичную непрерывносигналную.

Всегда менее прямое преобр-е, более универсальный метод: умножим $f(t)$ на $e^{-\sigma t}$.

То есть σ -ий можно отбросить из дальнейшего. Новое преобр-е:

$$F(p) = \int_0^{+\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt; \text{ обозначим } p = j\omega + \sigma - \text{ преобр-е Лапласа (пренес)}$$

"это энту. он дает заслуженное".

При этом всегда будем, что при $t=0$ $f(t)=0$, иначе получим для σ -ий

(здесь интеграл не разбирается из-за $e^{-\sigma t}$). $F(p)$ - лаплас - обрат

Числовые признаки знакоустойчивости

- Коэффициенты характеристического уравнения не должны иметь действительных частей, равных нулю.
- $\forall t < 0 \rightarrow f(t) = 0$
- $\exists M > 0, s_0 > 0 : \forall t \rightarrow |f(t)| < M e^{s_0 t}$ - определение знакоустойчивости

$f(t) \stackrel{def}{=} F(p) - f(t)$ есть остаток $F(p)$

Однозначное представление вида $\frac{1}{p-a}$.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} \frac{1}{p} e^{pt} dp$$

В ТФКП не имеется других интегралов.

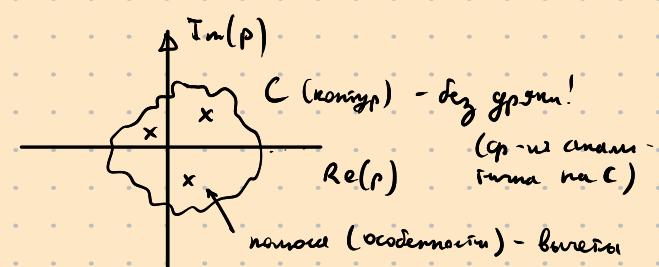
Однозначный вид: теорема Коши о вычетах.

$$\int_C q(p) dp = 2\pi i \cdot \sum \operatorname{res} q(p) \quad (\text{вычитающиеся полюсы})$$

$\operatorname{res} q(p)$ - вычеты оп-ум $q(p)$



- можно превратить в
действительную.



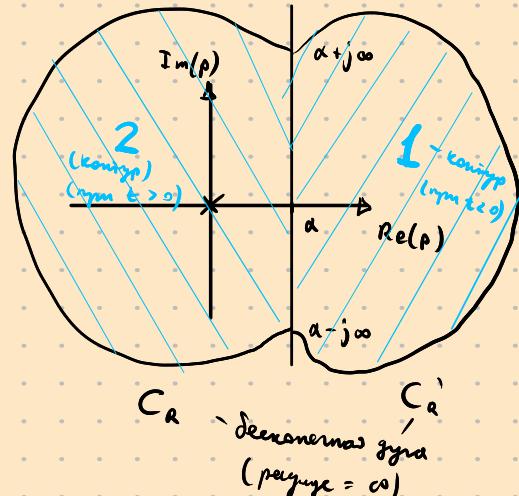
нашествие (осадковое) - вычеты

Если в оп-ум есть осадковые, пренебрегаем не в пользу Тейлора, а вот в пользу паг!

$$f(p) = \dots + \underbrace{\frac{1}{p^2} C_{-2}}_{\text{вычет оп-ум}} + \underbrace{\left(C_{-1} \frac{1}{p} + C_0 + C_1 p + C_2 p^2 + \dots \right)}_{\text{правильные члены}}$$

- паг

C_{-1} - это нечестно, надо в знаменатель



Понятие знакоустойчивости выражается тем, что с правильным

$\rightarrow \infty$ при сплошном оп-ум $p > 0$ на ∞ симметрия $= 0$.
(лемма Моргуана)

При $t < 0$ по линии Моргуана $\int_{C_R} \dots = 0$

$$\int_{C_R} \dots = \int_L \dots - \int_{C_R'} \dots = 0 - 0 = 0 \quad f(t) = 0$$

некомпакт!

При $a > 0$ контур 1 не содержит осадков (один из них: $\frac{1}{p} - 8$ раза) $\Rightarrow \int_1 \dots = 0$

При $t \geq 0$

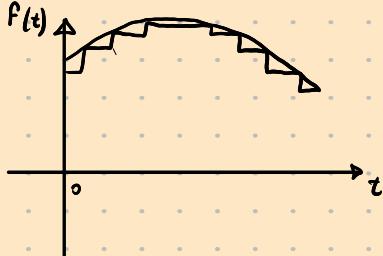
Вычитающийся член на 1 ($p \rightarrow 0 \quad e^{pt} \rightarrow 1 \Rightarrow$ член осадков: $\frac{1}{p} \rightarrow C_{-1} - 1$)

$$\int_2 \dots = 2\pi i \quad \int_2 \dots - \int_{C_R} \dots = 2\pi i$$

$$F(t) = \frac{2\pi i}{2\pi i} = 1 - \text{qp-ua} \text{ Xebusanya!}$$

T.e. $F(p) = \frac{1}{p}$ gie sp-um Xebucanga.

Преизваден радио-излъчвателният модул е съставен от единични
изходни транзистори, които са свързани по схема на преобразувател



$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{\infty} e^{pt} \left\{ \sum f(\tau_k) e^{-p\tau_k} \Delta' \tau_k \right\} dp$$

$$\Delta' \tau_k = \frac{-e^{-p\Delta \tau_k}}{p} = \Delta \tau_k - \frac{(\Delta \tau_k)^2}{2!} + \dots - \text{neg terms}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty} e^{pt} \left\{ \int_0^t f(\tau) e^{-p\tau} d\tau' \right\} d\mu \quad -\text{odparzenie przedp- e lamada}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} e^{pt} F(p) dp$$

$f(t) = q - u_2$ χ_{abusing} :

$$F(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-pt} dt = -\frac{1}{p} e^{-pt} \Big|_{0}^{+\infty} = \frac{1}{p}$$

$$G(p) = \int_0^\infty e^{p_0 t} e^{-pt} dt = \int_0^\infty e^{-(p-p_0)t} dt = -\frac{1}{p-p_0} e^{-(p-p_0)t} \Big|_0^\infty = \frac{1}{p-p_0}$$

Parryman, 210

$$e^{P_{\text{tot}} t} \cdot i(t) = \frac{1}{P - P_0}$$

Modek yigop - e no yuvaramus crinalized yemomennohaa na $I(t)$, ee ne munyt.

Совместа преодр-2 лекции

1^o *luminosus*

$$\int_0^\infty (\alpha f(t) + \beta g(t)) e^{-pt} dt = \alpha \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt + \beta \int_0^\infty g(t) e^{-pt} dt$$

$$\alpha f(t) + \beta g(t) \doteq \alpha F(p) + \beta G(p)$$

$$\sin \omega t = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j}, \quad \cos \omega t = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$$

uz cb-b unenigsten hanyralan?

$$\sin \omega t \doteq \frac{1}{2j} \left(\frac{1}{p-j\omega} - \frac{1}{p+j\omega} \right) = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$$

$$\cos \omega t \doteq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p-j\omega} + \frac{1}{p+j\omega} \right) = \frac{p}{p^2 + \omega^2}$$

$$\operatorname{sh} \omega t \doteq \frac{\omega}{p^2 - \omega^2}$$

$$\operatorname{ch} \omega t \doteq \frac{p}{p^2 - \omega^2}$$

2° Таблица номинал

$$f(t) \doteq F(p)$$

$$f(\alpha t) \doteq \int_0^\infty f(\alpha t) e^{-pt} dt = \frac{1}{\alpha} \int_0^\infty f(t) e^{-p\frac{t}{\alpha}} dt = \frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$$

3° Дифференцирование ортранс

$$f'(t) \doteq F(p)$$

$$f'(t) \doteq \int_0^\infty \underbrace{f'(t)}_{u'} \underbrace{e^{-pt} dt}_{v} = f(t) e^{-pt} \Big|_0^\infty - \int_0^\infty f(t) (-p) e^{-pt} dt = -f(0) + pF(p)$$

$$f^{(n)}(t) \doteq p^n F(p) - \sum_{i=0}^{n-1} p^{n-i-1} f^{(i)}(0)$$

4° Дифференцирование изотранс

$$F(p) \doteq f(t) \quad (\text{изотранс преобр-е})$$

$$F'(p) = \left(\int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt \right)'_p = - \int_0^\infty t f(t) e^{-pt} dt$$

$$F^{(n)}(p) \doteq (-t)^n f(t)$$

$$t^n \doteq (-1)^n \left(\frac{1}{p} \right)^{(n)} = \frac{n!}{p^{n+1}}$$

$$t^n e^{pt} \doteq \frac{n!}{(p-p_0)^{n+1}}$$

5° Интегрирование ортранс

$$f(t) \doteq F(p)$$

$$g(t) = \int_0^t f(t) dt \quad g(t) \doteq G(p)$$

$$F(t) = g'(t) \doteq F(p) = pG(p)$$

$$G(p) = p^{-1} F(p)$$

6⁰ Интегрирование изображения

$$F(p) \doteq f(t)$$

$$\int_p^{\infty} F(p) dp - \text{изображение}$$

$$\int_p^{\infty} F(p) dp = \int_p^{\infty} \left\{ \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt \right\} dp = \int_0^{\infty} f(t) dt \int_p^{\infty} e^{-pt} dp = \int_0^{\infty} \frac{f(t)}{t} e^{-pt} dt$$

↑ изображение неправильное интегрирование

$$\int_p^{\infty} F(p) dp \doteq \frac{f(t)}{t}$$

$$e^{pt} - e^{at} \doteq \frac{1}{p-\beta} - \frac{1}{p-a}$$

$$\frac{e^{pt} - e^{at}}{t} \doteq \int_p^{\infty} \left(\frac{1}{p-\beta} - \frac{1}{p-a} \right) dp = \ln \frac{p-a}{p-\beta}$$

