

Бриоров Александер Алексеевич

Проблема физикации



$$s = \frac{\rho}{\omega_0} - \text{характер. частота}$$

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} // \begin{matrix} \text{ненулевое} \\ \text{рациональное оп-ав} \end{matrix}$$

1. Сущность $H(s)$ - как её видеть? Сущность из АЧХ
2. Реализация - как сделать генератором? Члены выражения



Она не реализуема АЧХ и RC цепям.

Но есть RLC



- реализуема гарм. синг. момента

Симметричные пары полюсов

Однако интуиция не всегда верна. Их можно заменить упрощением!

RC - **антиреактивное** RC-цепь / фильтр

Cards on AUX



$$H(s) = \underbrace{|H(s)|}_{\text{AUX}} e^{j \underbrace{\arg H(s)}_{\text{phi}}}$$

$$|H(s)|^2 = H(s) \cdot H^*(s)$$

Нас интересует равенство $H(s) \cdot H^*(s) \Big|_{s=j\omega}$

AUX

- Причем Т.к. значение $N \in \mathbb{D}$ веществ., то $H^*(s) = H(s^*)$, т.е. рассматриваем $H(s) \cdot H(s^*) \Big|_{s=j\omega}$

- Рассмотрим задачу: при $s=j\omega$, $H(s^*) = H(-s)$, и так же имеем равенство $H(s) \cdot H(s^*) \Big|_{s=j\omega} = H(s) \cdot H(-s) \Big|_{s=j\omega}$

$$H(s) \cdot H(-s) = |K(\omega)|^2$$

AUX^2 — это же ω -модуль частоты ω номинальной

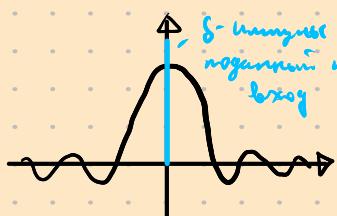
Соответствующий номинальный AUX^2 всегда будет симметричным (или, если заменим $s \rightarrow -s$), и номинальный же коэффициент $K(s)$, номинальный $-H(-s)$.

Пример. пример численных расчетов



$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(f) e^{j 2\pi f t} df = \frac{\sin 2\pi t}{\pi t}$$

Изображение Наймида



— не является сплошной (редко используется в практике)

Т.е. такой спектр не реализуется.

Домогаща неравномерності АЧХ є нюанс пропускання:

ε - неравномерність в НН

η - селективність

η_1 - узгодженість на границі НЗ



К узгодженню приходить: $|H(s) \cdot H(-s)|_{s=jv} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 F_n^2(v)}$ n - порядок критичного

$$|F_n(v)| = \begin{cases} \leq 1, & v \in (-1; 1) \\ \geq \eta_1, & \geq 1 \end{cases}$$

Варіантів багато:

1. $F_n(v) = v^n$ - критичний **Базельворті**

2. $F_n(v) = P_n(v)$ - критичний **Чебишева**, де $P_n(v)$ - поліном Чебишева

3. $F_n(v) = R_n(v)$ - **мінімаксний** критичний, $R_n(v)$ - розпод. змінної. як - на

Базельворті

$$|H(s) \cdot H(-s)|_{s=jv} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 v^{2n}}$$

$\varepsilon^2 \left(\frac{v}{\omega_0}\right)^{2n}$ - виснаження ε забезпечуємо виснаження ω_0 , т.е. ε не може бути більше 1

$$K(v) = \frac{1}{\sqrt{1 + v^{2n}}}$$



При $n \rightarrow \infty$ та АЧХ має симетрію відносно проміжку між полюсами.

Видає засорення -3 дБ

$$H(s) \cdot H(-s) \Big|_{s=j} = \frac{1}{1 + j^{2n}} \Rightarrow H(s) \cdot H(-s) = \frac{1}{1 + \left(\frac{s}{j}\right)^{2n}}$$

Нужен ноль: $\left(\frac{s}{j}\right)^{2n} + 1 = 0$

$$\left(\frac{s}{j}\right)^{2n} = e^{j\pi} \cdot e^{j \cdot 2\pi k}, k \in \mathbb{Z} \quad -1 = e^{j\pi}$$

$$\frac{s}{j} = e^{j\frac{\pi}{2n}} \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot \frac{k}{2n}} \quad j = e^{j\frac{\pi}{2}}$$

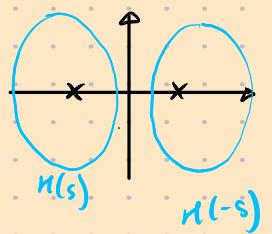
$$s_k = e^{j\left[\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k\right]} \quad - \text{номеры нулей, при которых } H(s) \cdot H(-s)$$



- номера вида $\frac{\pi}{n}$, кратные $\frac{\pi}{2n}$
стоеч. можно сеч!

Примеры

$$n=1: \quad \frac{1}{1 + \left(\frac{s}{j}\right)^2} = \frac{1}{1 - s^2} \quad s = \pm 1 \quad - \text{ноль}$$



$$H(s) = \frac{1}{1+s}$$

Универсальная зона!

$$n=2:$$



Симметричный полоса на ej, кроме характеристи-

ческих зонуков $\pm j$

$$\text{Полином } s^2 + 2js + 1$$

$$\text{Корни } -j \pm i\sqrt{1-j^2}$$

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

У дійсного Гауссервого синуса негативні знач.

Ені жерде бірнайиғынан, негативні орнашында күштілік орнаша (янар $\frac{\pi}{2n}$) - бірнайиғынан



$$\xi = \sin \frac{\pi}{2n}$$

$$Q = \frac{1}{2\xi} = \frac{1}{2\sin \frac{\pi}{2n}}$$

Решімірдің с макшынан шектенең тәжірибелі жәнең.

Чебышев

$$|K(v)|^2 = \frac{1}{1 + \xi^2 P_n^2(v)}$$

$-1 \leq v \leq +1$; $|P_n(v)| \leq 1$ - осцилляциялардың ортағы анықтамалар

$$P_n(v) = \cos(n \arccos v)$$
 - именем **Чебышев** (1)

$$\cos[(n+1)\alpha] + \cos[(n-1)\alpha] = 2 \cos n\alpha \cdot \cos \alpha \quad - \text{негізгі} \cos \text{ формула}$$

$$\alpha = \arccos x$$

$$\text{Негіздену} \quad P_{n+1}(x) + P_{n-1}(x) = 2P_n(x) \cdot x$$

$$P_{n+1} = 2xP_n - P_{n-1}, \quad - \text{ рекурренттік ғл-да}$$

$$P_0(x) = -1 \quad P_2(x) = 2x^2 - 1$$

$$P_1(x) = x \quad P_3(x) = 4x^3 - 3x$$

По ғл-да (1) негіздену, көп $P_n(x)$ орнадында салынад $[-1; +1]$ мін-за архимедия. Негіздену оңдей



$n \arccos x$ мендесінде 0-дан $n\pi$ га

Зертте, $x \in [-1; 1]$ промежуткінде күштілік

негативнеге осцилляция. Енің n -шіндегі, то $b = 0 - 0$.

Пореди наведені спрощення на біні змінній \arccos нажо під-убий
как спосіб комунації апгумента.

$$\cos(z) = \cos(x+iy) = \cos x \cdot \overset{\text{ch } y}{\cos iy} - \sin x \cdot \overset{\text{jsh } y}{\sin iy}$$

$$\cos iy = \frac{e^{i \cdot iy} + e^{-i \cdot iy}}{2} = \frac{e^{-y} + e^y}{2} = \text{ch } y$$

$$\sin iy = j \text{sh } y$$

- Поняття $\cos z = \cos x \text{ ch } y - j \sin x \text{ sh } y$

Если $y=0$, то $\cos z = \cos x$.

- Комунація згадана в \cos однозначна в 0,

Кожна $\sin x = 0$,



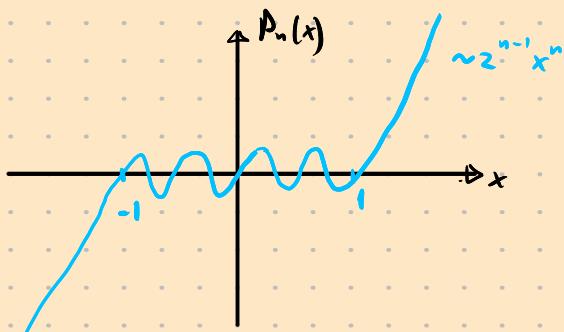
($\cos z$ непр. $y > 0$)



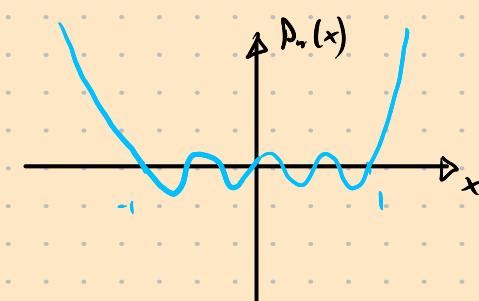
To єсть апгумент \arccos -модулі $x \in \mathbb{R}$, унікальне $\arccos x$ можливе, та
 $\cos(n \arccos x)$ однозначно визначене.

- $P_n(x) = 2^{n-1} x^n + \dots$ - **цилінричний коєфіцієнт**

При $n \geq 1$ он дійсно підійде.



$P_n(x)$, n - парне



P_n n - не парне

y Чедоміжка вимірювань по симетричності їх. Гарячі точки.

Новек номозб:

$$H(s) H(-s) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 P_n^2\left(\frac{s}{j}\right)} = 0$$

$$P_n^2\left(\frac{s}{j}\right) = -\frac{1}{\varepsilon^2}$$

$$\cos\left(n \arccos\left(\frac{s}{j}\right)\right) = \pm \frac{j}{\varepsilon}$$

$u - jv$

$$\begin{cases} \cos(n(u - jv)) = \pm \frac{j}{\varepsilon} \\ \frac{s}{j} = \cos(nu - jv) \quad (-1)^n \end{cases}$$

$$\cos nu \cdot \operatorname{ch} nv + j \sin nu \cdot \operatorname{sh} nv = \pm \frac{j}{\varepsilon}$$

$\stackrel{||}{0} \Rightarrow \cos nu = 0$

$$nu = \frac{\pi}{2} + \frac{n}{2}k \Rightarrow u_k = \frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k \quad - \text{номерка на гармониках}$$

$$\operatorname{sh} nv = \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow v = \frac{1}{n} \operatorname{sh}^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$\frac{s}{j} = \cos(u - jv) = \cos u \cdot \operatorname{ch} v + j \sin v \cdot \operatorname{sh} v$$

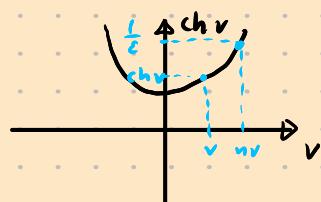
$$S_k = j \left[\operatorname{ch} v \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k\right) + j \sin\left(\frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k\right) \operatorname{sh} v \right]$$

$$S_k = -\operatorname{sh} v \sin\left(\frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k\right) + j \operatorname{ch} v \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}k\right)$$

Опс. гармоника таємо коеф-ти умножені на $\operatorname{sh} v$ та $\operatorname{ch} v$.



$\operatorname{sh} v$ умножат (<1)



$\operatorname{ch} v$ піднімати (>1)



нормальна ф-я на Чедомівська

Базис $\{1, x, x^2, \dots, x^n, \dots\}$, опоронанням в як-лі Гаудерія, єдине умножені Чедомівська.

Эллиптические функции



$$a = \frac{1}{\sqrt{1-k^2}} \quad x \in \Sigma_0; 1)$$

$$v = \int_0^\theta r(\theta) d\theta$$

$$dn(v) = r \quad cd = \frac{cn}{dn}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} K=0$ - бирюзовые в окрестности, $\sin n \cos$

$$\int_0^{\pi/2} r(\theta) d\theta - \text{эллиптический интеграл}$$

Погодно зам., как $\cos(n \arccos x)$ - ненулевы, много разные
множества чисел в едини. Типичн. - т.н. **периодические эллиптические**
функции.

$$P_n(x) = \cos(nw), \quad \text{где } x = \cos(w)$$

$$\varphi_n(x) = cd(K, nw), \quad \text{где } x = cd(k, w), \quad k, k_1 \in (0; 1)$$

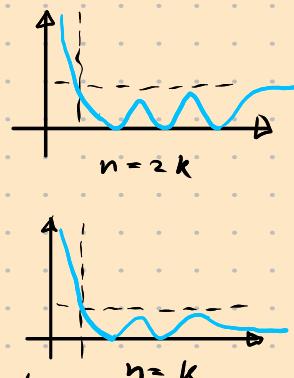
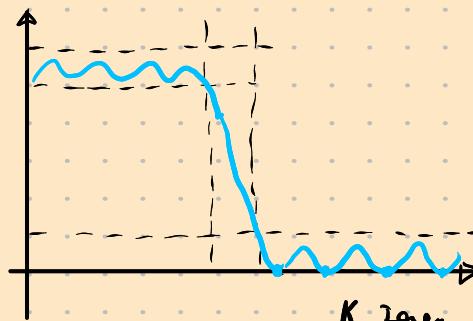
неп-р эллиптический $[0; 1]$

Равнодейств. это $\varphi_n(x) = \frac{N(x)}{D(x)}$ - пер. пр-е. (есть нули и полюса)

Равн. нулей и полюсов:

$$N(s) N(-s) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \varphi_n^2(s)} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \frac{\Delta^2}{N^2}} = \frac{N^2 = 0}{N^2 - \varepsilon^2 \Delta^2 = 0} \begin{cases} \text{-нули} \\ \text{-полюса} \end{cases}$$

По полюсам Оренс назовет на оп-ре Чебышева (они same на
имя), все нули - на едини. осн.



Нули в эллипсе.

$n = 2k$ - нули чётные $n = 2k+1$ - один нуль на ∞

K раз, где засыпание = 0!

Первые способы

1. Варшевский - загадка генератора \hbar
2. Чебышев - загадка n и ε ($\text{Реша } \gamma_1 = \gamma_1(\gamma)$ - ортогональна)
3. Динамические - загадки (n, ε, γ) или $(n, \varepsilon, \gamma_1)$ или $(\varepsilon, \gamma, \gamma_1)$
(в ней. случае n можно привести к нормативу)

В приведенном виде изображение ходов. Каждый генератор так:



Многие ПП с приведенными

но! Есть их разн. типы, в ПП есть правильные.

Быть то что то не звучит! Кто в программе.

Лекционные схемы

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

$$|H(s)|^2_{s=j\omega} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 F_n(\omega)}$$

$$F_n(\omega) = \omega^n; P_n(\omega); \varphi_n(\omega)$$

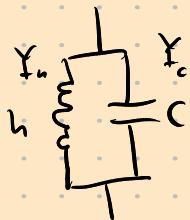
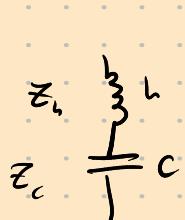


В классах RC и RL имеют компоненты настроек
(= коррекционные процессы) передаваемые.

$$|H(s)| = \frac{\prod_{n=1}^m \text{послед. по модулю}}{\prod_{n=1}^m \text{посл. по номоду}} \Rightarrow \text{Диаграмма -}$$

внешним номодам характера прохождения в пропускающие
и сглаживающие. Характер прохождения определяется номодами.

RLC-класс; можно добиваться резонанса;



$$Z_{\text{резонанс}} = 0$$

$$Y_{\text{резонанс}} = 0$$

- неравномерность из группы
затухания ненормированной
амплитуды

Безустановочные линейные схемы

Резонанс (и выше) в группе нет!



$$P_n = \operatorname{Re} \left[\frac{u \cdot i^*}{2} \right]$$

- мощность на нагрузке

Переход к монополии.



Какова мощность источника?

Она такая, чтобы $R_s = R_u$.

$$u = \frac{e}{R_s + R_u} R_u = \frac{e}{2}$$

$$P = \frac{u^2}{R} \quad (\text{нор. напр.}) \quad P = \frac{|u|^2}{2R} \quad (\text{нег. напр.})$$

↓
здесь u — амплитуда

$$P_s = \frac{e^2}{u R_s} \quad (\text{нор. напр.})$$

$$P_s = \frac{|e|^2}{2 R_s} \quad - \text{мощность источника}$$

(зарядом. напр.)

Несимметричные характеристики P_s и R_s .

Коэффициент нелинейности

$$G = \frac{P_u}{P_s} \quad (\text{gain})$$

$$G = \frac{\frac{|u_u|^2}{2 R_u}}{\frac{|e|^2}{2 R_s}} = \frac{u R_s}{R_u} \frac{|u|^2}{|e|^2} = \frac{u R_s}{R_u} |K|^2 \rightarrow \text{коэффициент нелинейности}$$

$$|K| = 8 \text{ выражается } \frac{1}{2} \quad (\text{небольшое } R_s, \text{ большое } R_u) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G = 8 \text{ выражается } 1 \quad (\text{известно выражение } R_s = R_u)$$

$$G(v) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 F_n^2(v)} \quad - \text{ пределение к общему представлению по коэффициенту нелинейности}$$

Т.к. нет генерации вибрации генератора, то $G = \frac{P_{in}}{P_s}$ — это значение

коэффициента нелинейности Z_{in}

$$U_{in} = \frac{e Z_{in}}{R_s + Z_{in}} \quad P_{in} = \frac{|u_{in}|^2}{2 Z_{in}^2}$$



Задача: найти $Z(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$, реализовать связь между

сами нелинейностями. (помимо решения в реальном времени)

Die nepreza u $P_{in} \propto Z_{in}$, menno nepreza u u u i e
kamoborn naryanogram (B nux ypreze podobie s naryanogramom)



$$a = \frac{U_{in} + iR_s}{2}, \quad b = \frac{U_{in} - iR_s}{2}, \quad i = \frac{a - b}{R_s}$$

$$P^+ = \frac{U_i i^*}{2} = \frac{(a+b)(a-b)}{2R_s} = \frac{|a|^2 - |b|^2}{2R_s} = \frac{P}{Q}$$

$$Ba^* - B^*a = Ba^* - (Ba^*)^* = \text{Im}[Ba^*]$$

$$P_{in} = \frac{|a|^2 - |b|^2}{2R_s} \quad \text{Bleyen kresq.-i oprimene } g = \frac{b}{a} :$$

$$P_{in} = \frac{|a|^2}{2R_s} (1 - |g|^2)$$

$$\text{Normirun na } g: \quad \frac{b}{a} = \frac{U_{in} - iR_s}{U_{in} + iR_s} = \frac{Z_{in} - R_s}{Z_{in} + R_s}$$

Normirun na $|a|$:



$$u = e - iR_s$$

$$a + b = e - \frac{a - b}{R_s} R_s$$

$$a + b = e - a + b \Rightarrow a = \frac{e}{2}$$

$$\text{Uzro } P_{in} = \frac{\frac{e^2}{2}}{g R_s} (1 - |g|^2)$$

$$P_u = P_{in} = P_s (1 - |g|^2)$$

$$G = \frac{P_u}{P_s} = 1 - |g|^2 \quad - \text{predobare } \times G = \text{predobare } \times |g|^2$$

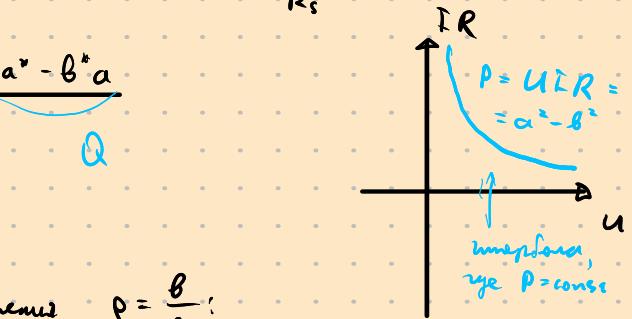
$$G = 1 - |g|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 F_n^2(\nu)}$$

Faziesplot:

$$|g|^2 = \frac{\nu^{2n}}{1 + \nu^{2n}}$$

B nare naryanogram $|g| \rightarrow 0$,

δ nare zogermanie $|g| \rightarrow 1$



Найдем передатчее звено:

$$\pm \beta = \frac{Z_{in} - R_s}{Z_{in} + R_s}$$
 определить для $\pm \beta$ - это и то же (так как это же
передатчее звено $|g(s)|^2$)

Будет звено сдвиг $\pm \beta$ и передатчее звено сопротивлений $\pm R_s$.

$$\beta = \frac{Y_{in} - R_s}{Y_{in} + R_s} = \frac{\beta s - Y_{in}}{\beta s + Y_{in}} = -\frac{Y_{in} - \beta s}{Y_{in} + \beta s}, \quad \beta s = \frac{1}{R_s}$$

Следовательно звено сдвиг $\pm \beta$ и звено сопротивлений R_s , т.е.

$$\pm \beta = \frac{Z_{in} - 1}{Z_{in} + 1} = -\frac{Y_{in} - 1}{Y_{in} + 1}$$

Приложение реальных

Если объект имеет характеристики в сопротивлении ω_0 и R_0 , то все элементы

имеют вид безразмеренных:

$$\frac{x_b}{R_0} = \frac{\omega b}{R_0} = x = \frac{\frac{j\omega}{\omega_0} L}{\frac{R_0}{\omega_0}} \Rightarrow L_0 = \frac{1}{\frac{R_0}{\omega_0}} = \frac{\omega_0}{R_0} - характеристика индуктивности$$

(на частоте ω_0 и сопротивлении R_0)

Также gilt:

$$C_0 = \frac{1}{\omega_0 R_0}$$

$$Z = q s$$

—

$$q L_0$$

$$\frac{Z}{R_0} = \frac{j \omega q L_0 \omega_0}{R_0 \omega_0} = q s \frac{\omega_0 L_0}{R_0} = q s$$

$$\frac{Y}{R_0} = \frac{1}{q C_0}$$

$$Y_{R_0} = \frac{j \omega q C_0 \cdot R_0 \omega_0}{\omega_0} = q s \underbrace{\omega_0 C_0 R_0}_1 = q s$$

$$|g(s)|^2 = \frac{V^{2n}}{1 + V^{2n}}$$

$$p(s) = \frac{s^n}{D_n(s)}$$

$$\Rightarrow \left. \frac{s^{2n}}{D_n(s)} \right|_{s=j\omega} = \frac{V^{2n}}{1 + V^{2n}}$$

Сопротивление транзистора звено звука

$$\frac{s^n (-s)^n}{D_n(s) D_n(-s)} \Big|_{s=j\omega} = \frac{V^{2n}}{1 + V^{2n}}$$

$$s^n (-s)^n \Big|_{s=j\omega} = V^{2n}$$

$$D_n(s) \cdot D_n(-s) = \frac{1}{1 + (\frac{s}{j})^{2n}}$$

Дисзубільце більше не може канел, тому має $H(s)$ у відповідь.

$$D_1(s) = s+1$$

$$D_2(s) = s^2 + \sqrt{2}s + 1$$

$$D_3(s) = (s+1)(s^2+s+1) = s^3 + 2s^2 + 2s + 1$$

Тепер умножим $Z(s)$:

$$\rho = \frac{Z - 1}{Z + 1}$$

$$Z(s) = \frac{1+\rho}{1-\rho}$$

$$Y(s) = \frac{1-\rho}{1+\rho}$$

$$Z(s) = \frac{D_n(s) + s^n}{D_n(s) - s^n}$$

$$n=1: D_n(s) = s+1 \quad Z(s) = 2s+1$$

$$2: D_n(s) = s^2 + \sqrt{2}s + 1 \quad Z(s) = \frac{2s^2 + \sqrt{2}s + 1}{\sqrt{2}s + 1}$$

$$3: D_n(s) = s^3 + 2s^2 + 2s + 1 \quad Z(s) = \frac{2s^3 + 2s^2 + 2s + 1}{2s^2 + 2s + 1}$$

De-Kayberova рекуррентна спорулювання



$$Z = Z_0 + \frac{1}{Y_1 + \frac{1}{Z_1 + \frac{1}{Y_2 + \frac{1}{Z_2 + R}}}} \quad - \text{унашій звод}$$



$$Z(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad \begin{matrix} \text{numerator} \\ \text{denominator} \end{matrix} \quad \text{наго представлоба в унашій звод:}$$

$$N(s) = \underbrace{Q(s)}_{\text{quotient}} \underbrace{D(s)}_{\text{divisor}} + \underbrace{R(s)}_{\text{remainder}}$$

$$Z(s) = Q(s) + \frac{R(s)}{D(s)} = Q(s) + \frac{1}{\frac{D(s)}{R(s)}} \quad - \text{небудь зім позицію!}$$

Доведемо що ми можем зробити $\frac{D(s)}{R(s)}$, напр. - константну країнку!

