Actividad 1 (1.5 puntos + 1.5 puntos)

[Criterio de valoración: Las formalizaciones deben ser correctas en todos los aspectos incluyendo la parentización. Cada frase se valora independientemente de las otras]

a) Utilizando los siguientes átomos, formalizad las frases que hay a continuación

A: bebo agua
F: como fruta
P: como pescado

1) Cuando como pescado, no como fruta si bebo agua

   $P \rightarrow (A \rightarrow \neg F)$

2) Para comer pescado debo beber agua

   $\neg A \rightarrow \neg P$ -||- $P \rightarrow A$

3) Si no bebo agua tengo que comer fruta para comer pescado

   $\neg A \rightarrow (\neg F \rightarrow \neg P)$ -||- $\neg A \rightarrow (P \rightarrow F)$

b) Haciendo uso de los siguientes predicados:

E(x): x es un estudiante
B(x): x es un becario
P(x): x es una prueba
A(x,y): x admira a y
S(x,y): x supera y

1) Formalizad la frase: ***"Las pruebas que son superadas por todos los estudiantes también son superadas por algunos becarios"***

   $\forall x\{P(x) \wedge \forall y[E(y) \rightarrow S(y,x)] \rightarrow \exists y[B(y) \wedge S(y,x)]\}$

2) Indicad cuál de las siguientes afirmaciones es cierta respecto de la frase "***Algunos estudiantes que superan todas las pruebas son admirados por todos los becarios***" [Sólo una respuesta es correcta. **MARCADLA**]

   a. Su formalización es $\exists x\{E(x) \wedge \forall y[P(y) \rightarrow S(x,y)] \rightarrow \forall y[B(y) \rightarrow A(y,x)]\}$
   b. Su formalización es $\exists x\{E(x) \rightarrow \forall y[P(y) \rightarrow S(x,y)] \wedge \forall y[B(y) \rightarrow A(y,x)]\}$
   c. Su formalización es $\exists x\{E(x) \rightarrow \forall y[P(y) \wedge S(x,y)] \wedge \forall z[B(z) \wedge A(z,x)]\}$
   d. Su formalización no es ninguna de las anteriores

3) Indicad cuál de las siguientes afirmaciones es cierta respecto de la frase "***Cuando todos los becarios superen todas las pruebas, ningún estudiante admirará a ningún otro***" [Sólo una respuesta es correcta. **MARCADLA**]

   a. Su formalización es
      $\forall x\{B(x) \wedge \forall y[P(y) \rightarrow S(x,y)]\} \rightarrow \neg \exists x\{E(x) \wedge \exists y[E(y) \wedge \neg A(x,y)]\}$
   b. Su formalización es
      $\forall x\{[B(x) \rightarrow \forall y(P(y) \rightarrow S(x,y))] \rightarrow \neg \exists y E(y) \wedge \exists z[E(z) \wedge \neg A(y,z)\}$
   c. Su formalización es
      $\forall x\{B(x) \rightarrow \forall y[P(y) \rightarrow S(x,y)]\} \rightarrow \neg \exists x\{E(x) \wedge \exists y[E(y) \wedge A(x,y)]\}$
   d. Su formalización no es ninguna de las anteriores

Actividad 2 (2.5 o 1.5 puntos)

[Criterio de valoración: será inválida (0 puntos) cualquier deducción que contenga la aplicación incorrecta de alguna regla]

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Si la deducción es correcta y no utilizáis reglas derivadas obtendréis 2.5 puntos. Si la deducción es correcta pero utilizáis reglas derivadas obtendréis 1.5 puntos. En ningún caso podéis utilizar equivalentes deductivos. Si hacéis más de una demostración y alguna es incorrecta no obtendréis ningún punto.

$\neg(P\vee R)\rightarrow Q,\ P\rightarrow T,\ \neg T\rightarrow\neg R\ \therefore\ \neg Q\rightarrow T\vee Q$

1.-	$\neg(P\vee R)\rightarrow Q$				P
2.-	$P\rightarrow T$				P
3.-	$\neg T\rightarrow\neg R$				P
4.-		$\neg Q$			H
5.-			$\neg(P\vee R)$		H
6.-			Q		E→ 1, 5
7.-			$\neg Q$		It 4
8.-		$\neg\neg(P\vee R)$			I¬5, 6, 7
9.-		$P\vee R$			E¬8
10.-			P		H
11.-			T		E→ 2, 10
12.-			R		H
13.-				$\neg T$	H
14.-				$\neg R$	E→ 3, 13
15.-				R	It 12
16.-			$\neg\neg T$		I¬ 13, 14, 15
17.-			T		E¬ 16
18.-		T			E∨ 9, 11, 17
19.-		$T\vee Q$			I∨ 18
20.-	$\neg Q\rightarrow T\vee Q$				I→ 4, 19

<u>Actividad 3 (2 puntos)</u>

[Criterio de valoración: serán inválidas las respuestas incorrectas, contradictorias o ininteligibles. Cada pregunta se valora independientemente de las otras]

Un razonamiento ha dado lugar al siguiente conjunto de cláusulas de las cuales la última, en negrita, proviene de la negación de la conclusión:

{ $A \vee B$, $\neg A \vee \neg B \vee \neg C$, $A \vee \neg C \vee B$, $\mathbf{C}$ }

Responded a las siguientes preguntas

a) ¿Si hubiéramos construido la tabla de verdad del razonamiento que ha dado lugar a este conjunto de cláusulas, es posible pero no seguro, seguro o imposible que hubiéramos encontrado algún contraejemplo? seguro

b) *¿Si hubiéramos construido la tabla de verdad de* las premisas de este razonamiento, es ***posible pero no seguro, seguro o imposible*** que hubiéramos encontrado alguna interpretación que las hiciera todas ciertas simultáneamente? *seguro*

c) ¿La regla del literal puro o la regla de subsunción permiten eliminar alguna cláusula? ¿Cuáles? Sí, la cláusula $A \vee \neg C \vee B$ se puede eliminar porqué es subsumida por $A \vee B$

d) Si la conclusión del razonamiento hubiera sido $\neg C \wedge B$ en lugar de $\neg C$, ¿este nuevo razonamiento ***seguro que sería correcto, seguro que sería incorrecto, no se puede saber si sería o no sería correcto***? Seguro que sería incorrecto

Actividad 4 (2.5 puntos)

Elegid uno de los tres problemas que tenéis a continuación. Si los resolvéis los dos la calificación será la menor. **INDICAD CLARAMENTE CUÁL ES EI EJERCICIO QUE ELEGÍS.**

A) Hallad el conjunto de cláusulas que permitiría aplicar el método de resolución al siguiente razonamiento (Sólo se tiene que encontrar el conjunto de cláusulas que permitiría aplicar el método de resolución. No se tiene que aplicar resolución).
[Criterio de valoración: cada error se penalizará con -1.25 puntos]

$\forall x[\forall y P(x,y) \rightarrow \exists z R(x,z)]$
$\neg \forall x \neg \exists z \neg P(x,z)$
$\therefore \neg \exists x \exists y R(x,y)$

$FNS(\forall x[\forall y P(x,y) \rightarrow \exists z R(x,z)]) = \forall x[\neg P(x,f(x)) \vee R(x,g(x))]$
$FNS(\neg \forall x \neg \exists z \neg P(x,z)) = \neg P(a,b)$
$FNS(\neg\neg \exists x \exists y R(x,y)) = R(c,d)$

$S = \{ \neg P(x,f(x)) \vee R(x,g(x)), \quad \neg P(a,b), \quad R(c,d) \}$

B) Un razonamiento ha dado lugar al siguiente conjunto de cláusulas. Aplicad el método de resolución con la estrategia del conjunto de apoyo para determinar si es correcto o no. La última cláusula (en negrita) se ha obtenido de la negación de la conclusión.
[Criterio de valoración: cada error se penalizará con -1.25 puntos]

$S = \{\neg B(a) \vee C(b), \ \neg C(y), \ A(x, f(x)), \ \boldsymbol{\neg A(x,y) \vee B(x)} \}$

Cláusulas troncales	**Cláusulas laterales**	
$\neg A(x,y) \vee B(x)$	$\neg B(a) \vee C(b)$	Subs. x por a
$\neg A(a,y) \vee B(a)$		
$\neg A(a,y) \vee C(b)$	$\neg C(y)$	Cambio de nombre en la lateral para evitar confusiones
	$\neg C(t)$	Subs. t por b
	$\neg C(b)$	
$\neg A(a,y)$	$A(x, f(x))$	Subs. x por a
	$A(a, f(a))$	Subs y por f(a)
$\neg A(a, f(a))$		

C) Utilizad la deducción natural para demostrar que el siguiente razonamiento es correcto. Podéis utilizar reglas derivadas y equivalentes deductivos
[Criterio de valoración: cada error se penalizará con -1.25 puntos]

$\forall x[P(x) \rightarrow T(x)],\ \neg\exists x T(x)\ \therefore\ \forall x \neg P(x)$

1	$\forall x[P(x) \rightarrow T(x)]$		P
2	$\neg\exists x T(x)$		P
3		$\neg\forall x \neg P(x)$	H
4		$\exists x P(x)$	De Morgan 3
5		$P(a)$	E$\exists$ 4
6		$P(a) \rightarrow T(a)$	E$\forall$ 1
7		$T(a)$	E$\rightarrow$ 5, 6
8		$\exists x T(x)$	I$\exists$ 7
9		$\neg\exists x T(x)$	It 2
10	$\neg\neg\forall x \neg P(x)$		I$\neg$ 3, 8, 9
11	$\forall x \neg P(x)$		E$\neg$ 10