# Estimation and Hypothesis Testing 1 | *Les Estimateurs et tests d'hypothèses 1*

NAME/NOM

DATE

Estimation | *L'estimation*

Hypothesis Testing | *Les tests d'hypothèses*

Covariate Adjustment | *Ajustement des covariables*

# Estimation and Hypothesis Testing | *L'estimation et tests d'hypothèses*

- We have randomly assigned treatment and collected our outcome data.
- Now we use that data for:
  - Estimation: produce an estimate of the true treatment effect
  - Hypothesis testing: assess how consistent the results are with there being no effect.

- Le traitement a été assigné en façon aléatoire et nous avons mésuré les résultats.
- Nous utilisons maintenant ces données pour:
  - Estimation : produire une estimation du véritable effet du traitement.
  - Test d'hypothèse : évaluer la cohérence des résultats sans aucun effet.

# Estimation | *L'estimation*

# Estimation | *L'estimation*

- Remember that there is a *true* ATE but we can't observe it because of the fundamental problem of causal inference. This is our target, our **estimand**.
  - For example, the ATE.
- We use our data to make an educated guess, our **estimate**.
  - $\widehat{ATE}$
- If we run the experiment again, different units may be assigned to treatment, and our estimate will likely be different.

- Rapellez qu'il y a un *vrai* ATE, mais nous ne pouvons pas l'obsérver à cause de problème fondamentale d'inférence causale. C'est notre cible, notre **paramètre**.
  - Par exemple, l'ATE.
- Nous utilisons nos données pour faire une supposition éclairée, notre **estimation**.
  - $\widehat{ATE}$
- Si nous renouvelons l'éxpérience, diffèrentes unités peuvent être assigné au traitement, et notre estimation sera probablement différente.

# Estimators | *Estimateurs*

- The procedure we apply to our data to produce this estimate is our **estimator**.
- There are many possible estimators for the same estimand.
- We will introduce several estimators that are commonly used to analyze experiments.

- **L'estimateur** est comment on devine la valeur du paramètre à partir des données dont on dispose (les données observées).
- Il y a plusieurs estimateurs possibles pour le même paramètre.
- Nous présenterons plusiers estimateurs courrament utilisés.

# Estimators | *Estimateurs*

- In general, we prefer estimators that are:
  - Unbiased: If we run the experiment many times, each estimate might be a little too high or low, but it will be correct on average.
  - Precise: The estimates do not vary much from one run of the experiment to another.
- The best: unbiased and precise.

- En général, nous préférons les estimateurs qui sont:
  - Non biaisé: Cela signifie que si vous deviez exécuter l'expérience plusieurs fois, l'estimation peut parfois être trop élevée ou trop faible, mais elle sera correcte en moyenne.
  - Précis : Les estimations ne varient pas beaucoup d'une expérience à l'autre.
- Le meilleur: non biaisé et précis.

# General Principle: Analyze as you randomize | *Un principe général : Analysez comme vous randomisez*

- This means follow the design of the experiment.
- Compare groups that are created by random assignment.

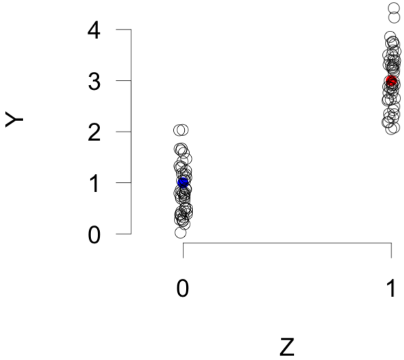
- Cela signifie suivre la concéption de l'éxpérience.
- Comparez les groupes qui sont crées par l'assignation aléatoire.

# Estimator 1: difference-in-means | *Estimateur 1 : la différence des moyennes*

- We have a simple experiment:
  - Random assignment to treatment or control.
  - All units have the same probability of treatment assignment.
  - Our *estimand* is the ATE.
- The simplest *estimator* for the ATE is the **difference-in-means**: take the average outcome for the treatment group and subtract the average outcome for the control group.

- Nous avons une expérience simple:
  - L'assignation aléatoire à traitement ou contrôle.
  - Toutes les unités ont la même probabilité de recevoir le traitement.
  - Notre *paramètre* est l'ATE.
- L'estimateur de l'ATE le plus simple est **la différence des moyennes** : soutraitez le moyen des unités assigné au contrôle du moyen des unités assigné au traitement.

# Estimator 1: Difference-in-means | *Estimateur 1 : La différence des moyennes*



# Estimator 1: Difference-in-means | *Estimateur 1 : La différence des moyennes*

| Unit | $Z_i$ | $Y_i$ | $Y_i(1)$ | $Y_i(0)$ |
|---|---|---|---|---|
| a | 1 | 5 | 5 | |
| b | 1 | 4 | 4 | |
| c | 1 | 2 | 2 | |
| d | 1 | 1 | 1 | |
| e | 0 | 1 | | 1 |
| f | 0 | 1 | | 1 |
| g | 0 | 0 | | 0 |
| h | 0 | 2 | | 2 |

# Estimator 1: Difference-in-means | *Estimateur 1 : La différence des moyennes*

| Unit | $Z_i$ | $Y_i$ | $Y_i(1)$ | $Y_i(0)$ |
|---|---|---|---|---|
| a | 1 | 5 | 5 | |
| b | 1 | 4 | 4 | |
| c | 1 | 2 | 2 | |
| d | 1 | 1 | 1 | |
| e | 0 | 1 | | 1 |
| f | 0 | 1 | | 1 |
| g | 0 | 0 | | 0 |
| h | 0 | 2 | | 2 |

$$\frac{5+4+2+1}{4} - \frac{1+1+0+2}{4} = 3 - 1 = 2$$

# Estimator 1: Difference-in-means | *Estimateur 1 : La différence des moyennes*

```
# mean(Y[treatment==1]) - mean(Y[treatment==0])

# library(estimatr)
# difference_in_means(Y ~ treatment)
```

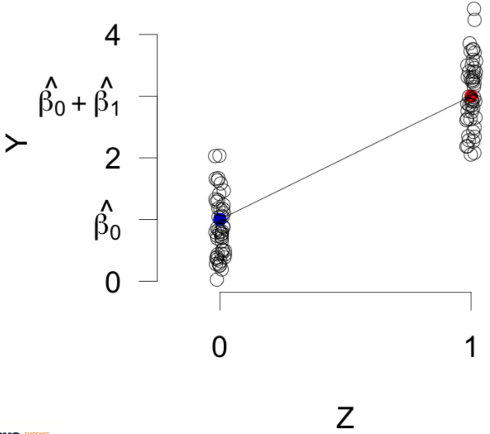
# Estimator 2: Linear Regression | *Estimateur 2 : La régression linéaire*

$$Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 Z_i + e_i$$

- With this simple experiment, we can also use a linear regression. It will produce exactly the same estimate ($\hat{\beta}_1$) of the ATE as the difference-in-means estimator.
- $\hat{\beta}_0$ is the average outcome in the control group.

- Pour cet éxpérience simple, nous pouvon également utiliser la régression linéaire. Ça produira exactement le même estimation ($\hat{\beta}_1$) du ATE que l'estimateur de la différence de moyennes.
- $\hat{\beta}_0$ est le résultat moyen des unités assignéss au contrôle.

# Estimator 2: Linear Regression | *Estimateur 2 : La régression linéaire*




$$Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 Z_i + e_i$$

# Estimator 2: Linear Regression | *Estimateur 2 : La régression linéaire*

```r
# lm(Y ~ treatment)
```

# Hypothesis Testing | *Les tests d'hypothèses*

# Hypothesis Testing | *Les tests d'hypothèses*

- Let's say that the truth is that a medicine has no effect on height. But all the short people were randomly assigned to the medicine and all the tall people to control.
- If we apply the difference in means, it looks like the medicine made people shorter!

- Supposons qu'un médicament n'ait aucun effet sur la taille. Mais toutes les personnes de petite taille ont été assignées en manière aléatoire de recevoir le médicament et les personnes de grande taille ont été assignées au contrôle.
- Si on utilise la différence de moyennes, on dirait que les médicaments ont rendu les gens plus petits!

# Hypothesis Testing | *Les tests d'hypothèses*

- Warning: We can get an estimate that is not zero even when there is no effect!
- Are we confident that our non-zero estimate reflects a truly non-zero estimand (truth)?

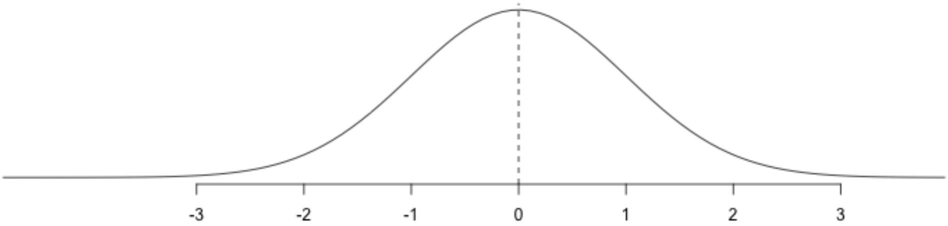
- Avertissement : On peut obtenir une estimation que n'est pas nulle même s'il n'y a aucun effet!
- Sommes-nous convaincus que notre estimation non nulle reflète un paramètre véritablement non nulle (la vérité) ?

# Hypothesis Testing | *Les tests d'hypothèses*

- Hypothesis: a claim about the world that we will evaluate with data.
  - A good hypothesis is specific and falsifiable.
- Start with a null hypothesis, a claim we might reject when we examine the data. We will use the null hypothesis that the true ATE is 0.
- But remember that we can get $\widehat{ATE}$ that is not 0, just by chance.

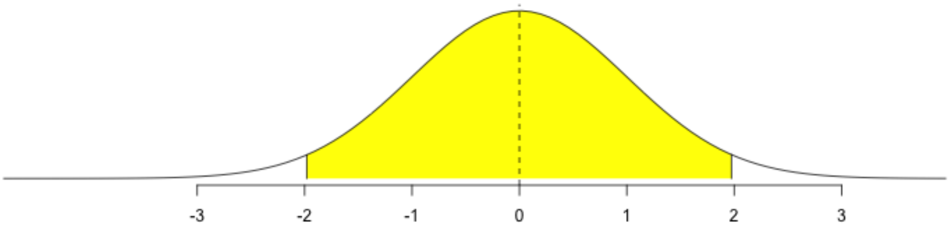
- Hypothèse : une affirmation sur le monde que nous évaluerons à l'aide de données.
  - Une bonne hypothèse est spécifique et refutable.
- Commencer par une hypothèse nulle, une affirmation que nous pourrions rejeter lorsque nous examinons les données. On utilisera l'hypothèse nulle que le vrai ATE est 0.
- Mais rappelez-vous que nous pouvons obtenir un $\widehat{ATE}$ différent de 0 par hasard.

# Hypothesis Testing | *Les tests d'hypothèses*




- Distribution of possible $\widehat{ATE}$ if the null hypothesis is true
- *Distribution des* $\widehat{ATE}$ possibles si l'hypothèse nulle est vraie

# Hypothesis Testing | *Les tests d'hypothèses*




- Rejection (white) and non-rejection (yellow) regions for a two-sided alternative hypothesis at $\alpha = 0.05$

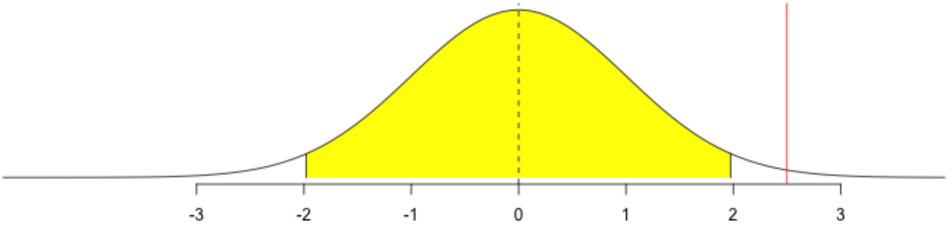
- Régions de rejet (blanche) et de non-rejet (jaune) pour une hypothèse alternative bilatérale à $\alpha = 0,05$

# Hypothesis Testing | *Les tests d'hypothèses*

- $\alpha$ is a value that you choose/set BEFORE hypothesis testing. It is often 0.05 or 5% in the social sciences.
- $\alpha$ of the area under the curve is in the rejection region.

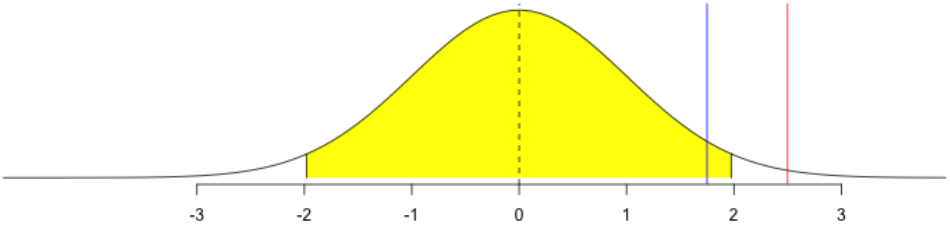
- $\alpha$ est une valeur que vous choissisez / fixez AVANT le test d'hypothèse. Il s'agit souvent de 0,05 ou de 5 % dans les sciences sociales.
- La proportion $\alpha$ de l'aire sous la courbe se trouve dans la région de rejet.

# Hypothesis Testing | *Les tests d'hypothèses*



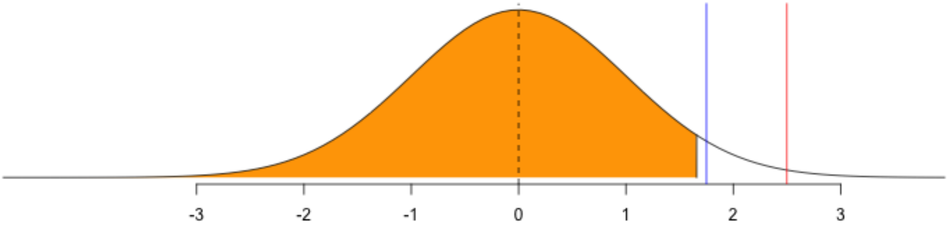

- $\widehat{ATE}$ falls in the rejection region $\rightarrow$ reject the null hypothesis
- $\widehat{ATE}$ se situe dans la région de rejet $\rightarrow$ rejetez l'hypothèse nulle

# Hypothesis Testing | *Les tests d'hypothèses*



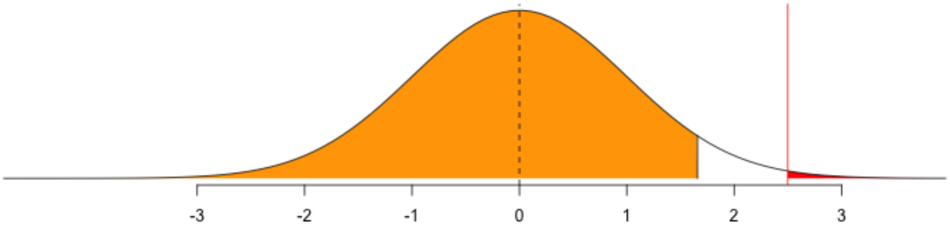

- $\widehat{ATE}$ falls outside the rejection region $\rightarrow$ do not reject the null hypothesis
- $\widehat{ATE}$ se situe en dehors de la région de rejet $\rightarrow$ ne rejetez pas l'hypothèse nulle

# Hypothesis Testing | *Les tests d'hypothèses*




- Rejection and non-rejection regions for a one-sided alternative hypothesis at $\alpha = 0.05$
- Régions de rejet et de non-rejet pour une hypothèse alternative unilatérale à $\alpha = 0,05$

# $p$-value | $p$-valeur




- $p$-value: For a one-sided test, the probability of seeing a *test statistic* as large as or larger than the test statistic calculated from observed data when the null hypothesis is true.

- $p$-valeur : Pour un test d'hypothèse unilateral, la probabilité de voir une *statistique de test* aussi grande ou plus grande que la statistique de test calculée à partir des données observées lorsque l'hypothèse nulle est vraie.

# Hypothesis Testing with Linear Regression | *Les tests d'hypothèses avec la régression linéaire*

- There are many ways to do hypothesis testing. We are going to take the simplest and most popular approach that uses regression.
- Use linear regression to calculate a $p$-value (two-sided test).

- Il existe de nombreuses façons de tester des hypothèses. Nous allons faire l'apprôche la plus simple et la plus populaire: la régression.
- Utiliser la régression linéaire pour calculer une $p$-valeur (test bilateral).

# Hypothesis Testing with Linear Regression | *Les tests d'hypothèses avec la régression linéaire*

- Compare this $p$-value to $\alpha$, a standard we have set in advance.
- $\alpha$ is the probability of making the mistake of rejecting the null hypothesis when we should not.

- Comparez cette $p$-valeur à $\alpha$, une norme que nous avons fixée à l'avance.
- $\alpha$ est la probabilité de faire l'erreur de rejeter l'hypothèse nulle alors que nous ne devrions pas le faire.

# Hypothesis Testing with Linear Regression | *Les tests d'hypothèses avec la régression linéaire*

- If the $p$-value is smaller than or equal to the $\alpha$ level, we reject the null hypothesis of no effect.
- If the $p$-value is greater than the $\alpha$ level, we fail to reject the null hypothesis of no effect.
- Remember: We do not accept the null.

- Si la $p$-valeur est plus petite ou égale au niveau $\alpha$, nous rejetons l'hypothèse nulle d'aucun effet.
- Si la $p$-valeur est plus grande que le niveau $\alpha$, nous ne parvenons pas à rejeter l'hypothèse nulle d'aucun effet.
- Rappel: Nous n'acceptons pas l'hypothèse nulle.

# Hypothesis Testing with Linear Regression | *Les tests d'hypothèses avec la régression linéaire*

Table 4: **Attitudes toward Early Forced Marriage, 2-3 Weeks After Exposure**

| | Reject Forced Marriage | | | | Reject Early Forced Marriage | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Reject FM | | Reject FM (18+) | | Money | | Misbehaving | |
| | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) |
| EFM Treat | 0.093*** | 0.095*** | 0.088*** | 0.092*** | 0.048*** | 0.044*** | 0.013 | 0.013 |
| Standard Error | 0.027 | 0.020 | 0.025 | 0.017 | 0.014 | 0.015 | 0.027 | 0.027 |
| RI *p*-value | 0.001 | <0.001 | 0.001 | <0.001 | 0.001 | 0.003 | 0.318 | 0.318 |

# Covariate Adjustment | *Ajustement des covariables*

# Estimator: Linear regression with covariates | Estimateur : La régression linéaire avec des covariables

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 Z_i + \gamma X_i + e_i$$

- We can include a **pre-treatment covariate** $X$ that is *predictive of* the outcome variable in our regression model.
- Think of $X$ as fixed before the randomization. For example: pre-treatment measure of the outcome.
- Careful: This can bias our estimates, but improve their precision.

- Nous pouvons inclure une **covariable pré-traitement** $X$ qui est *prédictive* de la variable de résultat dans notre modèle de régression.
- Pensez que $X$ est fixé avant la randomisation. Par exemple : un mesure du résultat avant le traitement.
- Attention : Cela peut biaiser nos estimations, mais améliorer leur précision.

# Estimator: Linear regression with covariates | *Estimateur : La régression linéaire avec des covariables*

$$Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 Z_i + \hat{\gamma} X_i + e_i$$

- The estimated coefficient on the treatment variable ($\hat{\beta}_1$) is again our $\widehat{ATE}$.
- The estimated coefficient on the covariate ($\hat{\gamma}$) is *not* the causal effect of that variable.

- Le coefficient estimé sur la variable de traitement ($\hat{\beta}_1$) est encore notre $\widehat{ATE}$.
- Le coefficient estimé de la covariable ($\hat{\gamma}$) n'est *pas* l'effet estimé causal de cette variable.

# Estimator: Linear regression with covariates | *Estimateur : La régression linéaire avec des covariables*

| | Reject FM | |
|---|---|---|
| | (1) | (2) |
| EFM Treat | 0.093*** | 0.095*** |
| Standard Error | 0.027 | 0.020 |
| RI *p*-value | 0.001 | <0.001 |
| Hypothesis | + | + |
| Control Mean | 0.82 | 0.82 |
| Control SD | 0.16 | 0.16 |
| DV Range | [0-1] | [0-1] |
| Blocked FE | Yes | Yes |
| Controls | No | 16 |
| Adj-$R^2$ | 0.09 | 0.23 |
| Observations | 998 | 998 |

**Note**: * p < .1, ** p < 0.05, and *** p < 0.01

# Estimator: Linear regression with covariates | *Estimateur : La régression linéaire avec des covariables*

```r
library(estimatr)
# lm_robust(Y ~ treatment + Language + Gender)
```