



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE INGENIERÍA

2° CUATRIMESTRE DE 2017

86.05

SEÑALES Y SISTEMAS

Trabajo Práctico n°1
Detección de latidos cardíacos

Integrante:
Garcias, Ezequiel <garciaezequiel91@gmail.com>

Padrón:
93191

20 de noviembre de 2017

Índice

1. Objetivos	2
2. Enunciado	2
3. Desarrollo	5
3.1. Ejercicios	5
4. Conclusiones	13

1. Objetivos

El objetivo del presente trabajo es, en primer lugar, realizar un análisis en tiempo y frecuencia de la señal FPG obtenida a partir de la grabación de video de un smart-phone. Posteriormente, se implementará una serie de filtros para obtener la componente AC de la señal, la cual se utilizará finalmente durante la implementación del detector de latidos. En lugar de utilizar el video directamente como señal, lo cual resulta demandante con la memoria, se trabajará con las intensidades de color para cada frame del video en cuestión.

2. Enunciado

Detección de latidos cardíacos.

1. Cargar el archivo *intensidad_RGB.mat* y visualizar la señal RGB en superposición (3 canales). Elija alguno de los 3 canales que, según su criterio, posea la señal más útil a los efectos de analizar la dinámica de los latidos y utilícelo para realizar los puntos siguientes.
2. Del gráfico del punto anterior, estimar aproximadamente los latidos por minuto (LPM). Identifique el momento a partir del cual la frecuencia cardiaca comienza a incrementarse, y en cuánto se incrementa.
3. Rehacer el punto anterior, pero utilizando DFT. ¿Puede en este caso identificar cuándo se da el cambio de LPM?
4. Diseñar un filtro pasa-banda tipo Butterworth con banda de paso entre 0.5 Hz y 10 Hz. Graficar respuesta en frecuencia (módulo y fase), diagrama de polos y ceros y respuesta al impulso (sugerencia: usar las funciones *butter* y *fvtool* de Matlab). ¿Qué papel juega el orden del filtro seleccionado en su diseño?
5. Filtrar la señal FPG utilizando el filtro diseñado en el punto anterior mediante la función *filter*. Grafique en superposición la señal original con la filtrada y comente acerca de:
 - a. Remoción de derivas
 - b. Cambios en la forma de la señal
 - c. Retardo de la señal filtrada respecto de la original
6. A partir de la respuesta en fase del filtro, calcule su retardo temporal y compare con lo observado en el punto 5c.
7. Implementar un filtrado IIR ida y vuelta para anular la fase del filtro (puede utilizar la función *filtfilt* de Matlab). Justificar teóricamente el funcionamiento de este tipo de filtrado y cuál resulta su ventaja. Filtrar nuevamente la señal FPG y comparar el resultado con lo obtenido en el punto anterior, particularmente en la forma de la señal y su retardo.
8. Realizar un espectrograma de la señal antes y después de filtrar, mediante la fun-

ción spectrogram de Matlab (sugerencia: utilice la función `caxis` para saturar los colores del espectrograma y lograr una mejor visualización). Justificar la longitud de ventana elegida y comente acerca del resultado obtenido, relacionándolo con los puntos 2 y 3. Calcule la resolución en frecuencia de la ventana mediante DFT en Matlab. ¿Cómo haría para obtener mejor resolución en frecuencia y qué se pierde con esto?

9. Identificar en el espectrograma la zona donde el pulso se acelera. Observar con detenimiento los componentes de frecuencia que posee la señal y justificar el origen de cada uno (para esto último, necesitará hacer uso de la señal *audio_det.mat* para explicar todos los componentes observados).

10. Realizar un detector automático de latidos. El mismo debe tomar como entrada la señal FPG y producir como salida un vector de tiempos, donde cada tiempo corresponde a la detección de un latido en la señal. Para esto, se sugiere implementar los siguientes pasos:

- Filtrado pasa-banda de la señal, utilizando el filtrado del ejercicio 7.
- Filtro de derivada, implementado con un filtro FIR $h(n) = [-2 \ -1 \ 0 \ 1 \ 2]$.
- Normalización con energía instantánea: primero calcular la energía instantánea de la señal mediante un filtro MA1 de la señal del punto 10a elevada al cuadrado; luego dividir la señal del punto b por el vector obtenido. Esto tiene como objeto reducir el impacto de la presión sanguínea sobre el nivel de señal.
- Sobre-muestreo en un factor 4 para obtener mayor resolución temporal: implemente el sobre-muestreo utilizando la función `upsample` y diseñe un filtro interpolador FIR utilizando la herramienta `fdatool` de Matlab. Grafique: respuesta en frecuencia del filtro en módulo y fase, y señal original y sobre-muestreada en superposición.
- Detector de picos mediante umbral (puede definir como umbral un valor arbitrario).
- Gráfico en superposición de la señal con las marcas de los picos detectados. Sugerencia para el punto e: en general, un pico en la señal producirá la detección de múltiples muestras por encima del umbral. Para reducirlas a sólo una, puede utilizar la función `diff` para evaluar la primera derivada sobre el vector de muestras detectadas (la cual contiene sólo unos y ceros), quedándose solo con las muestras positivas que resulten y buscando, para cada una de estas, la posición del máximo inmediato de la señal original dentro de un intervalo pre-establecido (este deberá contener mínimamente a la duración aproximada de los picos).

11. En base a los resultados del punto anterior, calcule y grafique el intervalo temporal instantáneo entre latidos (IBI: inter-beat interval) y los LPM instantáneos.

12. Opcional. Mejorar el detector de latidos aplicando las reglas de [5]:

- Establecer como regla que, si dos latidos se detectaron con una separación temporal menor a 200ms, sobrevive sólo aquel que corresponda al pico de la señal mayor entre ambos.
- Establecer como regla que si el IBI instantáneo aumenta repentinamente en al menos 1.5 veces entre muestras consecutivas, puede haberse perdido la detección de un latido. Cuando este sea el caso, realice una nueva detección de picos dentro del intervalo correspondiente, utilizando un umbral la mitad del nominal. Si de esta manera se halla un nuevo pico, distanciado al menos 360ms de la detección precedente, entonces clasificarlo como latido.

13. Opcional. Obtener su propia señal FPG mediante la cámara de su celular y aplicar los análisis y algoritmos desarrollados a esta señal. Para esto, realice una grabación tal como se explicó en la sección 1 y utilice los scripts auxiliares de Matlab para extraer los archivos de intensidades y audio del video. Nota: para un mejor resultado en la señal registrada, utilizar el dedo índice aplicando una leve presión sobre la lente, evitando resultar excesivamente suave o fuerte.

3. Desarrollo

3.1. Ejercicios

Ejercicio 1.

Como podemos ver tenemos el gráfico de las tres señales superpuestas. Tenemos un total de 2636 muestras con una frecuencia de muestreo de 29.37Hz. Dando como resultado 90 segundos de video.

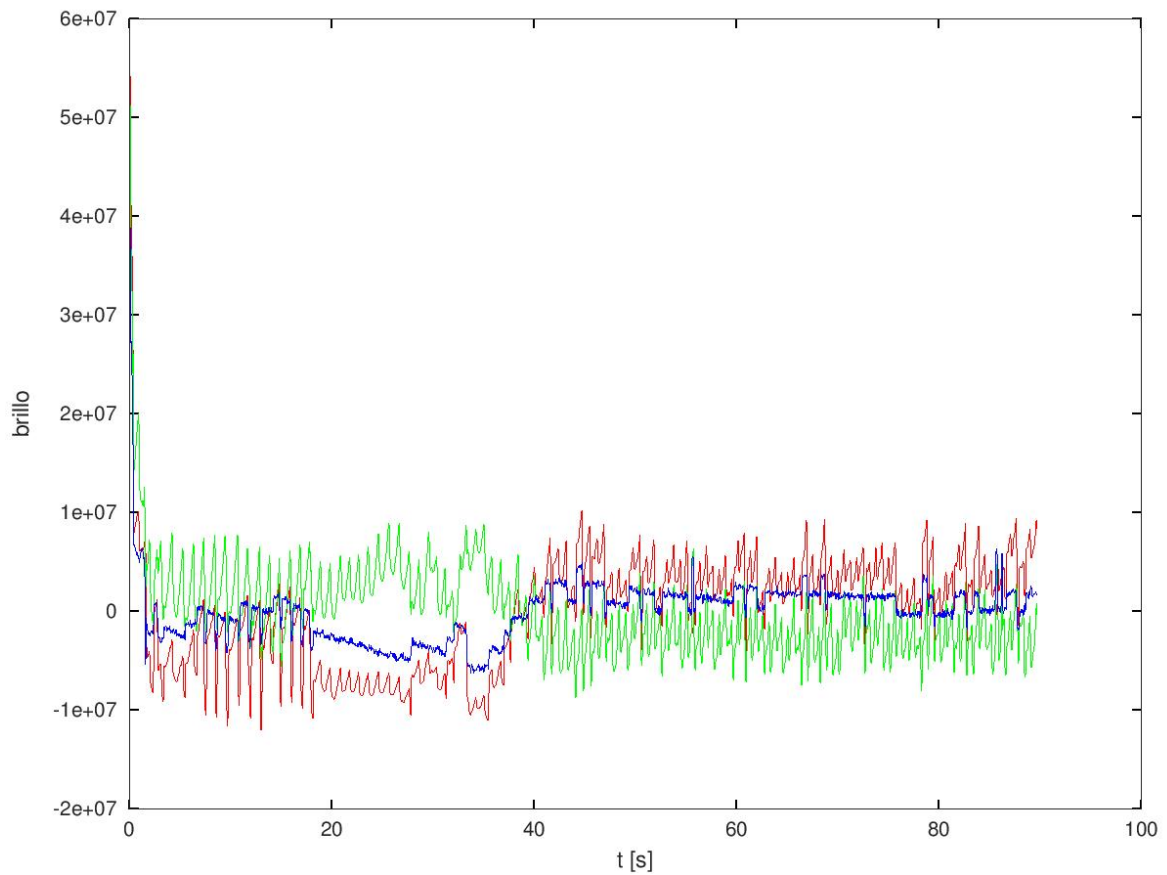


Figura 3.1 – Superposición tres señales Roja Verde y Azul.

La señal azul no presenta la altura de los picos suficientemente marcados para lograr obtener información útil de ella.
Las señal Roja y Verde pueden ser consideradas para obtener el resultado esperado.
Finalmente opte por trabajar con la señal verde.

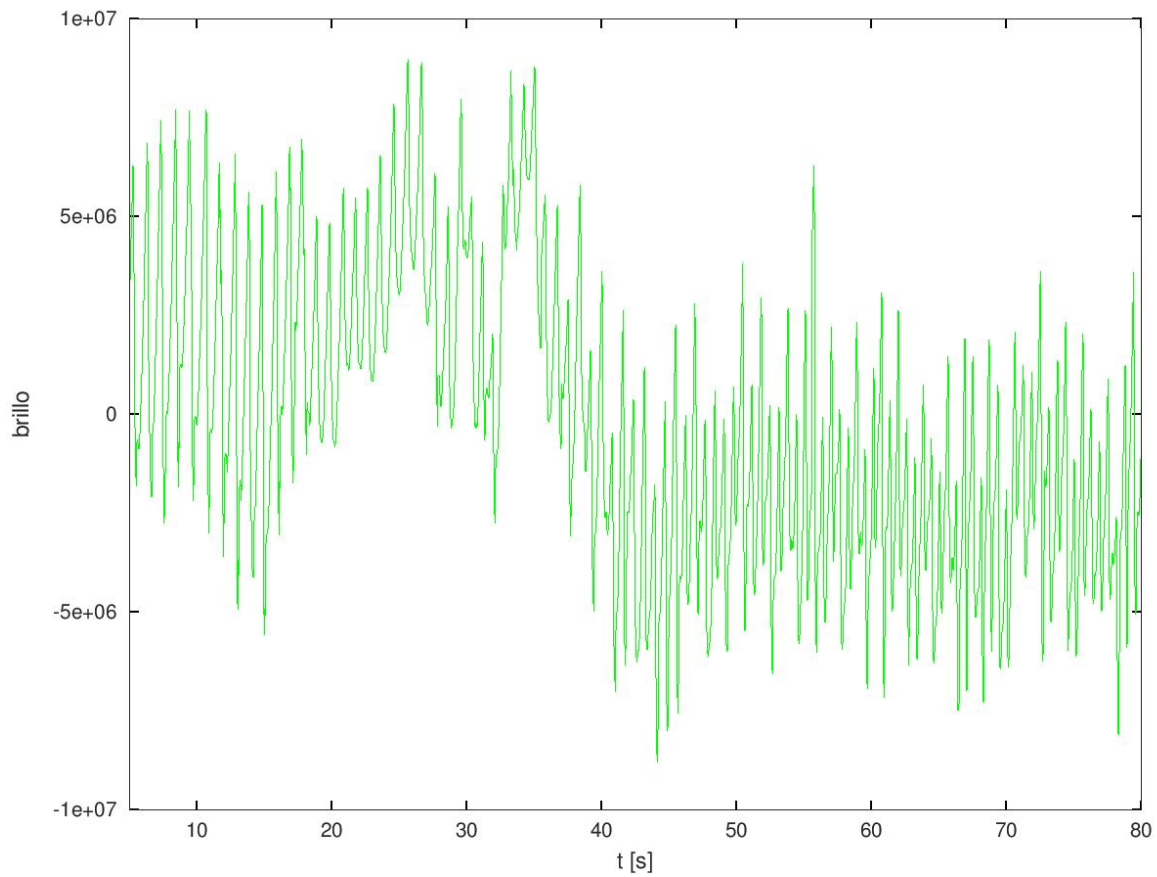


Figura 3.2 – Señal Verde.

Ejercicio 2.

Para poder observar la variación de latidos opte por graficar la señal verde cada 20 segundos.

Finalmente al contar manualmente notamos como cada 20 segundos se observa una aceleración en el ritmo cardíaco.

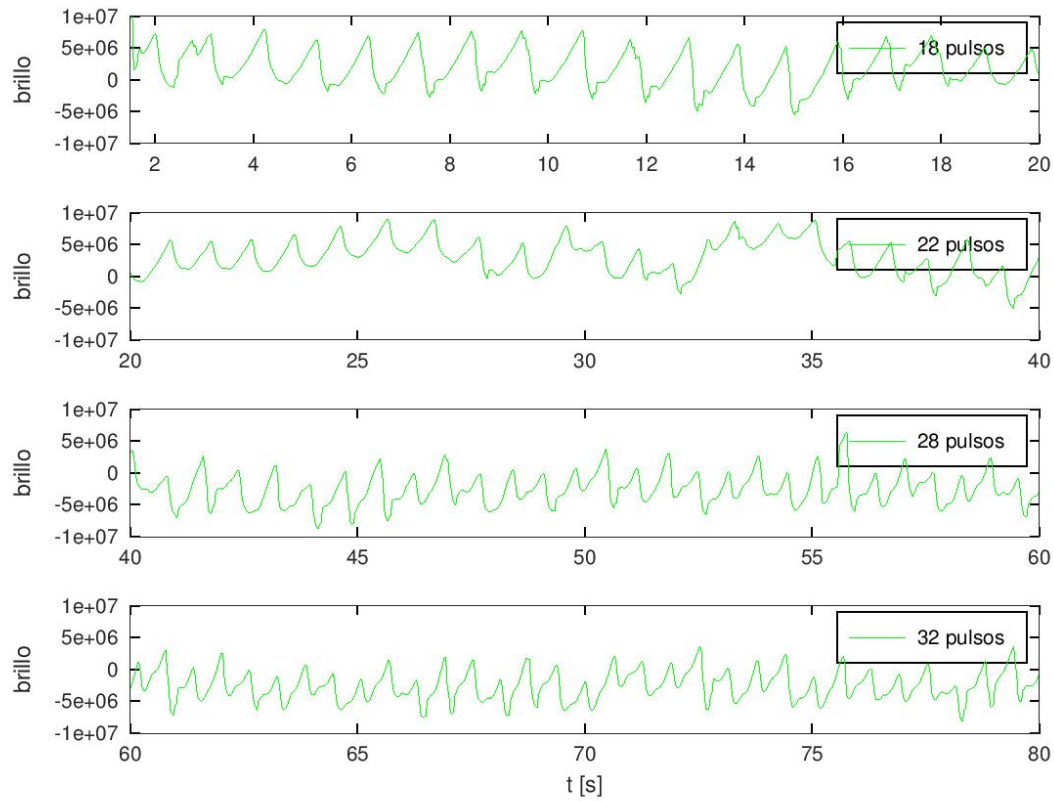


Figura 3.3 – Señal Verde conteo de pulsos.

Ejercicio 3.

Luego de realizar una DFT a la señal verde, se nos pide hallar información acerca de los latidos por minuto.

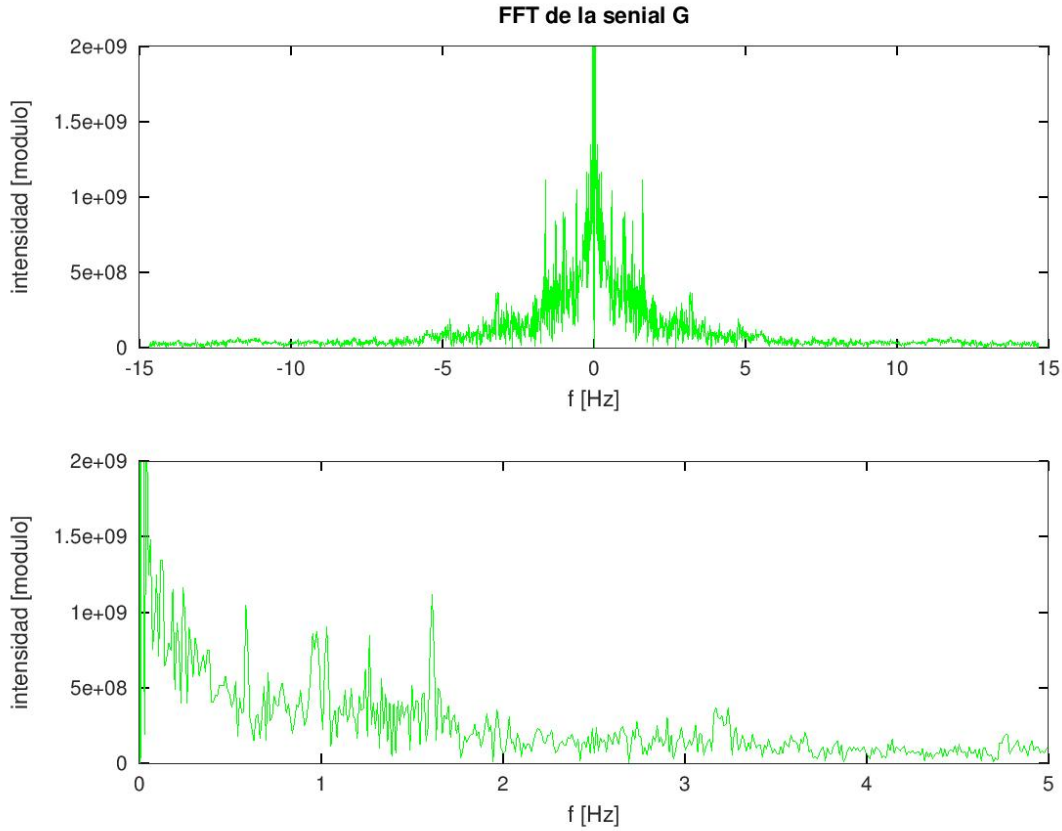


Figura 3.4 – Señal Verde Transformada Rápida de Fourier.

Como podemos observar la información aportada por la DFT solo nos dice cuales son las frecuencias presentes, pero no podemos obtener información sobre el cambio de ritmo cardíaco.

$$X_i = Y_{i-1} \cdot G_i Y_{i-1} = h \cdot X_{i-1} + W_{i-1} \quad (3.1)$$

$$[Y_{i-1}] = VAR[h \cdot X_{i-1} + W_{i-1}] \quad (3.2)$$

$$= h^2 \cdot VAR[X_{i-1}] + 2COV[X_{i-1}, W_{i-1}] + VAR[W_{i-1}]$$

Por ser X y W independientes $COV[X_{i-1}, W_{i-1}] = 0$. Queda entonces:

$$VAR[Y_{i-1}] = h^2 \cdot A^2 + \sigma_w^2 \quad (3.3)$$

$$VAR[X_i] = VAR[G_i \cdot Y_{i-1}] = G_i^2 \cdot (h^2 \cdot A^2 + \sigma_w^2) \quad (3.4)$$

Se pide que $VAR[X_i] = \epsilon$. Por lo tanto:

$$G_i = \sqrt{\frac{\epsilon}{(h^2 \cdot \epsilon + \sigma_w^2)}} \quad \text{con } i = 3, 4, \dots, n \quad (3.5)$$

Luego para el repetidor G_2 :

$$G_2 = \sqrt{\frac{\epsilon}{(h^2 \cdot A^2 + \sigma_w^2)}} \quad (3.6)$$

Eligiendo $G_2 = G_3 = G_4 = \dots = G_n$, resulta $A^2 = \epsilon \implies \boxed{A = \sqrt{\epsilon}}$

Para expresar las ganancias en función a la relación señal a ruido (SNR). Se parte de la ecuación 3.5:

$$G_i = \sqrt{\frac{\epsilon}{(h^2 \cdot \epsilon + \sigma_w^2)}} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\sigma_w^2 \cdot (\frac{h^2 \cdot \epsilon}{\sigma_w^2} + 1)}} \quad (3.7)$$

$$G_i = \sqrt{\frac{SNR}{h^2 \cdot (SNR + 1)}} \quad (3.8)$$

Ejercicio 2.

2.1. Escribimos las señales Y_n en función de los bloques anteriores:

$$\begin{aligned} Y_1 &= X_1 h + W_1; \quad X_2 = Y_1 G_2 \\ Y_2 &= X_2 \cdot h + W_2 = (X_1 \cdot h + W_1) \cdot G_2 \cdot h + W_2 \\ Y_2 &= X_1 \cdot G_2 \cdot h^2 + W_1 \cdot G_2 \cdot h + W_2 \\ Y_3 &= (X_1 \cdot G_2 \cdot h^2 + W_1 \cdot G_2 \cdot h + W_2) \cdot G_3 \cdot h + W_3 \\ Y_3 &= X_1 \cdot G_2 \cdot G_3 \cdot h^3 + W_1 \cdot G_2 \cdot G_3 \cdot h^2 + W_2 \cdot G_3 \cdot h + W_3 \end{aligned}$$

$$Y_n = X_1 \cdot (\prod_{k=2}^n G_k) \cdot h^n + \sum_{i=1}^{n-1} [(W_i \cdot \prod_{j=i+1}^n G_j) \cdot h^{n-i}] + W_n$$

Como W_i Son iid y definimos $G_2 = G_3 = \dots = G_n = G$, resulta:

$$\begin{aligned} Y_n &= X_1 \cdot (Gh)^{n-1} \cdot h^n + \sum_{i=1}^{n-1} (Gh)^{n-i} \cdot W + W \\ Y_n &= X_1 \cdot (Gh)^{n-1} \cdot h^n + \sum_{i=1}^n (Gh)^{n-i} \cdot W \end{aligned}$$

$$\boxed{Y_n = X_1 \cdot (Gh)^{n-1} \cdot h^n + \sum_{i=0}^{n-1} (Gh)^i \cdot W}$$

Denotando N_i al término dentro de la sumatoria, es la variable aleatoria W escalada por una constante, y se distribuye como:

$$N_i \sim \mathcal{N}(0, (Gh)^{2i} \cdot \sigma_W^2)$$

Por lo tanto el término asociado al ruido se distribuye como:

$$N_n \sim \mathcal{N}(0, \sum_{i=0}^{n-1} (Gh)^{2i} \cdot \sigma_W^2)$$

2.2. Calculamos la Varianza de la señal:

$$VAR[X_1 \cdot (Gh)^{n-1} \cdot h^n] = ((Gh)^{n-1} \cdot h^n)^2 \cdot VAR[X_1] = ((Gh)^{n-1} \cdot h^n)^2 \cdot A^2$$

$$\epsilon_{senial} = (Gh)^{2(n-1)} \cdot h^{2n} \cdot A^2$$

Por definición: $SNR = \frac{\epsilon_{senial}}{\epsilon_{ruido}}$

$$SNR_{Y_n} = \frac{(Gh)^{2(n-1)} \cdot h^{2n} \cdot A^2}{\sigma_W^2 \cdot \sum_{i=0}^{n-1} (Gh)^{2i}} \quad (3.9)$$

2.3. Suponemos $X = A$. Reescribimos Y_n :

$$Y_n = N_n + A \cdot (Gh)^{n-1} \cdot h^n$$

Por lo tanto $Y_n \sim \mathcal{N}(\mu = A \cdot (Gh)^{n-1} \cdot h^n, \sigma^2 = \sigma_W^2 \cdot \sum_{i=0}^{n-1} (Gh)^{2i})$

La probabilidad de error se calcula como:

$$P_{e|X_1=A} = P(Y_n < 0 | X_1 = A) = P(N_n + A \cdot (Gh)^{n-1} \cdot h^n < 0)$$

$$P_{e|X_1=A} = P\left(\frac{-N_n}{\sqrt{VAR[N_n]}} > \frac{A \cdot (Gh)^{n-1} \cdot h^n}{\sqrt{VAR[N_n]}}\right) = Q\left(\frac{A \cdot (Gh)^{n-1} \cdot h^n}{\sqrt{VAR[N_n]}}\right) \quad (3.10)$$

Reemplazando la ecuación 3.9 en 3.10, la probabilidad de error se puede calcular:

$$P_{e|X_1=A} = Q(\sqrt{SNR_{Y_n}}) \quad (3.11)$$

$$P_{e,n}^a = Q(\sqrt{SNR_{Y_n}}) \quad (3.12)$$

Ejercicio 3.

De la figura ?? vemos que para cada n ambos sistemas coinciden en un valor de SNR, los valores son los siguientes:

- 5 a -0.4 dB.
- 9 a 0.4 dB.
- 13 a 0.6 dB.
- 17 a 1 dB.
- 21 a 1.1 dB.
- 25 a 1.2 dB.

Para cualquier número n de etapas se repite el mismo comportamiento. Hasta la igualdad, ambos sistemas tienen una relación $SNR - P_e$ similar (casi idénticas). Luego de la misma, el sistema digital tiene una disminución significativamente más rápida con el aumento de la SNR.

Por lo tanto, conociendo el rango de SNR con el que se va a trabajar, la mejor opción es el sistema digital respecto de la Probabilidad de error en un amplio rango de valores.

Si el dato con el que se cuenta es la cantidad de etapas n , nuevamente el sistema digital es el más eficiente. En ambos casos cuando se supere ese “umbral” en el que ambos sistemas se comportan de manera similar.

Ejercicio 4.

4.1. Simulación de Montecarlo.

Realizamos una simulación sobre los valores de SNR dentro del intervalo $[5, 25]$ en dB.

Por cada valor del SNR se simularon $N = 20000$ veces para obtener un resultado “óptimo”, o sea, que los resultados concuerden con los cálculos teóricos. Los que se pueden ver claramente en las figuras ?? y ??

4.2. Curvas de probabilidad.

Por un lado se simuló el circuito y por otro lado se propuso un modelo probabilístico a priori que suponemos va a ajustar a nuestro circuito. Por medio del resultado se verifica, al ver que las curvas son tan próximas, que el modelo propuesto es válido para representar el modelo real. Se ve claramente que las curvas que se obtuvieron en la simulación se aproximan a las teóricas calculadas anteriormente. Esto se debe a que se hicieron las simulaciones “correctamente”. Las realizaciones son efectivamente independientes.

4.3 Densidades de probabilidad de Y_n (justo antes del detector) en el sistema analógico.

4. Conclusiones

Como conclusión podemos decir que es muy sencillo diseñar un sistema de repetidores tanto digital como analógico utilizando la herramienta de calculo correspondiente para poder conocer sus alcances y falencias.

Más importante aún por medio de las simulaciones tenemos información más certera sobre las hipótesis teóricas calculadas previamente.

En particular notamos que a medida que aumenta la relación de señal ruido SNR, mejora más rápido el sistema digital comparado al analógico.

Sin embargo la señal analógica con ruido puede ser interpretada por un ser humano, de modo que la información transmitida puede llegar al receptor aún con ruido. En cambio la señal digital no posee ninguna distorsión sino que su funcionamiento es binario, se interpreta la información transmitida o no.