Verteilte Systeme (Distributed Systems) Frühling-Sommer 2018

Aufgabe 1:
Hamming-Codes

Gruppe: Emanuela Giovanna Calabi (13186), Angelo Rosace (13386)

Beschreibung:

Die Aufgabe betrachtete die Implementierung des Hamming Code [7,4].
[7,4] bedeutet, dass vier Datenbits in 7 Bits codiert werden. Während der Kodierung werden 3 Paritätsbits zu den 4 Datenbits hinzugefügt. Sie werden nicht in zufälligen Stellen gestellt sondern in Stellen 1, 2 und 4 (2er-Potenzen). Am ende des Prozess, die codierte Daten sind wie folgt angeordnet: p1,p2,d1, p3,d2,d3,d4; wo p(1..3) für „Paritätsbit“ und d(1..4) für „Datenbit“ steht.
Diese Art von Hamming Code kann am meisten ein 1-Bitfehler erkennen und korrigieren.

Um den Hamming-Codes Kodierungsprozess zu implementieren, haben wir zwei Matrizen, G und H, verwendet. Diese zwei Matrizen heißen Hammings Matrizen. Wir haben entschieden boolesche Werte anstatt Nullen und Einsen aufgrund der Semplizität und der Effizienz der Berechnung zu benutzen. In den folgenden Darstellungen entsprechen die Nullen die falschen Werten und die Einsen die wahre Werten.

$$\mathbf{G} := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{H} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

G (Code-Generatormatrix) wird verwendet um die Kodierung durch zu führen.
Die 7 codierte bits sind das Ergebnis des Modulo 2 (boolesche XOR) des Produkt (boolesche AND) zwischen G und einen booleschen Vektor (**v**), der die 4 data bits enthält.
H (Kontrollmatrix) wird benutzt zu bestimmen, ob die Übertragung der Daten Fehlern generiert hat.
Das Ergebnis des Produkt zwischen **v** und **H** ist der Syndromvektor (**e**). Wenn dieser Vektor nur aus Nullen (false) besteht, bedeutet es, dass es kein Fehler gibt. Wenn es ein oder mehr Eins (true) gibt, bedeutet es, dass es ein Fehler gibt.
e representiert als Binärzahl die Stelle wo das Fehler liegt, und entspricht der Spalte von H wo das Fehler eingetreten ist. Um das Fehler zu korrigieren mussen wir das Bit umdrehen, dass in die von **e** representierte Stelle liegt.
Aus diesem Prozess erhalten wir einen 7-Bit fehrerfreien booleschen Vektor, der noch dekodiert werden muss.
Um es zu dekodieren brauchen wir die **R** Matrix, die Einheitsmatrix für die Datenbit ist.

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Wenn wir den 7-Bit fehlerfreien Vektor mit **R** multiplizieren, erhalten wir einen 4-Bit boolesche vektor, der vollkommen aus Datenbits besteht.
Am Ende des Dekodierungsprozess mussen wir den dekodierten booleschen Vektor in einer Binärzahl umwandeln. So erhalten wir die ursprünglichen 4 Datenbits.