In [94]:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import scipy.stats as sps
import math
from scipy.stats import multivariate_normal
%matplotlib inline
```

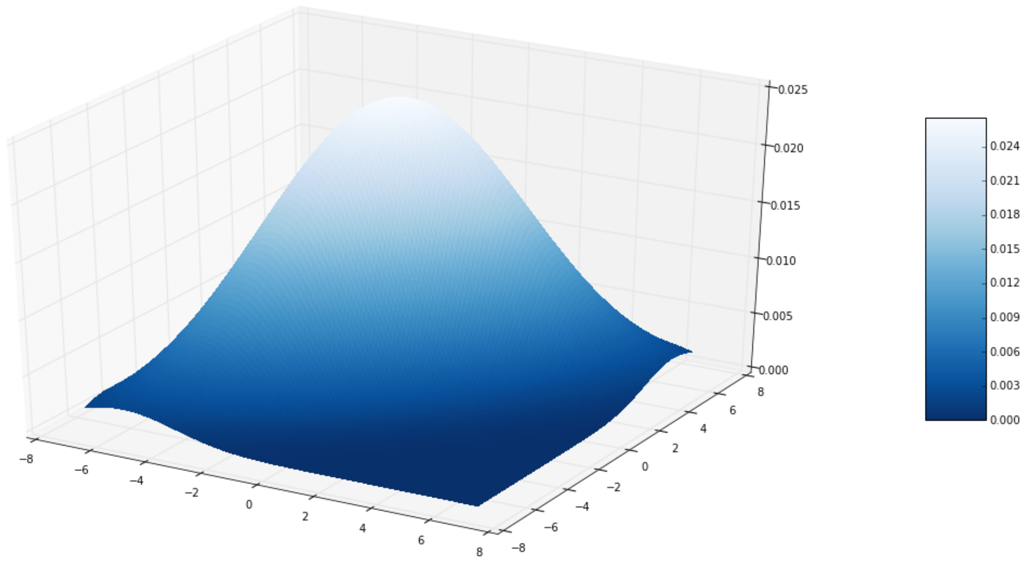
## Построим 3D график плотности случайного вектора $\xi = (\xi_1, \xi_2) \sim N(a, \Sigma)$,

**где** $a = (0, 0)$ **,**

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 10 & 8 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}$$

In [93]:

```
grid = np.mgrid[-7:7:0.1, -7:7:0.1]

from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

# плотность распределения
density = np.array([[sps.multivariate_normal.pdf((grid[0, i, j], grid[1, i, j]), m
ean=[0, 0], cov=[[10, 8], [8, 10]])
                       for i in range(grid[0].shape[0])]
                      for j in range(grid[1].shape[1])])

fig = plt.figure(figsize=(20, 10))


ax = fig.gca(projection='3d')
surf = ax.plot_surface(grid[0], grid[1], density, rstride=1, cstride=1, cmap='Blue
s_r',
                       linewidth=0, antialiased=False)

ax.set_zlim(0, 0.025)
fig.colorbar(surf, shrink=0.5, aspect=5)
plt.show()
```



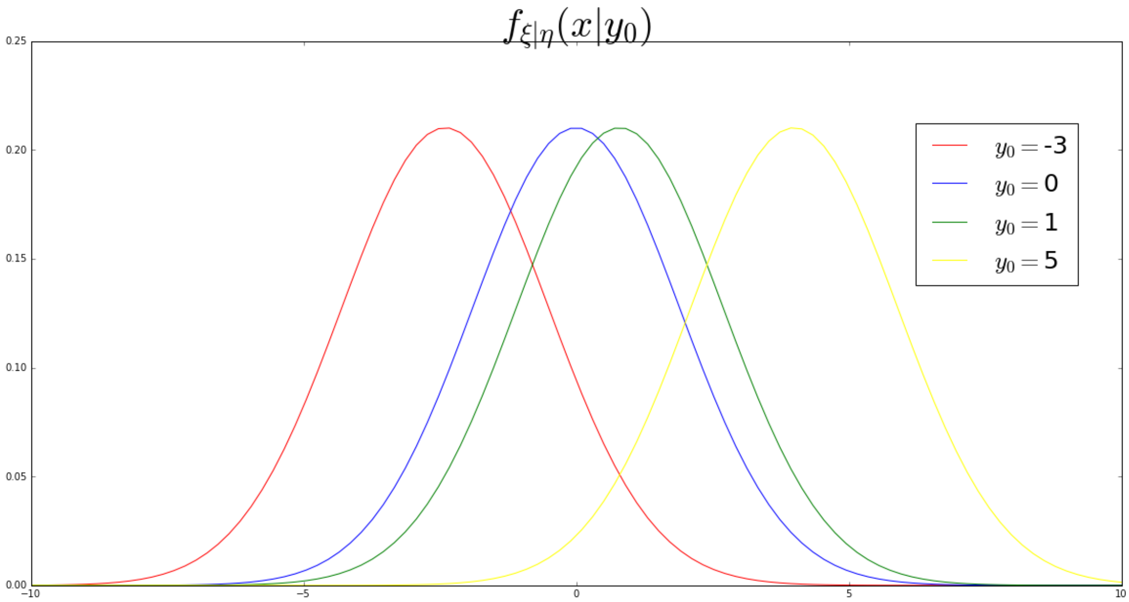
**Строим график условного распределения $f_{\xi|\eta}(x|y)$ для $y \in \{-3, 0, 1, 5\}$.**

**Пользуясь равенством $f_{\xi|\eta}(x|y_0) = \frac{f_{\xi,\eta}(x,y_0)}{f_\eta(y_0)}$, находим условную плотность.**

**Из матрицы ковариаций находим, что матожидание $\eta$ равно $0$, а дисперсия равна $10$**

In [192]:

```
colors = ['red', 'blue', 'green', 'yellow']

cond_grid = np.linspace(-10, 10, 100)
plt.figure(figsize=(20, 10))
plt.title(r'$f_{\xi | \eta}(x | y_0)$', fontsize=40)

i = 0
for y_0 in [-3, 0, 1, 5]:

    # значение плотности распределения в точке y_0
    density_y_0 = sps.norm.pdf(np.linspace(y_0, y_0, 100), loc=0, scale=math.sqr
t(10))

    # условная плотность распределения
    x_density = sps.multivariate_normal.pdf(np.array([cond_grid, np.linspace(y_0,
y_0, 100)]).T,
                            mean=[0, 0], cov=[[10, 8], [8, 10]])

    # строим график!:)
    plt.plot(cond_grid, x_density /  density_y_0 , colors[i], label='$y_0=$' + st
r(y_0))
    i = i + 1

plt.legend(loc='center left', bbox_to_anchor=(0.8, 0.7), fontsize=25)
plt.show()
```



$f_{\xi|\eta}(x|y_0)$
$y_0 =$ -3
$y_0 =$ 0
$y_0 =$ 1
$y_0 =$ 5
0.25
0.20
0.15
0.10
0.05
0.00
−10
−5
0
5
10

**Посчитаем условное мотожидание** $E(\xi_1|\xi_2)$**,**

$\xi_1, \xi_2$ **- случайные величины с нормальным распределением,** $=>$ **если их ковариация равна нулю,**

**то они независимы, представим** $\xi_1$ **в виде** $\alpha\xi_1 + \beta\xi_2$ **так, чтобы**

$cov(\xi_1, \xi_2) = cov(\alpha\xi_1 + \beta\xi_2, \xi_2) = 0$**, тогда**

$E(\xi_1|\xi_2) = E(\alpha\xi_1 + \beta\xi_2|\xi_2) = \alpha E(\xi_1|\xi_2) + \beta E(\xi_2|\xi_2) = \alpha E(\xi_1|\xi_2) + \beta\xi_2$

**А с друой стороны, так как** $\xi_1$ **и** $\xi_2$ **независимы, то**

$E(\xi_1|\xi_2) = E\xi_1$**. Значит,** $E(\xi_1|\xi_2) = \frac{E\xi_1 - \beta\xi_2}{\alpha}$

$cov(\xi_1, \xi_2) = cov(5\xi_1 - 4\xi_2, \xi_2) = 5cov(\xi_1, \xi_2) - 4cov(\xi_2, \xi_2) = 5 \cdot 8 - 4 \cdot 10 = 0 =>$

$E(\xi_1|\xi_2) = \frac{E\xi_1 + 4\xi_2}{5}$**, так как** $E\xi_1 = 0$**, значит**

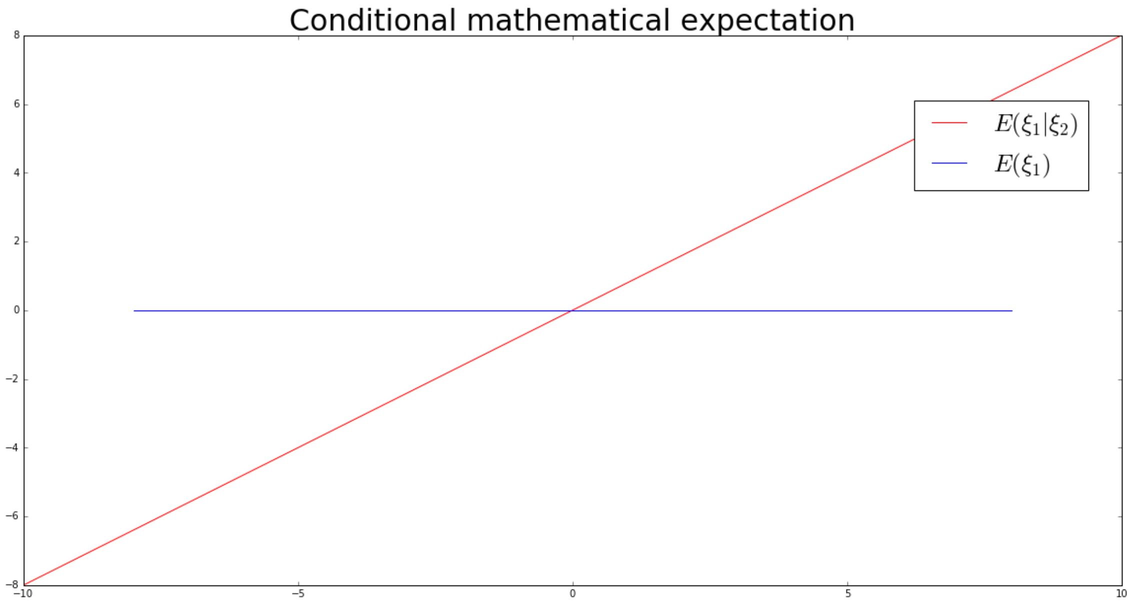
$$E(\xi_1|\xi_2) = \frac{4\xi_2}{5}$$

In [189]:

```
plt.figure(figsize=(20, 10))
plt.title('Conditional mathematical expectation', fontsize=30)

# рисуем график условного мат ожидания
plt.plot(np.linspace(-10, 10, 1000), np.linspace(-8, 8, 1000), color='red', labe
l=r'$E(\xi_1|\xi_2)$')

# проводим прямую матожидание кси 1
plt.plot( np.linspace(-8, 8, 1000), np.linspace(0, 0, 1000), color='blue', labe
l=r'$E(\xi_1)$')
plt.legend(loc='center left', bbox_to_anchor=(0.8, 0.8), fontsize=25)
```

Out[189]:

```
<matplotlib.legend.Legend at 0x16bb8048>
```




In [ ]: