

GONIOMETRISCHE

Definities

$\cos a$	$= \frac{e^{ia} + e^{-ia}}{2}$
$\sin a$	$= \frac{e^{ia} - e^{-ia}}{2i}$

Rechtstreekse gevolgen

e^{ia}	$= \cos a + i \sin a$
$\tan a$	$= i \frac{e^{ia} - e^{-ia}}{e^{ia} + e^{-ia}} = i \frac{e^{2ia} - 1}{e^{2ia} + 1}$

Hoofdformule en afgeleide formules

$\cos^2 a + \sin^2 a = 1$
$1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}$
$\cot^2 a + 1 = \frac{1}{\sin^2 a}$

Som- en verschilformules

$\cos(a - b)$	$= \cos a \cos b + \sin a \sin b$
$\cos(a + b)$	$= \cos a \cos b - \sin a \sin b$
$\sin(a - b)$	$= \sin a \cos b - \cos a \sin b$
$\sin(a + b)$	$= \sin a \cos b + \cos a \sin b$
$\tan(a - b)$	$= \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$
$\tan(a + b)$	$= \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$

Productformules: dubbele hoek

$\sin 2a$	$= 2 \sin a \cos a$
$\cos 2a$	$= \cos^2 a - \sin^2 a$ $= 2 \cos^2 a - 1$ $= 1 - 2 \sin^2 a$
$\tan 2a$	$= \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$

Productformules: halve hoek

$\cos \frac{a}{2}$	$= \pm \sqrt{\frac{1 + \cos a}{2}}$
$\sin \frac{a}{2}$	$= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos a}{2}}$
$\tan \frac{a}{2}$	$= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos a}{1 + \cos a}}$

De formules van Simpson

1	$\sin a + \sin b$	$= 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$
	$\sin a - \sin b$	$= 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$
	$\cos a + \cos b$	$= 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$
	$\cos a - \cos b$	$= -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$
2	$\sin a \cdot \cos b$	$= \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$
	$\cos a \cdot \cos b$	$= \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$
	$\sin a \cdot \sin b$	$= \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$

Goniometrische getallen van belangrijke hoeken

	0	$\frac{p}{6}$	$\frac{p}{4}$	$\frac{p}{3}$	$\frac{p}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞

T-formules ($t = \tan \frac{a}{2}$)

$\sin a$	$= \frac{2t}{1+t^2}$
$\cos a$	$= \frac{1-t^2}{1+t^2}$
$\tan a$	$= \frac{2t}{1-t^2}$

Formule Le Moivre

$(\cos a + i \sin a)^n$	$= \sin(na) + i(\cos na)$
-------------------------	---------------------------

Om snel $\sin(na)$ en/of $\cos(na)$ te berekenen, kan je gewoon het linkerlid uitwerken en dan reël en imaginair scheiden.

HYPERBOLISCHE

Definities

$\cosh a$	$= \frac{e^a + e^{-a}}{2}$
$\sinh a$	$= \frac{e^a - e^{-a}}{2}$

Rechtstreekse gevolgen

e^a	$= \cosh a + \sinh a$
$\tanh a$	$= \frac{e^a - e^{-a}}{e^a + e^{-a}} = \frac{e^{2a} - 1}{e^{2a} + 1}$

Hoofdformule en afgeleide formules

$\cosh^2 a - \sinh^2 a$	$= 1$
$1 - \tanh^2 a$	$= \frac{1}{\cosh^2 a}$
$\cotanh^2 a - 1$	$= \frac{1}{\sinh^2 a}$

Som- en verschilformules

$\cosh(a - b)$	$= \cosh a \cosh b - \sinh a \sinh b$
$\cosh(a + b)$	$= \cosh a \cosh b + \sinh a \sinh b$
$\sinh(a - b)$	$= \sinh a \cosh b - \cosh a \sinh b$
$\sinh(a + b)$	$= \sinh a \cosh b + \cosh a \sinh b$
$\tanh(a - b)$	$= \frac{\tanh a - \tanh b}{1 - \tanh a \tanh b}$
$\tanh(a + b)$	$= \frac{\tanh a + \tanh b}{1 + \tanh a \tanh b}$

Productformules: dubbele hoek

$\sinh 2a$	$= 2 \sinh a \cosh a$
$\cosh 2a$	$= \cosh^2 a + \sinh^2 a$ $= 2 \cosh^2 a - 1$ $= 1 + 2 \sinh^2 a$
$\tanh 2a$	$= \frac{2 \tanh a}{1 + \tanh^2 a}$

Productformules: halve hoek

$\cosh \frac{a}{2}$	$= \pm \sqrt{\frac{\cosh a + 1}{2}}$
$\sinh \frac{a}{2}$	$= \pm \sqrt{\frac{\cosh a - 1}{2}}$
$\tanh \frac{a}{2}$	$= \pm \sqrt{\frac{\cosh a - 1}{\cosh a + 1}}$

De formules van Simpson

1	$\sinh a + \sinh b$	$= 2 \sinh \frac{a+b}{2} \cosh \frac{a-b}{2}$
	$\sinh a - \sinh b$	$= 2 \cosh \frac{a+b}{2} \sinh \frac{a-b}{2}$
	$\cosh a + \cosh b$	$= 2 \cosh \frac{a+b}{2} \cosh \frac{a-b}{2}$
	$\cosh a - \cosh b$	$= 2 \sinh \frac{a+b}{2} \sinh \frac{a-b}{2}$
2	$\sinh a \cdot \cosh b$	$= \frac{1}{2} [\sinh(a+b) + \sinh(a-b)]$
	$\cosh a \cdot \cosh b$	$= \frac{1}{2} [\cosh(a+b) + \cosh(a-b)]$
	$\sinh a \cdot \sinh b$	$= \frac{1}{2} [\cosh(a+b) - \cosh(a-b)]$

T-formules ($t = \tanh \frac{a}{2}$)

$\sinh a$	$= \frac{2t}{1-t^2}$
$\cosh a$	$= \frac{1+t^2}{1-t^2}$
$\tanh a$	$= \frac{2t}{1+t^2}$

Verband tussen goniometrische en hyperbolische functies

$\sin(ia)$	$i \sinh a$
$\cos(ia)$	$\cosh a$
$\tan(ia)$	$i \tanh a$
$\sinh(ia)$	$i \sin a$
$\cosh(ia)$	$\cos a$
$\tanh(ia)$	$i \tan a$

Ln-vorm van inverse hyperbolische functies

$\operatorname{arccosh} a$	$= \ln(a + \sqrt{a^2 - 1})$
$\operatorname{arsinh} a$	$= \ln(a + \sqrt{a^2 + 1})$
$\operatorname{arctanh} a$	$= \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+a}{1-a} \right)$