

Formularium Systeemtheorie

Oplossing van de lineaire homogene differentievergelijking

$$\sum_{i=0}^n a_i y[k+i] = 0 \text{ voor } k \geq 0 \text{ met beginvoorwaarden } y[0], y[1], \dots, y[n-1]. \quad (2.2.8)$$

de *karacteristieke vergelijking* is de veelterm van graad n met n wortels r_1, r_2, \dots, r_n $\sum_{i=0}^n a_i r^i = 0.$ (2.2.9.b)

Als de wortels niet samenvallen, dan is de algemene oplossing $y[k] = \sum_{i=1}^n c_i r_i^k$ voor $k \geq 0.$ (2.2.10)

De constanten c_i kunnen bepaald worden uit de beginvoorwaarden

$$\begin{bmatrix} y[0] \\ y[1] \\ \dots \\ y[n-1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ r_1 & r_2 & \dots & r_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_1^{n-1} & r_2^{n-1} & \dots & r_n^{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{bmatrix} \quad (2.2.11.b)$$

Voor twee complex toegevoegde getallen r_i en r_{i+1}

$$\begin{aligned} r_i &= R e^{j\phi}, c_i = R_0 e^{j\phi_0} \\ r_{i+1} &= R e^{-j\phi}, c_{i+1} = R_0 e^{-j\phi_0}, \end{aligned} \quad (2.2.17)$$

wordt de bijdrage in de oplossing (2.2.11)

$$c_i r_i^k + c_{i+1} r_{i+1}^k = 2R_0 R^k \cos(k\phi + \phi_0). \quad (2.2.18)$$

Oplossing van de lineaire differentievergelijking met rechterlid (niet-homogene lineaire differentievergelijking)

$$\sum_{i=0}^n a_i y[k+i] = \sum_{i=0}^n b_i u[k+i] \text{ met gegeven rechterlid } u[k] \text{ en beginvoorwaarden } y[0], y[1], \dots, y[n-1] \quad (2.2.19)$$

Oplossing met de methode van de onbepaalde coëfficiënten afhankelijk van het rechterlid (coëfficiënten α_i en ϕ_0)

rechterlid op ogenblik k	voorgestelde oplossing op ogenblik k	
k	$\alpha_1 k + \alpha_0$	(2.2.28.a)

k^n	$\sum_{i=0}^n \alpha_i k^i$	(2.2.28.b)
a^k	αa^k	(2.2.28.c)
$k^n a^k$	$\left(\sum_{i=0}^n \alpha_i k^i \right) a^k$	(2.2.28.d)
$\cos k\phi$	$\alpha \cos(k\phi + \phi_0)$	(2.2.28.e)
$a^k \cos k\phi$	$\alpha a^k \cos(k\phi + \phi_0)$	(2.2.28.f)
$k^n a^k \cos k\phi$	$\left(\sum_{i=0}^n \alpha_i k^i \right) a^k \cos(k\phi + \phi_0)$	(2.2.28.g)

Als a of $a e^{\pm j\phi}$ een wortel van multiplicititeit i van de karakteristieke veelterm van de differentievergelijking is, moeten de voorgestelde oplossingen met k^i vermenigvuldigd worden.

Oplossing van de toestandsvergelijking

$$\mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}\mathbf{x}[k] + \mathbf{B}\mathbf{u}[k] \quad (2.2.29.a)$$

$$\mathbf{y}[k] = \mathbf{C}\mathbf{x}[k] + \mathbf{D}\mathbf{u}[k] \quad \text{voor } k \geq 0, \mathbf{x}[0] \quad (2.2.29.b)$$

$$\mathbf{x}[k] = \mathbf{A}^k \mathbf{x}[0] + \sum_{i=0}^{k-1} \mathbf{A}^{k-i-1} \mathbf{B} \mathbf{u}[i] \quad (2.2.30.c)$$

$$\mathbf{y}[0] = \mathbf{C}\mathbf{x}[0] + \mathbf{D}\mathbf{u}[0] \quad (2.2.31a)$$

$$\mathbf{y}[k] = \mathbf{C} \mathbf{A}^k \mathbf{x}[0] + \sum_{i=0}^{k-1} \mathbf{C} \mathbf{A}^{k-i-1} \mathbf{B} \mathbf{u}[i] + \mathbf{D} \mathbf{u}[k], k > 0 \quad (2.2.31b)$$

convolutie van twee willekeurige discrete tijd signalen $u[k]$ en $v[k]$ is het discrete tijd signaal $w[k]$

$$w[k] = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} u[i] v[k-i] = u[k] * v[k] \quad (2.3.2 a, b)$$

eigenschappen van de convolutie.

$$1. \text{ Impulssequentie } \delta[k] : u[k] * \delta[k] = u[k] \quad (2.3.6)$$

$$2. \text{ Impulssequentie verschoven over } l \text{ tijdstappen } \delta[k-l] : u[k] * \delta[k-l] = u[k-l] \quad (2.3.7)$$

3. De convolutie-operatie van signalen is *commutatief*: $u[k] * v[k] = v[k] * u[k]$. (2.3.8)

4. De convolutie-operatie is *lineair*: $(\alpha u[k] + \beta v[k]) * w[k] = \alpha u[k] * w[k] + \beta v[k] * w[k]$. (2.3.9)

5. De convolutie-operatie is *associatief*: $(u[k] * v[k]) * w[k] = u[k] * (v[k] * w[k])$. (2.3.10)

Uit de lineariteit en tijdsinvariantie van het systeem verkrijgen we dan de volgende ingangs-uitgangsparen :

ingang		uitgang
$\delta[k]$	\longrightarrow	$h[k]$ (2.3.12)
$\delta[k-i]$	\longrightarrow	$h[k-i]$
$\delta[k-i]u[i]$	\longrightarrow	$h[k-i]u[i]$
$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta[k-i]u[i]$ $= u[k]$	\longrightarrow	$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} h[k-i]u[i]$ $= y[k]$

Tabel 2.3.1 Afleiding van de nultoestandsresponsie op een willekeurige ingang via convolutie met de impulsresponsie

of
$$y[k] = h[k] * u[k] = \sum_{i=-\infty}^k h[k-i]u[i] \quad (2.3.13-14)$$

de impulsresponsie $\mathbf{H}[k]$ van een systeem dat beschreven is door toestandsvergelijkingen (2.2.29)

$$\mathbf{H}[k] = \begin{cases} \mathbf{0} & k < 0 \\ \mathbf{D} & k = 0 \\ \mathbf{C} \mathbf{A}^{k-1} \mathbf{B} & k > 0. \end{cases} \quad (2.3.15)$$

Voor een multivariabel systeem met 2 ingangen en 2 uitgangen

$$\begin{bmatrix} y_1[k] \\ y_2[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}[k] & h_{12}[k] \\ h_{21}[k] & h_{22}[k] \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} u_1[k] \\ u_2[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}[k] * u_1[k] + h_{12}[k] * u_2[k] \\ h_{21}[k] * u_1[k] + h_{22}[k] * u_2[k] \end{bmatrix} \quad (2.3.16)$$

We noemen de *complex toegevoegde* van een complex getal $z=a+jb$

$$\bar{z} = a - jb \quad (2.5.3)$$

Merk op dat er een aantal rekenregels zijn voor deze complexe getallen

$$\begin{aligned} r^2 &= z \bar{z} \\ a &= \operatorname{Re}(z) = (z + \bar{z})/2 \\ b &= \operatorname{Im}(z) = (z - \bar{z})/2 \end{aligned} \quad (2.5.4)$$

Exponentiële notatie van complexe getallen $z = r e^{j\theta} \quad \bar{z} = r e^{-j\theta}$ (2.5.5)

Deze voorstelling is vaak handig voor de berekeningen van vermenigvuldigingen en machten van complexe getallen nl.

$$\begin{aligned} z^k &= r^k e^{jk\theta} \\ \bar{z}^k &= r^k e^{-jk\theta} \\ z^k + \bar{z}^k &= r^k e^{jk\theta} + r^k e^{-jk\theta} = r^k \cos k\theta \end{aligned} \quad (2.5.6)$$

De dubbelzijdige z -getransformeerde $Z\{x[k]\}$ van de sequentie $x[k]$ is

$$Z\{x[k]\} = X(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] z^{-k} . \quad (3.1.1)$$

Het *absolute convergentiegebied* van de z -getransformeerde $X(z)$ van $x[k]$ is het gebied van complexe getallen z waarvoor

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |x[k] z^{-k}| < \infty . \quad (3.1.3)$$

De *enkelzijdige* z -getransformeerde is :

$$X(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} x[k] z^{-k} . \quad (3.1.8)$$

Tabel 3.1.1 : Eigenschappen van de enkelzijdige z -getransformeerde.

Eigenschap	Discrete tijd signaal	z -transformatie	
1. lineariteit	$af[k] + bg[k]$	$aF(z) + bG(z)$	(3.1.9.a)
2. verschuiving naar rechts ($m > 0$)	$f[k - m]$	$z^{-m}F(z)$	(3.1.9.b)
3. convolutie	$\sum_{i=0}^k f[i]g[k-i] = \sum_{i=0}^k f[k-i]g[i]$	$F(z)G(z)$	(3.1.9.c)
4. verschuiving naar links ($m > 0$)	$f[k + m]$	$z^m F(z) - \sum_{i=0}^{m-1} f[i]z^{m-i}$	(3.1.9.d)

5. lopende som	$\sum_{i=0}^k f[i]$	$\frac{z}{z-1} F(z)$	(3.1.9.e)
6. vermenigvuldiging met a^k	$a^k f[k]$	$F(a^{-1}z)$	(3.1.9.f)
7. beginwaarde	$f[0] = \lim_{ z \rightarrow \infty} F(z)$		(3.1.9.g)
8. eindwaarde	$f[\infty] = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)F(z)$ als $(z-1) F(z)$ analytisch is in $ z \geq 1$		(3.1.9.h)
9. periodische reeks	$f[k] = f[k+N]$	$F(z) = \frac{z^N}{z^N - 1} F_1(z)$ met $F_1(z) = \sum_{k=0}^{N-1} f[k] z^{-k}$	(3.1.9.i)
10. afgeleide naar z	$k f[k]$	$-z \frac{dF(z)}{dz}$	(3.1.9.j)
11. hogere afgeleide naar z ($m > 0$)	$k^m f[k]$	$\left(-z \frac{d}{dz}\right)^m F(z)$	(3.1.9.k)

Tabel 3.1.2 : De meest voorkomende enkelzijdige z -transformaties.

discrete tijd sequentie $f[k]$	z -transformatie $F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f[k] z^{-k}, z > R$
1. $\delta[k]$	1
2. $\delta[k-m]$	z^{-m}
3. 1	$\frac{z}{z-1}$
4. k	$\frac{z}{(z-1)^2}$
5. k^2	$\frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$

6. k^3	$\frac{z(z^2 + 4z + 1)}{(z - 1)^4}$
7. k^4	$\frac{z(z^3 + 11z^2 + 11z + 1)}{(z - 1)^5}$
8. k^5	$\frac{z(z^4 + 26z^3 + 66z^2 + 26z + 1)}{(z - 1)^6}$
9. a^k	$\frac{z}{z - a}$
10. ka^k	$\frac{az}{(z - a)^2}$
11. k^2a^k	$\frac{az(z + a)}{(z - a)^3}$
12. k^3a^k	$\frac{az(z^2 + 4az + a^2)}{(z - a)^4}$
13. k^4a^k	$\frac{az(z^3 + 11az^2 + 11a^2z + a^3)}{(z - a)^5}$
14. k^5a^k	$\frac{az(z^4 + 26az^3 + 66a^2z^2 + 26a^3z + a^4)}{(z - a)^6}$
15. $(k + 1)a^k$	$\frac{z^2}{(z - a)^2}$
16. $\frac{(k + 1)(k + 2)a^k}{2!}$	$\frac{z^3}{(z - a)^3}$
17. $\frac{(k + 1)(k + 2)(k + 3)a^k}{3!}$	$\frac{z^4}{(z - a)^4}$
18. $\frac{(k + 1)(k + 2) \dots (k + m)a^k}{m!}$	$\frac{z^{m+1}}{(z - a)^{m+1}}$
19. $\sin k\omega T$	$\frac{z \sin \omega T}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$

20. $\cos k\omega T$	$\frac{z(z - \cos \omega T)}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
21. $a^k \sin k\omega T$	$\frac{az \sin \omega T}{z^2 - 2az \cos \omega T + a^2}$
22. $a^k \cos k\omega T$	$\frac{z(z - a \cos \omega T)}{z^2 - 2az \cos \omega T + a^2}$
23. $\sin(k\omega T + \theta)$	$\frac{z[z \sin \theta + \sin(\omega T - \theta)]}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
24. $\cos(k\omega T + \theta)$	$\frac{z[z \cos \theta - \cos(\omega T - \theta)]}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
25. $ka^k \sin k\omega T$	$\frac{z(z - a)(z + a)a \sin \omega T}{[z^2 - 2az \cos \omega T + a^2]^2}$
26. $ka^k \cos k\omega T$	$\frac{az[z^2 \cos \omega T - 2az + a^2 \cos \omega T]}{[z^2 - 2az \cos \omega T + a^2]^2}$
27. $\sinh k\omega T$	$\frac{z \sinh \omega T}{z^2 - 2z \cosh \omega T + 1}$
28. $\cosh k\omega T$	$\frac{z(z - \cosh \omega T)}{z^2 - 2z \cosh \omega T + 1}$
29. $a^k / k!$	$e^{a/z}$
30. $(\ln a)^k / k!$	$a^{1/z}$
31. $\frac{n!}{(n-k)!k!} a^k b^{n-k}$ voor $k = 0, 1, \dots, n$ en nul erbuiten	$\frac{(bz + a)^n}{z^n}$
32. $\frac{1}{k}$ (voor $k = 1, 2, 3, \dots$)	$\ln\left(\frac{z}{z-1}\right)$
33. $\frac{k(k-1)}{2!}$	$\frac{z}{(z-1)^3}$
34. $\frac{k(k-1)(k-2)}{3!}$	$\frac{z}{(z-1)^4}$

35. $\frac{k(k-1)(k-2)\dots(k-m+1)}{m!}$	$\frac{z}{(z-1)^{m+1}}$
--	-------------------------

de inverse enkelzijdige z -transformatie van $F(z) = \frac{b_n z^n + b_{n-1} z^{n-1} + \dots + b_0}{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_0}$. (3.2.1)

(a) Als de polen p_1, p_2, \dots, p_n van $F(z)$ niet samenvallen, dan kan $F(z)$ ontbonden worden als

$$F(z) = \frac{\sum_{i=0}^n b_i z^i}{a_n (z-p_1)(z-p_2)\dots(z-p_n)} = \alpha_0 + \alpha_1 \left(\frac{z}{z-p_1} \right) + \alpha_2 \left(\frac{z}{z-p_2} \right) + \dots + \alpha_n \left(\frac{z}{z-p_n} \right) \quad (3.2.2)$$

De coëfficiënten $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ worden bepaald uit :

$$\alpha_0 = \frac{b_0}{a_n (-p_1)(-p_2)\dots(-p_n)} \quad (3.2.4)$$

$$\alpha_i = \left[\frac{z-p_i}{z} F(z) \right]_{z=p_i}, i=1,2,\dots,n. \quad (3.2.5)$$

Het discrete tijd signaal is dan (via Tabel 3.1.2)

$$f[k] = \begin{cases} \alpha_0 \delta[k] + \alpha_1 p_1^k + \alpha_2 p_2^k + \dots + \alpha_n p_n^k & k \geq 0 \\ 0 & k < 0. \end{cases} \quad (3.2.6)$$

Als er *samenvallende polen* zijn, dan kan $F(z)$ ontbonden worden als

$$F(z) = \frac{b_n z^n + b_{n-1} z^{n-1} + \dots + b_0}{a_n (z-p_1)^{n_1} (z-p_2)^{n_2} \dots} \quad (3.2.7)$$

$$\begin{aligned} &= \alpha_0 + \frac{\alpha_1 z}{z-p_1} + \frac{\alpha_2 z^2}{(z-p_1)^2} + \dots + \frac{\alpha_{n_1} z^{n_1}}{(z-p_1)^{n_1}} \\ &\quad + \frac{\beta_1 z}{z-p_2} + \frac{\beta_2 z^2}{(z-p_2)^2} + \dots + \frac{\beta_{n_2} z^{n_2}}{(z-p_2)^{n_2}} \\ &\quad + \dots \end{aligned} \quad (3.2.8)$$

Sommige coëfficiënten zoals $\alpha_0, \alpha_{n_1}, \beta_{n_2}, \dots$ kunnen opnieuw eenvoudig bepaald worden :

$$\alpha_0 = [F(z)]_{z=0} = \frac{b_0}{a_n (-p_1)^{n_1} (-p_2)^{n_2} \dots} \quad (3.2.9)$$

$$\alpha_{n_1} = \left[\left(\frac{z-p_1}{z} \right)^{n_1} F(z) \right]_{z=p_1} \quad (3.2.10)$$

$$\beta_{n_2} = \left[\left(\frac{z-p_2}{z} \right)^{n_2} F(z) \right]_{z=p_2}. \quad (3.2.11)$$

$$f[k] = \alpha_0 \delta[k] + \left[\alpha_1 + \alpha_2(k+1) + \dots + \alpha_{n_1} \frac{(k+n_1-1)!}{(n_1-1)!k!} \right] p_1^k + \left[\beta_1 + \beta_2(k+1) + \dots + \beta_{n_2} \frac{(k+n_2-1)!}{(n_2-1)!k!} \right] p_2^k \quad (3.2.12)$$

voor $k \geq 0$

$= 0$ voor $k < 0$.

Tabel 3.2.1 : z -transformatieparen gebruikt bij de inversie via partieelbreuken.

$F(z)$	$f[k], k = 0, 1, 2, \dots$
$\frac{z}{z-a}$	a^k
$\frac{z^2}{(z-a)^2}$	$(k+1)a^k$
$\frac{z^3}{(z-a)^3}$	$\frac{(k+1)(k+2)a^k}{2!}$
$\frac{z^4}{(z-a)^4}$	$\frac{(k+1)(k+2)(k+3)a^k}{3!}$
$\frac{z^{m+1}}{(z-a)^{m+1}}$	$\frac{(k+1)(k+2)\dots(k+m)a^k}{m!}$

Uit de differentievergelijking :

$$Y(z) = \frac{\sum_{i=0}^n b_i z^i}{\sum_{i=0}^n a_i z^i} U(z) + \frac{\sum_{s=1}^n \left(\sum_{j=0}^{n-s} a_{s+j} y[j] - b_{s+j} u[j] \right) z^s}{\sum_{i=0}^n a_i z^i} \quad (3.3.11)$$

met de overdrachtsfunctie

$$H(z) = \left(\sum_{i=0}^n b_i z^i \right) / \left(\sum_{i=0}^n a_i z^i \right) \quad (3.3.19)$$

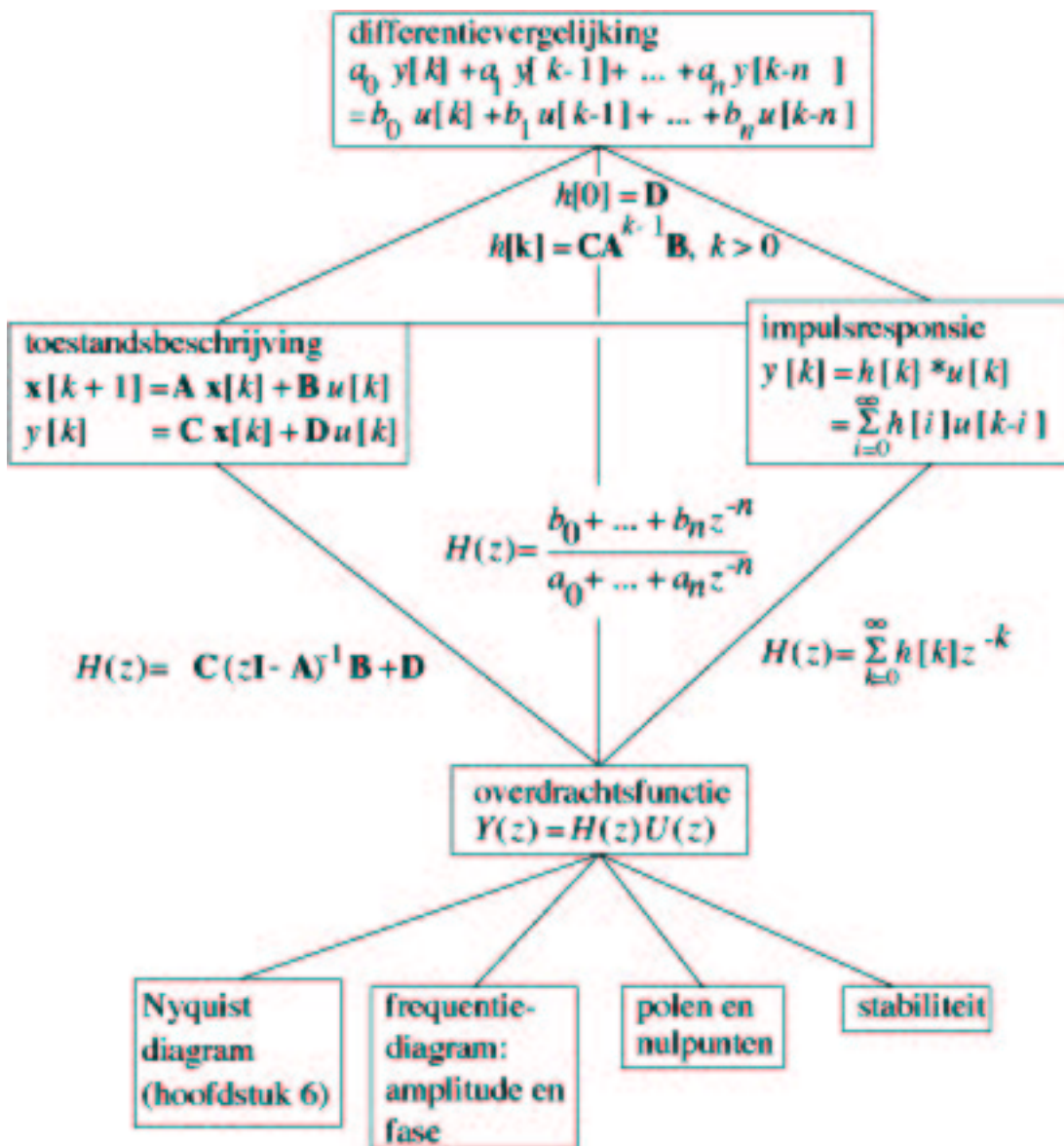
Uit de toestandbeschrijving :

$$\mathbf{X}(z) = z \left(z\mathbf{I} - \mathbf{A} \right)^{-1} \mathbf{x}[0] + \left(z\mathbf{I} - \mathbf{A} \right)^{-1} \mathbf{B} \mathbf{U}(z) \quad (3.3.25)$$

$$\mathbf{Y}(z) = z \mathbf{C} \left(z\mathbf{I} - \mathbf{A} \right)^{-1} \mathbf{x}[0] + \left[\mathbf{C} \left(z\mathbf{I} - \mathbf{A} \right)^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D} \right] \mathbf{U}(z) \quad (3.3.26)$$

met de overdrachtsfunctie

$$\mathbf{H}(z) = \mathbf{C}(z\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (3.3.27)$$



$\mathbf{x} = \mathbf{x}[k]$ is een *evenwichtstoestand* van dit systeem als het systeem in dezelfde toestand blijft (d.w.z. $\mathbf{x}[k] = \mathbf{x}[k+1]$) voor ingang nul ($u[k] \equiv 0$). $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ is altijd een evenwichtspunt. Dit systeem wordt *inwendig stabiel* genoemd in dit evenwichtspunt als voor ingang nul ($u[k] \equiv 0$) en voor elke willekeurige begintoestand $\mathbf{x}[0] = \mathbf{x}_0$ de toestand $\mathbf{x}[k]$ naar nul gaat voor $k \rightarrow \infty$.

het vrije of autonome systeem, is het systeem met ingang $u[k]$ nul of

$$\mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}\mathbf{x}[k]. \quad (4.4.3)$$

Voorwaarde Een systeem met toestandsbeschrijving is inwendig stabiel als en alleen als al de eigenwaarden van de matrix \mathbf{A} een absolute waarde kleiner dan 1 hebben of m.a.w. binnen de eenheidscirkel van het complexe vlak liggen.

De sequentie $f[k]$ is begrensd als er een (eindig) getal M bestaat zodanig dat $|f[k]| \leq M$ voor alle k .

Gegeven een discrete tijd systeem met impulsresponsie $h[k]$, dan wordt dit systeem *ingangs-uitgangsstabiel* genoemd als het systeem voor iedere begrensde ingang met een begintoestand nul ook een begrensde uitgang heeft.

Voorwaarde : Een lineair tijdsinvariant discrete tijd systeem met impulsresponsie $h[k]$ is ingangs-uitgangsstabiel als en

alleen als

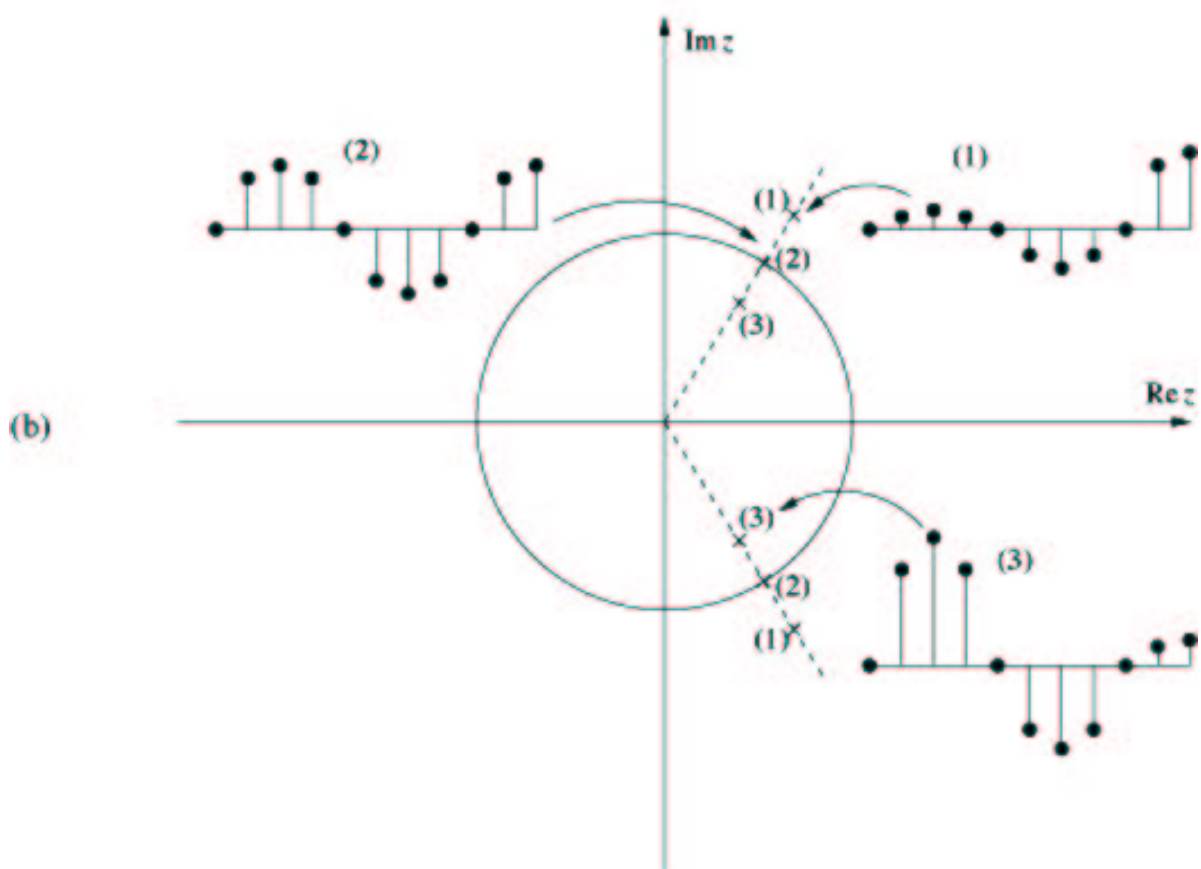
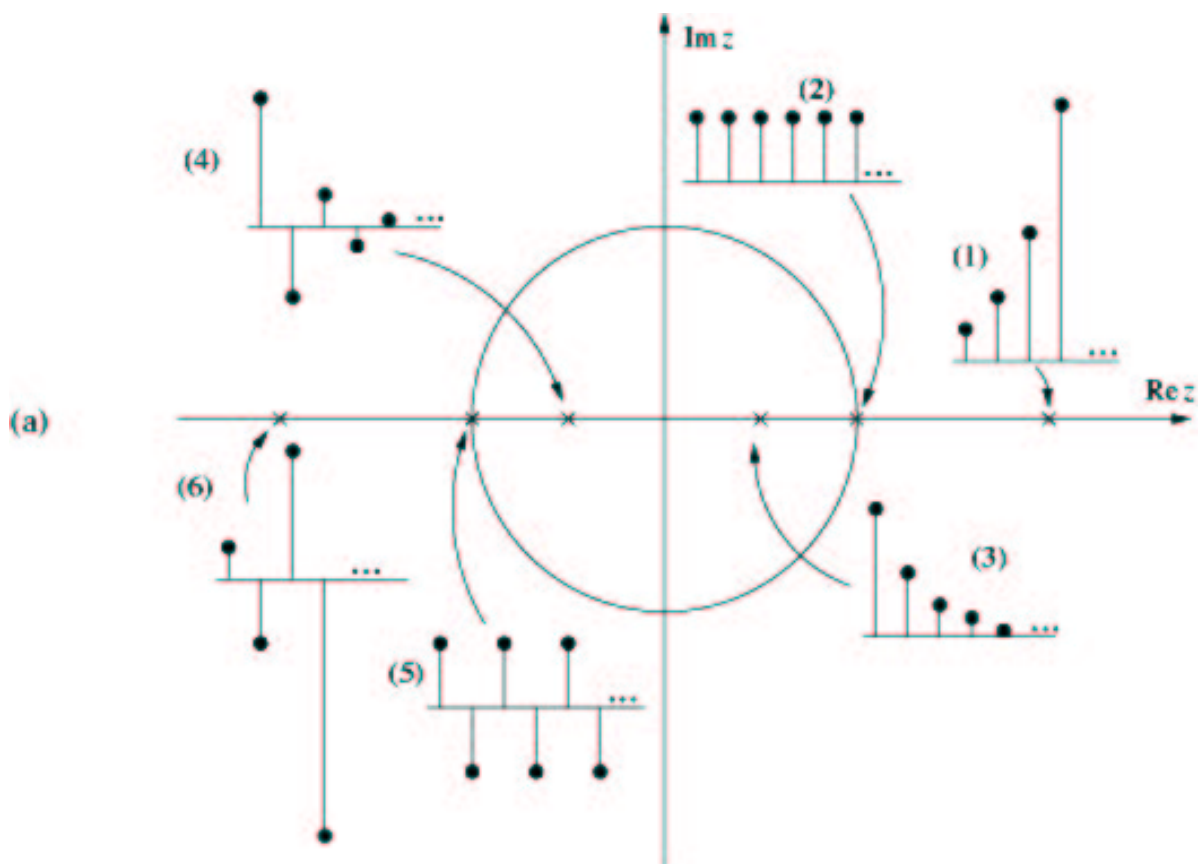
$$\sum_{k=0}^{\infty} |h[k]| < \infty .$$

of als en alleen als de polen van $H(z)$ binnen de eenheidscirkel liggen.


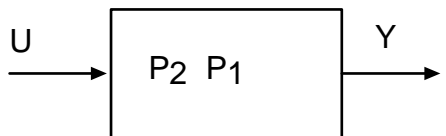
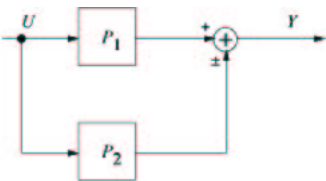
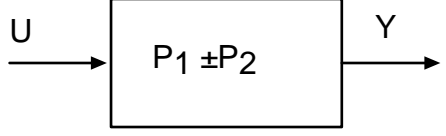

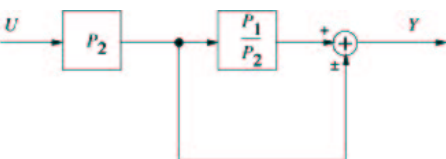
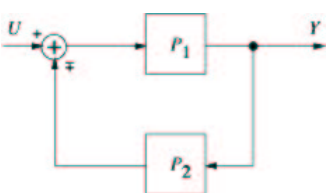
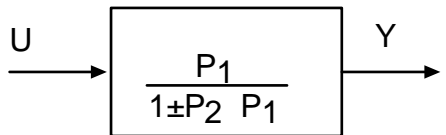
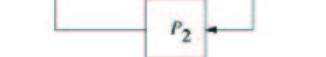
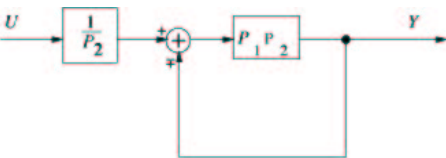
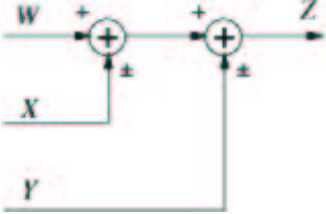
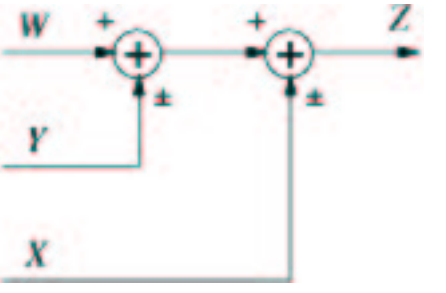
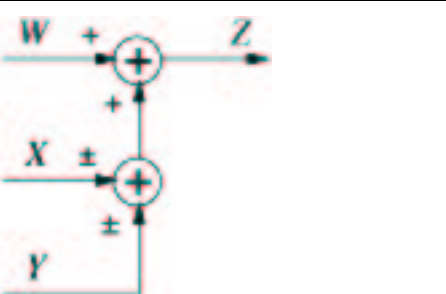
responsie $y[k]$ in het tijdsdomein is dan

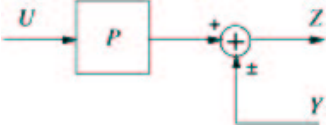
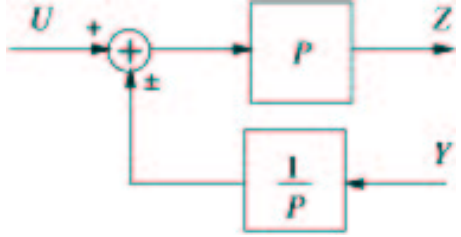
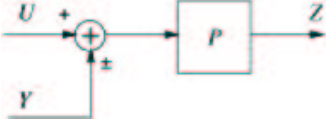
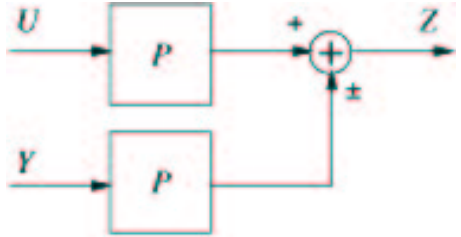

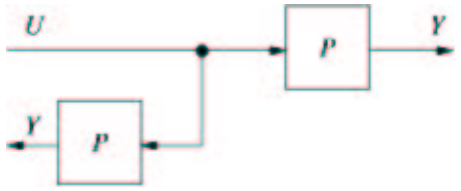
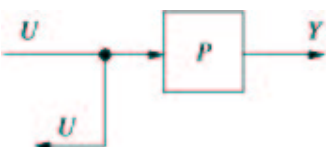
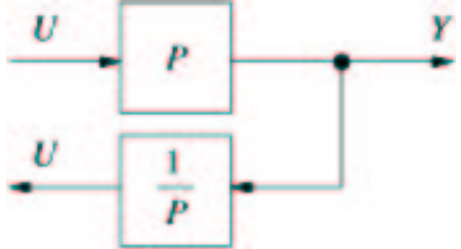
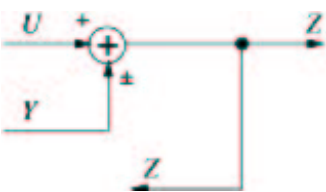
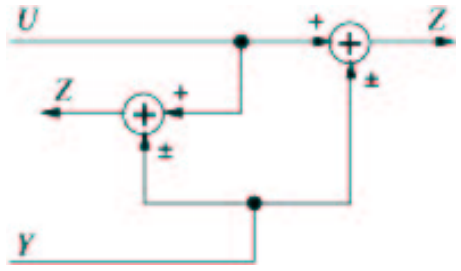
$$y[k] = \left| H(e^{j\omega\pi}) \right| \cos(k\omega\pi + \theta + \angle H(e^{j\omega\pi})) + (d_1 p_1^k + \dots + d_n p_n^k + g \delta[k]) \quad (4.5.7).$$

waarin $\angle p$ het argument of de hoek φ van het complex getal $p = re^{j\varphi}$ voorstelt.



Tabel 4.6.1 : Equivalente blokdiagrammen.

TRANSFORMATIE		VERGELIJKING	BLOKDIAGRAM	EQUIVALENT BLOKDIAGRAM
1	blokken cascade in	$Y=(P_1P_2)U$		
2	blokken parallel in	$Y=P_1U \pm P_2U$		
3	een blok uit een voorwaarts pad verwijderen	$Y = P_1U \pm P_2U$		
4	teruggekoppelde blokken	$Y = P_1(U \mp P_2Y)$		
5	een blok uit een terugkoppeling verwijderen	$Y = P_1(U \mp P_2Y)$		
6a	herschikken van de sommatoren	$Z = W \pm X \pm Y$		
6b				

7	verschuiven van een sommator voor een blok	$Z = PU \pm Y$		
8	verschuiven van een sommator achter een blok	$Z = P(U \pm Y)$		
9	verschuiven van een aftakpunt voor een blok	$Y = PU$		
10	verschuiven van een aftakpunt achter een blok	$Y = PU$		
11	verschuiven van een aftakpunt voor een sommator	$Z = U \pm Y$		
12	verschuiven van een aftakpunt achter een sommator	$Z = U \pm Y$	