

Bölüm 4

4.7: Yatay düzlemde yüzen bir balık, belli bir kayadan, yerdeğiştirme  $\vec{r}_i = (10\mathbf{i} - 4\mathbf{j})$  m olan noktada  $\vec{v}_i = (4\mathbf{i} + 1\mathbf{j})$  m/s hızına sahiptir. Balık 20 s sabit ivmeyle yüzdükten sonra hızı  $\vec{v} = (20\mathbf{i} - 5\mathbf{j})$  m/s dir.

a) ivmenin bileşenleri nedir?

b) i birim vektöre göre ivmenin yönü nedir?

c) Şayet balık başlangıçtaki ivmesini korursa  $t' = 25$  s de nerededir ve hangi yöne hareket etmektedir?

Çözüm

a)  $a_x = ?$   $a_y = ?$

b)  $\theta = ?$

c)  $t' = 25$  s  $\Rightarrow \vec{r} = ?$ ,  $\theta' = ?$

$\vec{r}_i = (10\mathbf{i} - 4\mathbf{j})$  m

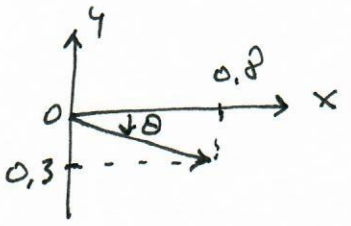
$\vec{v}_i = (4\mathbf{i} + 1\mathbf{j})$  m/s

$\vec{a} = \text{sabit}$

$t = 20$  s  $\Rightarrow \vec{v} = (20\mathbf{i} - 5\mathbf{j})$  m/s

a)  $\vec{v} = \vec{v}_i + \vec{a}t \Rightarrow 4\mathbf{i} + 1\mathbf{j} + \vec{a} \cdot 20 = 20\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$   
 $(20\mathbf{i} - 5\mathbf{j}) = (4\mathbf{i} + 1\mathbf{j}) + \vec{a} \cdot 20 \Rightarrow \vec{a} = 0,8\mathbf{i} - 0,3\mathbf{j} \Rightarrow a_x = 0,8 \text{ m/s}^2$   
 $a_y = -0,3 \text{ m/s}^2$

b)  $\tan \theta = \frac{a_y}{a_x} \Rightarrow \tan \theta = \frac{-0,3}{0,8} \Rightarrow \theta \approx -20,6^\circ$



c)  $\vec{r} = \vec{r}_i + \vec{v}_i t' + \frac{1}{2} \vec{a} t'^2$   
 $\vec{r} = (10\mathbf{i} - 4\mathbf{j}) + (4\mathbf{i} + 1\mathbf{j}) \cdot 25 + \frac{1}{2} (0,8\mathbf{i} - 0,3\mathbf{j}) (25)^2$

$\vec{r} = 10\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 100\mathbf{i} + 25\mathbf{j} + (250\mathbf{i} - 93,8\mathbf{j})$

$\vec{r} = 360\mathbf{i} - 72,8\mathbf{j}$  m

$\tan \theta' = \frac{r_y}{r_x} \Rightarrow \tan \theta' = \frac{-72,8}{360} \Rightarrow \theta' \approx -11,4^\circ$

4.19: Bir futbolcu, topu 36 m uzaklıkta bir kaleye şut çekmekte ve kale balığının yarısı topun 3,05 m yükseklikte olan kale üst direğini sıyrarak gideceğini ummaktadır. Şut çekildiği zaman, top zeminiyle  $53^\circ$  lik açı altında  $20 \text{ m/s}$  lik hızla hareketmektedir.

a) Top kale üst direğinin ne kadar açığından veya yalınından geçerek düşer?

b) Top üst direğe yükseklikten mi yola düşerken mi yollar?

Çözüm

$$x = 36 \text{ m}$$

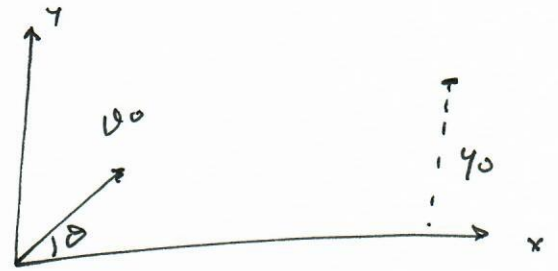
$$y_0 = 3,05 \text{ m}$$

$$\theta_0 = 53^\circ$$

$$u_0 = 20 \text{ m/s}$$

a)  $y = ? \quad \Delta y = y - y_0 = ?$

b)



a) Yörünge denklemini kullanarak; topun 36 m uzaklıkta yenden yüksekliğini bulabiliriz.

$$y = (\tan \theta_0) x - \left( \frac{g}{2u_0^2 \cos^2 \theta_0} \right) x^2$$

$$y = (\tan 53^\circ) \cdot 36 - \left[ \frac{9,8}{2 \cdot (20)^2 \cos^2 53} \right] \cdot (36)^2 \Rightarrow y \approx 3,94 \text{ m}$$

$\Delta y = y - y_0 \Rightarrow \Delta y = 0,89 \text{ m}$  kale direğinin üstünden geçer.

b) Bunun için 36 m uzaklıkta topun hızının y bileşeninin işaretine bakmamız gerekir.

$$u_{0x} = u_0 \cos(53) \Rightarrow u_{0x} = 20 \cdot \cos(53) \Rightarrow u_{0x} \approx 12,0 \text{ m/s}$$

$$u_{0y} = u_0 \sin(53) \Rightarrow u_{0y} = 20 \cdot \sin(53) \Rightarrow u_{0y} \approx 16,0 \text{ m/s}$$

$$x = u_{0x} \cdot t \Rightarrow 36 = 12,0 \cdot t \Rightarrow \underline{t = 3,0 \text{ s}}$$

3 s sonra hızın y bileşeni;

$$u_y = u_{0y} - g t \Rightarrow u_y = 16,0 - 9,8 \times 3,0$$

$$u_y = -13,4 \text{ m/s} \quad \text{Top alçalırken kale direğini geçer.}$$



4.27 :  $0,5 \text{ m}$  yarıçapında bir tekerlek, dakikada 200 devirlik sabit bir hızla dönmektedir. Tekerleğin fırnağı içersisine gömülü (en dış kenarı üzerinde) küçük bir taş parçasının hızını ve ivmesini bulunuz.

Çözüm

$$r = 0,5 \text{ m}$$

$$t = 1 \text{ dak} = 60 \text{ s}$$

$$n = 200 \text{ devir}$$

$$v = ?$$

$$a = a_r = ?$$

Not : Taş  $r$  yarıçaplı çevresinde 1 devirde  $2\pi r$  uzunluğunda yol alır.

Taş sabit hızla hareket ettiği için;

$$s = vt = n(2\pi r) ; a = a_r \text{ dir.}$$

$$v \cdot t = n \cdot (2\pi r) \Rightarrow v = \frac{200 \cdot (2 \cdot 3,14 \cdot 0,5)}{60}$$

Düzensiz dairesel harekette ;  $v \approx 10,5 \text{ m/s}$

$$a = a_r = \frac{v^2}{r} \Rightarrow a = \frac{(10,5)^2}{0,5} \Rightarrow a \approx 221 \text{ m/s}^2$$

4.31 : Bir teker

4.32 : Sürati  $0,6 \text{ m/s}^2$  lik bir değerle artan otomobil,  $20 \text{ m}$  yarıçaplı dairesel bir yol boyunca gitmektedir.

Otomobilin anı hızı  $4 \text{ m/s}$  olduğu zaman;

a) Teğetsel ivme bileşenini

b) Merkezil ivme bileşenini

c) Toplam ivmenin büyüklüğünü bulun.

$$r = 20 \text{ m} \quad a) \quad a_t = \frac{dv}{dt} \Rightarrow a_t = 0,6 \text{ m/s}^2$$

$$v = 4 \text{ m/s} \quad b) \quad a_r = \frac{v^2}{r} \Rightarrow a_r = \frac{4^2}{20} \Rightarrow a_r = 0,8 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} \Rightarrow a = \sqrt{0,6^2 + 0,8^2} \Rightarrow a = 1,0 \text{ m/s}^2$$

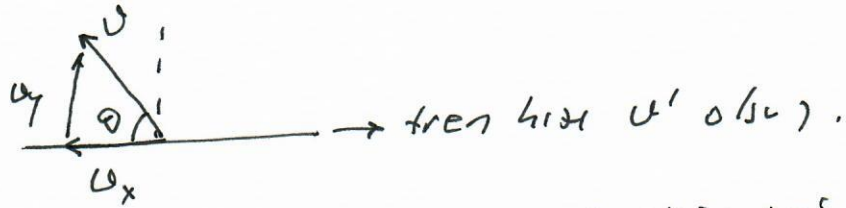
4.43 : Bir fen öğrencisi,  $10 \text{ m/s}$  lik sabit bir hızla düz, yatay bir ray boyunca giden trenin üstü asılı yük vagonunda. Öğrenci yatayla  $60^\circ$  lik açı yaptığını tahmin ettiği bir anda ve trenin gittiği aynı yönde havaya bir top fırlatır. Vagonun yanında yerde duran öğrencinin öğretmeni, topun düşey olarak yükseldiğini görür. Top ne kadar yükselebilir?

Çözüm

$$u' = u'_x = 10 \text{ m/s}$$

$$\theta = 60^\circ$$

$$\Delta y = y - y_i = ?$$



Burada öğretmen topun düşey olarak yükseldiğini görüyorsa  $u_{xi} = u'_x = 10 \text{ m/s}$  dir. Buradan hareketle topun başlangıç hızının y bileşenini ( $u_{yi}$ ) hesaplayabiliriz.

$$\tan \theta = \frac{u_{yi}}{u_{xi}} \Rightarrow u_{yi} = u_{xi} \tan(60^\circ) \Rightarrow u_{yi} \approx 17,3 \text{ m/s}$$

$$\Delta y = u_{yi} t - \frac{1}{2} g t^2; \quad u_y = u_{yi} - g t \Rightarrow \text{Cismin (topun) sıfırlanacağı noktasında maksimum yükseklikte } u_y = 0 \text{ dir.}$$

$$0 = 17,3 - 9,8 \cdot t \Rightarrow t \approx 1,77 \text{ s : Topun yükselme süresi}$$

$$\Delta y = 17,3 \times 1,77 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 (1,77)^2$$

$$\Delta y \approx 15,3 \text{ m} \quad \text{Atış noktalarına göre topun sıfırlanacağı noktasında maksimum yükseklik.}$$



4.49: Bir beyzbol oyununda oyuncu, top kendi sahasından 130 m uzakta ve 21 m yüksekliğindeki bir duvarı sıyırarak aşacak şekilde vuruş yapar. Topa yatayla  $35^\circ$  lik bir açıyla vurulmakta ve kare dairesi ihmal edilmektedir.

a) Topun ilk hızının büyüklüğünü,

b) Topun duvara ulaşması için geçen zamanı

c) Duvara ulaştığı zaman topun hız bileşenlerini ve büyüklüğünü bulunuz. (Topa yenden 1 m yükseklikte vurulduğunu kabul ediniz.)

Gözüm

$$x = 130 \text{ m}$$

$$\Delta y = y = 21 - 1 = 20 \text{ m}$$

$$\theta_0 = 35^\circ$$

$$a) u_0 = ?$$

$$b) t = ?$$

$$c) u_x = ? \quad u_y = ? \quad u = ?$$

a) Yörünge denklemlerinden;

$$y = (\tan \theta_0) x - \left( \frac{g}{2u_0^2 \cos^2(\theta_0)} \right) x^2$$

$$20 = \tan(35) \times 130 - \left( \frac{9.8}{2u_0^2 \cos^2(35)} \right) (130)^2$$

$$20 = 91.0 - \frac{123411}{u_0^2} \Rightarrow u_0 \approx 41.7 \text{ m/s}$$

→

b) İki şekilde yapabiliriz

$$1) x = u_{0x} \cdot t \quad (\text{kolay yol})$$

$$2) y = u_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (\text{ikinci dereceden denklem çözmek gerekir})$$

$$u_{0x} = u_0 \cos \theta_0 \Rightarrow u_{0x} = 41.7 \times \cos(35) \Rightarrow u_{0x} \approx 34.2 \text{ m/s}$$

$$x = u_{0x} t \Rightarrow 130 = 34.2 \times t \Rightarrow t = 3.80 \text{ s}$$

$$c) u_x = u_{0x} = 34.2 \text{ m/s}$$

$$u_y = u_{0y} - g t \Rightarrow u_{0y} = u_0 \sin(35) \Rightarrow u_{0y} = 41.7 \times \sin(35)$$

$$u_{0y} \approx 23.9 \text{ m/s}$$

$$u_y = 23.9 - 9.8 \times 3.80$$

$$u_y \approx -13.3 \text{ m/s}$$

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \Rightarrow u = \sqrt{(34.2)^2 + (-13.3)^2}$$

$$u \approx 36.7 \text{ m/s}$$

4.55: Bir futbolcu bir topu, düz bir alanda yatay olarak maksimum 40 m uzağa atabilmektedir. Futbolcu aynı topu dikey olarak ne kadar uzağa atabilir? Kaskının her durumda topa aynı hız verdiğini varsayınız.

Çözüm

$$x = x_{\max} = R = 40 \text{ m}$$

$$y = y_{\max} = ?$$

Bir eğik atış probleminde menzil uzaqlığı ve cimin şubutkeceği yükseklik ifadeleri

$$R = \frac{u_i^2 \sin(2\theta_i)}{g} \quad \text{ve} \quad y = \frac{u_i^2 \sin^2(\theta_i)}{2g}$$

ifadeleri ile verilir.

$$R = x_{\max} \Rightarrow \sin(2\theta_i) = 1 \Rightarrow \theta_i = 45^\circ \text{ olmalı. Dolayısıyla}$$

$$x_{\max} = \frac{u_i^2}{g} = 40 \text{ m dir.}$$

$$\text{Top dikey olarak atıldığı zaman } y = \frac{u_i^2 \sin^2(\theta_i)}{2g} \text{ de } \theta_i = 90^\circ \text{ dir.}$$

$$\text{Böylece } y = \frac{u_i^2}{2g} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \left( \frac{u_i^2}{g} \right) \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 40 \Rightarrow y = 20 \text{ m olur.}$$

4.58: Bir futbol topuyla, yatayla  $30^\circ$  lik açıda  $20 \text{ m/s}$  lik hızla kaleciye doğru şut çekilmektedir. O anda kaleci, şut çeken oyuncudan  $20 \text{ m}$  uzaktaadır. Kaleci topun çıktığı seviyede topu yakalamak için hangi yönde ve hangi sesik hızla koşmalıdır?

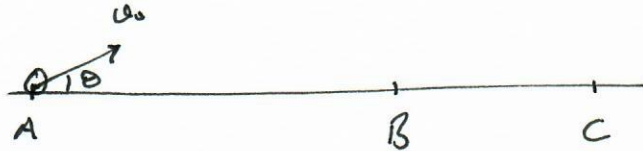
Çözüm

$$\theta_0 = 30^\circ$$

$$u_0 = 20 \text{ m/s}$$

$$\overline{AB} = 20 \text{ m}$$

$$u = ?$$



$$\text{Topun menzil/uzaklığı} \quad \overline{AC} = R = \frac{u_0^2 \sin(2\theta_0)}{g}$$

$$\overline{AC} = R = \frac{20^2 \sin(60^\circ)}{9.8} \Rightarrow \overline{AC} = R \approx 35.3 \text{ m}$$

$$\overline{AC} = R = u_{0x} \cdot t \quad ; \quad u_{0x} = u_0 \cos(30^\circ) \Rightarrow u_{0x} = 20 \cdot \cos(30^\circ) \Rightarrow u_{0x} \approx 17.3 \text{ m/s}$$

$$35.3 = 17.3 \cdot t \Rightarrow t = 2.04 \text{ s} \quad \left( \text{Kaleci topu yakalamak için bu kadar süre sesik hızla koşmalıdır} \right)$$

$$\overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB} \Rightarrow \overline{BC} = 15.3 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = u_c \cdot t \Rightarrow 15.3 = u_c \cdot (2.04) \Rightarrow u_c = 7.50 \text{ m/s}$$

Kaleci  $B \rightarrow C$  'ye  $7.50 \text{ m/s}$  sesik hızla koşmalıdır.