
Bu ders, Pamukkale Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü tarafēndan diĵ er fakültelerde ortak okutulan Genel Fizik-I dersi için hazērlanmēktēr.

Ana kaynak kitap olarak resimdeki ders kitabē takip edilecektir.

@PauFizik

PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ
1992
FİZİK BÖLÜMÜ

https://www.pau.edu.tr/fizik

# BÖLÜM-10

## Katı Cismin Sabit Bir Eksen Etrafında Dönmesi

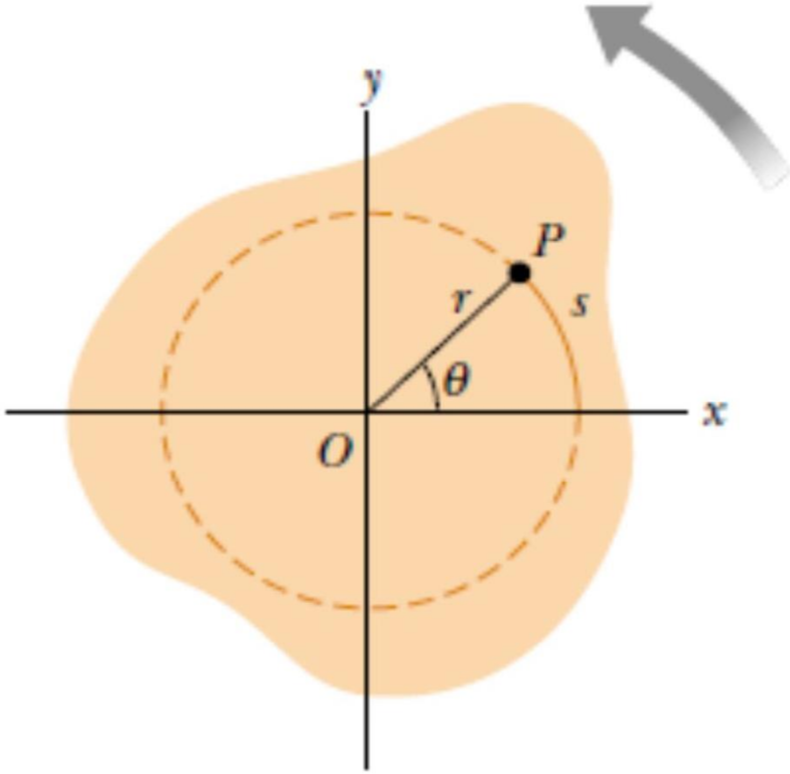
Bu bölüm kapsamında aşağıdaki konulara değinilecektir:

- Açısal Yerdeğiştirme, Hız ve İvme
- Dönme Kinematiği ve Sabit Açısal İvmeli Dönme Hareketi
- Açısal ve Doğrusal Nicelikler
- Dönme Enerjisi
- Eylemsizlik Momentinin Hesabı
- Tork
- Tork ve Açısal İvme Arasındaki Bağıntı
- Dönme Hareketinde İş, Güç ve Enerji

ķekli bozulmayan veya bütün parçacēk çiftleri arasēndaki uzaklēklarēn sabit olduĵu bir cisme ya da üzerindeki tüm noktalarēn birbirlerine göre hareket etmediĵi cisme **katē cisim** adē verilir.

## AÇISAL YERDEĴ ķķTķRME, HIZ VE ķVME

ķekilde *O* noktasēndan geçen ve ķekil düzlemine dik olan sabit bir eksen (*z*-ekseni) etrafēnda dönen düzlemsel katē bir cisim görülmektedir.



Cismin milyonlarca parçacığından biri olan $P$ noktasındaki parçacık merkezden sabit bir $r$ uzaklığında ve $r$ yarıçaplı dairesel bir yörüngede hareket etmektedir. Burada $r$, orijinden $P$ noktasına olan uzaklık ve $\theta$ pozitif $x$ ekseninden itibaren saatin dönme yönünün tersinde ölçülen bir açı olmak üzere, $P$ noktasının koordinatlarını kutupsal koordinatlar cinsinden $(r, \theta)$ göstermek daha uygun olur. Burada $r$ sabit olduğu için tek değişken $\theta$ açısıdır. Bir parçacık, pozitif $x$ ekseninden $(\theta = 0)$ bir yay boyunca $P$ noktasına $s$ yay parçası kadar yer değiştirirse, bu yerdeğiştirme ile ona karşılık gelen açı arasındaki bağıntı

$$s = r\theta \quad \Longrightarrow \quad \theta = \frac{s}{r}$$

şeklindedir. Burada $\theta$, aslında boyutsuz bir sayı olmasına rağmen yaygın olarak birimi **radyan** (rad) olarak alınır. Bir dairenin çevresi $2\pi r$ olduğundan, $360^0$, $2\pi r/r \;\; radyan = 2\pi\, rad$ (bir devir)'lik açıya karşılık gelir. Buradan $1\, rad = 360^0/2\pi \approx 57{,}3^0$ olur. Derece cinsinden verilmiş açıyı radyana çevirmek için

$$\theta(rad) = \frac{\pi}{180^0}\theta(derece)$$

κeklinde yapēlēr.

**Örnek:** $60^0$'lik açı ve $45^0$'lik açı radyan cinsinden sırasıyla,

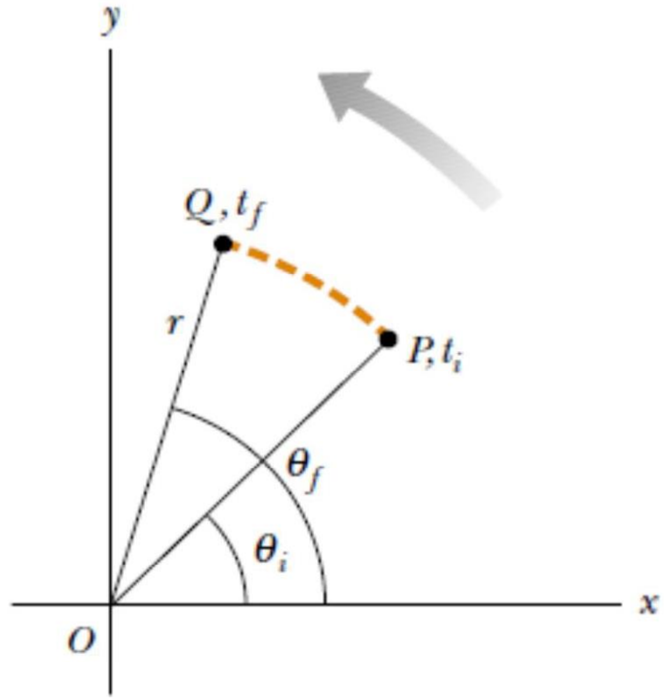
$$\theta(rad) = \frac{\pi}{180^0}60^0 \qquad \Longrightarrow \qquad \theta(rad) = \frac{\pi}{3}\, rad$$

ve

$$\theta(rad) = \frac{\pi}{180^0}45^0 \qquad \Longrightarrow \qquad \theta(rad) = \frac{\pi}{4}\, rad$$

olarak bulunur.

Bir parçacık, şekildeki gibi, $\Delta t$ zaman aralığında $P$'den $Q$'ya giderken yarıçap vektörü $\Delta\theta = \theta_s - \theta_i$ açısını tarar; bu nicelik parçacığın, **açısal yerdeğiştirmesi** olarak tanımlanır:




$$\Delta\theta = \theta_s - \theta_i$$

Parçacığın **ortalama açısal hızı ($\overline{\omega}$)** ise,

$$\overline{\omega} = \frac{\theta_s - \theta_i}{t_s - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

ʂeklindedir.

Parçacığın **ani açısal hızı ( )** ise,

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

olur. Açısal hızın birimi $\boldsymbol{rad/s}$ veya $\boldsymbol{s^{-1}}$ olur. Dönme açısı $\theta$ artarken (**saat ibresinin tersi yönündeki hareket**) $\omega$ **pozitif**, $\theta$ azalırken ise (**saat ibresi yönündeki hareket**) $\omega$ **negatif** olarak alınır.

Kinematiktekine benzer şekilde, bir parçacığın **ortalama açısal ivmesi**

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega_s - \omega_i}{t_s - t_i} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

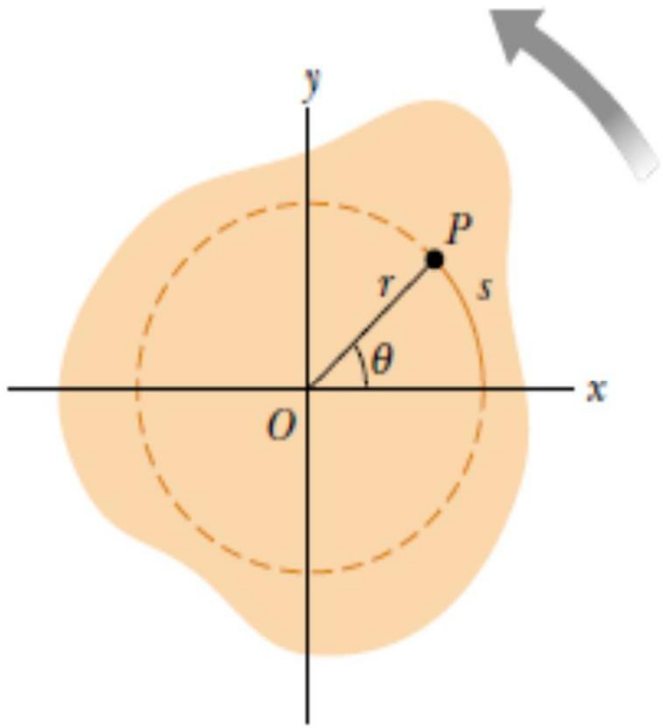
şeklinde verilirken, **ani açısal ivmesi** de

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

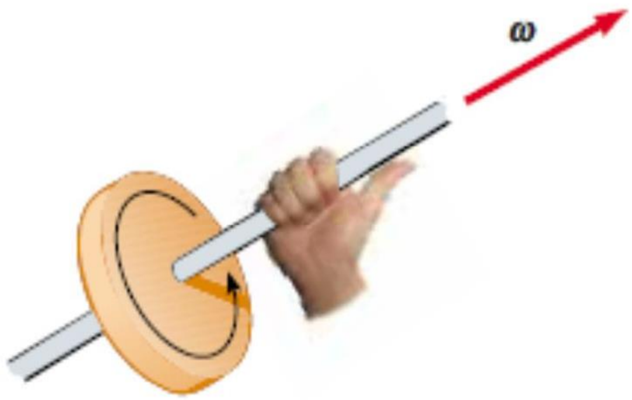
olur. Açısal ivmenin birimi ise $rad/s^2$ veya $s^{-2}$ şeklinde tanımlanır. Dönme hareketi, **saat yönünün tersi yönünde olursa** $\omega$ artacağından $\alpha$ **pozitif**, **saat yönünde olursa** $\omega$ azalacağından $\alpha$ **negatif** olur.

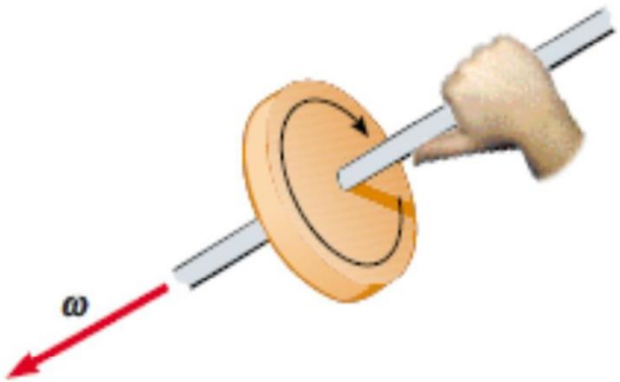
**Sabit bir eksen etrafında dönerken, katı cisim üzerindeki her parçacığın açısal hızı ve açısal ivmesi aynı olur**.

Şu ana kadar açısal hız ve açısal ivmenin sadece büyüklükleri ile ilgilenildi ama yönleri hakkında henüz fazla bir şey söylenilmedi. Cisim, şekildeki gibi, *xy* düzleminde dönüyorsa, $\omega$'nin yönü; dönme, saat ibresinin tersi yönünde olursa düzlemden dışarı, saat ibresi yönünde olursa düzlemden içeri doğru alınır.



Bunu daha iyi göstermek için, şekilde gösterildiği gibi **sağ el kuralı** kullanılır. Sağ elin dört parmağı dönme eksenini kavrayıp bükülürse, yana açılan baş parmak $\omega$’nin yönünü gösterir. Açısal ivme ise, $d\omega/dt$ ile tanımlandığı için, $\omega$ zamanla artarken **aynı yönde**, $\omega$ zamanla azalırken **zıt yönde** olur.



# DÖNME KİNEMATİĞİ: SABİT AÇISAL İVMELİ DÖNME HAREKETİ

Doğrusal harekete benzer şekilde, sabit bir eksen etrafındaki dönme hareketinde de incelenecek en basit ivmeli hareket, sabit açısal ivmeli harekettir. Sabit açısal ivmeli hareket için,

$$d\omega = \alpha dt \quad \Longrightarrow \quad \int_{\omega_i}^{\omega_s} d\omega = \int_0^t \alpha dt \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{\omega_s = \omega_i + \alpha t}$$

$$d\theta = \omega dt \quad \Longrightarrow \quad \int_{\theta_i}^{\theta_s} d\theta = \int_0^t (\omega_i + \alpha t) dt \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{\theta_s = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2}$$

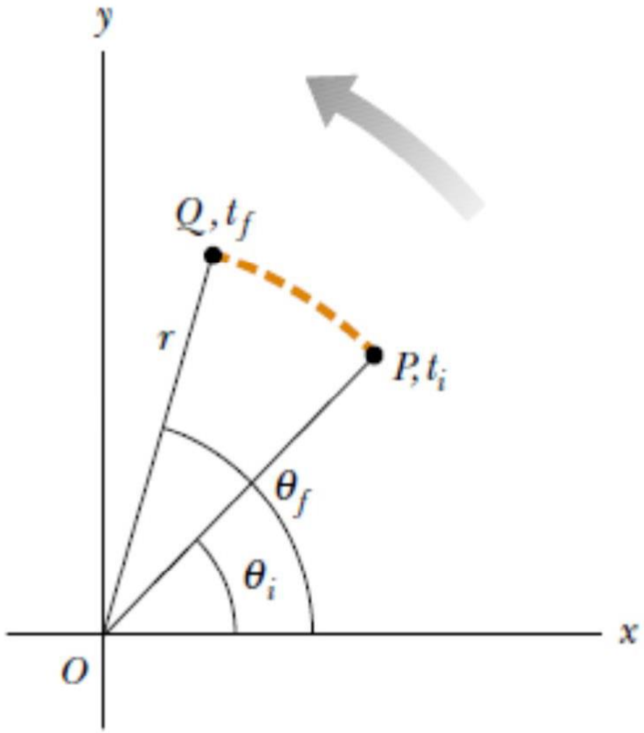
ifadeleri bulunur. Bu iki eşitlikten *t* yok edilerek,

$$\boldsymbol{\omega_s^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_s - \theta_i)}$$

ifadesi bulunur.

| **Sabit Eksen Etrafēnda Dönme Hareketi** | **Doĵrusal Hareket** |
|---|---|
| $\omega_s = \omega_i + \alpha t$ | $v_s = v_i + at$ |
| $\theta_s = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ | $x_s = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$ |
| $\omega_s^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_s - \theta_i)$ | $v_s^2 = v_i^2 + 2a(x_s - x_i)$ |

**Örnek 10-1:** Bir tekerlek, $3{,}50\ rad/s^2$'lik sabit açısal ivme ile dönmektedir. $t = 0$'da tekerleğin açısal hızı $2{,}00\ rad/s$ ise,




a) t = 2 sôde teker ne kadarlēk açē döner?

b) t = 2 s sonra açēsal hēz nedir?

c) Tekerleĵ in t = 2 s ve t = 3 s zamanlarē arasēnda döndüĵ ü açēyē bulunuz.

**Çözüm 10-1:**

**a)** $$\theta_s - \theta_i = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = (2\ rad/s)(2\ s) + \frac{1}{2}(3{,}5\ rad/s^2)(2\ s)^2$$

$$\theta_s - \theta_i = 11{,}0\ rad = (11\ rad)(57{,}3\ ^0/rad) = 630^0$$

$$\theta_s - \theta_i = \frac{630^0}{360^0/devir} = 1{,}75\ devir$$

**b)** $$\omega_s = \omega_i + \alpha t = 2\, rad/s + (3{,}5\, rad/s^2)(2\, s) = 9 rad/s$$

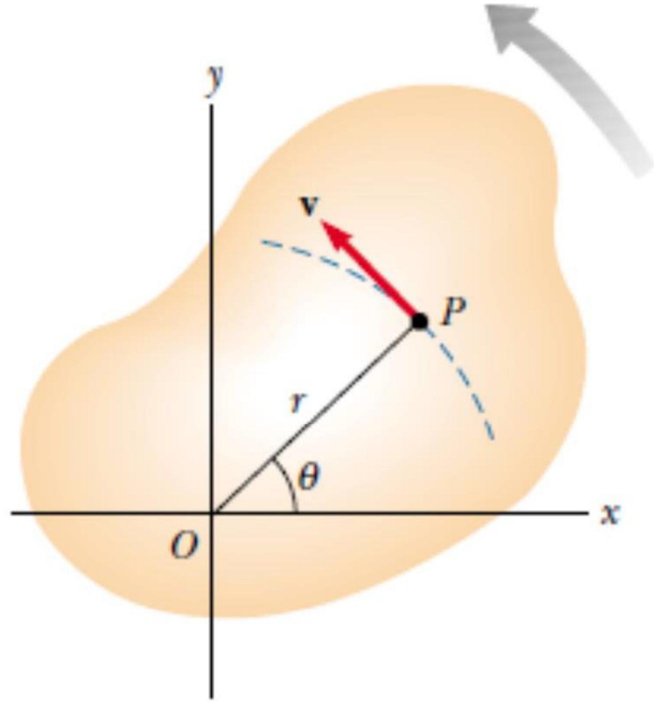
**c)** $$\theta_s - \theta_i = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = (2\, rad/s)(3\, s) + \frac{1}{2}(3{,}5\, rad/s^2)(3\, s)^2$$

$$\theta_s - \theta_i = 21{,}8\, rad$$

$$\Delta\theta = \theta_{t=3\,s} - \theta_{t=2\,s} = 21{,}8\, rad - 11{,}0\, rad = 10{,}8\, rad$$

# AÇISAL VE DOĞRUSAL NİCELİKLER

Katı cisim sabit bir eksen etrafında döndüğünde, cisim üzerindeki her parçacığın, şekildeki gibi merkezi dönme ekseni olan bir daire üzerinde hareket ettiğini unutmayarak, dönen bir cismin açısal hızı ve ivmesi ile, cisim üzerinde bir noktanın çizgisel (lineer) hızı ve ivmesi arasında bazı kullanışlı bağıntılar türetilebilir.




Dönen bir cismin açısal hızı ile, cisim üzerindeki *P* noktasının teğetsel hızı *v* arasında,

$$v = \frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt} \qquad \Longrightarrow \qquad \boldsymbol{v = r\omega}$$

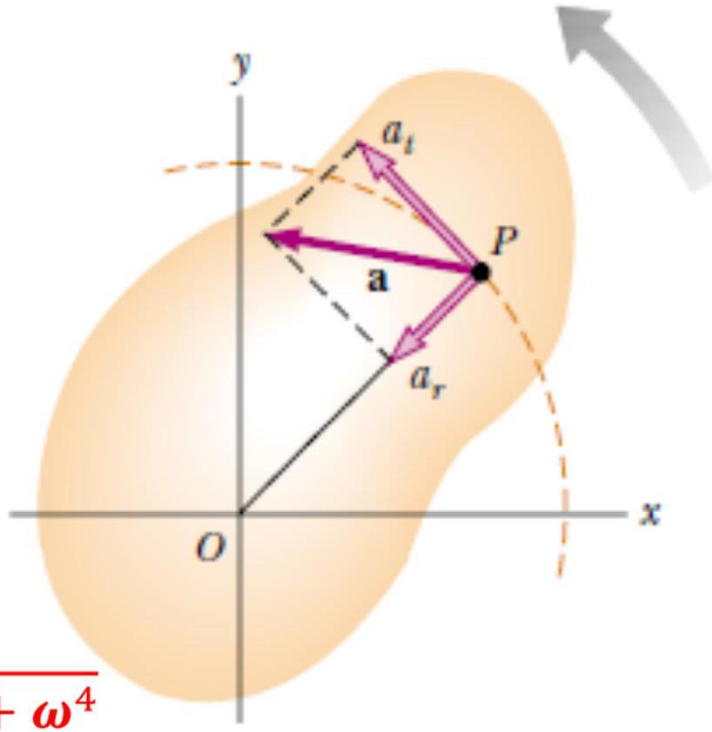
bağıntısı vardır. Buna göre, **katı cisim üzerindeki her noktanın açısal hızı aynı olmakla birlikte, çizgisel hızı aynı değildir**. Dönen katı cismin açısal ivmesi ile, *P* noktasının teğetsel ivmesi arasında ise,

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{a_t = r\alpha}$$

bağıntısı vardır.

Dairesel bir yörüngede dönen bir noktanın, merkeze yönelik merkezcil ivmesi ise

$$a_r = \frac{v^2}{r} \quad \text{ve} \quad v = r\omega \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{a_r = r\omega^2}$$



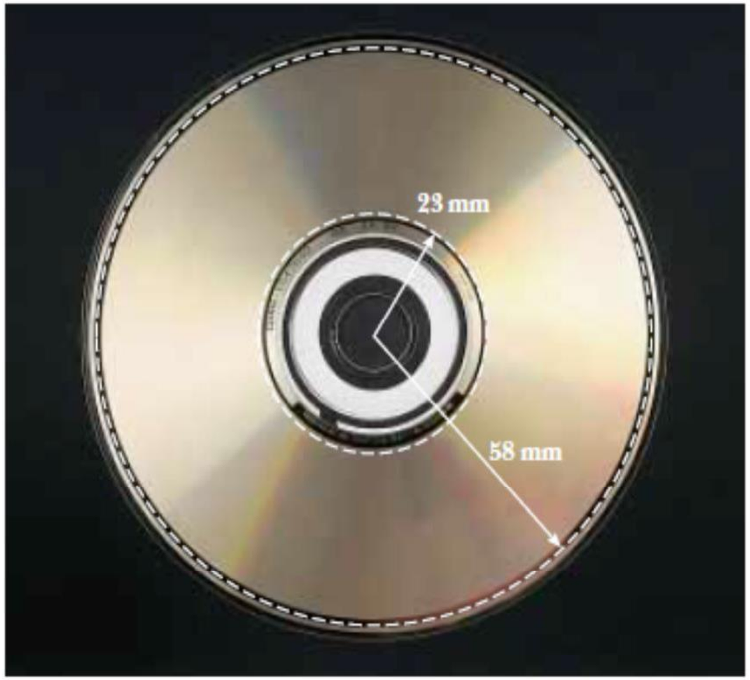

olur. Parçacığın toplam çizgisel ivmesi ise,

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_r$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = \sqrt{r^2\alpha^2 + r^2\omega^4} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{a = r\sqrt{\alpha^2 + \omega^4}}$$

ile verilir.

**Örnek 10-2:** Bir kompakt diskte ses bilgileri, disk yüzeyinde, bir seri çukur ve düz alanlarda depolanır ve lazer ve mercek sistemiyle bu bilgiler tekrar sese dönüşür. Lazer-mercek sistemi disk üzerinde yarıçap boyunca hareket ederken açısal hız değişir. Şekilde görüldüğü gibi, tipik bir CD disk saatin tersi yönünde döner ve lazer-mercek sistemi noktasında yüzeyin sabit hızı 1,3 *m/s*'dir.




a) Diskin iç tarafından ($r_i = 23\,mm$) ve dış tarafından ($r_d = 58\,mm$) bilgiler okunurken, diskin açısal hızını devir başına dakika olarak iç ve dış noktada bulunuz.

b) Standart bir CD nin maksimum çalma süresi 74 dakika 33 saniyedir. Bu sürede disk kaç devir yapar?

c) Bu sürede izin aldĝ ēyol nedir?

d) Bu sürede CD nin açēsal ivmesi nedir? (Ŭōyē sabit kabul ediniz.)

**Çözüm 10-2:**

**a)** Kç hēz için;

$$v = r\omega \quad \Longrightarrow \quad \omega_i = \frac{v}{r_i} = \frac{1{,}3\ m/s}{2{,}3 \times 10^{-2}\ m} = 56{,}5\ rad/s$$

$$\omega_i = (56{,}5\ rad/s)\left(\frac{1}{2\pi}\ dev/rad\right)(60\ s/dak)$$

$$\omega_i = 5{,}4 \times 10^2\ devir/dak$$

Dēk hēz için;

$$\omega_d = \frac{v}{r_d} = \frac{1{,}3\ m/s}{5{,}8 \times 10^{-2}\ m} = 22{,}4\ rad/s$$

$$\omega_d = (22{,}4\ rad/s)\left(\frac{1}{2\pi}\ dev/rad\right)(60\ s/dak)$$

$$\omega_d = 2{,}1 \times 10^2\ devir/dak$$

**b)** Açısal hızın daima sabit bir $\alpha$ ile azaldığını hatırlayarak,

$$t = 74\, dak \times 60\ s/dak + 33\ s = 4473\ s$$

ilk açısal konum $\theta_i = 0$ olmak üzere,

*(Denklem10.7ôden Ŭôyē çekip 10.8ôde kullanarak)

$$\theta_s = \theta_i + \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_s)t$$

$$\theta_s = 0 + \frac{1}{2}(540\, dev/dak + 210 dev/dak)(1\, dak/60\, s)(4473\ s)$$

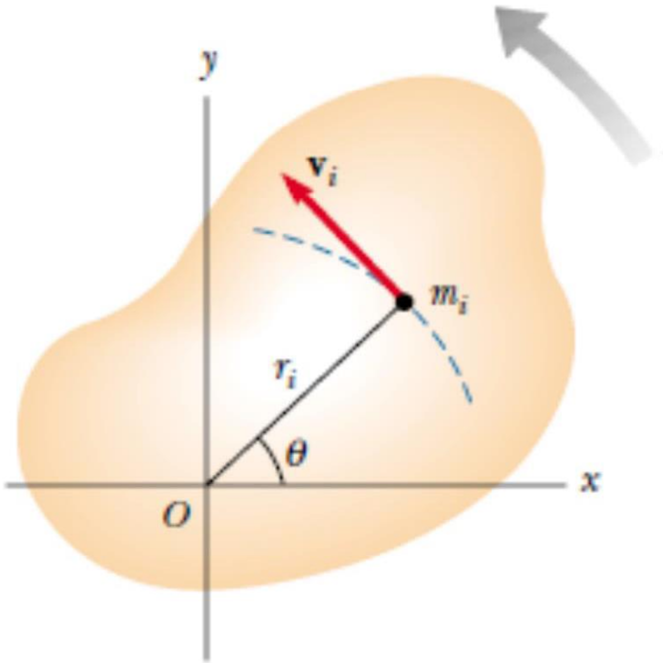
$$\theta_s = 2{,}8 \times 10^4\ dev$$

**c)** $$x_s = v_i t = (1{,}3\ m/s)(4473\ s) = 5{,}8 \times 10^3\ m$$

**d)** $$\alpha = \frac{\omega_s - \omega_i}{t} = \frac{22{,}4\, rad/s - 56{,}5\, rad/s}{4473\ s} = -7{,}6 \times 10^{-3}\ rad/s^2$$

# DÖNME ENERJİSİ

Katı cismin küçük parçacıklardan oluştuğu ve şekilde görüldüğü gibi, *z*-ekseni etrafında sabit bir $\omega$ açısal hızı ile döndüğü kabul edilirse, her parçacığın kütlesine ve hızına bağlı olarak bir kinetik enerjisi vardır. *i*. parçacığın kütlesi $m_i$ ve hızı $v_i$ ise kinetik enerjisi




$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

şeklindedir. Katı cisim üzerindeki her parçacığın aynı $\omega$ açısal hızına ve $v_i = r_i\omega$ ifadesiyle verilen ve dönme ekseninden olan $r_i$ uzaklığına bağlı olan çizgisel bir hıza sahip olduğu hatırlanırsa, dönen katı cismin toplam **kinetik enerjisi**,

$$K_D = \sum_i K_i = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_i m_i r_i^2 \omega^2$$

olur. Bu ifade,

$$K_D = \frac{1}{2} \left( \sum_i m_i r_i^2 \right) \omega^2$$

şeklinde yazılabilir. Parantez içindeki nicelik **eylemsizlik momenti (*I*)** olarak adlandırılır.

$$\boldsymbol{I = \sum_i m_i r_i^2 \quad (kg.m^2)}$$

Bu eşitlikten yola çıkılarak dönen bir katı cismin kinetik enerjisi,

$$\boldsymbol{K_D = \frac{1}{2} I \omega^2}$$

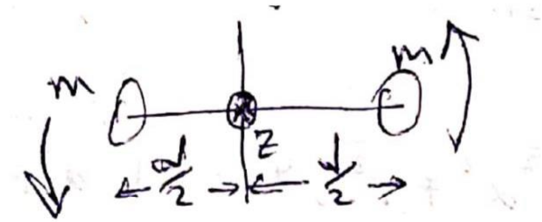
şeklinde yazılabilir.

**Tēpkē doĵrusal harekette, cismin kütlesinin hareket etmeye direnç göstermesinin bir ölçüsü olmasē gibi, eylemsizlik momenti de cismin dönme hareketindeki deĵiĸikliĵe karĸē direnç göstermesinin bir ölçüsüdür.**

**Örnek 10-3:** İki atomlu bir oksijen molekülünü ($O_2$), ele alalım. Bu molekül, molekül uzunluğuna dik ve merkezinden geçen *z*-ekseni etrafinda *xy* düzleminde dönsün. Her bir oksijen atomunun kütlesi $2{,}66 \times 10^{-26}\ kg$ ve oda sıcaklığında iki oksijen atomu arasındaki ortalama uzaklık $d = 1{,}21 \times 10^{-10}\ m$'dir.

a) Molekülün z-ekseni etrafındaki eylemsizlik momentini hesaplayınız.

**b)** Molekülün *z*-eksenine göre açısal hızı $4{,}60 \times 10^{12}\ rad/s$ ise, dönme kinetik enerjisi nedir?




**Çözüm 10-3:**

**a)** Her oksijen atomunun z-eksenine uzaklığı $d/2$ ise,

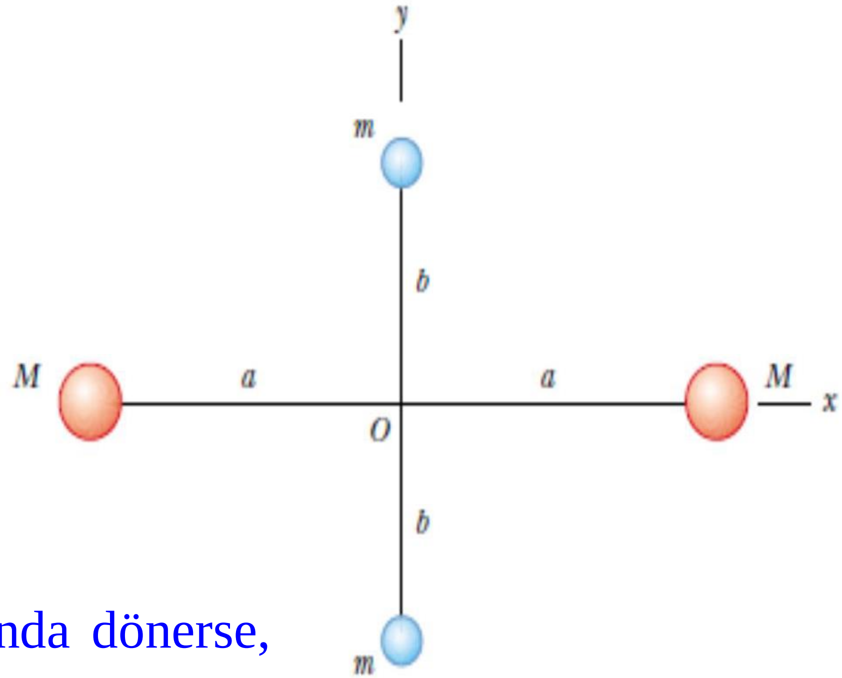
$$I = \sum_i m_i r_i^2 = m\left(\frac{d}{2}\right)^2 + m\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} m d^2$$

$$I = \frac{1}{2}(2{,}66 \times 10^{-26}\ kg)(1{,}21 \times 10^{-10}\ m)^2 \quad \Longrightarrow \quad I = 1{,}95 \times 10^{-46}\ kg.m^2$$

**b)** $K_D = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2}(1{,}95 \times 10^{-46}\ kg.m^2)(4{,}60 \times 10^{12}\ rad/s)^2$

$$K_D = 2{,}06 \times 10^{-21}\ J$$

**Örnek 10-4:** Şekilde görüldüğü gibi, dört küçük küresel kütle, *xy* düzleminde kütlesi ihmal edilebilen bir çerçevenin köşelerine yerleşmiştir. Kürelerin yarıçaplarının çerçevenin boyutlarına kıyasla çok küçük olduğu varsayılıyor.




a) Sistem, açısal hızı ile *y*-ekseni etrafında dönerse, bu eksene göre eylemsizlik momentini ve dönme kinetik enerjisini bulunuz.

b) Sistem, $\omega$ açısal hızı ile bu sefer *x*-ekseni etrafında dönerse, bu eksene göre eylemsizlik momentini ve dönme kinetik enerjisini bulunuz.

c) Sistem, *O*'dan geçen bir eksen (*z*-ekseni) etrafında *xy* düzleminde dönerse, *z*-eksenine göre eylemsizlik momentini ve dönme kinetik enerjisini hesaplayınız.

**Çözüm 10-4:**

**a)** $y$-ekseni üzerindeki $m$ kütleli parçacıkların $I_y$'ye katkısı yoktur. Çünkü, bu eksene göre her bir parçacık için $r_i = 0$'dır.

$$I_y = \sum_i m_i r_i^2 = Ma^2 + Ma^2 = 2Ma^2$$

$$K_D = \frac{1}{2} I_y \omega^2 = \frac{1}{2}(2Ma^2)\omega^2 = Ma^2\omega^2$$

Seçilen dönme eksenine göre $m$ kütleli iki parçacığın hiç hareketi olmadığından, kinetik enerjileri de yoktur.

**b)** $x$-ekseni üzerindeki $M$ kütleli parçacıkların $I_x$'ye katkısı yoktur. Çünkü, bu eksene göre her bir parçacık için $r_i = 0$'dır.

$$I_x = \sum_i m_i r_i^2 = mb^2 + mb^2 = 2mb^2$$

$$K_D = \frac{1}{2} I_x \omega^2 = \frac{1}{2}(2mb^2)\omega^2 = mb^2\omega^2$$

**c)** Burada, $r_i$ dönme eksenine olan dik uzaklıktır.

$$I_z = \sum_i m_i r_i^2 = Ma^2 + Ma^2 + mb^2 + mb^2 = 2Ma^2 + 2mb^2$$

$$K_D = \frac{1}{2} I_z \omega^2 = \frac{1}{2}(2Ma^2 + 2mb^2)\omega^2 = (Ma^2 + mb^2)\omega^2$$

# EYLEMSİZLİK MOMENTİNİN HESABI

Büyük bir cismin eylemsizlik momenti, cismi, her parçanın kütlesi $\Delta m$ olan hacim elemanlarına bölmek suretiyle hesaplanabilir. Bu durumda, eylemsizlik momenti

$$I = \lim_{\Delta m_i \to 0} \sum_i r_i^2 \Delta m_i = \int r^2 dm$$

olur. Kütle yerine hacim cinsinden hesaplanırsa,

$$dm = \rho dV \Rightarrow I = \int \rho r^2 dV$$

şeklinde verilir.

## Hacimce Yoğunluk

$$\rho = \frac{m}{V}$$

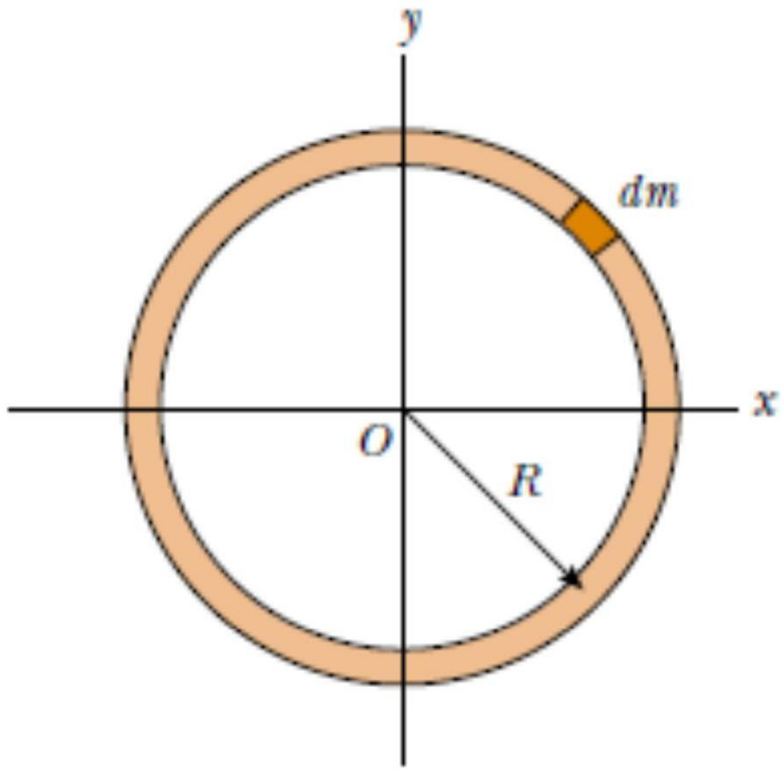
## Yüzey Yoğunluğu (Birim Alan Başına Kütle)

$$\sigma = \rho t \ (t \ kalınlığında \ tabaka)$$

## Çizgisel Yoğunluk (Birim Uzunluk Başına Kütle)

$$\lambda = \frac{M}{L} = \rho A (kesiti \ A \ olan \ düzgün \ bir \ çubuk)$$

**Örnek 10-5:** ķekilde görüldüĝü gibi, yarēçapē $R$ ve kütlesi $M$ olan bir kasnaĝēn merkezinden geçen, kasnak düzlemine dik bir eksene göre eylemsizlik momentini bulunuz.



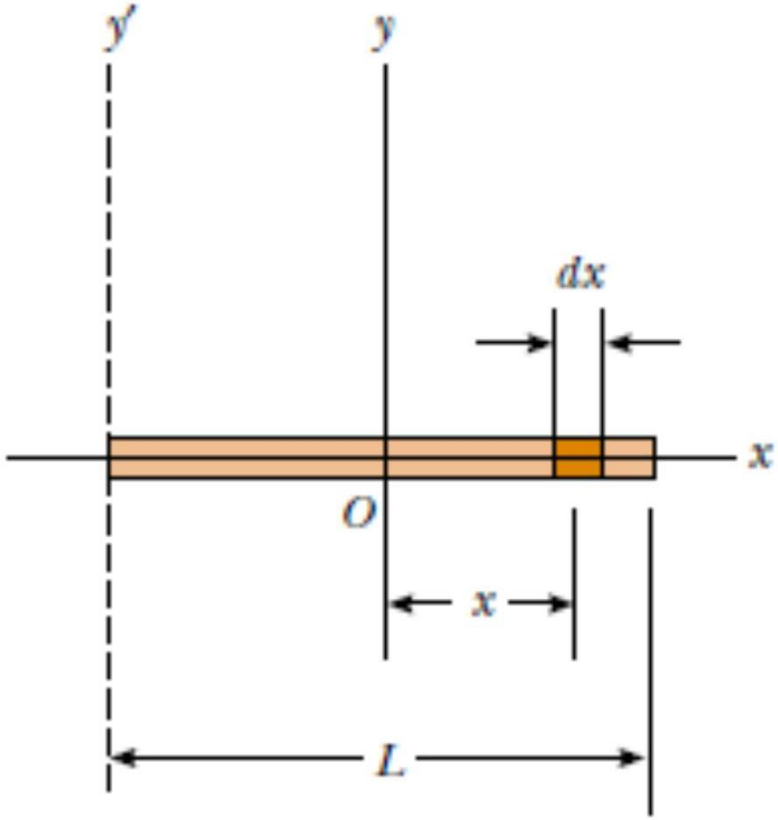

**Çözüm 10-5:**

Tüm $dm$ kütle elemanlarē, eksenden aynē $r = R$ uzaklēĝēndadēr. Böylece kasnaĝēn $z$-eksenine göre eylemsizlik momenti,

$$I_z = \int r^2 dm = R^2 \int dm = MR^2$$

olur.

**Örnek 10-6:** Şekilde görüldüğü gibi, boyu $L$ ve kütlesi $M$ olan düzgün katı bir çubuğun merkezinden geçen, çubuğa dik bir eksene ($y$-ekseni) göre eylemsizlik momentini hesaplayınız.




**Çözüm 10-6:**

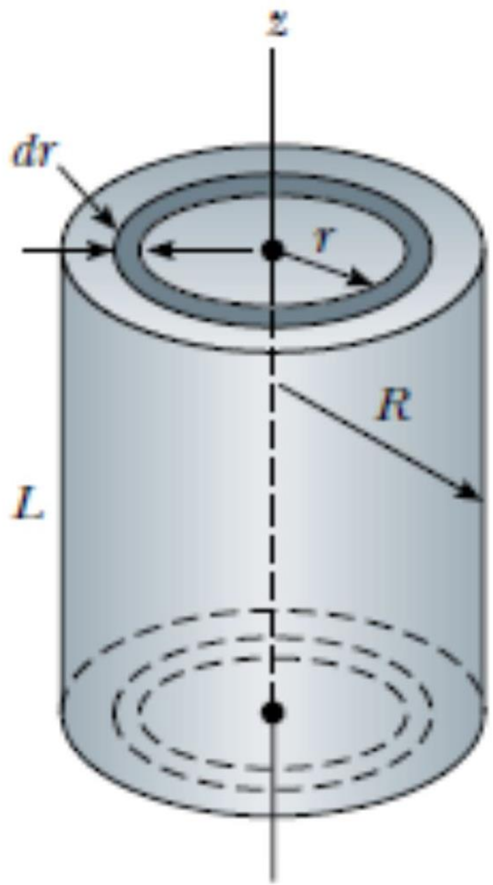
$dx$ kalınlığındaki taralı kısmın kütlesi, $\lambda$ birim uzunluk başına kütle ile $dx$ uzunluk elemanının çarpımına eşittir. Yani,

$$dm = \lambda dx = \frac{M}{L} dx$$

$$r = x \quad \Longrightarrow \quad I_y = \int r^2 dm = \int_{-L/2}^{L/2} x^2 \frac{M}{L} dx = \frac{M}{L} \int_{-L/2}^{L/2} x^2 dx$$

$$I_y = \frac{M}{L} \left( \frac{x^3}{3} \right) \Bigg|_{-L/2}^{L/2} = \frac{1}{12} M L^2$$

**Örnek 10-7:** ķekilde görüldüĵ ü gibi, düzgün bir katē silindirin yarēçapē *R*, kütlesi *M* ve boyu *L*ôdir. Silindir eksenine (*z*-ekseni) göre eylemsizlik momentini hesaplayēnēz.




**Çözüm 10-7:**

ķekilde görüldüĵ ü gibi silindiri, yarēçapē *r*, kalēnlēĵ ē *dr* ve boyu *L* olan silindirik kabuklara bölmek uygun olur. Her kabuĵ un hacim elemanē,

$$dV = dA.L = (2\pi r dr)L$$

ķeklindedir. Birim hacim baķēna kütle yani hacimsel kütle yoĵ unluĵ u ȷ ise, bu diferansiyel hacim elemanēnēn kütlesi

$$dm = \rho dV = \rho 2\pi r L dr$$

olur.

$$I_z = \int r^2 dm = 2\pi\rho L \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2}\pi\rho L R^4$$

Fakat, silindirin toplam hacmi $\pi R^2 L$ olduğundan,

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\pi R^2 L}$$

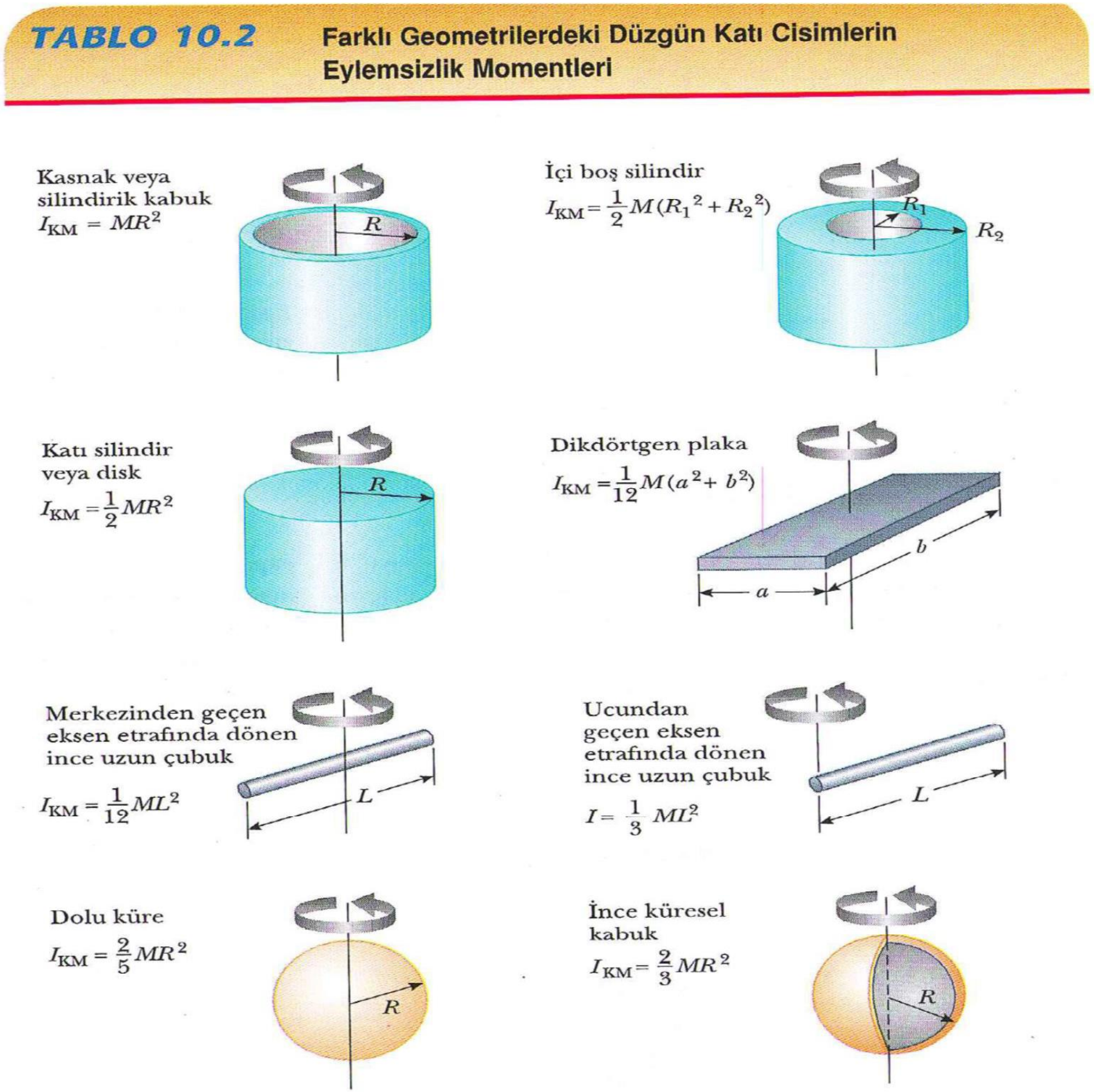
ve

$$I_z = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{M}{\pi R^2 L}\right) L R^4 = \frac{1}{2} M R^2$$

olur.

# Paralel Eksen Teoremi

Yanda verilen tabloda, belirli eksenlere göre bazē cisimlerin eylemsizlik momenti gösterilmektedir.

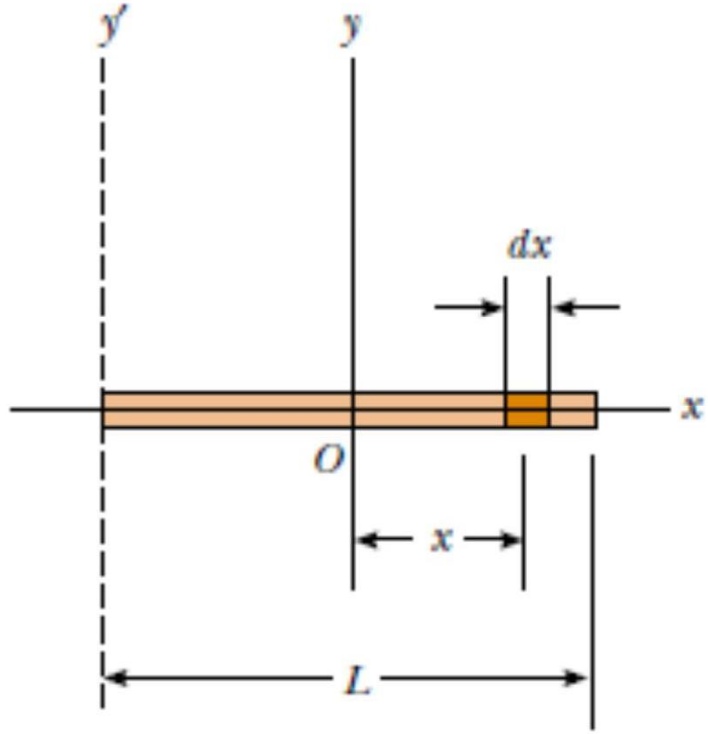


Basit geometrili (yüksek simetrili) katē cisimlerin eylemsizlik momentleri, dönme ekseninin, simetri ekseni ile uyumlu olmasē halinde kolayca hesaplanabilir. Herhangi bir eksene göre eylemsizlik momenti hesabē, yüksek simetrili bir cisim için bile bazen sorun olabilir. Bu durumda, cismin eylemsizlik momenti **paralel eksen teoremi** yardēmēyla daha kolay hesaplanabilir.

Kütle merkezinden geçen bir eksene göre eylemsizlik momenti $I_{KM}$ olmak üzere paralel eksen teoremi şu şekilde ifade edilebilir. Kütle merkezinden geçen eksenden $D$ kadar uzakta ve ona paralel bir eksene göre eylemsizlik momenti

$$\boldsymbol{I = I_{KM} + MD^2}$$

**Örnek 10-8:** ķekildeki gibi, kütlesi $M$ ve boyu $L$ olan düzgün katēbir çubuĵ u ele alalēm.




a) Bir ucundan geçen, çubuğa dik bir eksene ($y'$-ekseni) göre çubuğun eylemsizlik momentini hesaplayınız.

b) Çubuk üzerinde $x = L/4$ noktasından geçen, çubuğa dik bir eksene göre çubuğun eylemsizlik momentini hesaplayınız.

**Çözüm 10-8:**

**a)** Kütle merkezi ile $y'$-ekseni arasındaki uzaklık $D = L/2$ olduğundan paralel eksen teoremine göre,

$$I = I_{KM} + MD^2 = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ML^2$$

**b)**

$$I = I_{KM} + MD^2 = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{4}\right)^2$$

$$I = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{16}ML^2 = \frac{4}{48}ML^2 + \frac{3}{48}ML^2 = \frac{7}{48}ML^2$$