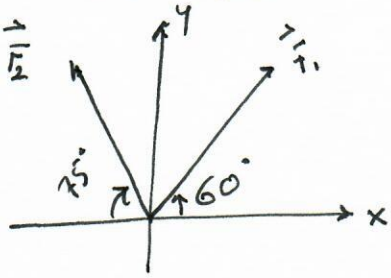
BÖLÜM 3

SORU: Şekilde $F_1 = 120$ N, $F_2 = 80$ N ve kuvvetlerin eksenlerle yaptığı açılar şekilde görülmektedir.



a) Bu kuvvetlerin bileşenlerini bulunuz.
b) Kuvvetleri bileşenleri cinsinden yazınız.
c) Bileşke kuvveti, ve büyüklüğünü bulunuz.
d) Bileşke kuvvetin bileşenlerini yazınız.
e) Bileşke kuvvetin x ekseni ile yaptığı açıyı bulunuz.
f) Bileşke kuvveti "0" yapan $\vec{F_3}$ kuvvetini bulunuz.

a) Bileşenlerin büyüklükleri F_{1x}, F_{1y} ; F_{2x}, F_{2y}

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos(60°) \Rightarrow F_{1x} = 120 \times 0,5 \Rightarrow F_{1x} = 60 \text{ N}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin(60°) \Rightarrow F_{1y} = 120 \times 0,866 \Rightarrow F_{1y} \cong 104 \text{ N}$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos(75) \Rightarrow F_{2x} = 80 \times 0,259 \Rightarrow F_{2x} \cong 20,7 \text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin(75) \Rightarrow F_{2y} = 80 \times 0,966 \Rightarrow F_{2y} \cong 77,3 \text{ N}$$

b) $\vec{F_1} = F_{1x}\, i + F_{1y}\, j \Rightarrow \vec{F_1} = 60\, i + 104\, j$

$\vec{F_2} = F_{2x}(-i) + F_{2y}\, j \Rightarrow \vec{F_2} = -20,7\, i + 77,3\, j$

c) $\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} \Rightarrow \vec{R} = (60\, i + 104\, j) + (-20,7\, i + 77,3\, j)$

$$\vec{R} = 39,3\, i + 181\, j$$

$$R = |\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \Rightarrow R = |\vec{R}| = \sqrt{(39,3)^2 + (181)^2} \Rightarrow R \cong 185 \text{ N}$$

d) $R_x = 39,3$ N , $R_y = 181$ N

e) $\tan\theta = \dfrac{R_y}{R_x} \Rightarrow \tan\theta \cong 4,61 \Rightarrow \theta \cong 77,8°$

f) $\vec{R} + \vec{F_3} = 0 \Rightarrow \vec{F_3} = -\vec{R} \Rightarrow \vec{F_3} = -39,3\, i - 181\, j$ N

3.55 : Bir vektör $\vec{R} = 2i + 1j + 3k$ ile verilmektedir.

a) x, y ve z bileşenlerinin büyüklüklerini

b) $\vec{R}$ nin büyüklüğünü

c) $\vec{R}$ ile x, y, z eksenleri aralarındaki açıları bulunuz.

a) $\left.\begin{array}{l}\vec{R} = R_x i + R_y j + R_z k \\ \vec{R} = 2i + 1j + 3k\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} R_x = 2 \\ R_y = 1 \\ R_z = 3 \end{array}$

b) $R = |\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$

$R = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2} \Rightarrow R = 3{,}74$

c) Bir vektörün eksenlerle yaptığı açılar; eksenler yönündeki birim vektörlerle $\vec{R}$ vektörünün skaler çarpımından bulunur.

x ekseni ile yapılan açı α

y " " " " β

z " " " " γ ise;

$\cos\alpha = \dfrac{R_x}{R} \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{2}{3{,}74} \Rightarrow \alpha \simeq 57{,}7^\circ$

$\cos\beta = \dfrac{R_y}{R} \Rightarrow \cos\beta = \dfrac{1}{3{,}74} \Rightarrow \beta \simeq 74{,}5^\circ$

$\cos\gamma = \dfrac{R_z}{R} \Rightarrow \cos\gamma = \dfrac{3}{3{,}74} \Rightarrow \gamma \simeq 36{,}7^\circ$

SORU: $\vec{A} = 3i - 4j + 2k$, $\vec{B} = i - 2j + 2k$ vektörleri veriliyor.

a) Bu iki vektörün skalar çarpımını bulunuz.

b) Bu iki vektör arasındaki açıyı bulunuz.

c) $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ ise $\vec{C}$ vektörünü bulunuz

d) $\vec{C}$ vektörünün $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ nin teşkil ettiği uzaya dik olduğunu gösteriniz.

Çözüm

a) $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = 3 \cdot 1 + (-4) \cdot (-2) + 2 \cdot 2 \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 15$

b) $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$: Burada θ iki vektör arasındaki açıdır.

$A = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 2^2} \Rightarrow A \cong 5{,}39$

$B = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2} \Rightarrow B = 3{,}00$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \dfrac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} \Rightarrow \cos\theta = \dfrac{15}{3{,}00 \times 5{,}39} \Rightarrow \cos\theta \cong 0{,}928$

$\theta \cong 21{,}9°$

c) $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

$\vec{C} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -4 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{C} = (-8+4)i + (2-6)j + (-2+4)k$

$\vec{C} = -4i - 4j + 2k$

d) Not: Bir vektör bir düzleme yada uzaya dikse; bu düzlem yada uzay içinde bulunan her vektöre diktir.
İki vektörün birbirine dik olduğunu göstermek için (vektörlerin kendileri sıfırdan farklı olmak üzere) skalar çarpımlarının sıfır olduğunu göstermek gerekir.

$\vec{C} \perp \vec{A} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{C} = \vec{C} \cdot \vec{A} = 0$ dır.

$\vec{C} \cdot \vec{A} = (-4) \cdot 3 + (-4) \cdot (-4) + 2 \cdot 2 \Rightarrow \vec{C} \cdot \vec{A} = 0$

$C \neq 0$, $A \neq 0 \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{C} = AC\cos\theta \Rightarrow \theta = 90°$ olur.