Bu ders, Pamukkale Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü tarafından diğer fakültelerde ortak okutulan Genel Fizik-I dersi için hazırlanmıştır.

Ana kaynak kitap olarak resimdeki ders kitabı takip edilecektir.

@PauFizik

https://www.pau.edu.tr/fizik

BÖLÜM-09

Doğrusal Momentum ve Çarpışmalar

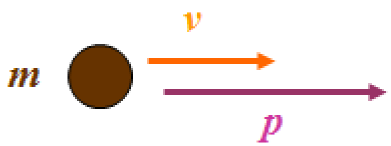
Bu bölüm kapsamında aşağıdaki konulara değinilecektir:

- ***Doğrusal Momentum ve Korunumu***
- ***İmpuls ve Momentum***
- ***Çarpışmalar***
- ***Bir Boyutta Esnek ve Esnek Olmayan Çarpışmalar***
- ***İki Boyutlu Çarpışmalar***
- ***Kütle Merkezi***
- ***Parçacıklar Sisteminin Hareketi***

Doğrusal (Çizgisel / Lineer) Momentum ve Korunumu

Kütlesi m ve hızı $\vec{v}$ olan bir cismin çizgisel momentumu,

$$\vec{p} = m\vec{v}$$



ile tanımlanır. SI sistemindeki birimi

$kg.m/s$' dir. Bir cisim rastgele bir yönde hareket ediyorsa momentum vektörü ($\vec{p}$),

$$p_x = mv_x \quad ; \quad p_y = mv_y \quad ; \quad p_z = mv_z$$

şeklinde üç bileşene sahip olur. Momentum ifadesinin her iki tarafının zamana göre türevi alınırsa,

$$\vec{p} = m\vec{v} \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \sum \vec{F}$$

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

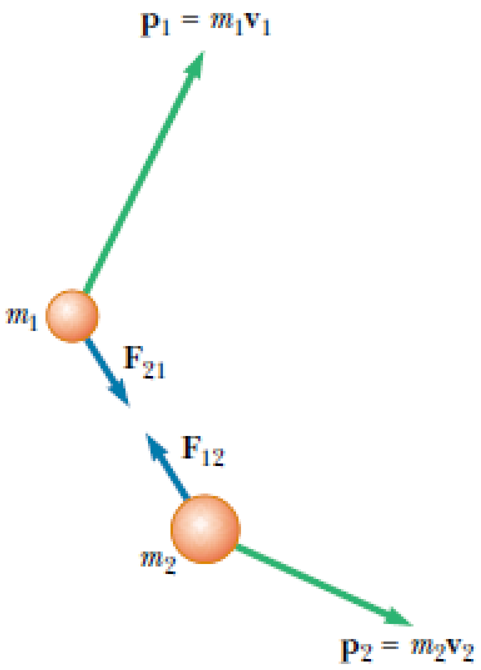
bulunur.

Bu ifade Newton’un ikinci yasasının bir başka ifade şeklidir. Sözlü olarak, “**Bir cismin doğrusal momentumunun değişim hızı, o cisme etkiyen net kuvvetin büyüklüğüne eşittir ve bu kuvvetle aynı yöndedir**” şeklinde ifade edilir.

Bu eşitlik, bir cismin çizgisel momentumunun ancak bir dış kuvvetle değişebileceğini göstermektedir. Dış kuvvet sıfır ise yani cisim yalıtılmışsa, cismin çizgisel momentumu sabit kalır, değişmez.

İki-Parçaçıklı Bir Sistem İçin Momentumun Korunumu

Birbirleriyle etkileşen, çevrelerinden yalıtılmış iki parçacık ele alalım. Yani, parçacıklar birbirine kuvvet uygulasın fakat hiçbir dış kuvvet bulunmasın.



$\vec{F}_{21}$ kuvveti ikinci parçacık tarafından birinciye uygulanan kuvvet

$\vec{F}_{12}$ kuvveti birinci parçacık tarafından ikinciye uygulanan kuvvet

$\vec{p}_1$ birinci parçacığın momentumu

$\vec{p}_2$ ikinci parçacığın momentumu

olmak üzere;

$$\vec{F}_{21} = \frac{d\vec{p}_1}{dt} \qquad ve \qquad \vec{F}_{12} = \frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

yazılabilir. Newton'un üçüncü yasasına göre

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$$

veya

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$

yazılabilir. Toplam momentumun $\left(\vec{p}_{top} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2\right)$ zamana göre türevi ***sıfır*** olduğundan, sistemin toplam momentumunun sabit kaldığı sonucuna varılır.

$$\vec{p}_{top} = \sum_{sistem} \vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = sabit$$

veya eşdeğer olarak

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1s} + \vec{p}_{2s}$$

yazılabilir. Burada,

$\vec{p}_{1i}$ birinci parçacığın ilk momentumu

$\vec{p}_{2i}$ ikinci parçacığın ilk momentumu

$\vec{p}_{1s}$ birinci parçacığın son momentumu

$\vec{p}_{2s}$ ikinci parçacığın son momentumu şeklindedir.

$$\sum_{sistem} p_{ix} = \sum_{sistem} p_{sx} \; ; \; \sum_{sistem} p_{iy} = \sum_{sistem} p_{sy} \; ; \; \sum_{sistem} p_{iz} = \sum_{sistem} p_{sz}$$

olur ve **doğrusal (çizgisel) momentumun korunumu** kanunu olarak bilinir. Bu yasa, **çevresinden yalıtılmış bir sistemin toplam momentumunun her zaman ilk momentumuna eşit olduğunu** söyler.

Örnek 9-1: Kütlesi $m_1 = 70\ kg$ olan bir astronot elinde tuttuğu $1\ kg$'lık üniformasını $20\ m/s$'lik bir hızla fırlatıyor. Astronotun kazandığı hız ne olur?

Çözüm 9-1:

Sistemin ilk momentumu sıfırdır;

$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = 0$$

Bu yüzden son momentumu da sıfır olmalıdır

$$m_1\vec{v}_{1s} + m_2\vec{v}_{2s} = 0$$

$\vec{v}_{2s} = 20\hat{\imath}\ m/s$; $m_1 = 70\ kg$ ve $m_2 = 1\ kg$ ise

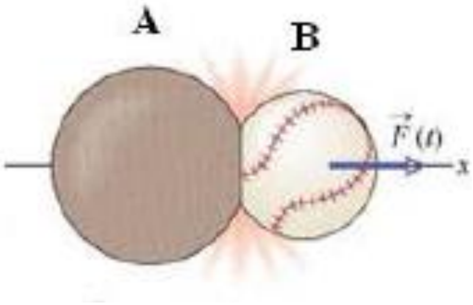
$$\vec{v}_{1s} = -\frac{m_2}{m_1}v_{2s} - \left(\frac{1\ kg}{70\ kg}\right)(20\hat{\imath}\ m/s) = -0{,}3\hat{\imath}\ m/s$$

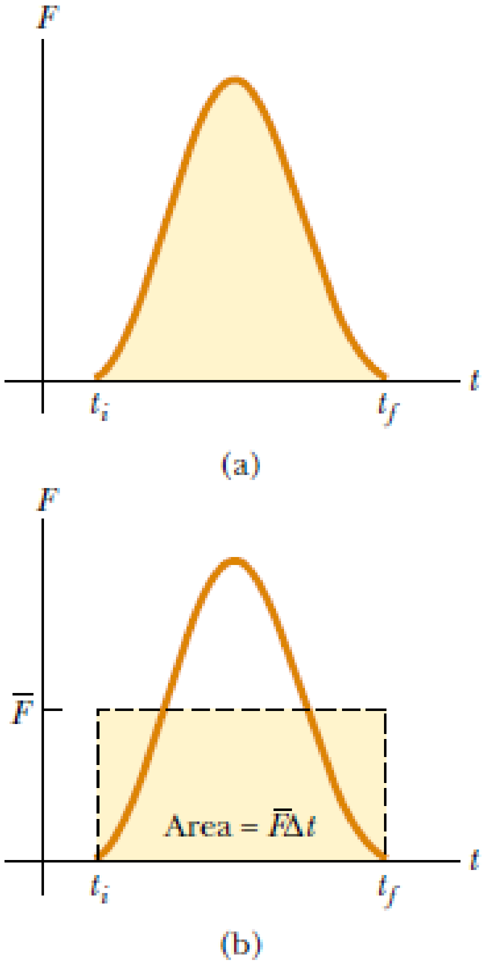
Yani, astronot uzayda çekimsiz ortamda $1\ kg$'lık üniformasını fırlatırsa ters yönde hareket eder.

İMPULS ve MOMENTUM

Bir cisme sıfırdan farklı bir dış kuvvet etkidiğinde cismin çizgisel momentumunun değişebileceğini öğrendik.

- İki cismin çarpışması süresince böyle kuvvetler ortaya çıkar.
- Bu kuvvetlerin şiddetleri çok büyük ancak, etkime süreleri çok kısadır.
- Çarpışan cisimlerin çizgisel momentumlarındaki değişimin kaynağıdırlar.





İki isim arasındaki çarpışmayı düşünelim

. Çarpışma, cisimlerin temas ettiği t_i anında başlar ve temasın kesildiği t_s anında biter. Cisimler çarpışma süresince birbirlerine $\vec{F}$ ile verilen değişken bir kuvvet uygularlar. Bu kuvvetin değişimi Şekil-a'da verilmiştir.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Longrightarrow d\vec{p} = \vec{F}dt$$

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_s - \vec{p}_i = \int_{t_i}^{t_s} \vec{F}dt$$

olur. Bu eşitliğin sağ tarafındaki niceliğe Δt zaman aralığında parçacığa etkiyen $\vec{F}$ kuvvetinin **impulsu** denir.

$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_s} \vec{F}dt = \Delta\vec{p}$$

Bir parçacık üzerine etkiyen $\vec{F}$ kuvvetinin impulsu, bu kuvvetin sebep olduğu parçacığın momentumundaki değişime eşittir. Genellikle, çarpışma süresince cisimler arasındaki etkileşme kuvvetinin zamanla nasıl değiştiğini bilemeyiz. Ancak, itmenin büyüklüğü kuvvet-zaman grafiğinde eğri altında kalan alana eşittir.

Genel olarak kuvvet zamanla değişebildiğinden, aşağıdaki şekilde ortalama bir kuvvet $\left(\overline{\vec{F}}\right)$ tanımlamak daha doğru olur.

$$\overline{\vec{F}} = \frac{1}{\Delta t}\int_{t_i}^{t_s} \vec{F} dt = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

$$\vec{I} = \overline{\vec{F}} \Delta t$$

Eğer parçacığa etkiyen kuvvet sabitse, $\overline{\vec{F}} = \vec{F}$ olur ve $\vec{I} = \vec{F}\Delta t$ olur. Bu yaklaşımda kuvvete **impulsif kuvvet** adı verilir.

Örnek 9-3: Şekilde görüldüğü gibi, 50 g kütleli bir golf topuna golf sopası ile vurulmaktadır. Top üzerindeki kuvvet, sıfırdan, topun şeklinin bozulduğu andaki maksimum değere çıkıyor.

a) Topun 200 m gittiği gözününe alınarak, çarpışmanın neden olduğu itmenin (impuls) büyüklüğünü bulunuz.

b) Golf sopasının topla $4{,}5 \times 10^{-4}\ s$ temas etmesi halinde sopa tarafından topa aktarılan ortalama kuvvetin büyüklüğünü bulunuz.

Çözüm 9-3:

a) $y_s = y_i + v_i \sin\theta_i\, t - \frac{1}{2} g t^2 \quad ve\ y_s = y_i = 0$ ise

$$t = \frac{2 v_i \sin\theta_i}{g}$$

$$x_s = v_i \cos\theta_i\, t \text{ ve } x_s = v_i \cos\theta_i \frac{2 v_i \sin\theta_i}{g} = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g}$$

$$v_i = \sqrt{\frac{g x_s}{\sin 2\theta_i}}$$

Maksimum menzil $\theta_i = 45^0$ alınırsa,

$$v_i = \sqrt{\frac{(9{,}8)(200)}{1}} = 44\ m/s$$

olarak bulunur. Sopanın topa ilk temas ettiği anı ***A***, sopanın teması kesip, harekete geçtiği anı ***B*** ile, iniş anını da ***C*** ile gösterirsek, burada v_i değeri için,

$$v_i = v_A = 0 \quad ve \quad v_s = v_B = 44\ m/s$$

yazılır.

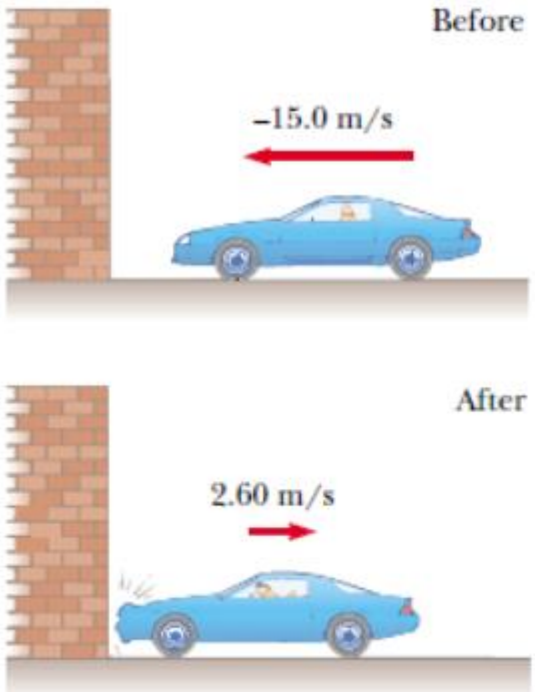
$$I = \Delta p = m v_s - m v_i = m v_B - m v_A$$

$$I = (50\ g)(44\ m/s) - (50\ g)0 = 2{,}2\ kg.m/s$$

b) $I = F\Delta t \Longrightarrow (2{,}2\ kg.m/s) = F(4{,}5 \times 10^{-4}\ s)$

$$F = 4{,}9 \times 10^3\ N$$

Örnek 9-4: Özel bir çarpışma deneyinde, $1500\,kg$ kütleli bir otomobil, şekilde görüldüğü gibi, bir duvara çarpar. Otomobilin ilk ve son hızları sırasıyla, $\vec{v}_i = -15\hat{\imath}\ m/s$ ve $\vec{v}_s = 2{,}6\hat{\imath}\ m/s$'dir. Çarpışma $0{,}150\,s$ sürerse çarpışma ile ilgili itmeyi ve otomobile uygulanan ortalama kuvveti bulunuz.



(a)

(b)

Çözüm 9-4: Otomobilin ilk ve son momentumları,

$$\vec{p}_i = m\vec{v}_i = (1500\ kg)(-15\hat{\imath}\ m/s) = -2{,}25 \times 10^4 \hat{\imath}\ kg.m/s$$

$$\vec{p}_s = m\vec{v}_s = (1500\ kg)(2{,}6\hat{\imath}\ m/s) = 0{,}39 \times 10^4 \hat{\imath}\ kg.m/s$$

İmpuls,

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_s - \vec{p}_i = 2{,}64 \times 10^4 \hat{\imath}\ kg.m/s$$

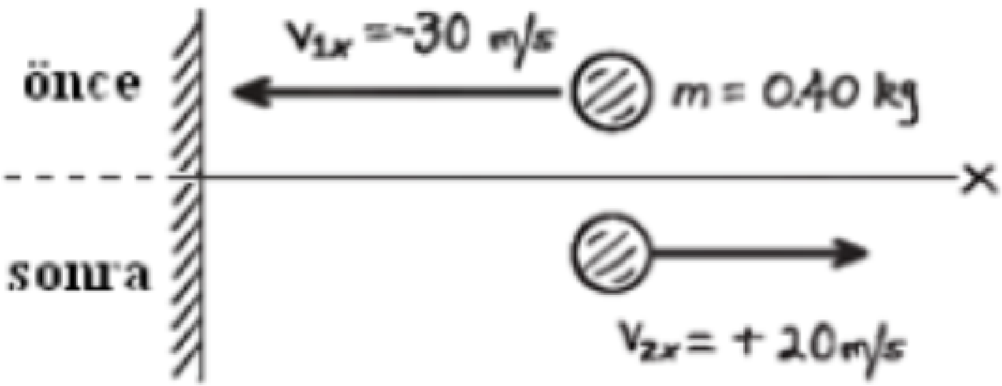
Otomobile uygulanan ortalama kuvvet ise,

$$\bar{\vec{F}} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{2{,}64 \times 10^4 \hat{\imath}\ kg.m/s}{0{,}150\ s} = 1{,}76 \times 10^5 \hat{\imath}\ N$$

Örnek: Kütlesi 400 g olan bir top 30 m/s hızla, şekildeki gibi bir duvara doğru fırlatılıyor. Top duvara çarptıktan sonra geliş doğrultusunun tersi yönünde 20 m/s hıza sahiptir.

a) Duvarın topa uyguladığı itme nedir?

b) Topun duvarla temas süresi 10ms ise, duvarın topa uyguladığı ortalama kuvvet nedir?

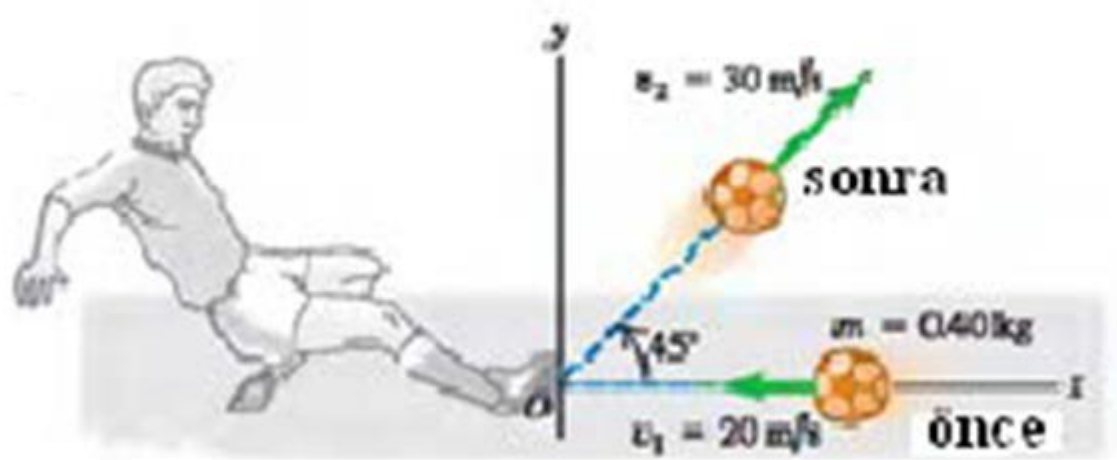


Çözüm:

a) $\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_s - \vec{p}_i = (0{,}4)\big(20\hat{\imath} - (-30\hat{\imath})\big) = 20\hat{\imath}\ kg.m/s$

b) $\vec{\bar{F}} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{20\hat{\imath}\ kg.m/s}{0{,}01\ s} = 2000\hat{\imath}\ N$

Örnek: Kütlesi 400 g olan bir top 20 m/s hızla yatay doğrultuda sola doğru geliyor. Oyuncu topa geliş doğrultusunun tersi yönünde yatayla 45^0'lik bir açıyla vuruyor ve topa 30 m/s' lik bir ilk hız kazandırıyor. Top ile oyuncu arasındaki temas süresi 10 ms olduğuna göre,



a) Oyuncunun topa uyguladığı itme nedir?

b) Oyuncunun topa uyguladığı ortalama kuvvet nedir?

Çözüm:

a) $\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_s - \vec{p}_i = (0{,}4)\left(30\cos 45^0\,\hat{\imath} + 30\sin 45^0\,\hat{\jmath} - (-20\hat{\imath})\right)$

$$\vec{I} = (16{,}5\hat{\imath} + 8{,}5\hat{\jmath})\ kg.m/s$$

b) $\vec{F} = \dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \dfrac{(16{,}5\hat{\imath}+8{,}5\hat{\jmath})\ kg.m/s}{0{,}01\ s} = (1650\hat{\imath} + 850\hat{\jmath})\ N$

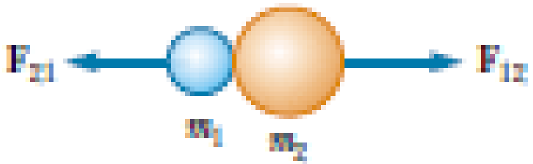
$$\left|\vec{F}\right| = \sqrt{1650^2 + 850^2} = 1856\ N$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{850}{1650}\right) = 27{,}25^0$$

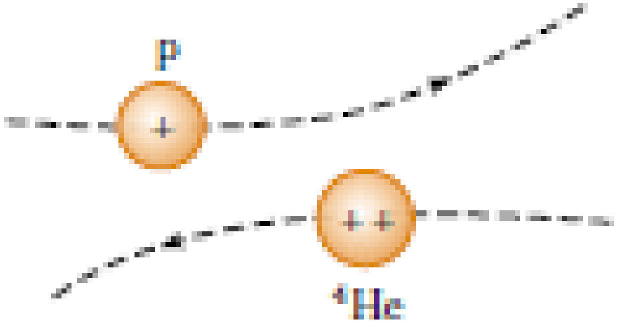
ÇARPIŞMALAR

İki parçacığın birbiri üzerine impulsif kuvvetler oluşturarak kısa bir süre için birlikte olmalarına **çarpışma** adı verilir. **Çarpışmadaki itme (impulsif) kuvvetinin, mevcut dış kuvvetlerden daha büyük olduğu kabul edilecektir**.

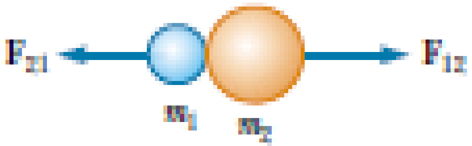
Çarpışma şekilde gösterildiği gibi iki cisim arasında fiziki bir temasla gerçekleşebilir.

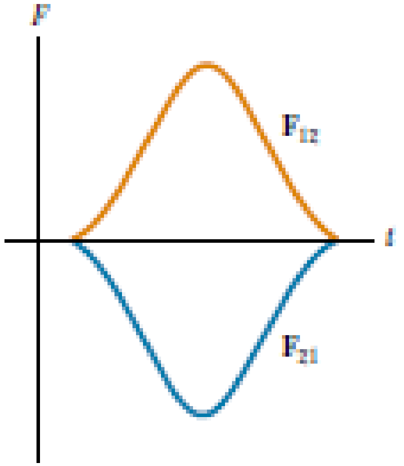


Ancak bir çarpışma olayında her zaman fiziki bir temas olmayabilir. Örneğin atomik ölçekte, bir proton ile He çekirdeğinin çarpışmasında, iki parçacıkta pozitif yüklü olduklarından kuvvetli elektrostatik itmeden ötürü asla birbirleriyle fiziki temasta bulunmazlar.



Şekilde görüldüğü gibi çarpışan m_1 ve m_2 kütleli iki cisim arasındaki itme (impulsif) kuvvetleri karmaşık bir şekilde değişebilir. m_2 kütleli cismin m_1 kütleli cisim üzerine uyguladığı kuvvet $\vec{F}_{21}$ ise ve paçacıklar üzerine hiçbir dış kuvvetin etkimediği varsayıldığında, çarpışmadan dolayı m_1 kütleli cismin momentumundaki değişme;





$$\Delta\vec{p}_1 = \int_{t_i}^{t_s} \vec{F}_{21} dt$$

olarak yazılabilir. Benzer şekilde, m_1 kütleli cismin m_2 kütleli cisim üzerine uyguladığı kuvvet $\vec{F}_{12}$ ise m_2 kütleli cismin momentumundaki değişme de,

$$\Delta\vec{p}_2 = \int_{t_i}^{t_s} \vec{F}_{12} dt$$

şeklindedir. Newton'un etki-tepki olarak adlandırılan üçüncü yasasından,

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

$$\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$$

$$\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = 0$$

olur. Sistemin toplam momentumu $\vec{p}_{sistem} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ olduğundan, çarpışmadan dolayı sistemin toplam momentumundaki değişim sıfır olur. Bu da,

$$\vec{p}_{sistem} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = sabit$$

demektir. Yani, **yalıtılmış bir sistemin çarpışmadan hemen önceki toplam momentumu, çarpışmadan hemen sonraki toplam momentumuna eşittir**.

Örnek 9-5: Trafik ışığında durmakta olan 1800 kg kütleli bir arabaya, 900 kg kütleli küçük bir araba arkadan çarpar ve iki araba birlikte sürüklenirler. Çarpışmadan önce küçük arabanın hızı $20\ m/s$ ise, çarpışmadan sonra birleşik kütlenin sürüklenme hızı ne olur?

Çözüm 9-5:

$$p_i = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (900\ kg)(20\ m/s) + 0 = 1{,}80 \times 10^4\ kg.m/s$$

$$p_s = (m_1 + m_2)v_s = (900\ kg + 1800\ kg)v_s = (2700\ kg)v_s$$

$$p_i = p_s \Longrightarrow v_s = \frac{p_i}{(m_1 + m_2)} = \frac{1{,}80 \times 10^4\ kg.\frac{m}{s}}{2700\ kg} = 6{,}67\ m/s$$

Son hızın yönü başlangıçta hareketli olan arabanın hızı ile aynıdır.

ÇARPIŞMALAR

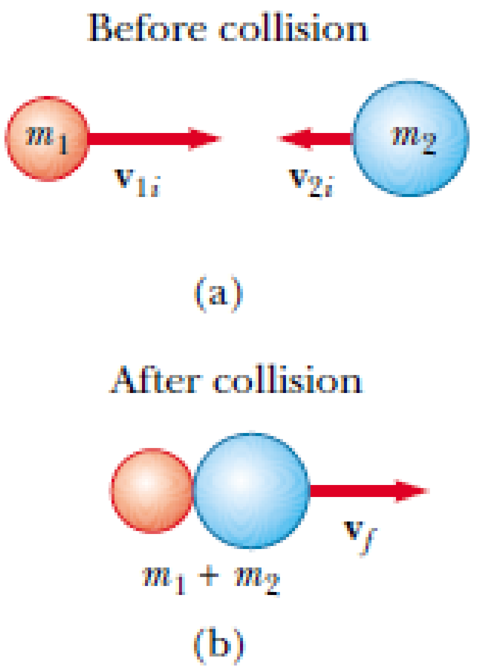
İki cismin arasındaki çarpışmalar, çarpışma öncesi ve sonrası toplam momentum ve toplam kinetik enerjinin sabit kaldığı **esnek çarpışma** ve momentum korunduğu halde toplam kinetik enerjinin çarpışma öcesi ve sonrası aynı olmadığı yani toplam kinetik enerjinin korunmadığı **esnek olmayan çarpışma**, şeklinde sınıflandırılabilir.

Bilardo toplarının çarpışmaları esnek çarpışmalara örnek olarak verilebilir. Gerçek esnek çarpışmalar, atom ve atom-altı parçacıklar arasında gerçekleşir. Makroskobik dünyada bilardo toplarının çarpışmaları gibi çarpışmalar yaklaşık olarak esnektir, yani çarpışan cisimlerin şekil değiştirmedikleri kabul edilir. Aslında az da olsa bu tür çarpışmalarda şekil değişimi ve kinetik enerji kaybı söz konusudur.

Esnek olmayan çarpışmalar ise, çarpışmadan sonra cisimlerin birlikte hareket ettikleri **tamamiyle esnek olmayan çarpışmalar** ve lastik bir topun katı bir yüzeyle çarpışmasında çarpışmadan sonra cismin şekil değiştirdiği ve kinetik enerji kaybının yaşandığı **esnek olmayan çarpışmalar** şeklinde ikiye ayrılabilir. Pek çok çarpışmada, kinetik enerji kaybı yaşanır, çünkü cismin şekli bozulduğunda, bu enerjinin bir kısmı iç enerjiye, esneklik potansiyel enerjisine veya dönme enerjisine dönüşür. Sonuçta, **sisteme bir dış kuvvet etki etmediği sürece bütün çarpışmalarda momentum korunurken, kinetik enerji sadece esnek çarpışmalarda sabit kalır**.

Tamamen Esnek Olmayan Çarpışmalar

Şekildeki gibi, doğrusal bir yol boyunca $\vec{v}_{1i}$ ve $\vec{v}_{2i}$ ilk hızları ile hareket eden m_1 ve m_2 kütleli iki parçacık, çarpışmadan sonra birbirlerine yapışarak $\vec{v}_s$ ortak hızı ile hareket ettiklerinde sistemin sadece momentumu korunur.



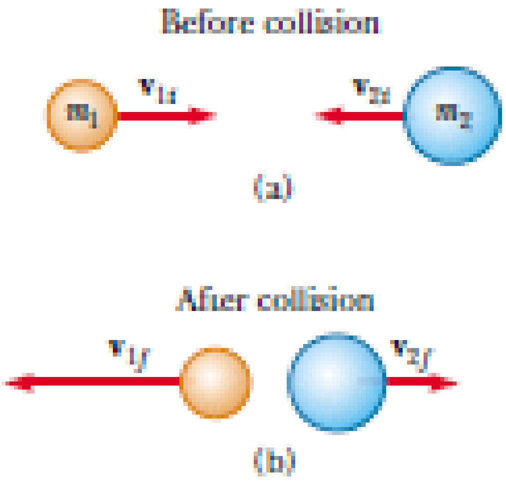
$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2)\vec{v}_s$$

$$\vec{v}_s = \frac{m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i}}{m_1 + m_2}$$

olur.

Esnek Çarpışmalar

Şekildeki gibi, kafa-kafaya esnek çarpışma yapan iki parçacıktan oluşan sistemde momentum ve kinetik enerji korunur.



$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1s} + m_2 v_{2s}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1s}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2s}^2$$

ise

$$m_1\left(v_{1i}^2 - v_{1s}^2\right) = m_2\left(v_{2s}^2 - v_{2i}^2\right)$$

$$m_1(v_{1i} - v_{1s})(v_{1i} + v_{1s}) = m_2(v_{2s} - v_{2i})(v_{2s} + v_{2i})$$

Momentum korunumundan;

$$m_1(v_{1i} - v_{1s}) = m_2(v_{2s} - v_{2i})$$

yazılır ve kinetik enerji korunumundan gelen eşitliğe bölünürse;

$$v_{1i} + v_{1s} = v_{2s} + v_{2i}$$

$$v_{2s} = v_{1i} + v_{1s} - v_{2i}$$

$$m_1 v_{1i} - m_1 v_{1s} = m_2 v_{1i} + m_2 v_{1s} - m_2 v_{2i} - m_2 v_{2i}$$

$$m_1 v_{1i} - m_2 v_{1i} + 2m_2 v_{2i} = v_{1s}(m_1 + m_2)$$

$$v_{1s} = \frac{v_{1i}(m_1 - m_2) + 2m_2 v_{2i}}{(m_1 + m_2)}$$

elde edilir.

Parçacıkların kütleleri ve ilk hızları bilinmesi halinde son hızlar ilk hızlar cinsinden;

$$v_{1s} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

$$v_{2s} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

olur. Özel durumlarda;

- $m_1 = m_2 \Longrightarrow v_{1s} = v_{2i} \quad ve \; v_{2s} = v_{1i}$
- m_2 kütlesi başlangıçta durgun ise $(v_{2i} = 0)$

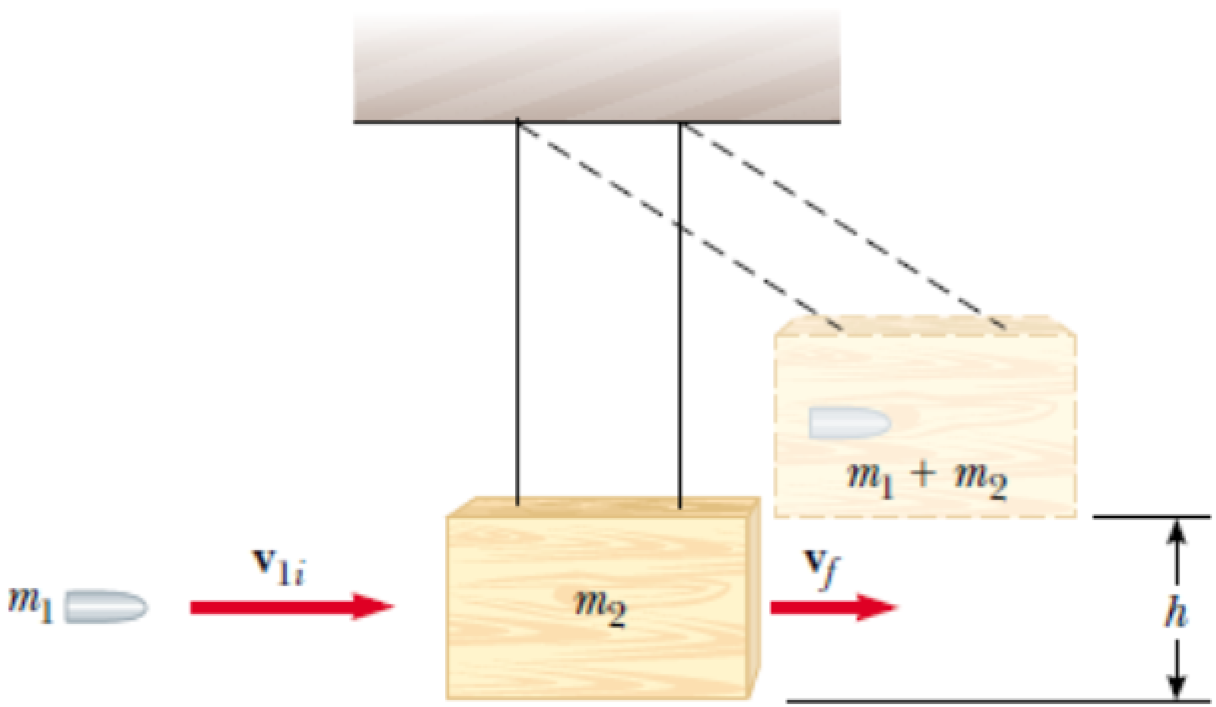
$$v_{1s} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} \quad ve \quad v_{2s} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i}$$

$$m_1 \gg m_2 \quad ve \quad v_{2i} = 0 \Longrightarrow v_{1s} \approx v_{1i} \quad ve \; v_{2s} \approx 2v_{1i}$$

$$m_2 \gg m_1 \quad ve \quad v_{2i} = 0 \Longrightarrow v_{1s} \approx -v_{1i} \quad ve \; v_{2s} \approx v_{2i} = 0$$

elde edilir.

Örnek 9-6: Şekilde görüldüğü gibi, kütlesi m_1 olan bir mermi, kütlesi m_2 olan ağaç bir bloğa ateşleniyor ve **tamamen esnek olmayan çarpışma** yapıyorlar. Mermi, ağaç bloğa çarparak durdurulur ve birlikte h kadarlık bir yüksekliğe çıkarlar. Merminin geliş hızını, bilinenler cinsinden bulunuz.



Çözüm 9-6:

$$K_s = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_s^2$$

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2)v_s \quad \text{ve} \quad v_{2i} = 0 \ \text{ ise;} \quad v_s = \frac{m_1 v_{1i}}{m_1 + m_2}$$

olur. Böylece;

$$K_s = \frac{m_1^2 v_{1i}^2}{2(m_1 + m_2)}$$

elde edilir. Mekanik enerji korunumundan,

$$\frac{m_1^2 v_{1i}^2}{2(m_1 + m_2)} = (m_1 + m_2)gh$$

yazılabilir ve buradan,

$$v_{1i} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)\sqrt{2gh}$$

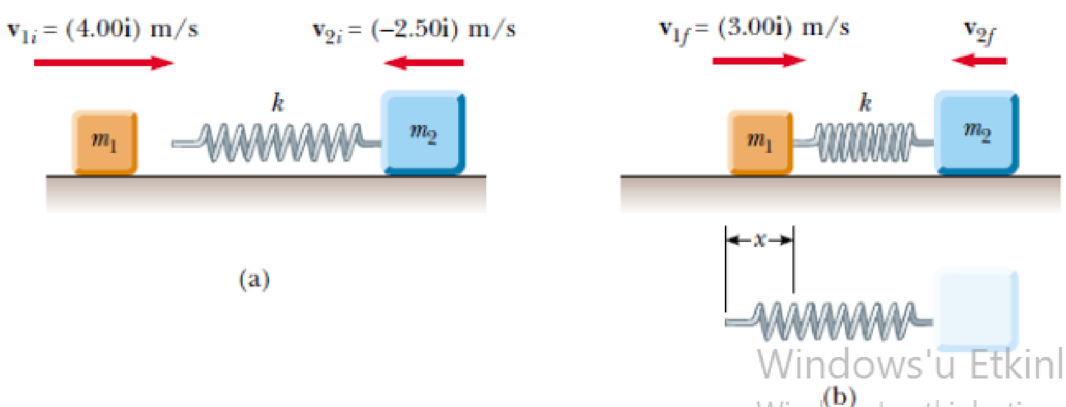
Örnek 9-7: 4 m/s'lik hızla sağa doğru hareket eden $m_1 = 1{,}60\ kg$ kütleli bir blok, şekildeki gibi sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde 2,50 m/s'lik hızla sola doğru hareket eden $m_2 = 2{,}10\ kg$ kütleli ikinci bir bloğa tutturulmuş bir yayla çarpışıyor. Yayın kuvvet sabiti 600 N/m'dir.

a) m_1 kütlesinin sağa doğru 3,00 m/s hızla hareket ettiği anda ikinci bloğun hızını bulunuz.

b) Yaydaki sıkışma miktarını bulunuz.

c) m_2 kütleli blok durgun olduğu anda, m_1 kütleli bloğun hızını ve yaydaki sıkışmayı bulunuz.

d) m_1 ve m_2 kütleli bloklar durgun kalıncaya kadar yaydaki sıkışma devam etseydi yaydaki maksimum sıkışma miktarı ne olurdu?



Çözüm 9-7:

a) $v_{2i} = -2{,}5\ m/s \Rightarrow m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1s} + m_2 v_{2s}$

$$(1{,}60\ kg)(4\ m/s) + (2{,}10\ kg)(-2{,}50\ m/s) = (1{,}60\ kg)(3\ m/s) + (2{,}10\ kg)v_{2s}$$

$$v_{2s} = -1{,}74\ m/s$$

b) Sistemde hiçbir sürtünme kuvveti olmamasından dolayı mekanik enerji korunması gerekir

$$\frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1s}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2s}^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$x = 0{,}173\ m$$

bulunur.

c) $$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1s} + m_2 v_{2s}$$

$$(1{,}60\ kg)(4\ m/s) + (2{,}10\ kg)(-2{,}50\ m/s) = (1{,}60\ kg)v_{1s} + 0$$

$$v_{2s} = 0{,}719\ m/s$$

$$\frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1s}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2s}^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$\frac{1}{2}(1{,}6\ kg)(4\ m/s)^2 + \frac{1}{2}(2{,}1\ kg)(-2{,}5\ m/s)^2 = \frac{1}{2}(1{,}6\ kg)(0{,}72\ m/s)^2 + 0 + \frac{1}{2}(600\ N/m)x^2$$

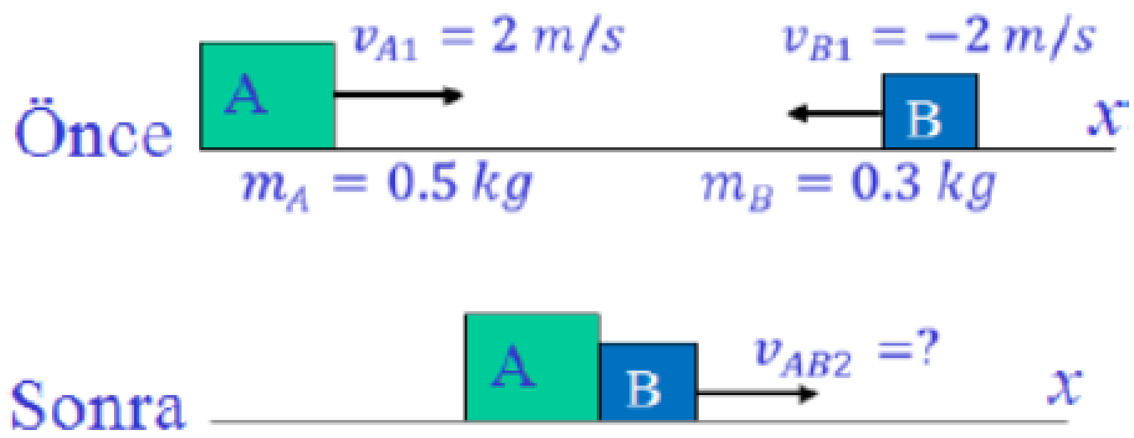
$$x \cong 0{,}251\ m$$

d) $$\frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1s}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2s}^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$\frac{1}{2}(1{,}6\ kg)(4\ m/s)^2 + \frac{1}{2}(2{,}1\ kg)(-2{,}5\ m/s)^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2}(600\ N/m)x^2$$

$$x \cong 0{,}254\ m$$

Örnek: Kütleleri $0{,}5\,kg$ ve $0{,}3\,kg$ olan iki blok şekildeki gibi birbirine doğru $2\,m/s$'lik hızlarla hareket ediyorlar. Çarpışmadan sonra iki blok birleşip birlikte hareket ettiklerine göre, çarpışmadan sonra blokların ortak hızı nedir? Sistemin çarpışmadan önceki ve sonraki kinetik enerjisini kıyaslayınız.



Çözüm:

$$m_A\vec{v}_{A1} + m_B\vec{v}_{B1} = (m_A + m_B)\vec{v}_{AB2}$$

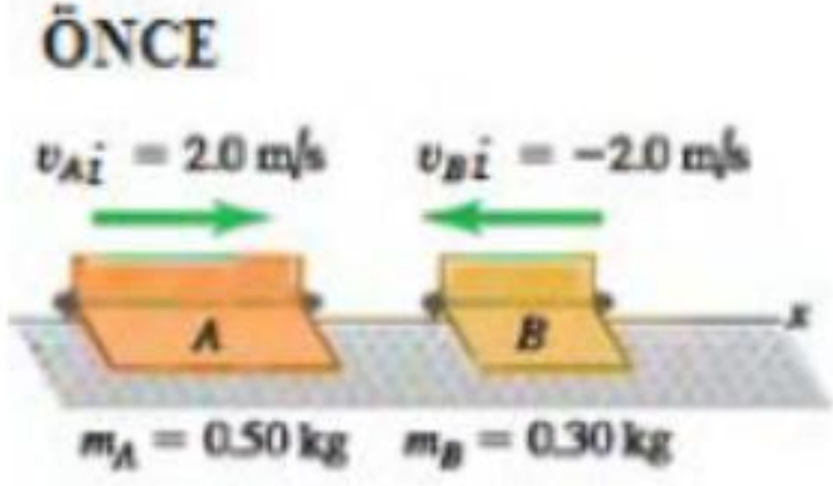
$$\vec{v}_{AB2} = \frac{(0{,}5)\left(2\hat{\imath}\right) + (0{,}3)(-2\hat{\imath})}{(0{,}5 + 0{,}3)} = 0{,}5\hat{\imath}\ m/s$$

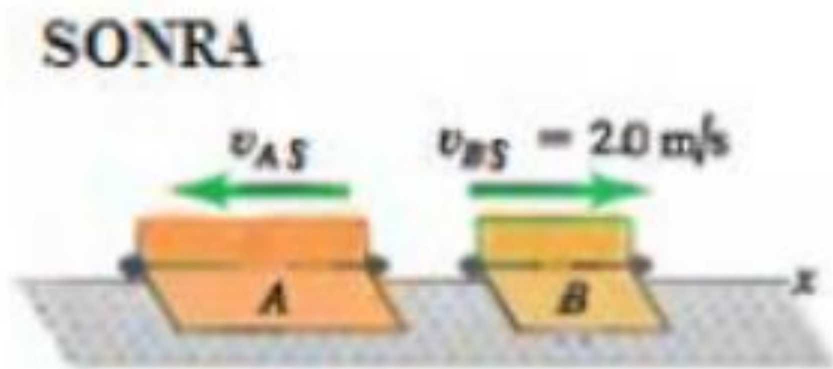
$$K_i = \frac{1}{2}m_A v_{A1}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B1}^2 = 1{,}6\ J$$

$$K_s = \frac{1}{2}(m_A + m_B)v_{AB2}^2 = 0{,}1\ J$$

$\Delta K = K_s - K_i = -1{,}5\ J'$ lük bir enerji kaybı vardır.

Örnek: Kütleleri 0,50 kg ve 0,30 kg olan A ve B blokları birbirine doğru 2,0 m/s hızlarla yaklaşıp çarpışıyorlar. Çarpışmadan sonra B bloğu aynı hızla ters yönde giderken A bloğunun hızı ne olur? Çarpışmanın türü ne olabilir?





Çözüm:

$$m_A\vec{v}_{Ai} + m_B\vec{v}_{Bi} = m_A\vec{v}_{As} + m_B\vec{v}_{Bs} \Rightarrow$$

$$(0{,}50)(2{,}0\hat{\imath}) + (0{,}30)(-2{,}0\hat{\imath}) = (0{,}50)\vec{v}_{As} + (0{,}30)(2{,}0\hat{\imath})$$

$$\vec{v}_{As} = -\frac{0,20\hat{\imath}}{0,50} = -0,40\hat{\imath}\ m/s$$

$$K_i = \frac{1}{2}m_A v_{Ai}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{Bi}^2 = \frac{1}{2}(0{,}50)(2{,}0)^2 + \frac{1}{2}(0{,}30)(-2{,}0)^2 = 1{,}6\ J$$

$$K_s = \frac{1}{2}m_A v_{As}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{Bs}^2 = \frac{1}{2}(0{,}50)(-0{,}40)^2 + \frac{1}{2}(0{,}30)(2{,}0)^2 = 0{,}64\ J$$

$$K_i \neq K_s$$

Olduğu için çarpışma **esnek olmayan çarpışma** türündendir.