Bu ders, Pamukkale Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü tarafından diğer fakültelerde ortak okutulan Genel Fizik-I dersi için hazırlanmıştır.

Ana kaynak kitap olarak resimdeki ders kitabı takip edilecektir.

@PauFizik

https://www.pau.edu.tr/fizik

BÖLÜM-02

Bir Boyutta Hareket

İçerik

- Konum ve Yer değiştirme
- Ortalama Hız
- Ortalama Sürat
- Anlık Hız
- Ortalama ve Anlık İvme
- Serbest Düşen Cisimler

Herhangi bir anda konum, hız ve ivme tanımlarını yapacağız ve aralarındaki bağıntıları türeteceğiz.

Özel bir durum olarak sabit ivmeli hareketi inceleyeceğiz.

Yeryüzüne yakın yükseklikte serbest düşen cismin hareketini ele alacağız.

NOT: Bütün cisimleri bir nokta ile temsil edeceğiz. Buna noktasal cisim yaklaşımı denir.

Mekanik = Kinematik + Dinamik

Mekanik, hareket bilimidir.

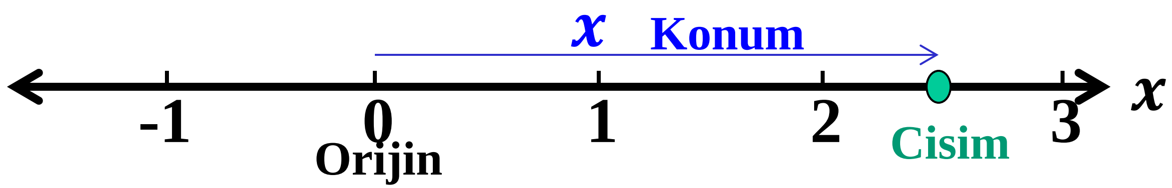
Kinematik, cisimlerin hareketinin sebebini sorgulamadan sadece hareketi inceleyen mekaniğin bir alt dalıdır.

Dinamik, cisimlerin hareketinin ve hareketteki değişimlerin sebebini sorgulayan mekaniğin bir diğer alt dalıdır. Daha sonra bir cismin hareketinde değişiklik yapan her neyse ona kuvvet diyeceğiz.

Bu bölümde sadece *kinematik* konuları ele alınacaktır.

Hareketi nasıl temsil edebiliriz?

Hareket: Cismin yerinin (konumunun) zaman içinde değişmesidir.



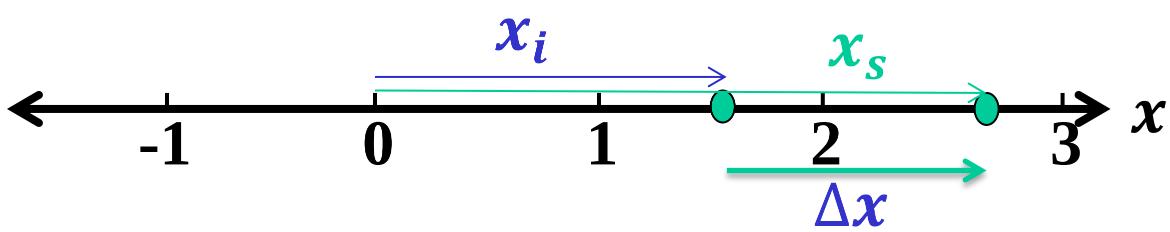
Bir cisim x-ekseni boyunca hareket etsin. Herhangi bir t anında, orijine göre cismin konumu $x(t)$ fonksiyonu ile betimlenir.

Orijin ≡ Referans noktası

NOT: Bir boyutlu hareketlerde vektör gösterimi kullanmadan da hareketi tarif edebiliriz.

Cisim orijinin sağındaysa $x > 0$, solundaysa $x < 0$ ve orijindeyse $x = 0$ olur.

Yer değiştirme (Δx) : Bir cisim x_i konumundan x_s konumuna hareket ettiğinde, konumundaki değişmedir.



$$\Delta x = x_s - x_i$$

SI sisteminde [Δx] =*metre*

Örneğin $x_i = 2\ m$ ve $x_s = 8\ m$ olan bir cismin yer değiştirmesi $\Delta x = 8 - 2 = +6\ m$ olacaktır. $\Delta x > 0$ bir sayı çıktı.

Örneğin $x_i = 5m$ ve $x_s = -1\ m$ olan bir cismin yer değiştirmesi $\Delta x = -1 - 5 = -6\ m$ olacaktır. $\Delta x < 0$ bir sayı çıktı.

$\Delta x > 0$, $\Delta x < 0$ veya $\Delta x = 0$ olabilir.

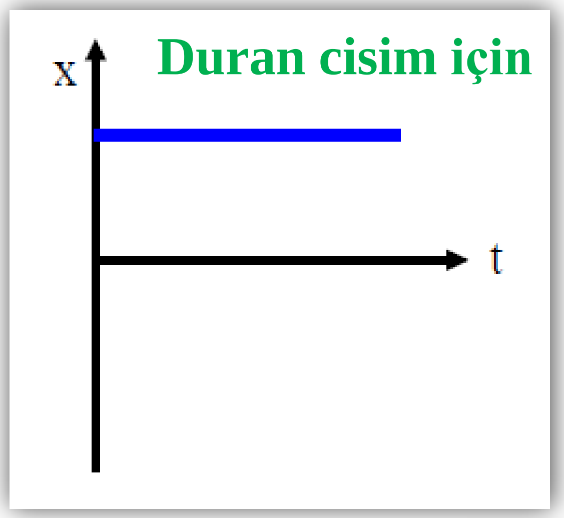
Yer değiştirme ≠ Alınan yol

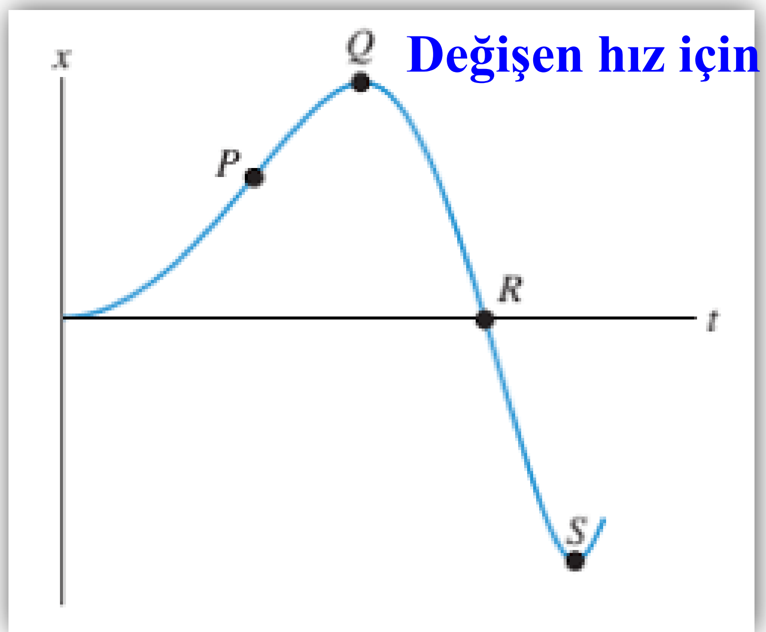
Örnek: $x_i = 30\ m$ konumundan pozitif yönde $x_s = 120\ m$ konumuna giden ve oradan tekrar ilk konumuna dönen bir cisim düşünelim. Alınan yol ve yer değiştirme nedir?

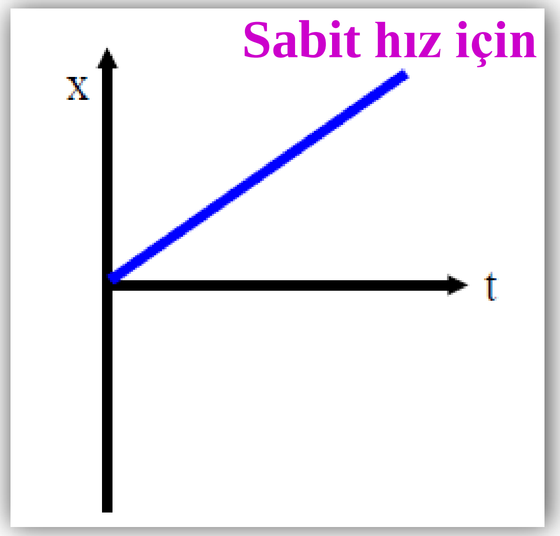
Çözüm: Cisim toplam olarak $2 \times (120 - 30) = 180\ m$ yol almıştır, ama yer değiştirmesi $\Delta x = 30 - 30 = 0\ m$ olur.

Konum-Zaman Grafiği

Bir cismin hareketini betimlemenin başka bir yolu da cismin konumunu zamana bağlı olarak bir grafik üzerinde çizmektir.







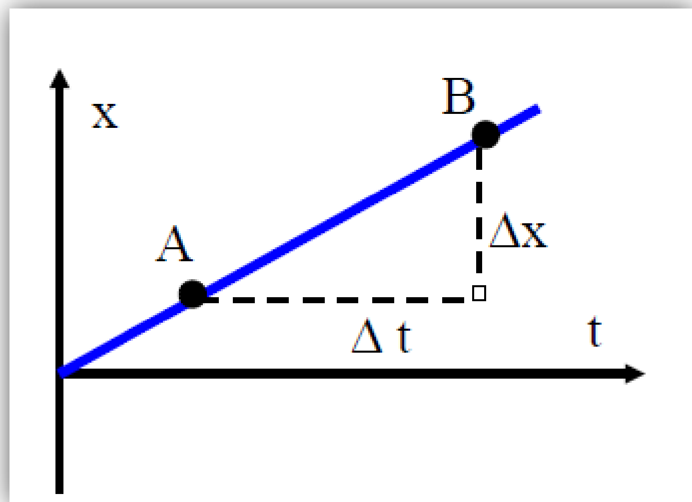
Ortalama Hız

Bir cisim t_i anında x_i konumdayken daha sonraki bir t_s anında x_s konumuna gelmiş olsun. Cisim ne kadar hızlı hareket etmiştir sorusuna bir cevap olarak ortalama hız terimini tanımlıyoruz.

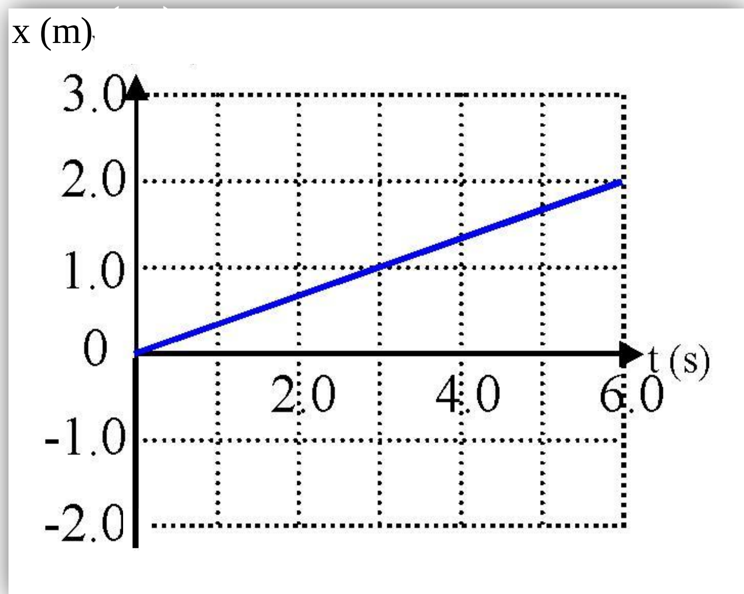
$$\bar{v}_x = \frac{x_s - x_i}{t_s - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Ortalama Hız

Bazen v_{ort} ile bazen de $\bar{v}$ ile göstereceğiz. İkisi de ortalama hız!



$$v_{ort} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



Bir cismin konum-zaman grafiği şekilde verilmiştir. $\mathbf{0-6,0}$ s aralığında bu cismin ortalama hızını hesaplayınız.

$$v_{ort} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2{,}0-0}{6{,}0-0} = \frac{1}{3}\ m/s$$

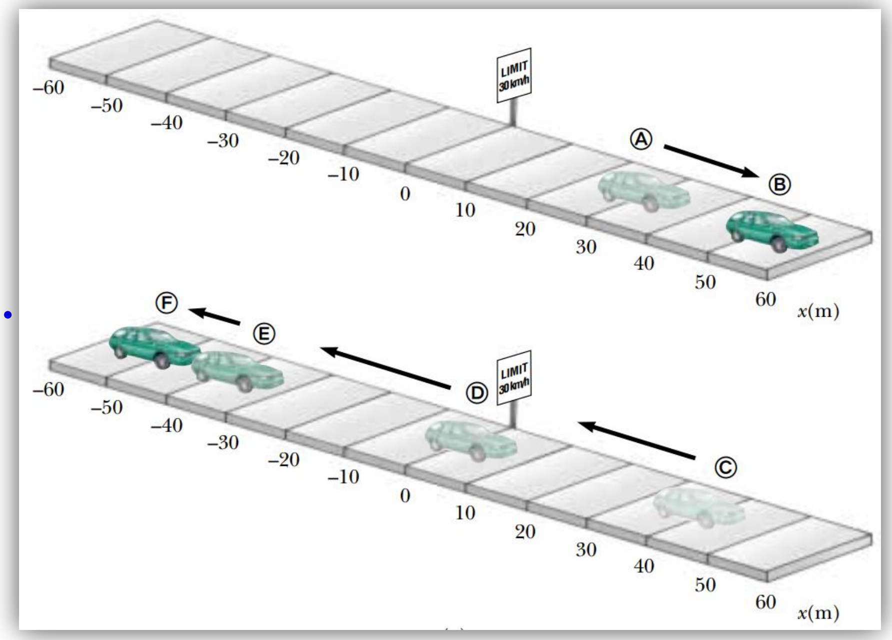
Ortalama Sürat

- Skaler bir niceliktir.

$$Ortalama\ sürat = \frac{Toplam\ alınan\ yol}{Toplam\ zaman}$$

$$\text{Ortalama sürat} \neq |v_{ort}|$$

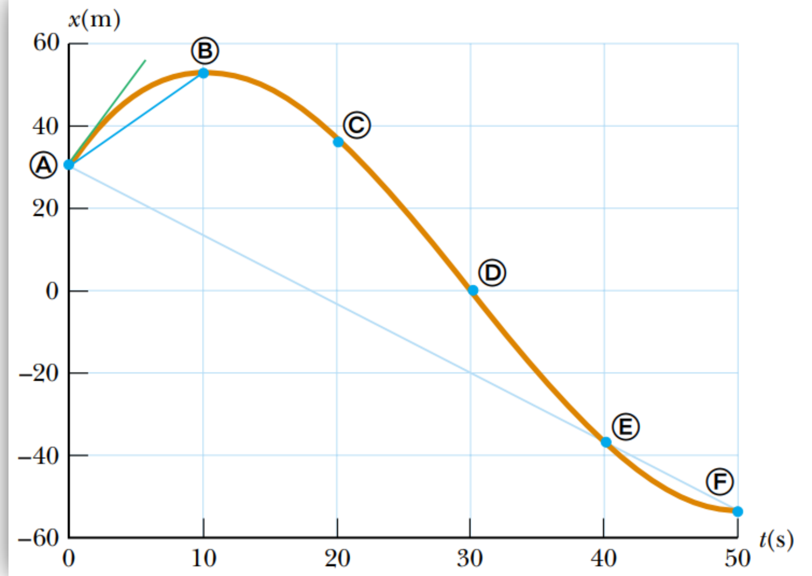
Örnek: Şekildeki otomobilin, A ve F noktaları arasındaki, ortalama hızını ve süratini hesaplayınız ($t_A = 0$ ve $x_A = 30\ m$; $t_F = 50\ s$ ve $x_F = -53\ m$).



Çözüm:

Yer değiştirme: $\Delta x = x_F - x_A$

$$\Delta x = -53 - 30 = -83\ m$$

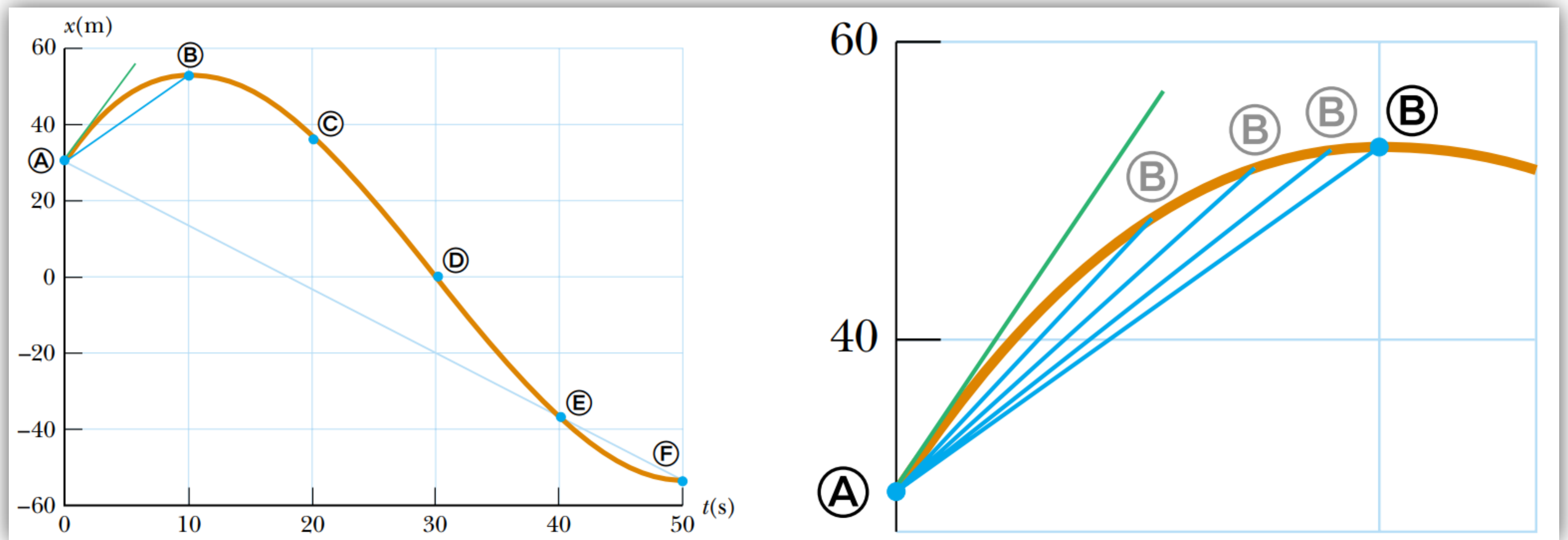


$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_F - x_A}{t_F - t_A}$$

$$\bar{v}_x = \frac{-53 - 30}{50 - 0} = -1{,}7\ m/s$$

$$Ortalama\ sürat = \frac{x_{AB} + x_{BD} + x_{DF}}{50} = \frac{22 + 52 + 53}{50} = 2{,}7\ m/s$$

Anlık Hız



Anlık hız, ortalama hızın $\Delta t \to 0$ limitidir.

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}}$$

❖Anlık hız, cismin konumunun zamana göre birinci türevidir.

❖Yani, konum-zaman grafiğinin herhangi bir andaki eğimidir.

Anlık sürat = $|v_x|$

Çok Temel Matematik

$x = x(t) = At^n$ bir fonksiyon. A ve n sabittir.

Türevi $\boldsymbol{\frac{dx}{dt} = \frac{d(At^n)}{dt} = Ant^{n-1}}$ olur.

Örnek: $x = 5t^3 + 2$ ise $\frac{dx}{dt} = 15t^2$

$x = x(t) = At^n$ bir fonksiyon. A ve n sabittir.

İntegrali $\boldsymbol{\int x(t)dt = \int At^n dt = \frac{A}{n+1}t^{n+1}}$ olur.

Örnek: $x = 5t^3 + 2$ ise $\int (5t^3 + 2)dt = \frac{5}{4}t^4 + 2t$

Not: İntegral sabitini yazmadık!

Örnek: x-ekseni boyunca hareket eden bir cismin konumu $x(t) = -4t + 2t^2$ olarak değişmektedir. Burada t saniye, x metre birimindedir.

a) 0-1 s ve 1-3 s aralıklarında cismin yer değiştirmesini bulunuz.

b) 0-1 s ve 1-3 s aralıklarında cismin ortalama hızını bulunuz.

c) 2,5 s anındaki hızını hesaplayınız.

Çözüm:

a)

$$x_0 = (-4)(0) + (2)(0)^2 = 0\ m$$

$$x_1 = (-4)(1) + (2)(1)^2 = -2\ m$$

$$x_3 = (-4)(3) + (2)(3)^2 = +6\ m$$

$$\Delta x_{0\to1} = x_1 - x_0 = -2 - 0 = -2\ m$$

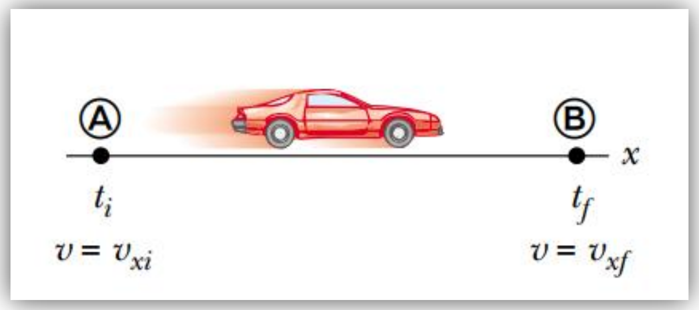
$$\Delta x_{1\to3} = x_3 - x_1 = 6 - (-2) = +8\ m$$

b)

$$\bar{v}_{0\to1} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{-2}{1-0} = -2\ m/s$$

$$\bar{v}_{1\to3} = \frac{x_3 - x_1}{t_3 - t_1} = \frac{+8}{3-1} = +4\ m/s$$

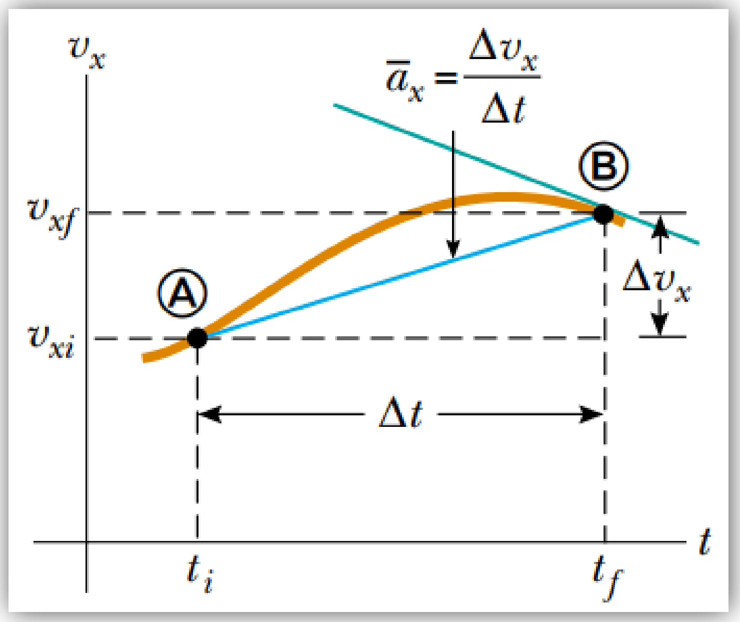
c) $v(t) = \frac{dx}{dt} = (-4 + 4t)\ m/s \Rightarrow v(2{,}5) = -4 + 4(2{,}5) = 6\ m/s$



Ortalama İvme

t_1 ve t_2 anları arasındaki ortalama ivme;

$$\bar{a}_x = \frac{v_{xs} - v_{xi}}{t_s - t_i} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \left(m/s^2\right)$$



Anlık İvme

Anlık ivme, ortalama ivmenin $\Delta t \to 0$ limitidir ve herhangi bir *t* anında hızın ne kadar hızlı değiştiğini gösterir.

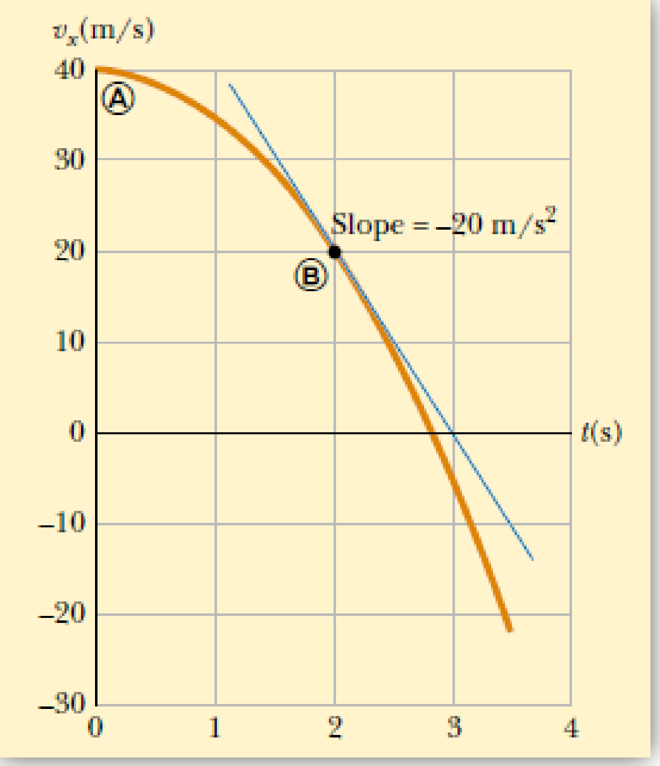
$$\boxed{a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}}$$

Anlık ivme, cismin hızının zamana göre birinci türevidir. Yani, hız-zaman grafiğinin herhangi bir andaki eğimidir.

Örnek: x-ekseni boyunca hareket eden bir cismin hızı $v_x = (40 - 5t^2)\ m/s$ ifadesine göre zamanla değişmektedir. Burada t saniye birimindedir.

a) $t = 0$ ve $t = 2\ s$ zaman aralığındaki ortalama ivmeyi bulunuz.

b) $t = 2\ s$ anındaki ivmeyi bulunuz.



Çözüm:

a) $$v_{x0} = 40 - 5(0)^2 = 40\ m/s$$

$$v_{x2} = 40 - 5(2)^2 = 20\ m/s$$

$$\bar{a}_x = \frac{v_{x2} - v_{x0}}{t_2 - t_0} = \frac{20 - 40}{2 - 0} = -10\ m/s^2$$

b) $$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -10t$$

İvme sabit değil!

$$a_{x(t=2\ s)} = \left(-10(2)\right)\ m/s^2 = -20\ m/s^2$$

Özel Durum: Bir Boyutta Sabit İvmeli ($a_x = sbt$) Hareket

$t = 0$'da cismin hızı v_i ve konumu x_i olsun.

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow dv_x = a_x dt \Rightarrow \int_{v_{xi}}^{v_{xs}} dv_x = a_x \int_0^t dt \Rightarrow \boxed{v_{xs} - v_{xi} = a_x t}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v_x dt \Rightarrow \int_{x_i}^{x_s} dx = \int_0^t (v_{xi} + a_x t)dt \Rightarrow \boxed{x_s = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2}$$

İki denklemden t yok et!

$$\boxed{v_{xs}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_s - x_i)}$$

İki denklemden a_x yok et!

$$\boxed{x_s - x_i = \frac{1}{2}(v_{xs} + v_{xi})t} \quad \text{veya} \quad \boxed{\Delta x = \bar{v}_x t}$$

Örnek: Bir jet uçak gemisine 63 m/s hızla iniyor.

a) Jet, 2s sonra duruyorsa, ivmesi nedir?

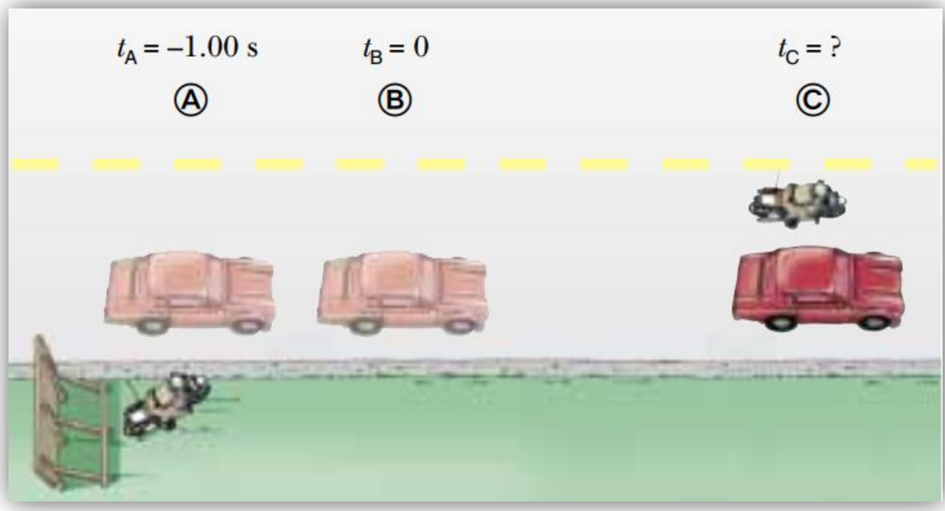
b) Jet yavaşlarken yer değiştirmesi nedir?

Çözüm:

a) $\boldsymbol{v_{xs} = v_{xi} + a_x t}$ ⇨ $\boldsymbol{0 = 63 + 2a}$ ⇨ $\boldsymbol{a = -31\, m/s^2}$

b) $$\boldsymbol{\Delta x = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xs})t = \frac{1}{2}(63 + 0)(2) = 63\, m}$$

Örnek: $45\ m/s$'lik sabit hızla giden bir araba, bir ilan tahtası arkasına saklanan trafik polisini geçiyor. Bundan 1 s sonra trafik polisi $3\ m/s^2$'lik sabit bir ivme ile arabayı kovalamaya başlıyor. Trafik polisi arabayı ne kadar zamanda yakalar?



Çözüm: İlan tahtasının olduğu noktayı orijin ve trafik polisinin harekete geçtiği zamanı da $t = 0$ seçelim. Bu durumda polisin ilk konumu 0 m ve arabanın ilk konumu 45 m olacaktır.

$$x_{polis} = 0 + 0t + \frac{1}{2}a_{polis}t^2 \Longrightarrow x_{polis} = \frac{1}{2}3t^2$$

$$x_{araba} = 45 + 45t + \frac{1}{2}(0)t^2 \Longrightarrow x_{araba} = 45 + 45t$$

Trafik polisi otomobili, her ikisinin de konumunun aynı olduğu C noktasında yakalar.

$$x_{polis} = x_{araba}$$

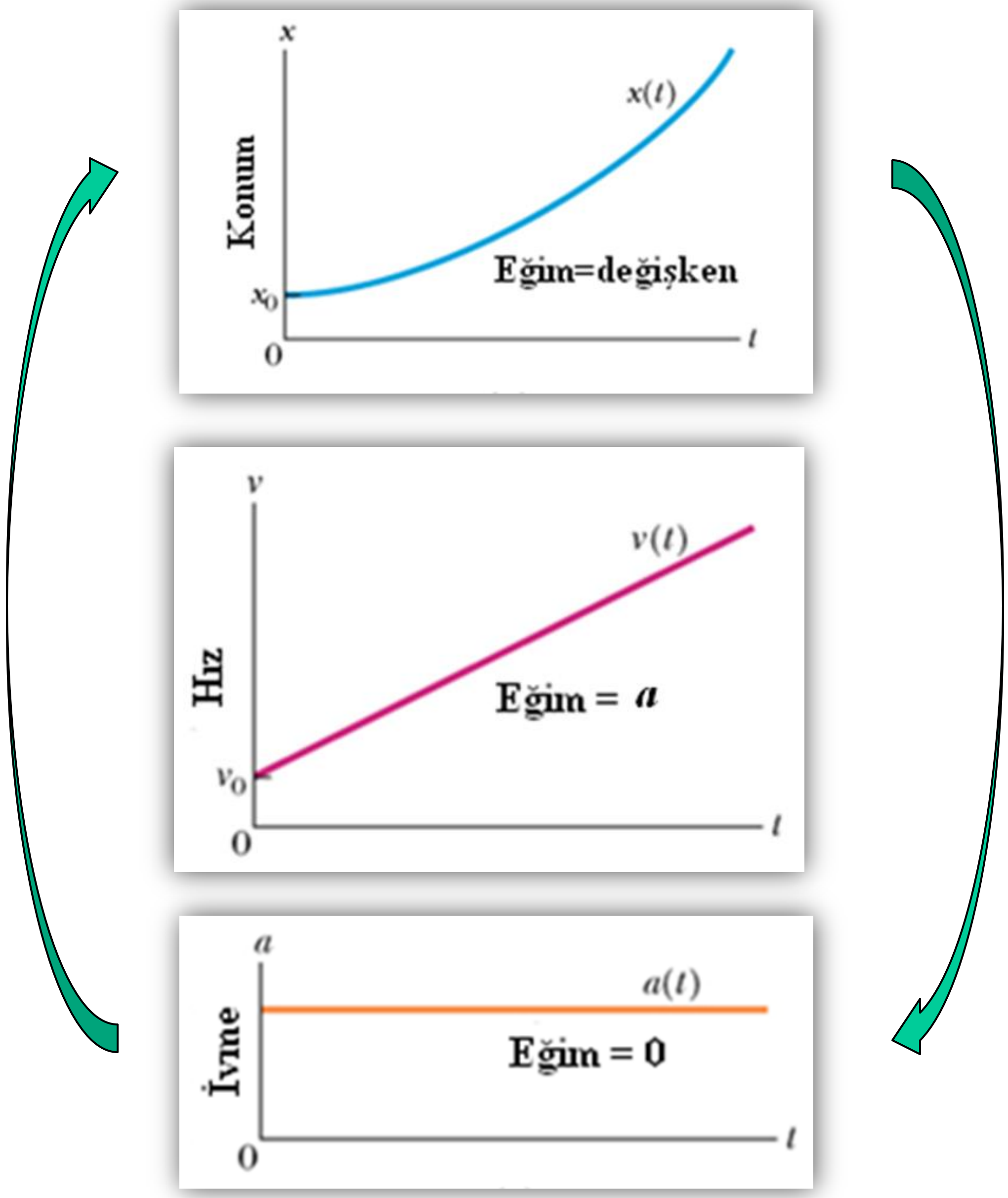
$$\frac{1}{2}3t^2 = 45 + 45t \quad \Longrightarrow \quad 1{,}5t^2 - 45t - 45 = 0$$

Bu denklemin pozitif kökü $t = 31\ s$'dir.

Konum (x), hız (v_x), «sabit» ivme (a_x) zamanla değişimi

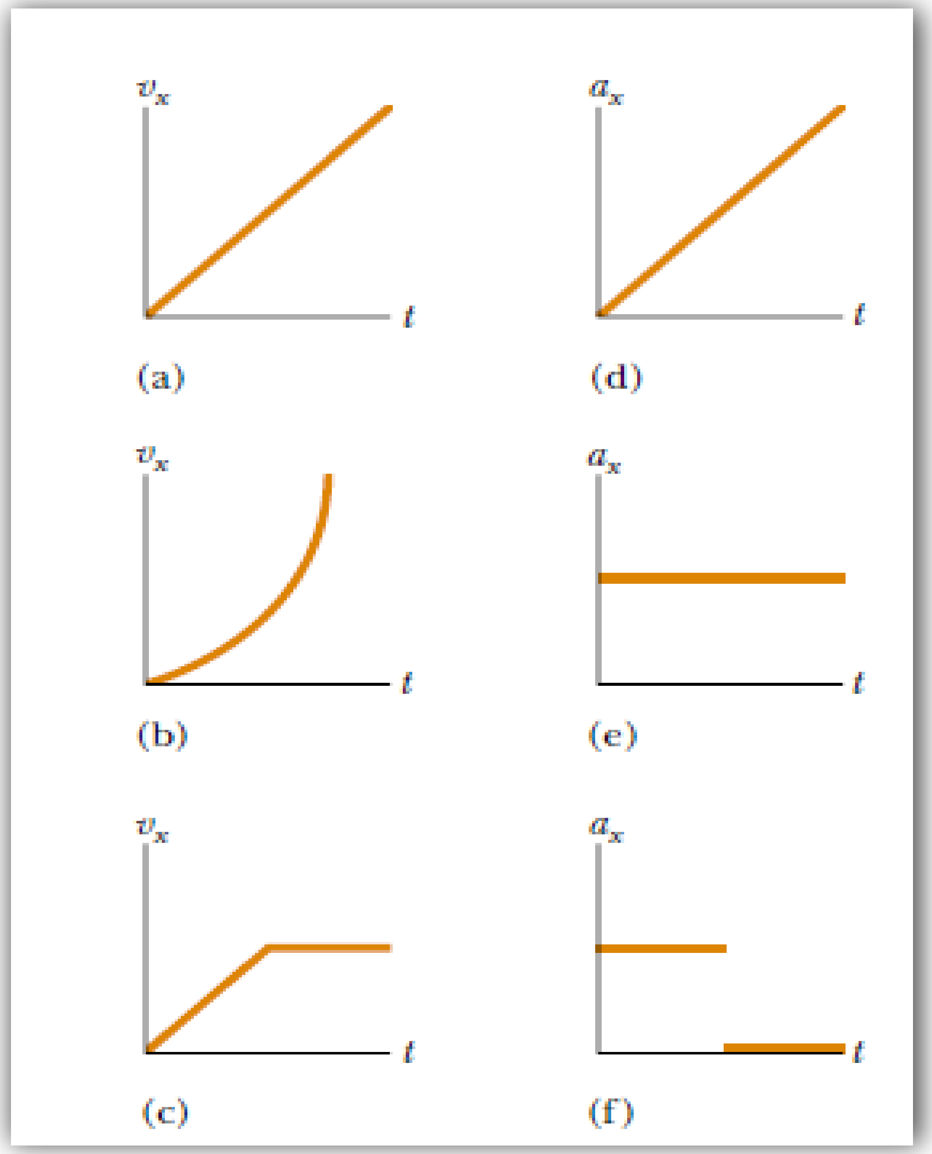
İntegral

Alttaki alan



Türev

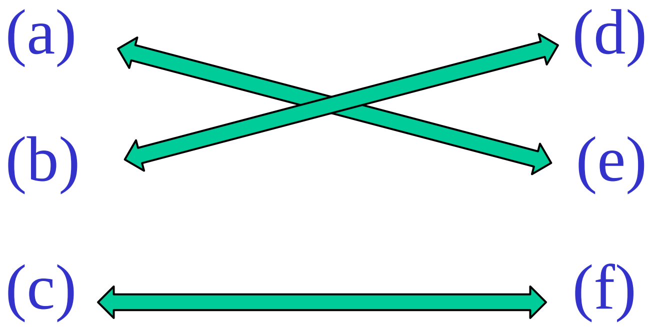
Teğetin eğimi



Soru:

(a), (b), (c) şekilleri bir boyutta hareket eden bir cismin $v_x - t$ grafikleridir. (d), (e), (f) grafikleri de ivme-zaman grafikleridir. Doğru eşleştirmeyi yapınız.

Cevap:



Serbest Düşen Cisimler

Dünya yüzeyinin yakınlarında serbest olan tüm cisimler büyüklüğü $9{,}8\ m/s^2$ ve yönü dünyanın merkezine doğru olan sabit bir ivmeyle hareket ederler. Serbest düşme hareketlerinde cisimlerin ivmesi g ile gösterilir, yani $g = 9{,}8\ m/s^2$. Cismin konumu düşey y ekseni üzerinde bir nokta ile gösterilir. Yukarı yön, pozitif y olarak seçilir. Bu durumda sabit ivme $a_y = -g = -9{,}8\ m/s^2$ olur.

$$\boxed{v_{ys} = v_{yi} - gt}$$

$$\boxed{v_{ys}^2 = v_{yi}^2 - 2g(y_s - y_i)}$$

$$\boxed{y_s = y_i + v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2}$$

$$\boxed{y_s - y_i = \frac{1}{2}(v_{ys} + v_{yi})t}$$

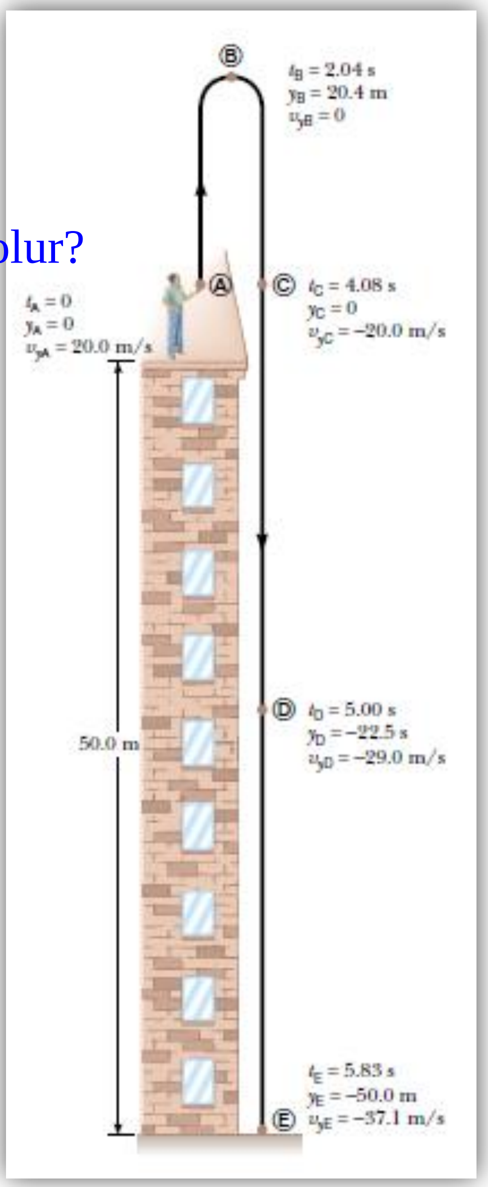
Örnek: $50\ m$ yüksekliğinde bir binanın tepesinden bir taş düşey doğrultuda yukarı doğru $20\ m/s$ hızla fırlatılıyor. ($g = 10\ m/s^2$)

a) Taş maksimum yüksekliğe ne kadar zamanda çıkar?

b) Bu nokta yerden ne kadar yüksektedir?

c) Taş fırlatıldığı seviyeye ne kadar zamanda gelir ve bu noktada hızı ne olur?

d) $t = 5\ s$ anında taşın hızı ve konumu nedir?



Çözüm:

a) Maksimum yükseklikte cismin hızı sıfırdır.

$$v_{ys} = v_{yi} - gt \Rightarrow 0 = 20 - 10t \Rightarrow t = 2\ s$$

b) $v_{ys}^2 = v_{yi}^2 - 2g(y_s - y_i) \Rightarrow (y_s - y_i) = 20\ m \Rightarrow y_s = 70\ m$

c) $y_s - y_i = 0 = v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t\left(v_{yi} - \frac{1}{2}gt\right) = 0 \Rightarrow t = \dfrac{2(20)}{10} = 4\ s$

$$v_{ys} = v_{yi} - gt \Rightarrow v_{ys} = 20 - (10)(4) = -20\ m/s$$

d) $v_{ys} = v_{yi} - gt \Rightarrow v_{ys} = 20 - (10)(5) = -30\ m/s$

$$v_{ys}^2 = v_{yi}^2 - 2g(y_s - y_i) \Rightarrow (y_s - 50) = \frac{900 - 400}{-2(10)} = -25\ m$$

Çatının 25 m altındadır veya yerden 50-25=25 m yukarıdadır.

Bölüm Sonu Problemleri

Problem 2.32: Bir şoför, yolu kapatan bir ağaç gördüğü anda frene basar ve $-\,5{,}60\ \mathrm{m}/s^2$ ivme ile $4{,}20\ s$ içinde $62{,}4\ m$ fren izi bırakarak ağaca çarpar. Otomobilin ağaca çarpma hızını bulunuz.

Çözüm 2.32:

Fren izinden arabanın aldığı yolu biliyoruz. İvme sabit olarak verilmiş. Geçen süreyi de biliyoruz.

$$x = v_i t + \tfrac{1}{2} a t^2 \quad \Longrightarrow \quad 62{,}4 = v_i(4{,}20) + \tfrac{1}{2}(-5{,}60)(4{,}20)^2$$

Buradan $v_i = 26{,}62\ m/s$ hesaplanır. Sonrasında şunu yaparız.

$$v_s = v_i + at = 26{,}62 - (5{,}60)(4{,}20) = 3{,}10\ m/s$$

Problem 2.44: Bir top, $30\ m$ yükseklikten 8 m/s'lik ilk hız ile aşağıya doğru fırlatılmaktadır. Top yere ne zaman çarpar?

Çözüm 2.44: Aşağıdaki denklem yazılabilir,

$$y_s = y_i + v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \longrightarrow \quad 0 = 30 - 8t - \frac{1}{2}(9{,}8)t^2$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \longrightarrow \quad t_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 4(30)(4{,}9)}}{(-9{,}8)}$$

$t_1 = 1{,}79\ s$ ve $t_2 = -3{,}42\ s$

Zaman niceliği için pozitif kök anlamlı olacağından;

$$t_1 = 1{,}79\ s$$

Problem 2.52: Bir helikopterin yerden yüksekliği $y = 3t^2$ fonksiyonu ile veriliyor. Burada *t* saniye ve *y* metre cinsindendir. $t = 2\ s$ anında helikopterden bir paket serbest bırakılıyor. $(g = 10\ m/s^2)$

a) Paket ne kadar zamanda yere ulaşır?

b) Paket yere ulaştığı anda hızının büyüklüğü kaç m/s'dir?

c) Paketin ivmesi için ne söyleyebilisriniz?

Çözüm 2.52:

a) Paketin bırakıldığı andaki hızı = helikopter hızı $v_y = \frac{dy}{dt} = 6t = 12\ m/s$

Paketin yüksekliği = helikopter konumu $y_i = 3t^2 = 3(2)^2 = 12\ m$

$$y_s - y_i = v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 - 12 = 12t - \frac{1}{2}(10)t^2 \Rightarrow t = 3{,}16\ s$$

b) Paket artık serbest düşme yapıyor.

$$v(t) = v_i - gt \Rightarrow v(t) = 12 - gt$$

$$v(t) = 12 - (10)(3{,}16) = -19{,}6\ m/s$$

c) Serbest düşen paketin ivmesi sabittir ve $a_y = -10\ m/s^2$ olur.

Problem 2.68: Bir otomobil ve bir tren $25\ m/s$'lik hızla paralel yollar boyunca beraber gitmektedirler. Otomobil kırmızı ışık nedeniyle $-2{,}5\ m/s^2$'lik düzgün bir ivmenin etkisinde kalır ve durur. Otomobil $45\ s$ hareketsiz kalır, daha sonra $2{,}5\ m/s^2$'lik bir ivme ile $25\ m/s$'lik hıza ulaşır. Trenin hızının $25\ m/s$'de kaldığını kabul ederek, otomobil $25\ m/s$'lik hıza ulaştığı zaman trenin ne kadar gerisindedir.

Çözüm 2.68: Otomobilin durması için gerekli süre ile, ilk $25\ m/s$'lik hıza ulaşması için gerekli süre birbirine eşittir ve bu süre:

$$v_{xs} = v_{xi} + a_x t \Rightarrow 0 = 25 + (-2{,}5)t \Rightarrow t = 10\ s$$

ile verilir. Bu iki zaman aralığında otomobilin gittiği toplam yol;

$$x_{oto} = \Delta x_{yavaşlarken\ aldığı\ yol} + \Delta x_{25m/s\ hıza\ tekrar\ ulaşıncaya\ kadar\ aldığı\ yol}$$

$$\Delta x = \overline{v}_x t \quad ise \qquad x_{oto} = \frac{(25+0)}{2}(10) + \frac{(0+25)}{2}(10) = 250\ m$$

Araba ilk hızına ulaşıncaya kadar geçen toplam süre;

$$\Delta t_{top} = \Delta t_{durma\ zamanı} + \Delta t_{hareketsiz\ kaldığı\ zaman} + \Delta t_{tekrar\ hızlanma\ zamanı}$$

$$\Delta t_{top} = 10 + 45 + 10 = 65\ s$$

olur. Bu sürede trenin gittiği toplam yol;

$$x_{tren} = (25)(65) = 1625\ m$$

olur. Bu durumda tren;

$$1625 - 250 = 1375\ m$$ önde olur.