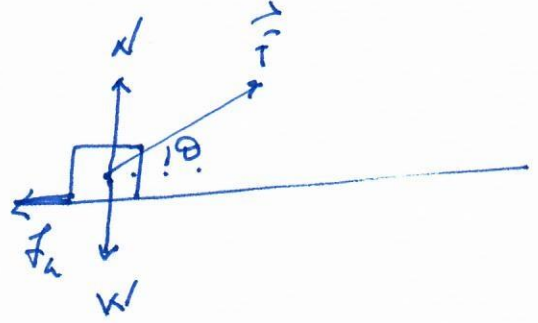


7. BÖLÜM PROBLEM VE ÇÖZÜMLERİ 7

7.6: 15 kg lık bir blok yata, pürüzlü bir yüzey üzerinde yatayın üzerinde 20° lik bir açıyla etki eden 70 N lık sabit bir kuvvetle çekilmektedir. Blok 5 m yerdeğiştirmekte olup kinetik sürtünme katsayısı 0,3 dir.

- 70 N lık kuvvetin
- Sürtünme kuvvetinin
- Dik kuvvetin
- tergelim kuvvetinin yaptığı işi bulunuz.
- Blok üzerinde yapılan net iş nedir?



Verilenler

$$\begin{aligned} m &= 15 \text{ kg} \\ \theta &= 20^\circ \\ F &= 70 \text{ N} \\ x_s - x_i &= S = 5 \text{ m} \\ \mu_k &= 0,3 \end{aligned}$$

- $W_F = ?$
- $W_{f_k} = ?$
- $W_N = ?$
- $W_W = ?$
- $W_T = ?$

Not Bir cisim sabit bir kuvvetle etkisinde ise, bu kuvvetin \vec{S} yolu boyunca yaptığı iş $W_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \vec{S} = FS \cos \theta$

- $W_F = \vec{F} \cdot \vec{S} \Rightarrow W_F = FS \cos(20^\circ) \Rightarrow W_F = 70 \cdot 5 \cdot \cos(20^\circ) = 329 \text{ Joule}$
- $\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow \vec{F}_y + N - W = 0 \Rightarrow N = W - \vec{F}_y$; $\vec{F}_y = F \sin(20^\circ)$
 $N = mg - F \sin(20^\circ) \Rightarrow N = 15 \cdot 9,8 - 70 \cdot \sin(20^\circ) \Rightarrow N = 123 \text{ N}$
 $f_k = \mu_k N \Rightarrow f_k = 0,3 \times 123 \Rightarrow f_k = 36,9 \text{ N}$
 $W_{f_k} = \vec{f}_k \cdot \vec{S} = -f_k S \Rightarrow W_{f_k} = -36,9 \times 5 \Rightarrow W_{f_k} = -185 \text{ Joule}$
- $W_N = \vec{N} \cdot \vec{S} = N S \cos(90^\circ) \Rightarrow W_N = 0$
- $W_W = \vec{W} \cdot \vec{S} = W S \cos(-90^\circ) \Rightarrow W_W = 0$
- $W_T = W_F + W_{f_k} + W_N + W_W$
 $= 329 + (-185) + 0 + 0 \Rightarrow W_T = 144 \text{ Joule}$

} Yola dik kuvvetlerin yaptığı iş

Soru: Bir parçacık üzerine etkiyen kuvvet $\vec{F}_x = (8x - 16) \text{ N}$ ifadesi ile verilmektedir. Bu kuvvetin etkisi altında cisim $x_i = 0$ dan $x_f = 3 \text{ m}$ 'ye yer değiştirmiş ise;

a) Bu yer değiştirmeye boyunca kuvvetin yaptığı işi bulunuz.

Çöz: $\vec{F} = \vec{F}(x)$ değişken kuvvetinin dx yol elemanı boyunca yaptığı dW işi; $dW = \vec{F}(x) dx$
dolayısıyla yol boyunca yapılan iş $W = \int_{x_i}^x \vec{F}(x) dx$

$$W = \int_0^3 (8x - 16) dx \Rightarrow W = \left(\frac{1}{2} \cdot 8x^2 - 16x \right) \Big|_0^3$$

$$W = (4 \cdot 3^2 - 16 \cdot 3) - (0 - 0) \Rightarrow \underline{W = -12,0 \text{ Joule}}$$

b) Bu kuvvetin $x_i = 0$ noktasında durgun halde bulunan 4 kg kütleli bir cisim üzerine etki ettiğini varsayarak $x = x_f = 8 \text{ m}$ de cismin hızını bulunuz.

Çöz: Bir cisim üzerine etki eden sürekli kuvvetin yaptığı iş cismin kinetik enerjisindeki değişime eşittir:

$$W_{\vec{F}} = W_{\vec{F}_x} = K_f - K_i \Rightarrow W_{\vec{F}_x} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$W_{\vec{F}_x} = \int_0^8 (8x - 16) dx \Rightarrow W_{\vec{F}_x} = (4x^2 - 16x) \Big|_0^8$$

$$W_{\vec{F}_x} = (4 \cdot 8^2 - 16 \cdot 8) \Rightarrow \underline{W_{\vec{F}_x} = 128 \text{ Joule}}$$

$$v_i = 0 \quad 128 = \frac{1}{2} \cdot 4 v_f^2 - 0 \Rightarrow \underline{v_f = 8,0 \text{ m/s}}$$

7.23 : Hooke kanununa uyan bir yay, doğal uzunluğundan 10 cm gerilince 4 Joule'lik iş yapılıyorsa, 10 cm daha germe için fazladan ne kadar iş yapılmalı?

$$x_i = 0$$

$$x_A = 10 \text{ cm} = 1,0 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

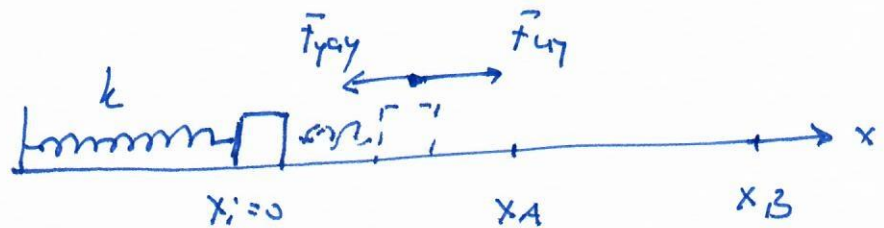
$$x_B = 20 \text{ cm} = 2,0 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

$$W_{x_i \rightarrow x_A} = 4,0 \text{ J}$$

$$W_{x_A \rightarrow x_B} = ?$$

Not : Hooke kanununa göre bir yayın bir cisme uyguladığı kuvvet $\vec{F} = \vec{F}(x) = -kx$

burada k : yayın yay sabiti



Yayın etkisindeki cismi sağa doğru hareket ettirebilmek için $F_{uy} \geq F_{yay}$ kuvveti olmalı. Eğer cismi denge durumunu koruyarak $x_i \rightarrow x_A \rightarrow x_B$ 'ye götürmek istiyorsa $k(F_{uy})$ uygulanan kuvvetin büyüklüğü yayın uyguladığı kuvvetin büyüklüğüne eşit yöne ters olmalı.

$$\vec{F}_{yay} = -kx \Rightarrow \vec{F}_{uy} = kx \text{ dir.}$$

$$W_{\vec{F}_{uy}} = \int_{x_i}^{x_A} (kx) dx \Rightarrow W_{\vec{F}_{uy}} = \frac{1}{2} kx^2 \Big|_{x_i}^{x_A}$$

$$W_{x_i \rightarrow x_A} = W_{\vec{F}_{uy}} = 4,0 \text{ J} \Rightarrow 4,0 \text{ J} = \frac{1}{2} k [(1,0 \cdot 10^{-1})^2 - 0^2]$$

$$4,0 \times 2 = 1,0 \cdot 10^{-2} k \Rightarrow \underline{k = 800 \text{ N/m}}$$

$$W_{x_A \rightarrow x_B} = \int_{x_A}^{x_B} (kx) dx \Rightarrow W_{x_A \rightarrow x_B} = \frac{1}{2} \cdot 800 [(2 \cdot 10^{-1})^2 - (1,0 \cdot 10^{-1})^2]$$

$$\underline{W_{x_A \rightarrow x_B} = 12,0 \text{ Joule}}$$

7.36 12 kg kütleli bir blok 35° eğimli sürtünmesiz bir eğik düzlemden aşağı doğru ilk hızla olarak kaymaktadır ve $k = 3,0 \times 10^4 \text{ N/m}$ lik bir yayla durdurulmaktadır. Blok bırakıldığı noktadan, yayın karşı yönüne kayarak durduğu noktaya kadar toplam $d = 3 \text{ m}$ uzaklığa kaymaktadır. Blok durduğunda yay ne kadar sıkışmış olur?

$$M = 12 \text{ kg}$$

$$\theta = 35^\circ$$

$$u_i = 0$$

$$k = 3,0 \times 10^4 \text{ N/m}$$

$$u_s = 0$$

$$d = 3 \text{ m}$$

~~4.4~~

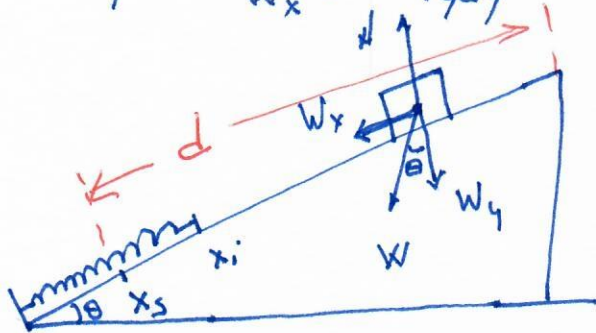
Yay dengede konumunda $x_i = 0$

Yay maksimum sıkıştığında $x_s = -x$

+ Bir cisim üzerine etki eden toplam kuvvetin yaptığı iş cismin kinetik enerji değişimine eşittir.

$$\Delta K = K_s - K_i = \frac{1}{2} M \dot{u}_s^2 - \frac{1}{2} M \dot{u}_i^2 \Rightarrow \Delta K = 0$$

$$W_T = W_{W_x} + W_{\vec{r}_{\text{yay}}} = \Delta K \Rightarrow W_T = 0$$



$$\begin{aligned} W_x &= W \cdot \sin(35^\circ) \\ &= 12 \times 9,8 \times \sin(35^\circ) \\ &= 67,5 \text{ N} \end{aligned}$$

$$W_{W_x} = \vec{W}_x \cdot \vec{d} \Rightarrow W_{W_x} = W_x d \cos(0^\circ) \Rightarrow W_{W_x} = 67,5 \times 3,0 = 203 \text{ Joule}$$

$$W_{\vec{r}_{\text{yay}}} = \int_{x_i}^{x_s} (-kx) dx \Rightarrow W_{\vec{r}_{\text{yay}}} = \int_0^{(-x)} (-kx) dx \Rightarrow W_{\vec{r}_{\text{yay}}} = -\frac{1}{2} k [(-x)^2 - 0^2] = -\frac{1}{2} k x^2$$

$$W_T = 203 + \left(-\frac{1}{2} \cdot 3,0 \times 10^4 x^2\right)$$

$$0 = 203 - \frac{1}{2} \cdot 3,0 \cdot 10^4 x^2 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2 \times 203}{3,0 \cdot 10^4}} \Rightarrow x = 0,116 \text{ m}$$

- 7.39 : 5 g lık bir kütle ve 600 m/s'lik hızla sahip bir mermi, bir ağaca çarpar ve ağaç içinde 4 cm gider.
- a) Mermiyi durduran ortalama sürtünme kuvvetini bulmak için iş-enerji ilkesini kullanınız
- b) Sürtünme kuvvetini sabit varsayarak merminin ağaca girdiği an ile durduğu an arasında ne kadar zaman geçtiğini bulunuz.

$$m = 5 \text{ g} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$u_i = 600 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = d = 4 \text{ cm} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$a) \bar{f}_h = ?$$

$$b) u_s = 0 \Rightarrow t = ?$$

İş-Enerji İlkesi (pronsibi) : Bir cisim üzerine etki eden bileşke kuvvetin yaptığı iş cismin kinetik enerjisinde meydana gelen değişmeye eşittir. ($W_T = \Delta K$)

Burada iş yapan tek kuvvet sürtünme kuvvetidir.

$$a) W_T = W_{\bar{f}_h} = \bar{f}_h \cdot \vec{d} = f_h d \cos(180^\circ) \Rightarrow W_{\bar{f}_h} = -f_h d$$

$$\Delta K = K_s - K_i \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} m u_s^2 - \frac{1}{2} m u_i^2 \Rightarrow \Delta K = -\frac{1}{2} m u_i^2$$

$$W_{\bar{f}_h} = \Delta K \Rightarrow -f_h \cdot 4 \cdot 10^{-2} = -\frac{1}{2} m u_i^2$$

$$\bar{f}_h = \frac{1}{8 \cdot 10^{-2}} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot (600)^2 \Rightarrow \bar{f}_h = 2,25 \cdot 10^4 \text{ newton}$$

$$b) u_s^2 = u_i^2 + 2a(\Delta x) \Rightarrow 0 = (600)^2 + 2a \cdot 4 \cdot 10^{-2} \Rightarrow a = -4,5 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$u_s = u_i + at \Rightarrow 0 = 600 - 4,5 \cdot 10^6 t$$

$$t = 1,33 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

7.47 : 650 kg lık bir asansör, durgun halden harekete başlıyor. 1,75 m/s lık normal yükselme süratine ulaşınca kadar 3 s süre ile sabit ivmeyle yukarıya doğru hareket ediyor.

- a) Bu sürede asansör motorunun ortalama gücü nedir?
 b) Bu gücü, asansörün normal yükselme hızındaki güçle karşılaştırınız.

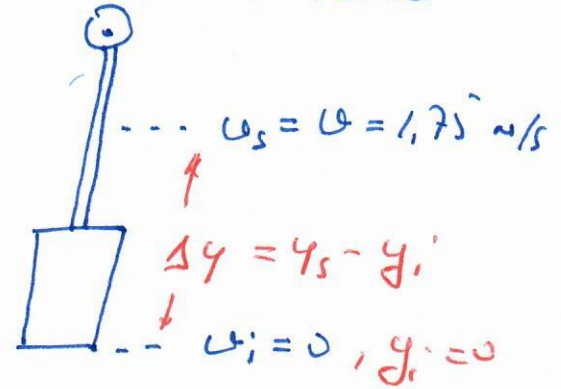
$$m = 650 \text{ kg} \quad \text{a) } \bar{P} = ?$$

$$u_i = 0 \quad \text{b) } P = ?$$

$$u_s = u = 1,75 \text{ m/s}$$

$$t = 3 \text{ s}$$

$$a = \text{sabit}$$



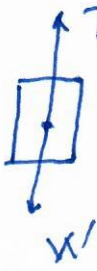
Not: Asansör motoru durgun halden asansörü 1,75 m/s lık hızla çıkarırken aynı anda asansörü Δy kadar yukarı sekiyor. Bu sürede yapılan iş asansörün kinetik ve potansiyel enerjileri değişimleri toplamına eşittir.

$$W = \frac{1}{2} m u_s^2 - \frac{1}{2} m u_i^2 + m g y_s - m g y_i \Rightarrow \underline{W = \frac{1}{2} m u_s^2 + m g \Delta y}$$

$$y_s - y_i = \Delta y = \bar{u} t \Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2} (1,75 + 0) \cdot 3 \Rightarrow \underline{\Delta y = 2,63 \text{ m}}$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 650 \cdot (1,75)^2 + 650 \cdot 9,8 \cdot 2,63 \Rightarrow \underline{W = 1,77 \times 10^4 \text{ Joule}}$$

$$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \Rightarrow \bar{P} = \frac{1,77 \times 10^4}{3} \Rightarrow \underline{\bar{P} = 5,90 \times 10^3 \text{ Watt}}$$

- b)  Asansör sabit hızla yükselirken $\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow T = W$
 u sabit hızıyla yükselirken asansör motorunun gücü $P = \vec{F} \cdot \vec{v} \Rightarrow P = T u \Rightarrow P = 650 \times 9,8 \times 1,75$
 $\underline{P = 1,11 \times 10^4 \text{ Watt}}$
 $P > \bar{P}$

7.56: Koşan bir kimse vücudunun kilolarını başına her bir adımda $0,6 \text{ J}$ civarında mekanik enerji tüketir. 60 kg lık bir koşucu bir yarış esnasında 70 W 'lık bir güç harcayarak, bu kimse hangi hızla koşuyor olur? Koşma adımının $1,5 \text{ m}$ uzunluğunda olduğunu varsayınız.

$$w = 0,6 \frac{\text{J}}{1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ adım}} ; 1 \text{ adım} = 1,5 \text{ m}$$

$$w = 0,6 \frac{\text{J}}{1,5 \text{ kg} \cdot \text{m}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{kg başına } 1 \text{ m}'de \text{ harcanan} \\ \text{enerji. } 1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} \Rightarrow 1 \frac{\text{J}}{\text{m}} = 1 \text{ N} \end{array} \right.$$

Yani $w = \frac{0,6}{1,5} \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{m}}$ kg başına kuvveti verir.

60 kg lık adamın uyguladığı kuvvet

$$F = w \cdot m \quad F = \frac{0,6}{1,5} \left(\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{m}} \right) \times 60 \text{ kg} \quad F = 24 \left(\frac{\text{J}}{\text{m}} \right) = 24 \text{ N}$$

$$P = F \cdot v \Rightarrow 70 = 24 \times v \Rightarrow v = 2,92 \text{ m/s}$$