Bu ders, Pamukkale Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü tarafından diğer fakültelerde ortak okutulan Genel Fizik-I dersi için hazırlanmıştır.

Ana kaynak kitap olarak resimdeki ders kitabı takip edilecektir.

@PauFizik

PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ
1992
FİZİK BÖLÜMÜ

https://www.pau.edu.tr/fizik

BÖLÜM-03

Vektörler

İçerik

- Koordinat Sistemleri
- Vektörel ve Skaler Nicelikler
- Vektörlerin Bazı Özellikleri

- Vektörlerin eşitliği
- Bir vektörün negatifi
- Bir vektörün taşınması
- Vektörlerin toplanması
- Vektörlerin çıkarılması
- Vektörlerin bileşenlerine ayrılması
- Bir vektörün büyüklüğünün bulunması
- Bir vektörün bir eksenle yaptığı açının bulunması
- Vektörlerin bileşenleri cinsinden toplanması
- Vektörlerin çarpılması
    - Bir vektörün bir skaler ile çarpılması
    - İki vektörün skaler (nokta) çarpılması
    - İki vektörün vektörel (kartezyen) çarpılması

- **NOT: VEKTÖR VEKTÖRE BÖLÜNMEZ !**

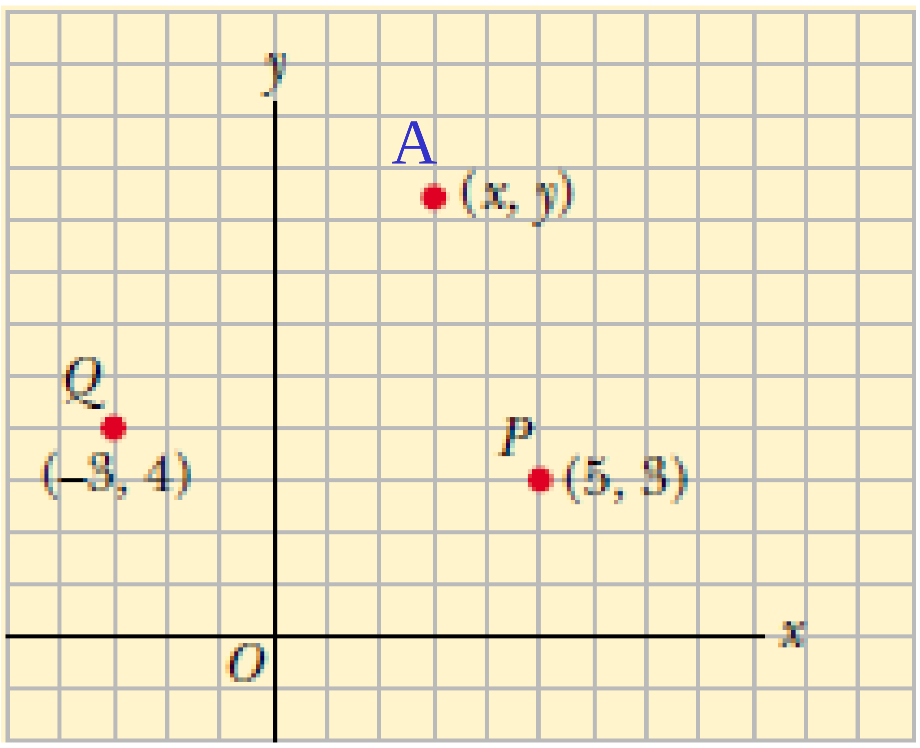
Koordinat Sistemleri

Koordinat sistemi, bir cismin hareketini matematiksel olarak açıklamak için cismin konumunu tanımlamada kullanılan bir yöntemdir. İki tip koordinat sistemi tanımlanır. Bunlar;

- **Kartezyen koordinat sistemi (Dik koordinatlar)**
- **Kutupsal (Polar) koordinat sistemi**

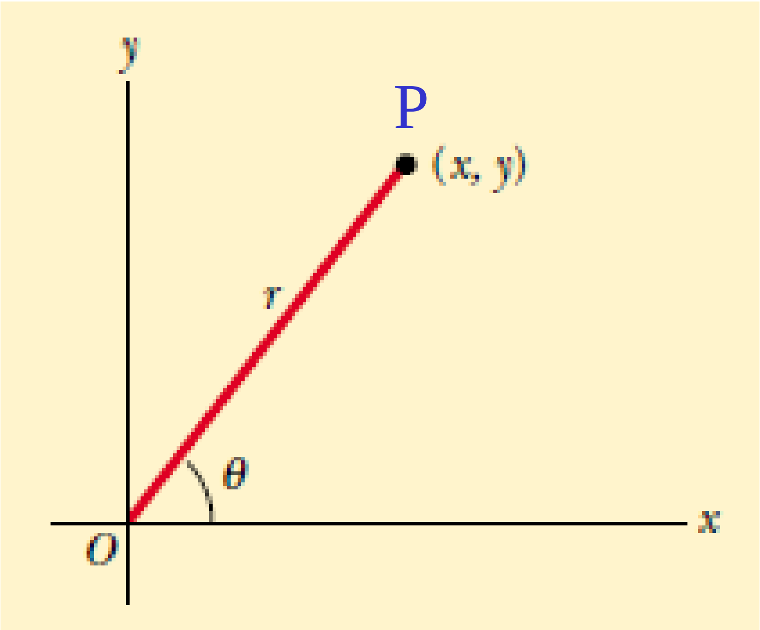
Kartezyen koordinat sistemi

Dik koordinatlar olarak da adlandırılan kartezyen koordinat sisteminde, yatay ve düşey eksenlerin kesiştiği nokta orijin olarak alınır.



Kutupsal (Polar) koordinat sistemi

Bu koordinat sisteminde, r orijinden, (x,y) kartezyen koordinatlarına sahip noktaya olan uzaklık ve θ, çoğu zaman pozitif x ekseninden itibaren saat yönünün aksi yönünde ölçülen açı olmak üzere bir noktanın koordinatları (r,θ) şeklinde verilir.

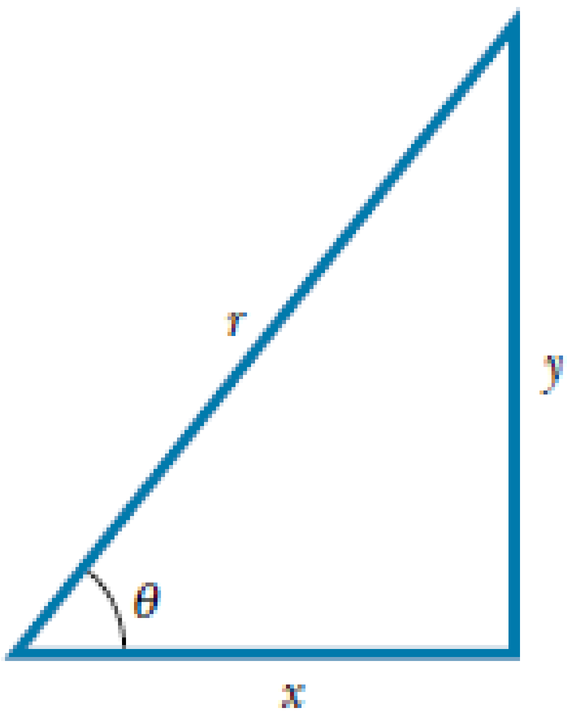


O halde, bir noktanın düzlem kutupsal koordinatları kartezyen koordinatlar cinsinden altta verilen şekilde görüldüğü gibi,

$$\sin\theta = \frac{y}{r}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$



$$x = r\cos\theta$$

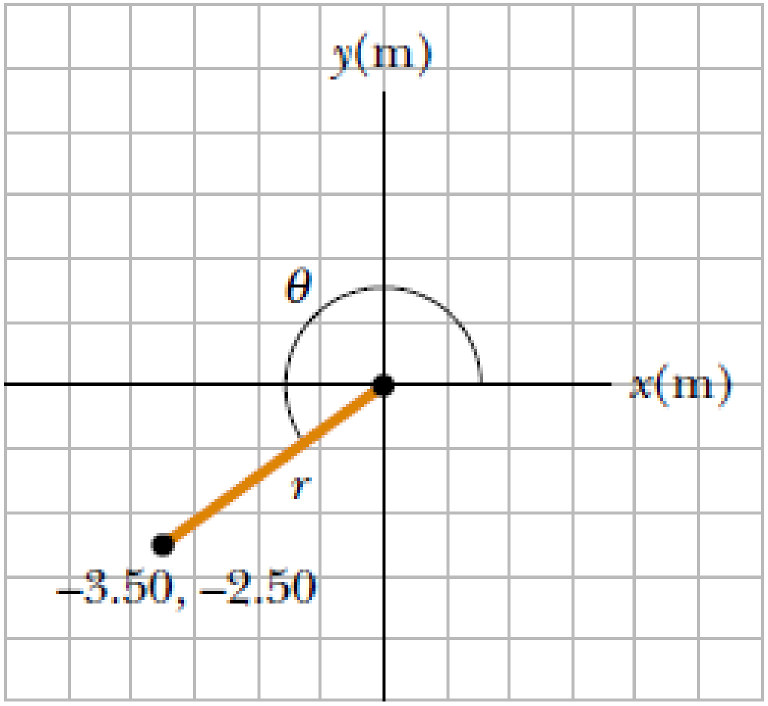
$$y = r\sin\theta$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

şeklinde verilir.

Örnek 3-1: Bir noktanın *xy* düzlemindeki kartezyen koordinatları Şekildeki gibi $(x, y) = (-3{,}50; -2{,}50)m$ dir. Bu noktanın kutupsal koordinatlarını bulunuz.



Çözüm 3-1: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$r = \sqrt{(-3{,}50\,m)^2 + (-2{,}50\,m)^2} \implies r = 4{,}30 \text{ m}$$

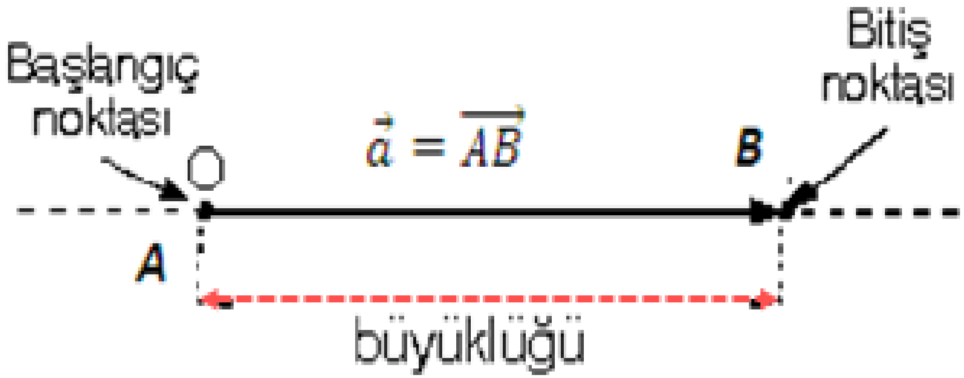
$$\tan\theta = \frac{(-2{,}50\,m)}{(-3{,}50\,m)} = 0{,}714 \implies \theta = 216^0$$

θ'nın koordinat sisteminin üçüncü çeyreğinde olduğunu bulmak için, x ve y nin işaretlerinin kullanılması gerekir.

Vektörel ve Skaler Nicelikler

Fizikte sadece büyüklükleri ile tanımlanan niceliklere "**skaler**" nicelikler adı verilir. Sıcaklık, kütle, enerji, zaman bunlardan bazılarıdır.

Büyüklük yanında ayrıca yön bilgisi içeren veya gerektiren diğer fiziksel niceliklere ise "**vektörel**" nicelikler adı verilir. Yer-değiştirme, hız, ivme, kuvvet bunlardan bazılarıdır.

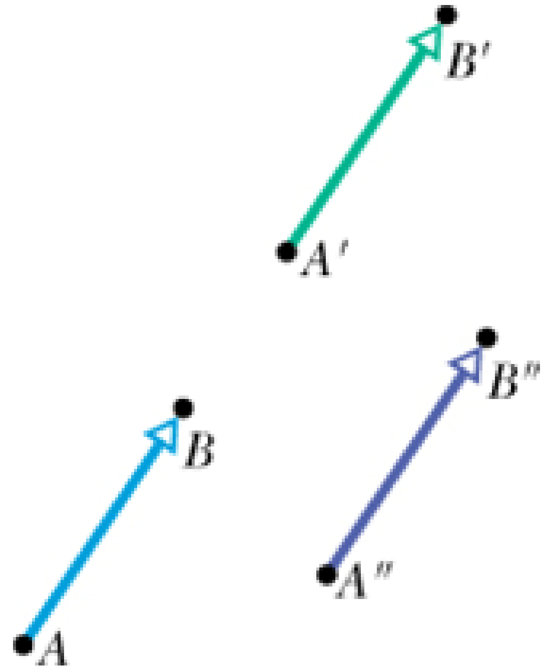


Uygulama Noktası (başlangıç noktası): Vektörel büyüklüğün uygulandığı noktaya uygulama ya da başlangıç noktası denir. Yukarıdaki vektörün uygulama noktası O noktasıdır.

Vektörün Büyüklüğü: Vektörün sayısal değerine o vektörün büyüklüğü denir. Şekilde verilen $\vec{a}$ vektörünün büyüklüğü AB uzunluğudur.

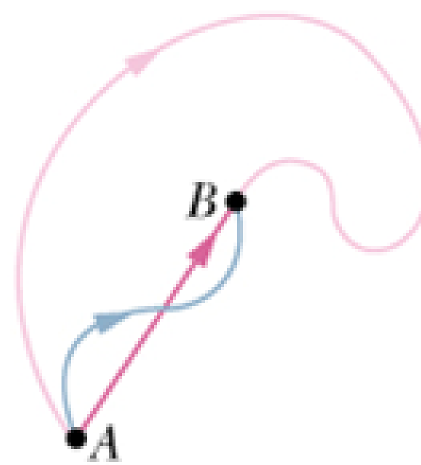
Vektörün Yönü: Vektörel büyüklüğün yönü, doğru parçasının ucuna konulan okun yönündedir. Şekildeki $\vec{a}$ vektörünün yönü A noktasından B noktasına doğrudur.

A noktasından *B* noktasına hareket eden bir cismin yer-değiştirme vektörü *A* noktasından *B* noktasına çizilen bir okla gösterilir.



Okun uzunluğu yer-değiştirmenin büyüklüğü ile orantılıdır.

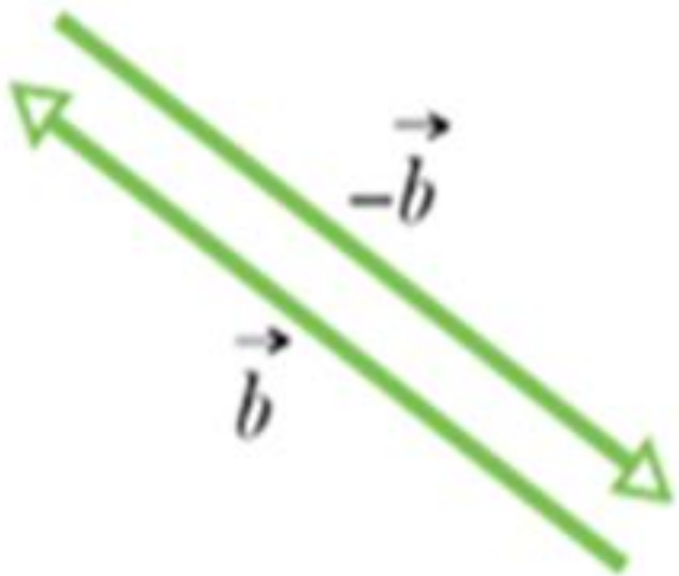
Okun yönü ise yer-değiştirmenin yönü ile ilgilidir.



Şekilde *A* dan *B* ye, A' den B' ne ve A'' nden B'' ne çizilen vektörlerin büyüklükleri ve yönleri aynıdır.

Bir vektörün negatifi

Bir vektörün negatifi, büyüklüğünün aynı ancak yönünün ters olduğu anlamına gelir.



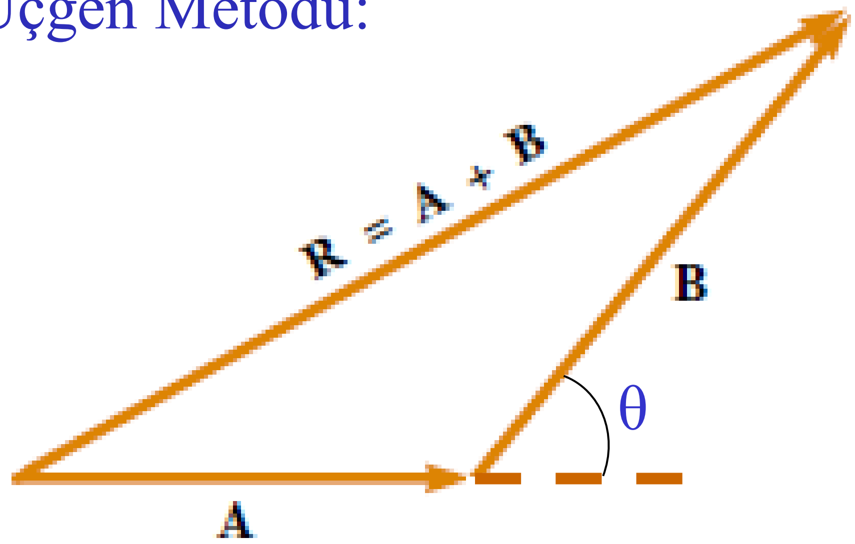
Vektörlerin Gösterimi

Kitaplarda vektörler sembolik olarak iki şekilde gösterilir:

- $\vec{a} \quad \rightarrow \quad Harf in\ üzerine\ bir\ ok\ çizilir$
- $\boldsymbol{a} \quad \rightarrow \quad Harf\ koyu\ yazılır$
- Bir vektörün büyüklüğü ise $|\vec{a}|$ veya a biçiminde sembolize edilir.

Vektörlerde Geometrik Toplama

a) Üçgen Metodu:



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

- $\vec{B}$ vektörünün başlangıç noktası $\vec{A}$ vektörünün bitiş ucuna gelecek şekilde $\vec{B}$ vektörü kaydırılır.

- $\vec{A}$ vektörünün başlangıç noktasından $\vec{B}$ vektörünün bitiş noktasına çizilen vektör $\vec{R}$ bileşke vektördür.

İki vektör arasındaki açı θ olmak üzere, $\vec{R}$ bileşke vektörünün büyüklüğü,

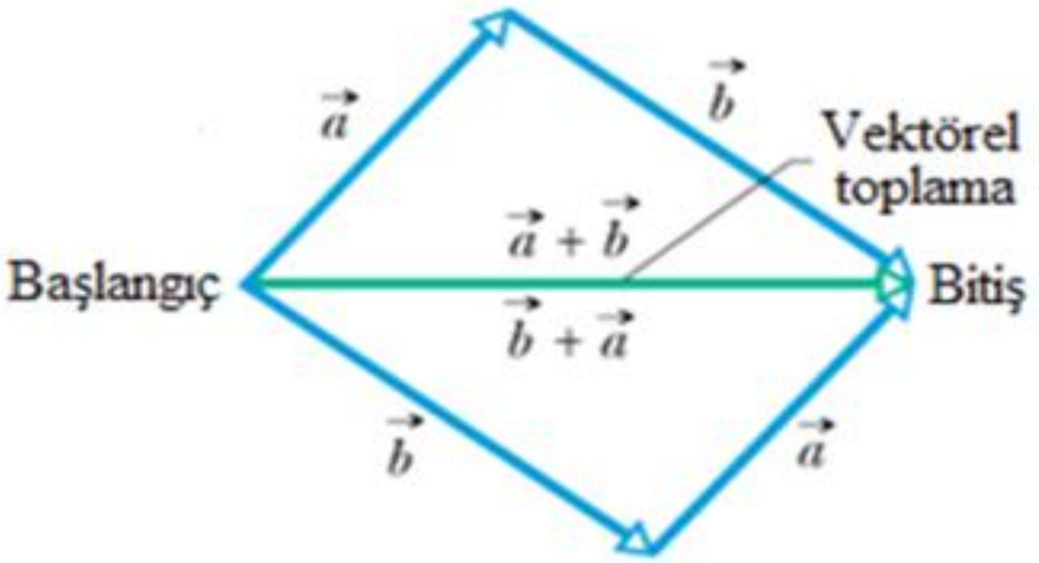
$$\boxed{R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

şeklinde de bulunabilir. (Üçgende kosinüs teoremi uygulanarak)

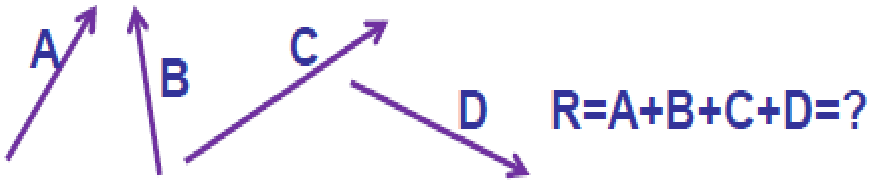
b) Paralelkenar Metodu:

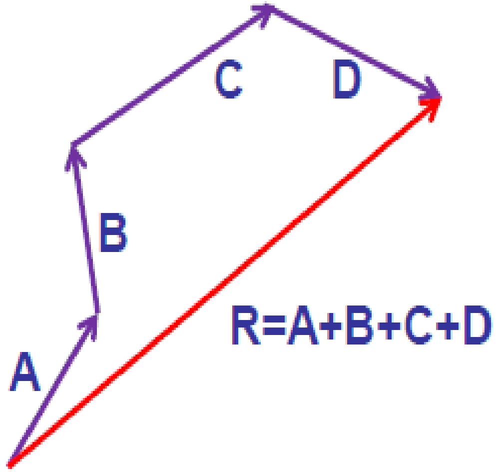
Vektörel toplama işleminin "**değişme özelliği**" vardır.

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

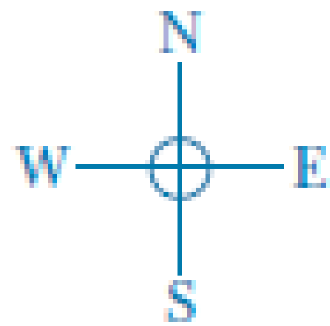


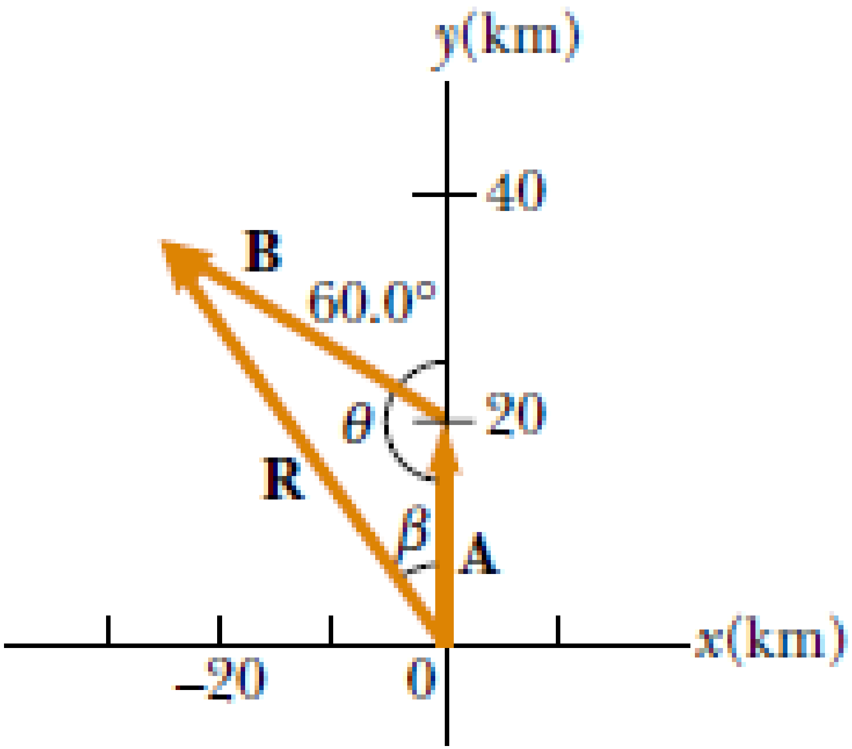
c) Çokgen Metodu:





Örnek 3-2: Bir otomobil Şekildeki gibi önce kuzey yönünde 20,0 km sonra da 60^0'lik bir açı ile kuzey-batı yönünde 35,0 km'lik bir yol almaktadır. Otomobilin bileşke yer değiştirmesinin büyüklük ve yönünü bulunuz.





Çözüm 3-2:

İki vektör arasındaki açı 60^0'dir. Kosinüs teoremine göre bileşke vektörün büyüklüğü,

$$R^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta$$

$$R = \sqrt{(20{,}0\ \text{km})^2 + (35{,}0\ \text{km})^2 - 2(20{,}0\ km)(35{,}0\ \text{km})\cos(120^0)}$$

$$R = 48{,}2\ km$$

Sinüs teoremine göre; $$\frac{\sin\beta}{B} = \frac{\sin\theta}{R}$$

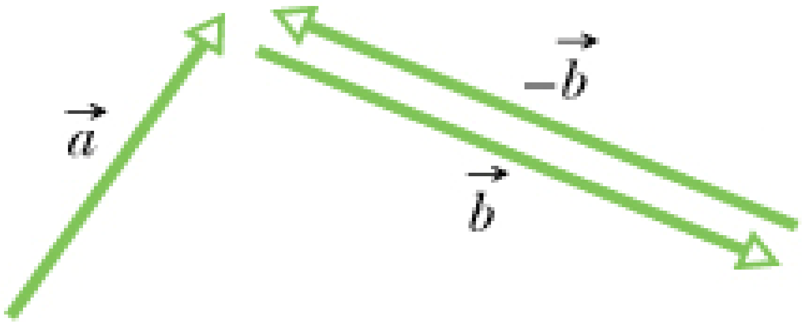
$$\sin\beta = \frac{B}{R}\sin\theta \quad \Longrightarrow \quad \sin\beta = \frac{35{,}0\ km}{48{,}2\ km}\sin(120^0) = 0{,}629$$

$$\beta = 38{,}9^0$$

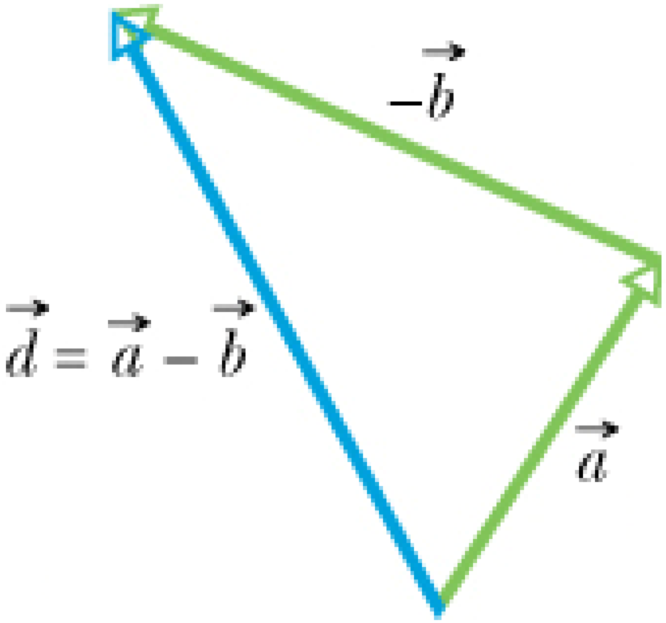
$$\Phi = 90^\circ + 39^\circ = 129^\circ$$

Vektörlerde Geometrik Çıkarma

Şekilde gösterilen $\vec{a}$ vektöründen $\vec{b}$ vektörünü çıkartmak için,



$\vec{b}$ vektörünün negatifi alınır ve $\vec{a}$ vektörü ile toplanır.

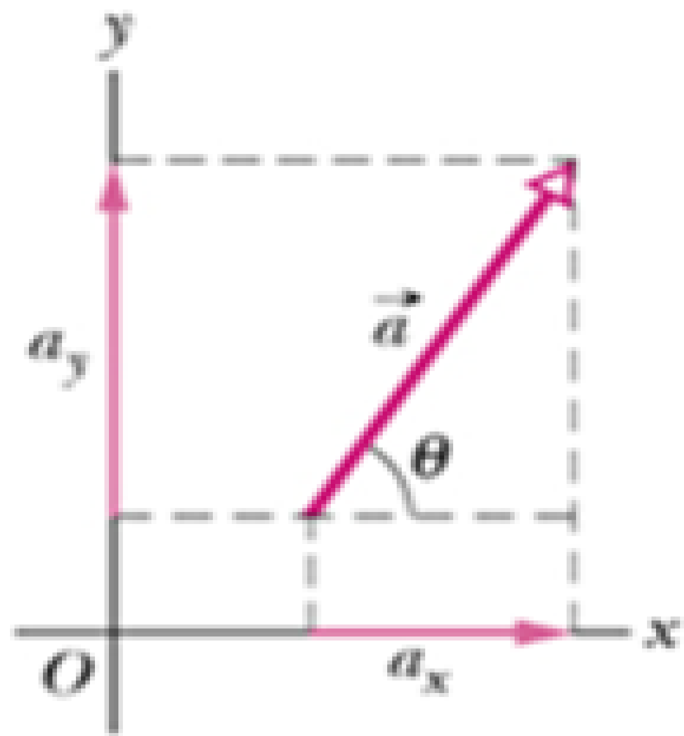


$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

Vektörün Bileşenleri ve Bir Eksenle Yaptığı Açı

Bir vektörün bir eksen yönündeki bileşeni, vektörün o eksen üzerindeki izdüşümüdür. Örneğin a_x , $\vec{a}$ vektörünün x-ekseni üzerindeki izdüşümüdür. Bu vektörün a_x bileşeni, başlangıç ve bitiş noktalarından x-eksenine çizilen dikmeler arası mesafedir.

$\vec{a}$ vektörünün x- ve y-bileşenleri $\boldsymbol{a_x = a\cos\theta}$ ve $\boldsymbol{a_y = a\sin\theta}$ eşitlikleri ile verilir. Bir vektörün a_x ve a_y bileşenleri biliniyorsa, vektörün büyüklüğü ve sırasıyla x ve y ekseni ile yaptığı açı bulunabilir.

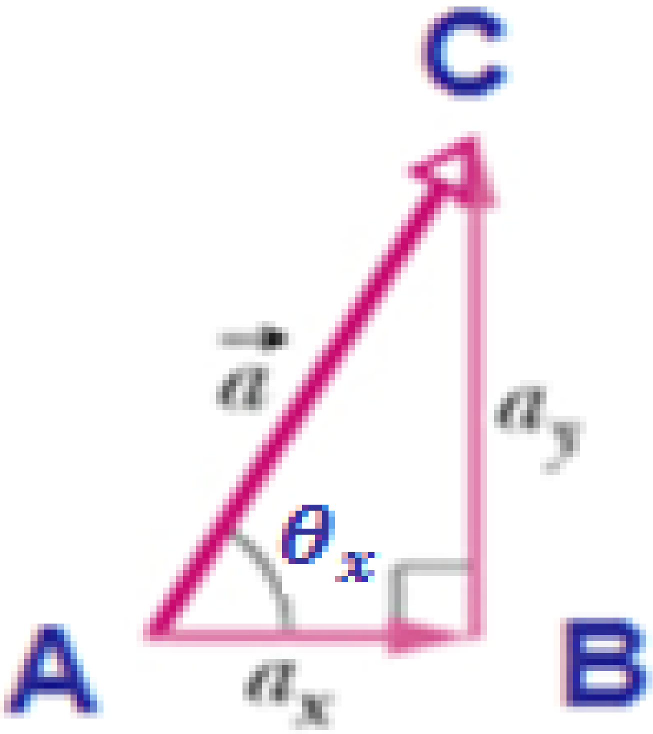


ABC dik üçgeninden;

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$\tan(\theta_x) = \frac{a_y}{a_x}$$

$$\tan(\theta_y) = \frac{a_x}{a_y}$$



a_x ve a_y bileşenlerinin işaretlerinin, $\boldsymbol{\theta}$ açısına bağlı olduğuna dikkat edilmelidir.

	y	
a_x negatif a_y pozitif		a_x pozitif a_y pozitif
a_x negatif a_y negatif		a_x pozitif a_y negatif

x

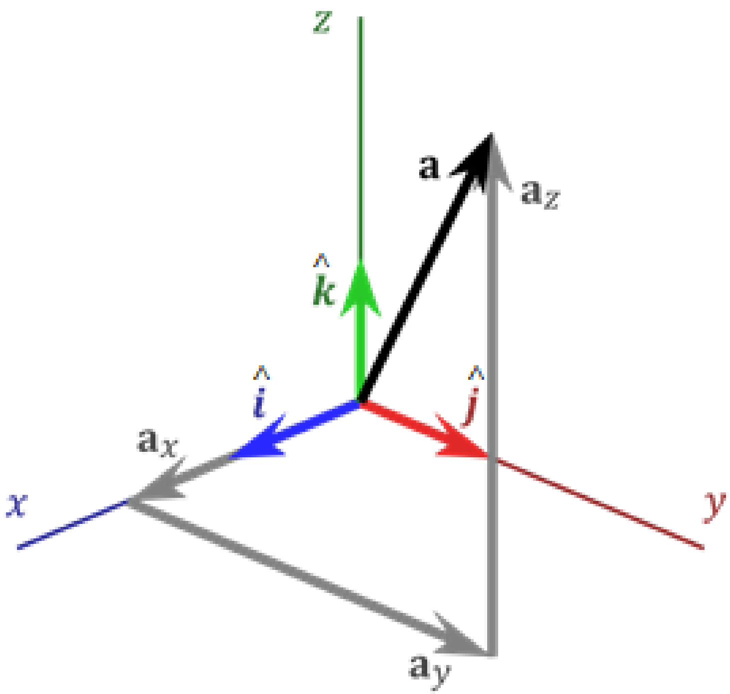
Birim Vektörler

Herhangi bir doğrultuda, büyüklüğü "1" olan vektöre "**birim vektör**" adı verilir. Birimsizdir ve sadece yön göstermek amacıyla kullanılırlar. Kartezyen koordinat sisteminde x, y ve z- eksenleri yönündeki birim vektörler, sırasıyla, $\hat{i}$, $\hat{j}$ ve $\hat{k}$ ile gösterilirler. Tüm vektörler birim vektörler cinsinden yazılabilir.

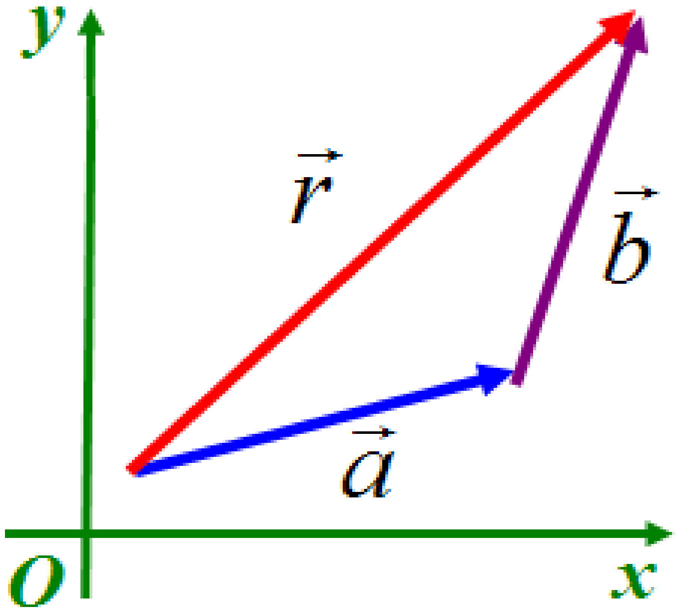
Şekildeki $\vec{a}$ vektörü;

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}$$

şeklinde ifade edilir.



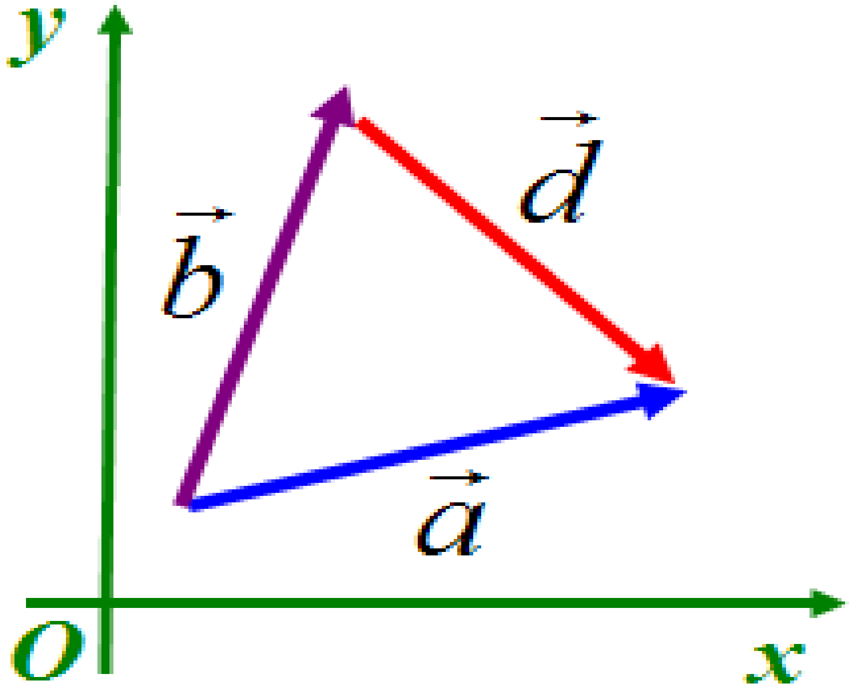
Bileşenleri Yardımıyla Vektörlerin Toplanması



$$\left.\begin{aligned}\vec{a} &= a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath}\\ \vec{b} &= b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath}\end{aligned}\right\} \Longrightarrow \vec{\boldsymbol{r}} = \vec{\boldsymbol{a}} + \vec{\boldsymbol{b}}$$

$$\vec{\boldsymbol{r}} = (\boldsymbol{a}_x + \boldsymbol{b}_x)\hat{\boldsymbol{\imath}} + (\boldsymbol{a}_y + \boldsymbol{b}_y)\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

Bileşenleri Yardımıyla Vektörlerin Çıkarılması



$$\left.\begin{aligned}\vec{a} &= a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} \\ \vec{b} &= b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath}\end{aligned}\right\} \Longrightarrow \vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$$

$$\vec{d} = (a_x - b_x)\hat{\imath} + \left(a_y - b_y\right)\hat{\jmath}$$

Örnek 3-4: Bir cisim üç ardışık yer-değiştirme yapıyor. Bunlar sırasıyla, $\vec{d}_1 = 15\hat{\imath} + 30\hat{\jmath} + 12\hat{k}\ cm$, $\vec{d}_2 = 23\hat{\imath} - 14\hat{\jmath} - 5\hat{k}\ cm$ ve $\vec{d}_3 = -13\hat{\imath} + 15\hat{\jmath}\ cm$ olduğuna göre, toplam yer-değiştirme vektörünün bileşenlerini ve büyüklüğünü bulunuz.

Çözüm 3-4:

$$\vec{R} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3$$

$$\vec{R} = (15 + 23 - 13)\hat{\imath} + (30 - 14 + 15)\hat{\jmath} + (12 - 5)\hat{k}$$

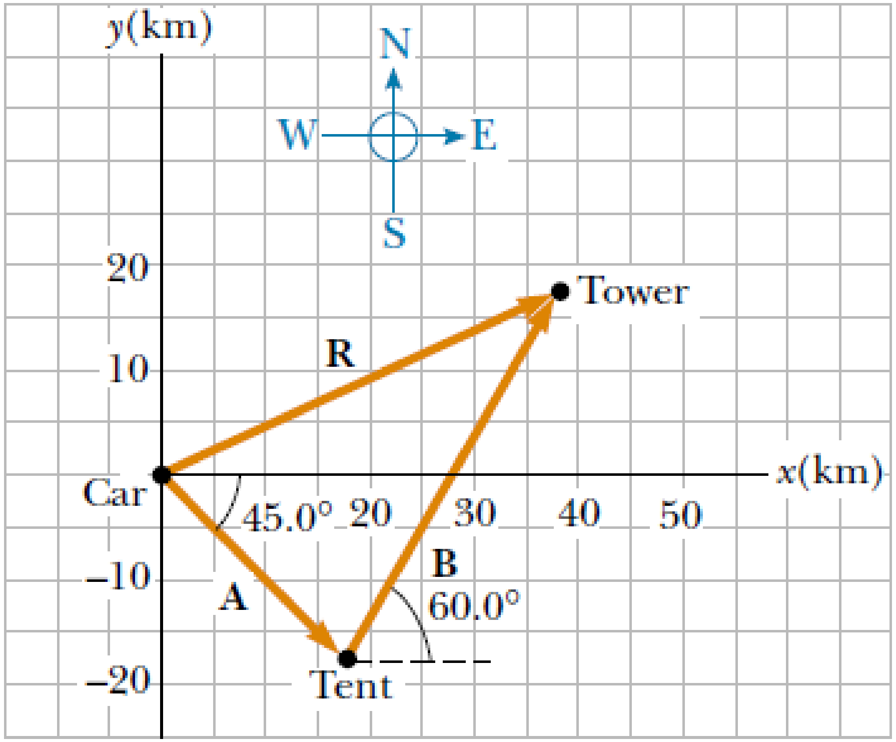
$$\vec{R} = 25\hat{\imath} + 31\hat{\jmath} + 7\hat{k}$$

$$R_x = 25\ cm;\ R_y = 31\ cm \text{ ve } R_z = 7\ cm$$

olur. Büyüklüğü ise,

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{(25)^2 + (31)^2 + (7)^2} = 40{,}4\ cm$$

Örnek 3-5: Bir yürüyüşçü, yolculuğuna önce arabasından güney-doğuya doğru 25,0 km yürüyerek başlar. Durur ve gece için çadır kurar. İkinci günde, bir orman memurunun kulesinin bulunduğu noktaya, 60^0 kuzey-doğu yönünde 40,0 km yürür.



a) Birinci ve ikinci günler için yürüyüşçünün yer değiştirmelerinin bileşenlerini bulunuz.

b) Yürüyüşçünün toplam yer değiştirmesi nin bileşenlerini birim vektörler cinsinden bulunuz.

Çözüm 3-5:

a) $$A_x = A\cos(-45^0) = (25{,}0\,km)(0{,}707) = 17{,}7\text{ km}$$

$$A_y = A\,sin(-45^0) = -(25{,}0\,km)(0{,}707) = -17{,}7\text{ km}$$

$$B_x = B\cos(60^0) = (40{,}0\,km)(0{,}5) = 20{,}0\text{ km}$$

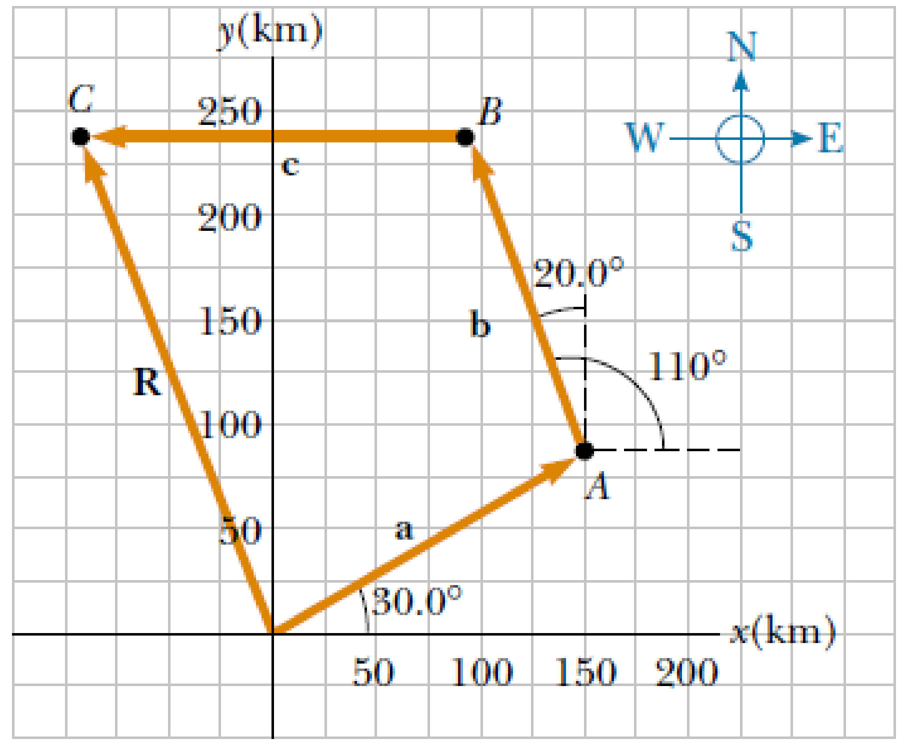
$$B_y = B\,sin(60^0) = (40{,}0\,km)(0{,}866) = 34{,}6\text{ km}$$

b) $$R_x = A_x + B_x = (17{,}7\,km) + (20{,}0\,km) = 37{,}7\text{ km}$$

$$R_y = A_y + B_y = (-17{,}7\,km) + (34{,}6\,km) = 16{,}9\text{ km}$$

$$\vec{R} = (37{,}7\,\hat{\imath} + 16{,}9\,\hat{\jmath}\,)\text{ km}$$

Örnek 3-6: Bir uçak, hava limanından kalkarak Şekilde gösterilen yolu almaktadır. Önce, $30,0^0$ kuzey-doğu yönünde 175 km uzakta bulunan A şehrine uçar. Sonra $20,0^0$ kuzey-batı yönünde 153 km uzaktaki B şehrine, son olarak da batıya doğru 195 km uzaktaki C şehrine uçar. Başlangıç noktasına göre C şehrinin yerini bulunuz.



Çözüm 3-6:

$$a_x = a\cos(30^0) = (175\,km)(0{,}866) = 152 \text{ km}$$

$$a_y = a\,sin(30^0) = (175\,km)(0{,}500) = 87{,}5 \text{ km}$$

$$b_x = b\cos(110^0) = (153\,km)(-0{,}342) = -52{,}3 \text{ km}$$

$$b_y = b\,sin(110^0) = (153\,km)(0{,}940) = 144 \text{ km}$$

$$c_x = c\cos(180^0) = (195\,km)(-1) = -195 \text{ km}$$

$$c_y = c\,sin(180^0) = 0$$

$$R_x = a_x + b_x + c_x = (152\,km) + (-52{,}3\,km) + (-195\,km) = 95{,}3 \text{ km}$$

$$R_y = a_y + b_y + c_y = (87{,}5\,km) + (144\,km) + 0 = 232 \text{ km}$$

$$\vec{R} = (-95{,}3\,\hat{\imath} + 232\,\hat{\jmath}) \text{ km}$$

Bir Vektörün Bir Skaler İle Çarpılması

s skaler bir nicelik ve $\vec{a}$'da bir vektör olmak üzere, bunların çarpımı $\vec{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{s}\vec{\boldsymbol{a}}$ ile verilen yeni bir vektördür.

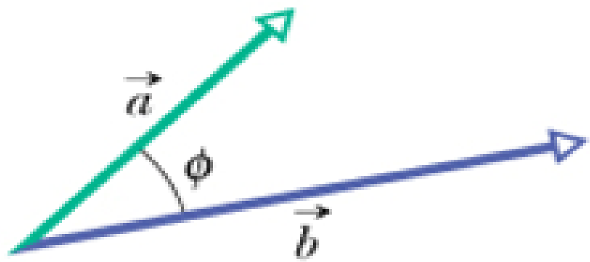
Bu yeni vektörün büyüklüğü $b = s|\vec{a}|$ ile verilir.

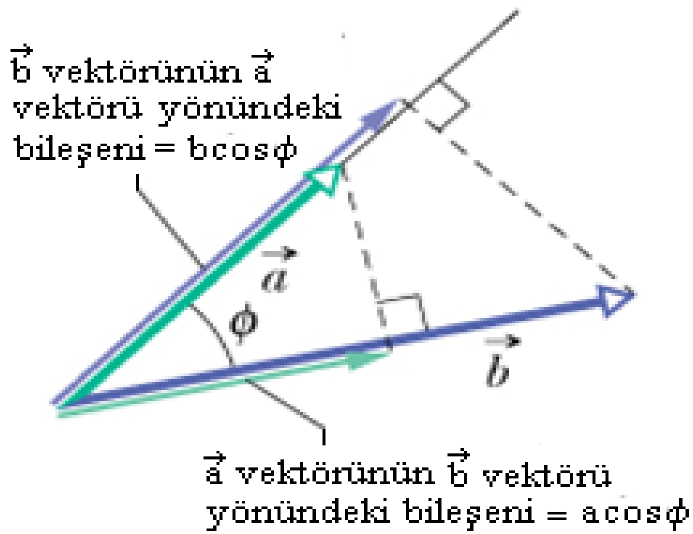
- $s > 0$ ise, $\vec{\boldsymbol{b}}$ vektörü ile $\vec{\boldsymbol{a}}$ vektörü aynı yöndedir.
- $s < 0$ ise, $\vec{\boldsymbol{b}}$ vektörü ile $\vec{\boldsymbol{a}}$ vektörü ters yöndedir.

İki Vektörün Skaler Çarpılması

İki vektörün skaler çarpımı, "**nokta çarpım**" olarak da bilinir.

$\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörlerinin skaler çarpımı $\vec{a}.\vec{b} = ab\cos\emptyset$ ifadesi ile verilir.





Bileşenleri Yardımıyla Vektörlerin Skaler Çarpılması

$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}$ ve $\vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$ iki vektör olmak üzere

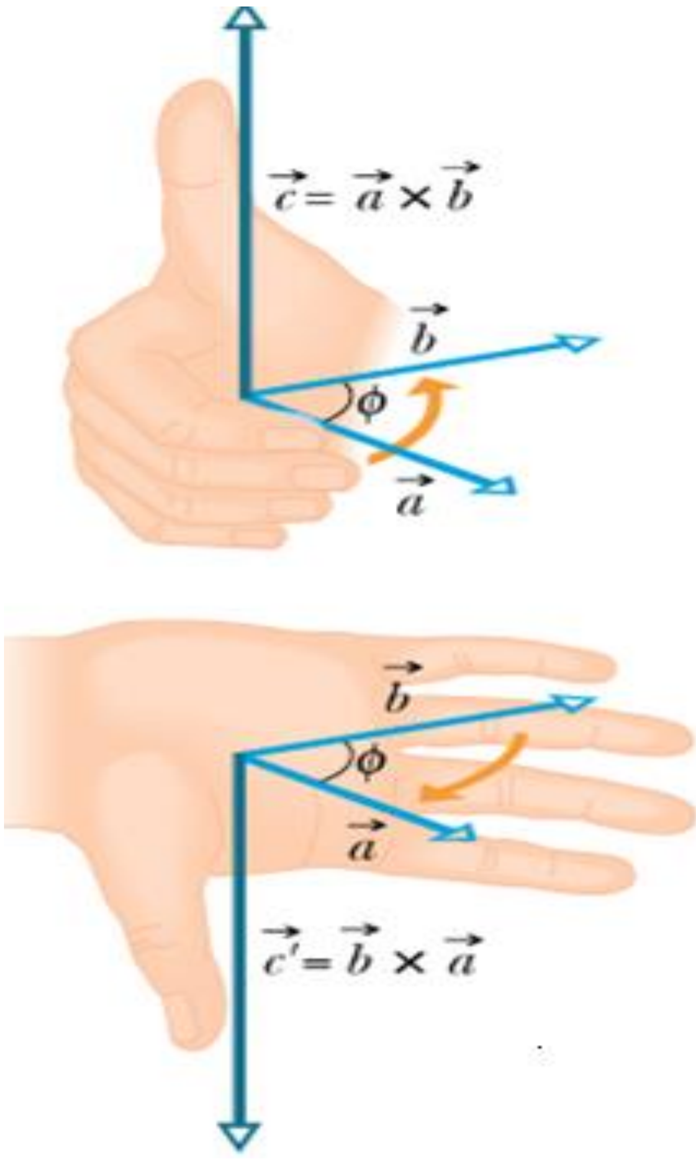
$$\vec{a}.\vec{b} = \left(a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}\right).\left(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}\right)$$

$$\hat{\imath} \perp \hat{\jmath} \perp \hat{k}$$

olduğundan,

$$\left.\begin{array}{l} \hat{\imath}.\hat{\imath} = \hat{\jmath}.\hat{\jmath} = \hat{k}.\hat{k} = 1 \\ \hat{\imath}.\hat{\jmath} = \hat{\jmath}.\hat{\imath} = 0 \\ \hat{\imath}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{\imath} = 0 \\ \hat{\jmath}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{\jmath} = 0 \end{array}\right\} \Longrightarrow \quad \boldsymbol{\vec{a}.\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}$$

Vektörlerin Vektörel Olarak Çarpılması



$\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörleri arasındaki vektörel çarpma işlemi, $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ ile verilen yeni bir vektör oluşturur. $\vec{c}$ vektörünün büyüklüğü $c = ab \sin \emptyset$ ile verilir ve bu $\vec{c}$ vektörü, $\vec{a}$ ile $\vec{b}$ vektörlerinin oluşturduğu düzleme diktir. Yönü ise "**sağ-el-kuralı**" ile belirlenir:

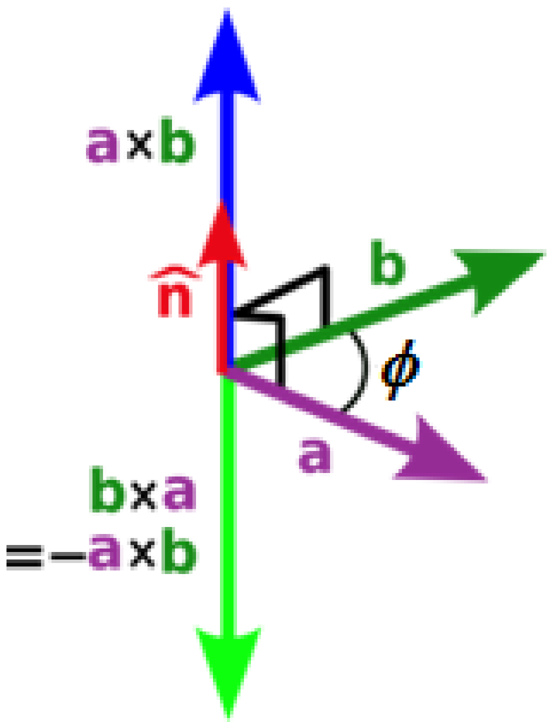
Sağ el kuralı:

- $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörlerinin başlangıç noktaları birleştirilir.

- $\vec{a}$ vektörü parmak uçları bu vektörün yönünü gösterecek şekilde sağ avuç içine yatırılır.

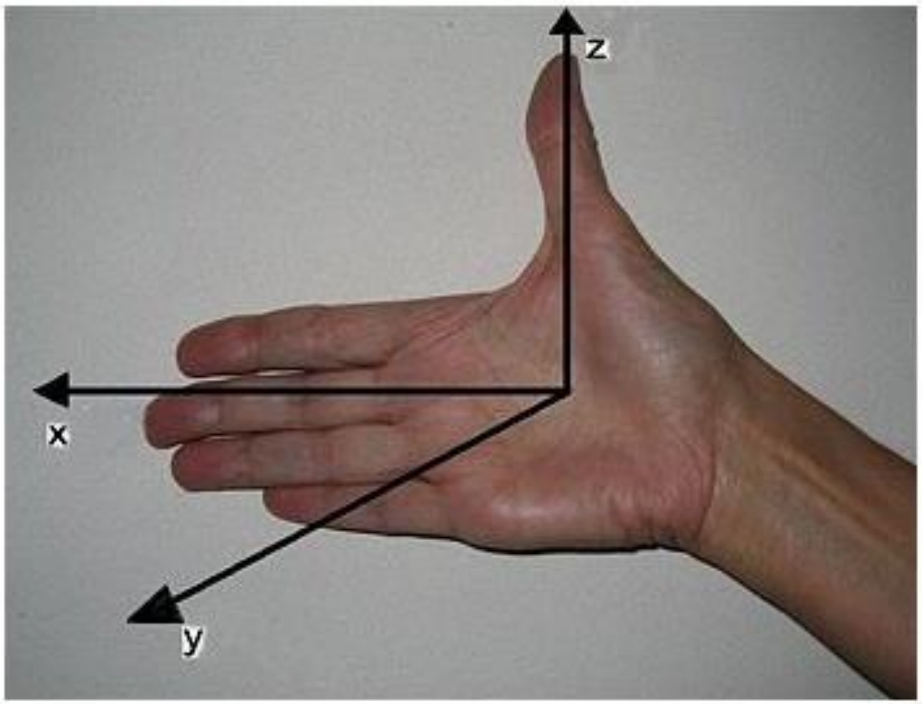
- $\vec{a}$ vektörü küçük açı yönünde $\vec{b}$ vektörününüzerine süpürülür.

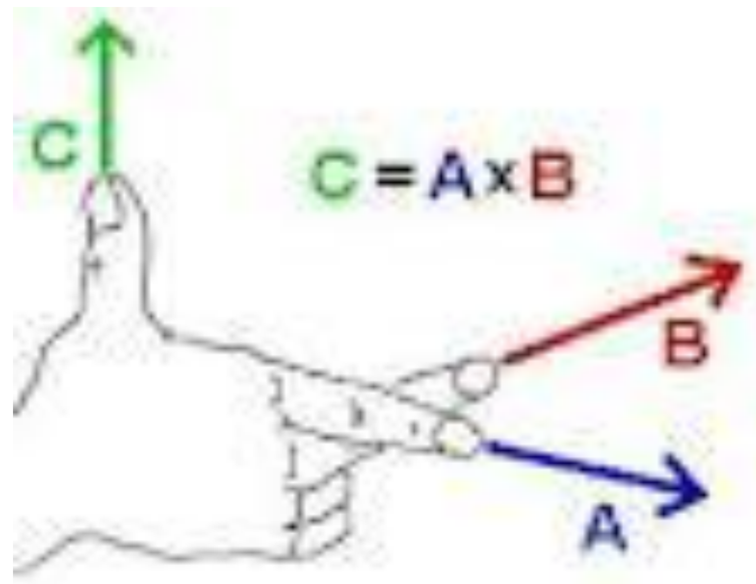
- Başparmak $\vec{c}$ vektörünün yönünü verir.



Sağ el kuralı:

$$\hat{k} = \hat{i} \times \hat{j}$$





Vektörel çarpımın özellikleri:

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

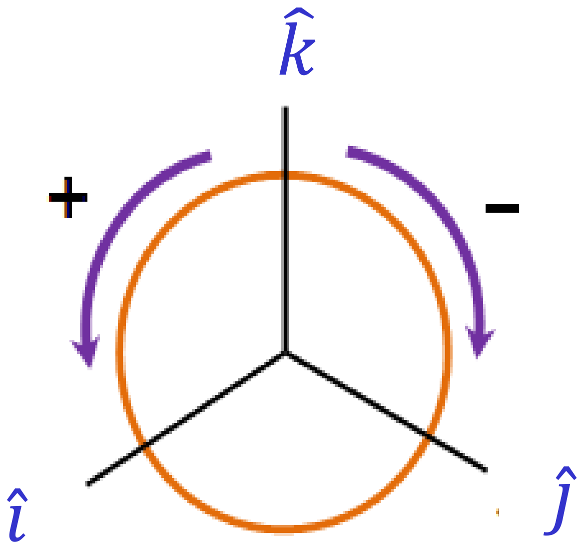
- $|\vec{c}| = |\vec{a}||\vec{b}| \sin\theta$
- $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörleri birbirlerine paralel veya antiparalel ise $c = 0$ olur.
- $\vec{c} \perp \vec{a}$ ve $\vec{c} \perp \vec{b}$ ise $\vec{c}$ vektörü $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörlerinin oluşturduğu düzleme diktir.
- Vektörel çarpımda değişme özelliği yoktur.

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$$

Bileşenleri Cinsinden Vektörel Çarpım

$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}$ ve $\vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$ iki vektör olmak üzere

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}\right) \times \left(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}\right)$$



$$\Longrightarrow \left.\begin{array}{l} \hat{\imath} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath} \times \hat{\jmath} = \hat{k} \times \hat{k} = 0 \\ \hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k}\ ;\ \ \hat{\jmath} \times \hat{\imath} = -\hat{k} \\ \hat{k} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath}\ ;\ \ \hat{\imath} \times \hat{k} = -\hat{\jmath} \\ \hat{\jmath} \times \hat{k} = \hat{\imath}\ ;\ \ \hat{k} \times \hat{\jmath} = -\hat{\imath} \end{array}\right\}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_y b_z - a_z b_y\right)\hat{\imath} + \left(a_z b_x - a_x b_z\right)\hat{\jmath} + \left(a_x b_y - a_y b_x\right)\hat{k}$$

bulunur.

$\vec{a} \times \vec{b}$, aşağıdaki determinant yolu ile de belirlenebilir;

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$(+)$ $(-)$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left|\begin{array}{ccc} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{array}\right| \begin{array}{cc} \hat{\imath} & \hat{\jmath} \\ a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{array}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_y b_z - a_z b_y\right)\hat{\imath} + \left(a_z b_x - a_x b_z\right)\hat{\jmath} + \left(a_x b_y - a_y b_x\right)\hat{k}$$

Örnek: İki vektör, $\vec{A} = \hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + \hat{k}$ ve $\vec{B} = 3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 4\hat{k}$ şeklinde verildiğine göre;Aşağıdaki hesapları yapınız.

a) **A** vektörü ile **B** vektörünün skaler çarpımını, $\vec{A}.\vec{B}$, hesap ediniz?

b) **A** vektörü ile **B** vektörünün vektörel çarpımını, $\vec{A} \times \vec{B}$, hesap ediniz?

c) **A** vektörü ile **B** vektörü arasındaki açıyı hesap ediniz?

Çözüm:

a) $\vec{A}.\vec{B} = (\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + \hat{k}) . (3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 4\hat{k}) = 3 - 4 - 4 = -5$

b) $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \end{vmatrix} = \hat{\imath}\,(8 - 2) + \hat{\jmath}\,(3 + 4) + \hat{k}\,(2 + 6)$

$= 6\,\hat{\imath} + 7\,\hat{\jmath} + 8\,\hat{k}$

c) $\theta = \cos^{-1} \dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{A\,.B} = \cos^{-1} \dfrac{-5}{\sqrt{1+4+1}} \dfrac{1}{\sqrt{9+4+16}} = \cos^{-1} \dfrac{-5}{13{,}18} = -0{,}379$

$\theta = 112^{o}$

3. Bölüm Problemler

Problem 3-2: *xy* düzlemindeki iki noktanın kartezyen koordinatları $(2;-4)\ m$ ve $(-3;3)\ m$'dir. Burada birimler *metre* cinsindendir.

a) bu noktalar arasındaki uzaklığı,

b) kutupsal koordinatlarını bulunuz.

Çözüm 3-2:

a)
$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$
$$d=\sqrt{\left(2-(-3)\right)^2+\left((-4)-3\right)^2}=8{,}6\ m$$

b)
$$r_1=\sqrt{(2)^2+(-4)^2}=\sqrt{20}=4{,}47\ m$$
$$\theta_1=\tan^{-1}\left(-\frac{4}{2}\right)=-63{,}4^0$$
$$r_2=\sqrt{(-3)^2+(3)^2}=\sqrt{18}=4{,}24\ m \qquad \theta_2=\tan^{-1}\left(-\frac{3}{3}\right)=135^0$$

Problem 3-31: İki vektör $\vec{A} = 3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath}$ ve $\vec{B} = -\hat{\imath} - 4\hat{\jmath}$ ile verilmektedir.

a) $\vec{\mathrm{A}} + \vec{\mathrm{B}}$'yi,

b) $\vec{\mathrm{A}} - \vec{\mathrm{B}}$'yi,

c) $|\vec{\mathrm{A}} + \vec{\mathrm{B}}|$'yi

d) $|\vec{\mathrm{A}} - \vec{\mathrm{B}}|$'yi

e) $\vec{\mathrm{A}} + \vec{\mathrm{B}}$ ve $\vec{\mathrm{A}} - \vec{\mathrm{B}}$'nin yönünü bulunuz.

Çözüm 3-31: **a)** $\vec{A} + \vec{B} = 2\hat{\imath} - 6\hat{\jmath}$

b) $\vec{A} - \vec{B} = 4\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$

c) $|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{2^2 + (-6)^2} = 6{,}32$

d) $|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{4^2 + 2^2} = 4{,}47$

e) $\theta_{|\vec{A}+\vec{B}|} = \tan^{-1}\left(-\frac{6}{2}\right) = -71{,}6^0 = 288^0$ ve $\theta_{|\vec{A}-\vec{B}|} = \tan^{-1}\left(\frac{2}{4}\right) = 26{,}6^0$

Problem 3-34: $\vec{A} = (3\hat{\imath} + 3\hat{\jmath})\ m$, $\vec{B} = (\hat{\imath} - 4\hat{\jmath})\ m$ $\vec{C} = (-2\hat{\imath} + 5\hat{\jmath})\ m$ yer değiştirme vektörlerini göz önüne alınız.

a) Analitik olarak, $\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ vektörünün büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

b) $\vec{\mathrm{E}} = -\vec{\mathrm{A}} - \vec{\mathrm{B}} + \vec{\mathrm{C}}$ vektörünün büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

Çözüm 3-34:

a)
$$\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = 2\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}\ m$$
$$|\vec{D}| = \sqrt{4 + 16} = 4{,}47\ m$$
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{2}\right) = 63{,}4^0$$

b)
$$\vec{E} = -\vec{A} - \vec{B} + \vec{C} = -6\hat{\imath} + 6\hat{\jmath}$$
$$|\vec{E}| = \sqrt{36 + 36} = 8{,}49\ m$$
$$\theta = \tan^{-1}\left(-\frac{6}{6}\right) = 135^0$$