

8. BÖLÜM PROBLEM VE ÇÖZÜMLERİ

8.3: 4 kg lık bir parçacık, negatif y yönünde etki eden yerçekiminin etkisi altında orijinden $x=5\text{ m}$ ve $y=5\text{ m}$ koordinatlarına sahip konuma hareket etmektedir. Eşitlik 7.2 yi ($W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd \cos \theta$) O'dan C'ye gidilte, aşağıdaki yollar boyunca kütle çekim kuvvetinin yaptığı işi hesaplayınız

a) $O \rightarrow A \rightarrow C$, b) $O \rightarrow B \rightarrow C$ ve c) $O \rightarrow C$
sonuçlarınız özdeş olmalıdır. Neden?

$$m = 4 \text{ kg}$$

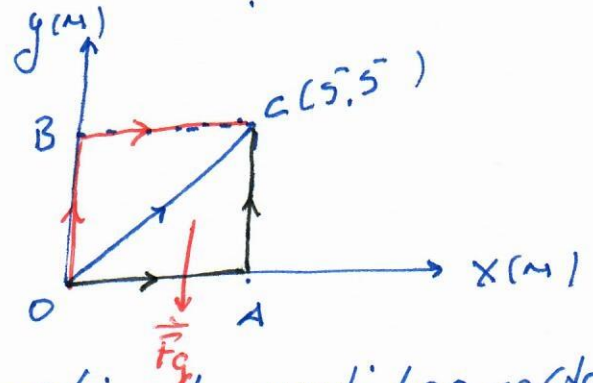
$$\vec{F} = \vec{F}_g$$

$$x = 5 \text{ m}, y = 5 \text{ m}$$

$$a) W_{OAC} = ?$$

$$b) W_{OBC} = ?$$

$$c) W_{OC} = ?$$



Not: Cisme üzerine etki eden yerçekim kuvveti her noktada aynı ve $\vec{F} = \vec{F}_g = mg(-j) \Rightarrow \vec{F} = \vec{F}_g = -4 \times 9.8 j$

$$|\vec{F}_g| = +39.2 \text{ Newton}$$

$$a) W_{OAC} = W_{O \rightarrow A} + W_{A \rightarrow C}$$

$$W_{O \rightarrow A} = \vec{F}_g \cdot \vec{OA} = F_g \cdot OA \cos(90^\circ) \Rightarrow W_{OA} = 0$$

$$W_{A \rightarrow C} = \vec{F}_g \cdot \vec{AC} = F_g \cdot AC \cos(180^\circ) \Rightarrow W_{A \rightarrow C} = -39.2 \times 5 = -196 \text{ Joule}$$

$$W_{OAC} = -196 \text{ Joule}$$

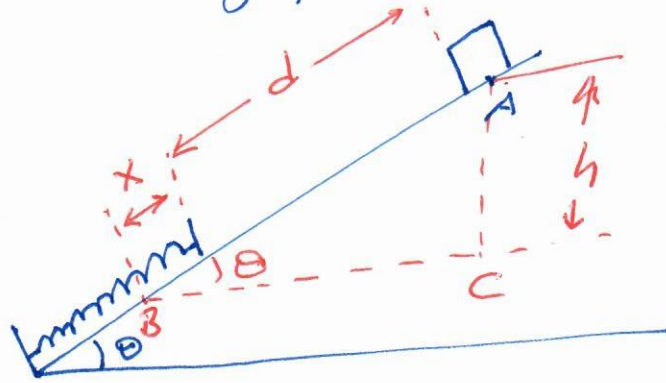
$$b) W_{OBC} = W_{OB} + W_{BC} \Rightarrow W_{OBC} = F_g \cdot OB \cos(180^\circ) + F_g \cdot BC \cos(90^\circ)$$

$$W_{OBC} = -196 \text{ Joule}$$

$$c) W_{OC} = \vec{F}_g \cdot \vec{OC} \Rightarrow W_{OC} = F_g \cdot OC \cos(135^\circ)$$

$$W_{OC} = 39.2 \cdot \sqrt{2} \cdot 5 \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow W_{OC} = -196 \text{ Joule}$$

8.11 3 kg'lık bir kütle, 30° 'lik sürtünmesiz bir eğik düzlemde durgun halden harekete başlar ve bir d uzunluğu kadar kayarak şekilde gösterildiği gibi kütle ihmal edilebilir gerilmemiş bir yayı deşer. Kütle $0,2\text{ m}$ kadar daha kayar ve yayı (kuvvet sabiti $k = 400\text{ N/m}$) sıkıştırılarak bir anlık durur. Kütle ile yay arasındaki ilk d uzunluğu bulunuz.



$$m = 3\text{ kg}$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$v_i = 0$$

$$x = 0,2\text{ m}$$

$$k = 400\text{ N/m}$$

$$d = ?$$

Kısa: Burada hareket boyunca cisim üzerine etki eden kuvvetler (yerçekim kuvveti ve yayın cisme uyguladığı kuvvetler) korunumlu kuvvetlerdir. Bir cisim üzerine sadece korunumlu kuvvetler etki ediyorsa hareket boyunca mekanik enerji korunur.

$$\bar{E}_A = \bar{E}_B \Rightarrow \bar{E}_A = K_A + U_A \quad K_A = \frac{1}{2} m v_A^2 = 0$$

A noktasındaki potansiyel enerjiyi C noktasına göre hesaplayalım.

$$U_A = mgh \quad ; \quad \sin(30^\circ) = \frac{h}{(d+x)} \Rightarrow \underline{h = (d+x) \sin(30^\circ)}$$

$$\bar{E}_A = mgh = mg(d+x) \sin(30^\circ)$$

$$\bar{E}_B = K_B + U_{\text{yay}} + U_g \quad (K_B = \frac{1}{2} m v_B^2 = 0, \quad U_g = 0, \quad U_{\text{yay}} = \frac{1}{2} k x^2)$$

$$\bar{E}_A = \bar{E}_B \Rightarrow \underline{mg(d+x) \sin(30^\circ) = \frac{1}{2} k x^2}$$

$$3 \times 9,8 (d + 0,2) \times 0,5 = \frac{1}{2} \times 400 (0,2)^2 \Rightarrow \underline{d = 0,344\text{ m}}$$

8.23: 20 kg lık bir havan topu, yatayla 37° lik bir açıda 1000 m/s lik namlu hız ile ateşleniyor. ikinci bir top da 90° lik açıda ateşleniyor.

- a) Herbir topun ulaşacağı maksimum yüksekliği
 b) Herbir top için maksimum yükseklikte toplam mekanik enerjisini bulun. Herbir top için mekanik enerjinin korunumu yasasını kullanınız. Topun namlu açısında $y=0$ olsun.

$$M = 20 \text{ kg}$$

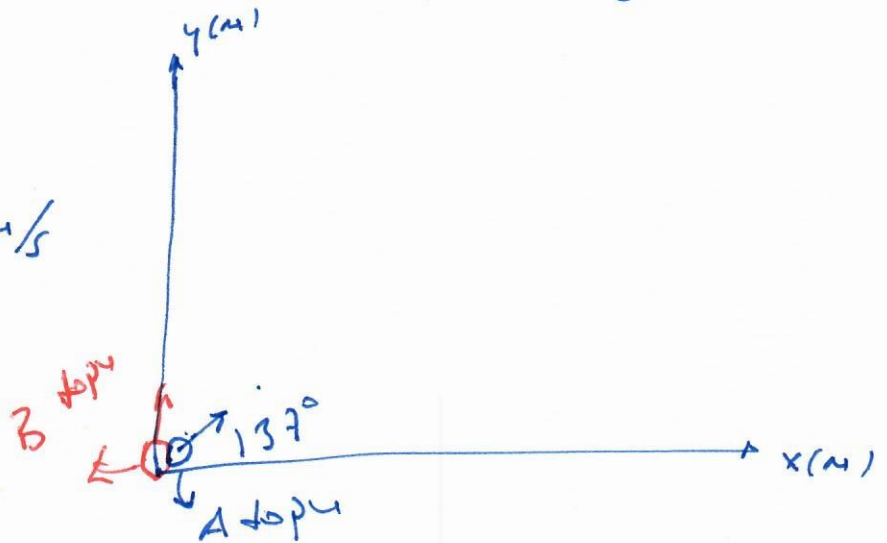
$$\theta_A = 37^\circ$$

$$u_i = 1000 \text{ m/s} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$\theta_B = 90^\circ$$

a) $h_A = ?$ $h_B = ?$

b) $K_A = ?$ $K_B = ?$



Not: Burada her iki top da yere yakın hareket ediyor (her ikisinin de bir hareket) etkilinde hareket ettiklerinde mekanik enerjileri korunur.

A topu için $\bar{E}_{iA} = \frac{1}{2} M u_i^2$; $\bar{E}_{sA} = \frac{1}{2} M u_{xi}^2 + M g h_A$
 $\bar{E}_{iA} = \bar{E}_{sA}$ $u_{xi} = u_i \cos(37) = 0,8 u_i = 0,8 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

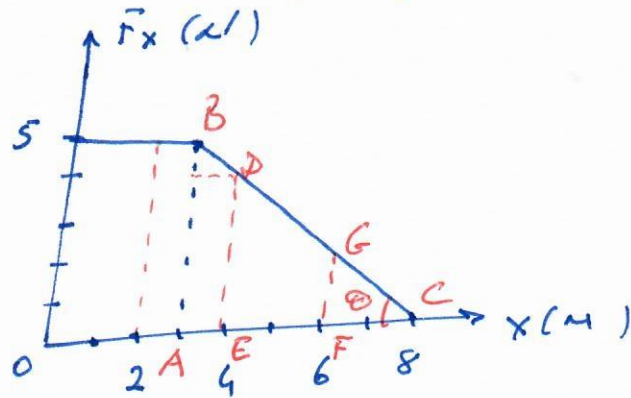
$$\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot (1,0 \cdot 10^3)^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 (0,8 \cdot 10^3)^2 + 20 \cdot 9,8 \cdot h_A$$

$$\frac{1}{2} (1,0 - 0,64) \cdot 10^6 = 9,8 h_A \Rightarrow h_A = 1,84 \cdot 10^4 \text{ m}$$

B topu için
 $\bar{E}_{iB} = \bar{E}_{sB} \Rightarrow \frac{1}{2} M u_i^2 = M g h_B \Rightarrow h_B = \frac{u_i^2}{2g} \Rightarrow h_B = \frac{(1,0 \cdot 10^3)^2}{2 \cdot 9,8} = 5,10 \cdot 10^4 \text{ m}$

- c) Mekanik Enerji Korunumundan her iki cismin maksimum yükseklikteki mekanik enerjisi başlangıç enerjisine eşittir.
 $\bar{E}_A = \bar{E}_B = \frac{1}{2} M u_i^2 \Rightarrow \bar{E}_A = \bar{E}_B = 1,00 \cdot 10^7 \text{ Joule}$

8.29: Şekilde uzaklığın fonksiyonu olarak gösterilen \vec{F}_x kuvveti, 5 kg'lık bir kütle üzerine etki ediyor. Parçacık $x=0$ m'de durgun halden harekete başlıyor, $x=2, 4$ ve 6 m'de hızının büyüklüğü ne olur?



$$m = 5 \text{ kg}$$

$$x=0 \Rightarrow v_i = 0$$

$$a) x = 2 \text{ m} \Rightarrow v = ?$$

$$b) x = 4 \text{ m} \Rightarrow v = ?$$

$$c) x = 6 \text{ m} \Rightarrow v = ?$$

Not: Bir kuvvetin konuma göre değişim grafiği verilmişse eğrinin altında kalan alan, kuvvetin o yol boyunca yaptığı işi verir. Birleşik kuvvetin yaptığı iş cümmin kinetik enerji değişimine eşittir ($W = \Delta K$)

$$a) x = 2 \text{ m'de } v = ? \quad W = \vec{F}_x \cdot x \Rightarrow W = 5 \times 2,0 = 10,0 \text{ Joule}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$W = \Delta K \Rightarrow 10,0 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot v^2 \Rightarrow \underline{v = 2 \text{ m/s}}$$

$$b) \triangle ABC \text{ ninde } \tan \theta = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \Rightarrow \tan \theta = \frac{5}{5} \Rightarrow \underline{\theta = 45^\circ}$$

$$\triangle DEC \text{ ninde } \tan 45 = \frac{\overline{ED}}{\overline{EC}} \Rightarrow 1 = \frac{\overline{ED}}{4} \Rightarrow \underline{\overline{ED} = 4 \text{ m}}$$

$$ABDE \text{ yamurunu alan} = \frac{\overline{AB} + \overline{DE}}{2} \cdot \overline{AC}$$

$$W = 5 \times 3 + \frac{1}{2} (5 + 4) \times 1 \Rightarrow W = 15 + 4,5 \Rightarrow \underline{W = 19,5 \text{ Joule}}$$

$x = 4 \text{ m'de}$

$$W = \Delta K \Rightarrow 19,5 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot v^2 \Rightarrow \underline{v = 2,79 \text{ m/s}}$$

$$c) \tan(45) = \frac{\overline{FG}}{\overline{FC}} \Rightarrow \underline{\overline{FG} = 2 \text{ m}} ; W = 5 \cdot 3 + \frac{1}{2} (5 + 2) \cdot 3 \Rightarrow \underline{W = 25,5 \text{ Joule}}$$

$$W = \Delta K \Rightarrow 25,5 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot v^2 \Rightarrow \underline{v = 3,19 \text{ m/s}}$$

8.31: Şekildeki 3 kg'lık cisimle yüzey arasındaki sürtünme katsayısı 0,40'dır. Kütleler durgun halden harekete başladığında, 5 kg'lık kütle 1,5 m'lik bir düşey ortalığa indiğinde hızının büyüklüğü nedir?

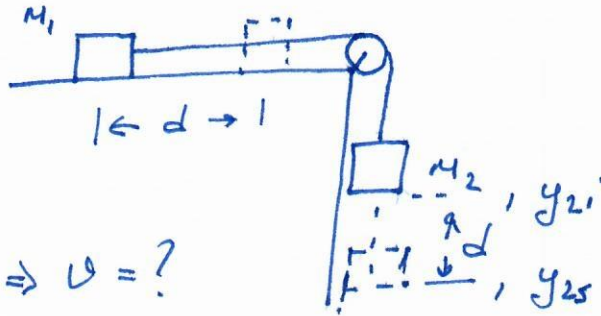
$$M_1 = 3 \text{ kg}$$

$$\mu_k = 0,40$$

$$v_{1i} = v_{2i} = 0$$

$$M_2 = 5 \text{ kg}$$

$$y_{2i} = 1,5 \text{ m} \quad y_{2f} = 0 \Rightarrow v = ?$$



Not: Burada M_2 kütle 1,5 m aşağı doğru hareket ettiğinde M_1 kütle de sağa doğru $d = 1,5 \text{ m}$ ilerlemiştir. (Burada potansiyel enerjiyi "0" aldık)

Diğer taraftan herhangi bir anda yada noktada cisimlerin hızlarının büyüklükleri aynıdır. μ sürtünme kuvvetinin yaptığı iş sistemin mekanik enerjisinde ki değişmeye eşittir.

$$\bar{E}_i = \bar{E}_{1i} + \bar{E}_{2i} \Rightarrow \bar{E}_i = K_{1i} + U_{1i} + K_{2i} + U_{2i} \quad \left\{ \begin{array}{l} U_{1i} = U_{1f} \\ U_{2i} = M_2 g y_{2i} \end{array} \right.$$

$$\bar{E}_i = U_{1i} + M_2 g y_{2i}$$

$$\bar{E}_f = K_{1f} + U_{1f} + K_{2f} + U_{2f} \Rightarrow \bar{E}_f = \frac{1}{2} M_1 v^2 + U_{1f} + \frac{1}{2} M_2 v^2 + U_{2f}$$

$$\bar{E}_f = \frac{1}{2} (M_1 + M_2) v^2 + U_{1f}$$

$$W_{f_k} = \vec{f}_k \cdot \vec{d} = f_k d \cos(180^\circ) \Rightarrow W_{f_k} = -f_k d; \quad f_k = \frac{v}{\mu_k} = \mu_k M_1 g$$

$$\text{Toparlarsak; } W_{f_k} = \bar{E}_f - \bar{E}_i \quad \checkmark$$

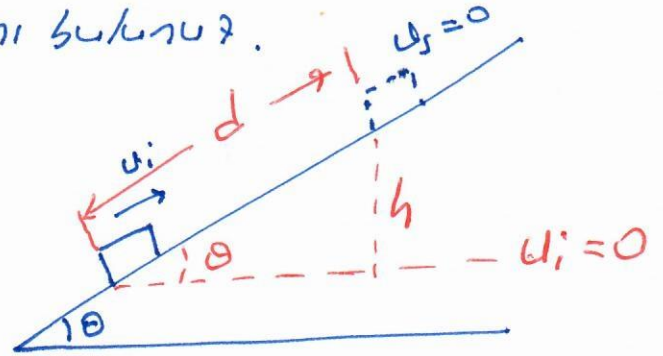
$$-\mu_k M_1 g d = \frac{1}{2} (M_1 + M_2) v^2 + U_{1f} - (U_{1i} + M_2 g y_{2i}) \quad (U_{1i} = U_{1f})$$

$$-0,4 \cdot 3 \cdot 9,8 \cdot 1,5 + 5 \cdot 9,8 \cdot 1,5 = \frac{1}{2} (3 + 5) v^2$$

$$73,5 - 17,64 = 4 v^2 \Rightarrow v = 3,74 \text{ m/s}$$

7.33 : 5 kg lık bir blok, 8 m/s lık bir ilk hızla şekildeki gibi bir eğik düzlemde hareket etmeye başlıyor. Blok şekilde gösterildiği gibi düzlem boyunca 3 m gittikten sonra duruyor. Düzlem yatayla 30° lik eğimde dir.

- Kinetik enerjideki değişimi
- Potansiyel enerjideki değişimi
- Blok üzerinde sabit var sayılan sürtünme kuvvetini
- Kirletik sürtünme katsayısını bulunuz.



$$m = 5 \text{ kg} \quad a) \Delta K = ?$$

$$u_i = 8 \text{ m/s} \quad b) \Delta U = ?$$

$$d = 3,0 \text{ m} \Rightarrow u_f = 0 \quad c) f_k = ?$$

$$\theta = 30^\circ \quad d) \mu_k = ?$$

$$a) \Delta K = K_f - K_i \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} m u_f^2 - \frac{1}{2} m u_i^2 ; \Delta K = -\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8^2$$

$$\Delta K = -160 \text{ Joule}$$

$$b) \Delta U = U_f - U_i ; \Delta U = U_f = mgh ; \sin(30) = \frac{h}{d}$$

$$h = d \sin(30) = 3 \times 0,5 = 1,5 \text{ m}$$

$$\Delta U = U_f = 5 \times 9,8 \times 1,5$$

$$\Delta U = 73,5 \text{ Joule}$$

$$c) W_{f_k} = \bar{F} \cdot d \Rightarrow W_{f_k} = (K_f + U_f) - (K_i + U_i) \Rightarrow \frac{W_{f_k}}{d} = \Delta K + \Delta U$$

$$W_{f_k} = -f_k d ; f_k \text{ değerleri yerine koyalım.}$$

$$-f_k \cdot 3 = -160 + 73,5 \Rightarrow -3f_k = -86,5 \Rightarrow f_k = 28,8 \text{ newton}$$

$$d) f_k = \mu_k N ; N = W_y = mg \cos(30)$$

$$28,8 = \mu_k \cdot 5 \cdot 9,8 \cdot 0,866 \Rightarrow \mu_k = 0,679$$

8.60 : Bir sistemin potansiyel enerji fonksiyonu

$U(x) = -x^3 + 2x^2 + 3x$ ile verilmektedir.

a) $x = 2$ m noktasında potansiyel enerjinin değerini

b) Herhangi bir x noktasında kuvveti x 'in fonksiyonu olarak bulunuz.

c) $x = 2$ m noktasında kuvvetin değerini bulunuz.

d) x 'in hangi değerleri için kuvvet "0" olur?

$$a) U|_{x=2} = -(2)^3 + 2 \cdot (2)^2 + 3 \cdot (2) \Rightarrow \underline{U(x=2) = 6 \text{ Joule}}$$

$$b) \bar{F}(x) = -\frac{dU}{dx} \Rightarrow \bar{F}(x) = -[-3x^2 + 4x + 3]$$

$$\underline{\bar{F}(x) = 3x^2 - 4x - 3}$$

$$c) \bar{F}|_{x=2} = 3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 3 \Rightarrow \underline{\bar{F}(x=2) = 1,0 \text{ Newton}}$$

$$d) \bar{F}(x) = 0 \Rightarrow x = ?$$

$$3x^2 - 4x - 3 = 0 \quad (ax^2 + bx + c = 0 \text{ denkl. şözlünü})$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3)$$

$$= 16 + 36$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{4 + 7,21}{2 \cdot 3} \Rightarrow \underline{x_1 = 1,87 \text{ m}}$$

$$\sqrt{\Delta} = 7,21$$

$$x_2 = \frac{4 - 7,21}{6} \Rightarrow \underline{x_2 = -0,535 \text{ m}}$$