Bu ders, Pamukkale Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü tarafından diğer fakültelerde ortak okutulan Genel Fizik-I dersi için hazırlanmıştır.

Ana kaynak kitap olarak resimdeki ders kitabı takip edilecektir.

@PauFizik

https://www.pau.edu.tr/fizik

BÖLÜM-08

Potansiyel Enerji ve Enerjinin Korunumu

Bu bölüm kapsamında aşağıdaki konulara değinilecektir:

- ***Potansiyel Enerji***
- ***Korunumlu ve Korunumsuz Kuvvetler***
- ***Korunumlu Kuvvetler ve Potansiyel Enerji***
- ***Mekanik Enerjinin Korunumu***
- ***Korunumsuz Kuvvetlerin Yaptığı İş***
- ***Korunumlu Kuvvetler ile Potansiyel Enerji Arasındaki Bağıntı***

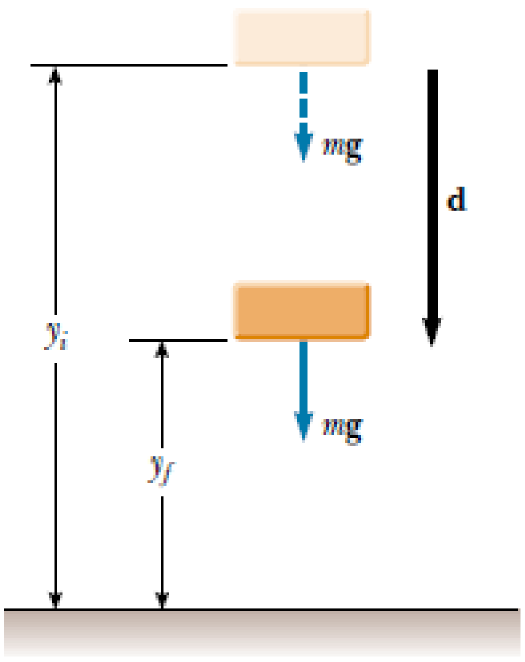
Burada vektörel nicelikler yerine iş, kinetik enerji ve potansiyel enerji gibi skaler nicelikler kullanacağımız için işlemler daha kolay yapılabilecektir.

İŞ ve POTANSİYEL ENERJİ

Kütle - Çekim Potansiyel Enerjisi

Bir cisim üzerine etki eden mg kütle-çekim kuvvetinin büyüklüğü ile cismin yüksekliğinin çarpımına **kütle-çekimi** (yerçekimi) **potansiyel enerjisi** adı verilir.

$$U_g \equiv mgy$$



- Kütlesi m olan bir cisim bir başlangıçta y_i yüksekliğinden aşağı doğru *d* kadar yer değiştirsin.
- Cisim ve yer bir sistemdir.

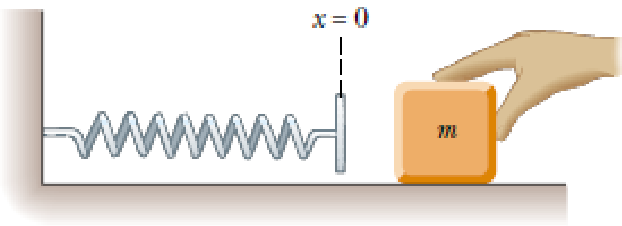
Cisim aşağı doğru *d* kadarlık bir yer değiştirmeye uğradığında kütle çekim kuvvetinin yaptığı iş

$$W_g = (m\vec{g}).\vec{d} = (-mg\hat{\jmath}).(y_s - y_i)\hat{\jmath} = mgy_i - mgy_s$$

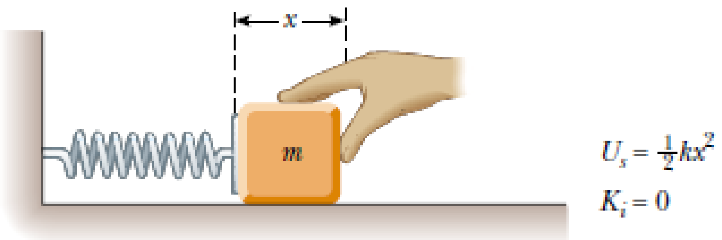
Sistemin potansiyel enerjisindeki değişim şu ifadeyle verilir.

$$\boldsymbol{W_g = U_i - U_s = -(U_s - U_i) = -\Delta U_g}$$

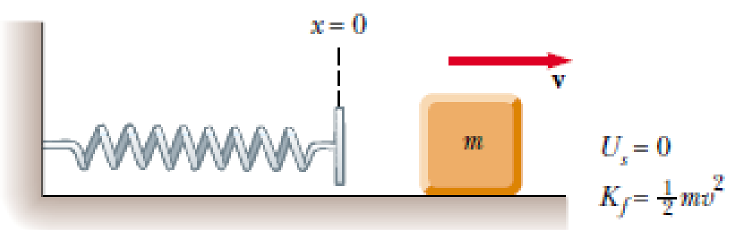
Yay (Esneklik) Potansiyel Enerjisi



(a)



(b)



- Kütlesi m olan bir blok, yay (esneklik) sabiti k olan bir yaya bağlıdır.
- Yay ve kütle bir sistemdir.
- Sistemin esneklik potansiyel enerjisi

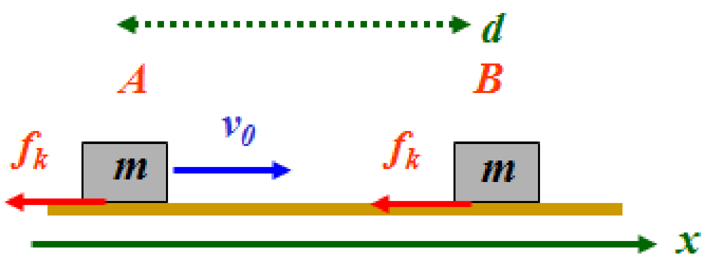
$$U_s = \frac{1}{2}kx^2$$

olarak tanımlanır.

- Yayda, sadece sıkıştırıldığı veya gerildiği zaman potansiyel enerji depolanır.

Yay denge konumundan sıkıştırıldığında cismin kinetik enerjisi potansiyel enerjiye (U) dönüşür. Yay denge konumuna tekrar geldiğinde yayda depolanan potansiyel enerji cisme kinetik enerji olarak aktarılır.

Korunumlu ve Korunumsuz Kuvvetler



Cismin, sadece kinetik ve potansiyel enerjileri arasında bir dönüşüme neden oldukları için, yerçekimi kuvveti ve yay kuvveti "**korunumlu**" kuvvetlerdir.

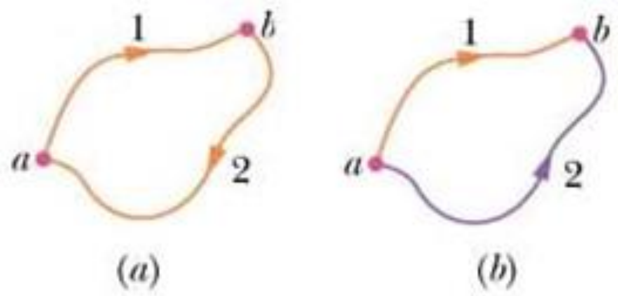
Buna karşın, sürtünme kuvveti "**korunumlu olmayan**" bir kuvvettir.

Sürtünmeli bir yüzey üzerinde *A* noktasından bir v_i ilk hızıyla harekete başlayan bir blok düşünelim. Blok ile zemin arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k olsun. Blok, kinetik sürtünme kuvveti (f_k) etkisiyle d kadar yol aldıktan sonra *B* noktasında duracaktır.

A ve *B* noktaları arasında sürtünme kuvvetinin yaptığı iş

$$W_{f_k} = -\mu_k mgd$$

olacaktır. Sürtünme kuvveti, bloğun tüm kinetik enerjisini "**ısı enerjisi**" ne dönüştürmüştür. Bu enerji tekrar kinetik enerjiye dönüştürülemez ve bu nedenle **sürtünme kuvveti korunumlu bir kuvvet değildir**.



1) Kapalı bir yol boyunca, korunumlu bir kuvvetin bir cisim üzerinde yaptığı net iş sıfırdır (Şekil-a).

$$\boxed{\boldsymbol{W_{net} = 0}}$$

Yerden yukarı doğru fırlatılan taş ve kütle-yay sistemi buna birer örnektir.

$$W_{net} = W_{ab,1} + W_{ba,2} = 0$$

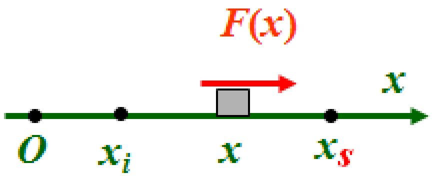
2) a'dan b' ye giden bir cismin üzerine etki eden korunumlu bir kuvvetin yaptığı iş gidilen yoldan bağımsızdır.

Şekil-a'dan: $W_{net} = W_{ab,1} + W_{ba,2} = 0 \quad \Longrightarrow \quad W_{ab,1} = -W_{ba,2}$

Şekil-b'den: $W_{ab,2} = -W_{ba,2}$

$$\boxed{\boldsymbol{W_{ab,1} = W_{ab,2}}}$$

Korunumlu Kuvvetler ve Potansiyel Enerji



Bir cisme etkiyen korunumlu kuvvet biliniyorsa, x_i ve x_s gibi iki nokta arasında cismin potansiyel enerjisindeki değişim (ΔU) hesaplanabilir.

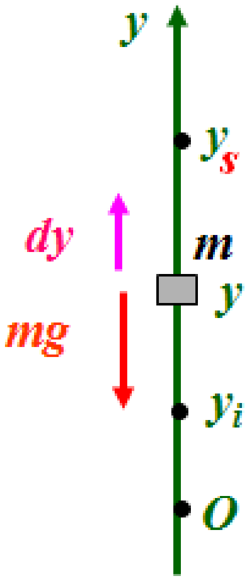
Korunumlu bir $\vec{F}$ kuvvetinin etkisindeki bir cisim *x*-ekseni boyunca x_i noktasından x_s noktasına hareket ediyor olsun. F_x kuvveti tarafından cisim üzerinde yapılan iş,

$$W = \int_{x_i}^{x_s} F_x dx$$

eşitliği ile verilir. Böylece potansiyel enejideki değişim, $\Delta U = -W = -\int_{x_i}^{x_s} F_x dx$ olarak bulunur.

Korunumlu bir kuvvet tarafından yapılan iş, bu kuvvete ait potansiyel enerjideki değişimin negatifine eşittir.

Yerçekimi Potansiyel Enerjisi



Düşey doğrultuda (y-ekseni boyunca) yukarı doğru y_i noktasından y_s noktasına hareket eden m kütleli bir cisim düşünelim.

Cisme etki eden yerçekimi kuvveti nedeniyle cisim-yer sisteminin potansiyel enerjisinde değişim olacaktır. Az önce bulunan sonuç kullanılarak, cismin potansiyel enerjisindeki değişim hesaplanabilir.

$$\Delta U = -\int_{y_i}^{y_s} F_y dy = -\int_{y_i}^{y_s} (-mg) dy = mg \int_{y_i}^{y_s} dy = mg\left(\Big|_{y_i}^{y_s} y\right)$$

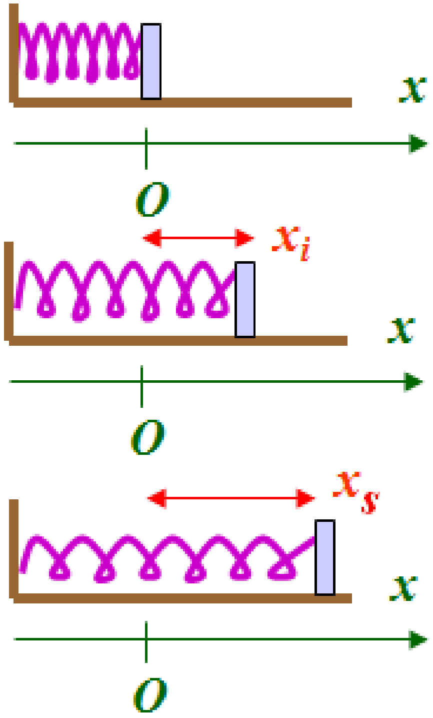
$$\Delta U = mg(y_s - y_i) = mg\Delta y$$

Cismin bulunduğu son nokta genelleştirilirse $U_s - U_i = mg(y_s - y_i)$ bulunur.

Genellikle, hareketin başladığı konum $y_i = 0$ ve bu noktadaki potansiyel $U_i = 0$ olarak seçilir.

Yaydaki Potansiyel Enerji

Bir kütle-yay sisteminde, blok x_i noktasından x_s noktasına hareket etsin. Yay kuvveti bir iş (W) yapacaktır ve kütle-yay sisteminin potansiyel enerjisinde bir değişim meydana gelecektir.



$$W = \int_{x_i}^{x_s} F(x)dx = \int_{x_i}^{x_s} -kxdx = -\left(\frac{1}{2}kx_s^2 - \frac{1}{2}kx_i^2\right)$$

$$\Delta U = -W \quad \Rightarrow \quad U_s - U_i = \frac{1}{2}kx_s^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

Genellikle hareketin başladığı konum $x_i = 0$ ve bu noktadaki potansiyel $U_i = 0$ olarak seçilir.

Denge noktasından herhangi bir x uzaklığında yaydaki potansiyel enerji ise

$$U = \frac{1}{2}kx^2$$

olarak verilir.

Mekanik Enerjinin Korunumu

Bir sistemin **mekanik enerjisi**, o sistemin kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamı olarak tarif edilir.

$$Mekanik\ enerji = E = K + U$$

Sadece korunumlu kuvvetler yolu ile etkileşen yalıtılmış (izole) cisimler sisteminde, sistemin toplam mekanik enerjisi sabit kalır. Sistemdeki iç kuvvetin yaptığı iş sistemin kinetik enerjisinde bir değişim meydana getirecektir.

$$\Delta K = W$$

Bu, aynı zamanda sistemin potansiyel enerjisinde de bir değişim meydana getirecektir.

$$\Delta U = -W$$

Bu iki eşitlik birleştirilirse,

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$K_s - K_i = -(U_s - U_i)$$

$$K_i + U_i = K_s + U_s$$

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = 0$$

sonucuna ulaşılır. Bu, "**mekanik enerjinin korunumu**" yasasıdır ve sadece, sisteme hiçbir enerji eklenip çıkarılmadığı durumlarda geçerlidir. Ayrıca sistemde iş yapan hiçbir korunumsuz kuvvet bulunmamalıdır. Bir sistemdeki cisim üzerine birden fazla korunumlu kuvvet etki ederse her bir kuvvetle ilgili bir potansiyel enerji fonksiyonu mevcut olur. Böyle bir durumda sistemin mekanik enerji korunumu ilkesi

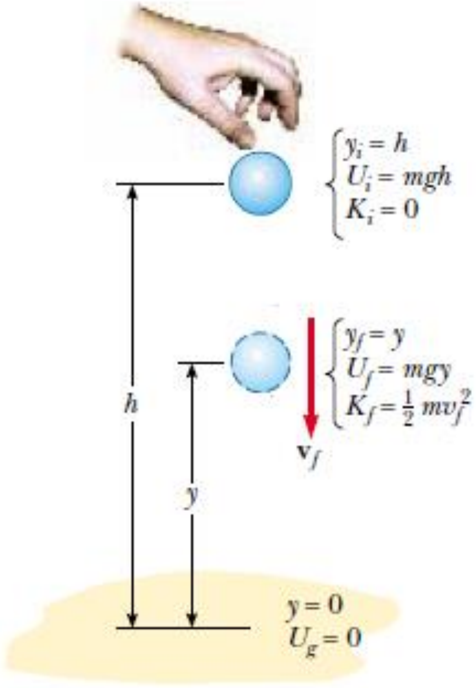
$$K_i + \sum U_i = K_s + \sum U_s$$

olarak yazılır. Burada toplamdaki potansiyel enerjilerin sayısı, korunumlu kuvvetlerin sayısına eşittir.

Örnek 8-2: Şekilde görüldüğü gibi m kütleli bir top yerden h kadar yükseklikten serbest bırakılıyor.

a) Cismin herhangi bir andaki hızını, yerden olan yüksekliğine bağlı olarak bulunuz.

b) Top ilk h yüksekliğinden bırakıldığı anda bir v_i ilk süratine sahipse, topun y deki süratini hesaplayınız.



Çözüm 8-2:

a) $\Delta K = -\Delta U \Rightarrow K_s - K_i = -(U_s - U_i)$

$$K_i + U_i = K_s + U_s$$

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv_s^2 + mgy \qquad v_s = \sqrt{2g(h-y)}$$

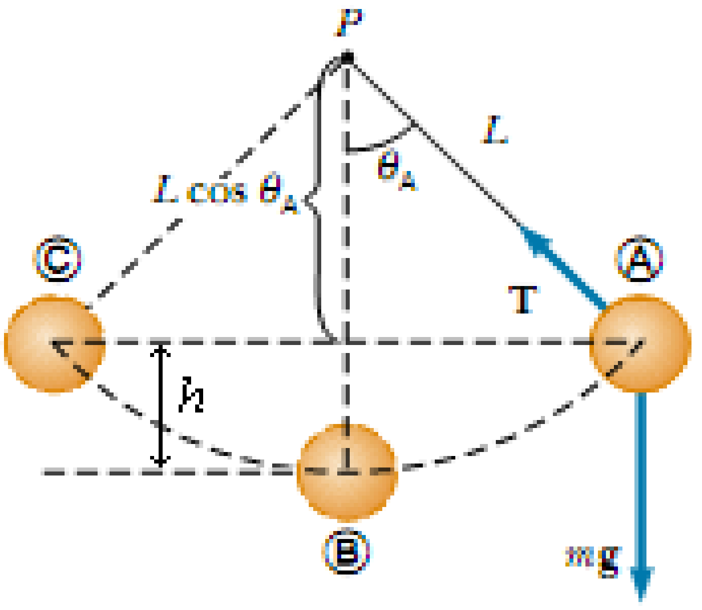
b) $\frac{1}{2}mv_i^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_s^2 + mgy$

$$v_s = \sqrt{v_i^2 + 2g(h-y)}$$

Örnek 8-3: Şekilde L uzunluğundaki bir ipin ucuna bağlı m kütlesinden oluşan bir basit sarkaç verilmiştir. Cisim θ_A açısal konumundan serbest bırakılmıştır ve dönme ekseninin geçtiği P noktası sürtünmesizdir.

a) Cisim en alt noktadan (B noktası) geçerken hızı nedir?

b) Cisim en alt noktada iken ipteki gerilme kuvveti nedir?



Çözüm 8-3:

a) $K_i + U_i = K_s + U_s \implies K_A + U_A = K_B + U_B$

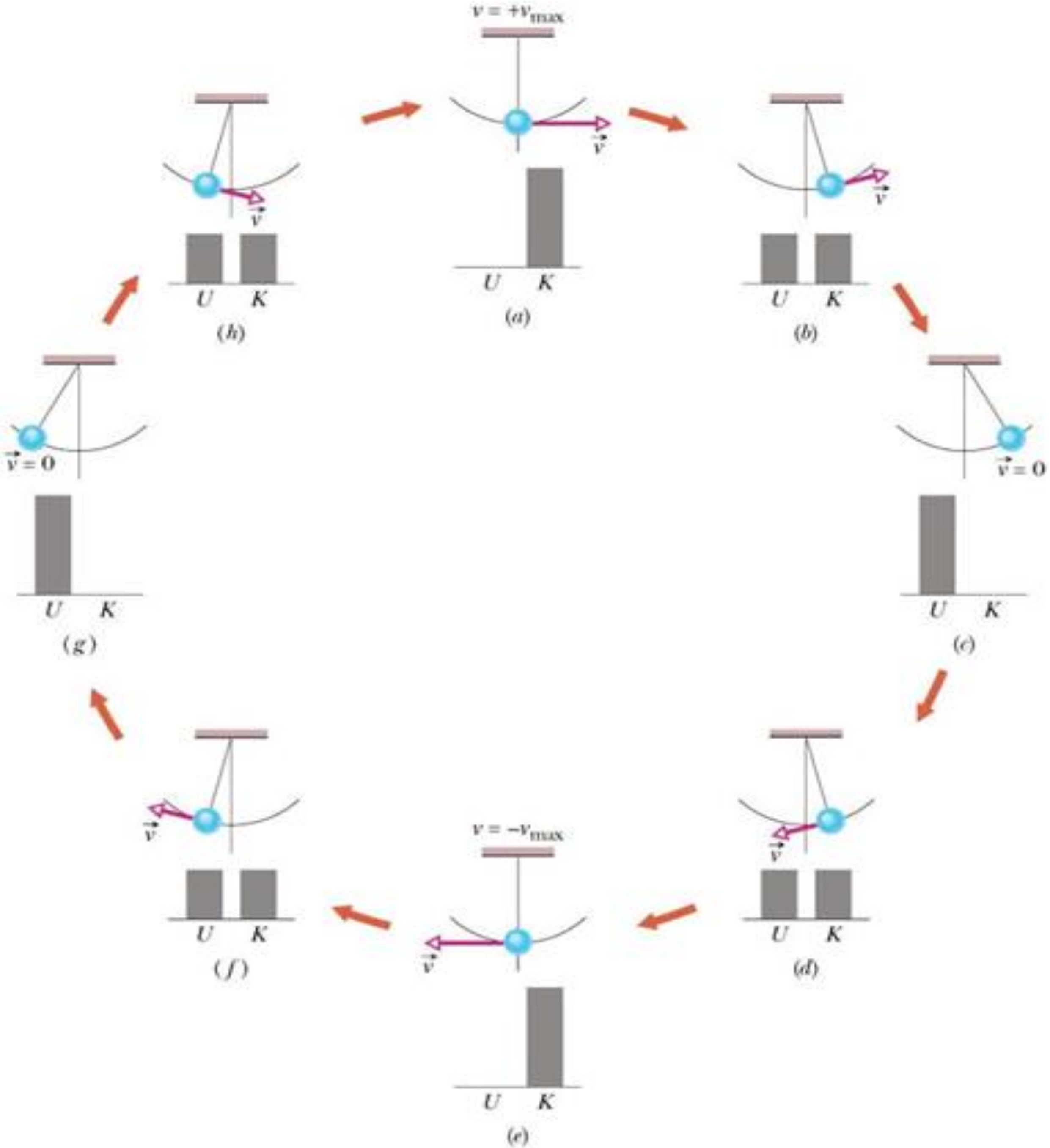
$mgh = \frac{1}{2} m v_B^2$ ve $h = L - L\cos\theta_A = L(1 - \cos\theta_A)$

ise $v_B = \sqrt{2gL(1 - \cos\theta_A)}$

b) $\sum F_r = T_B - mg = \frac{m v_B^2}{L}$

$$T_B = mg + 2mg(1 - \cos\theta_A)$$

$$T_B = mg(3 - 2\cos\theta_A)$$



v = +v_max
v = −v_max
v = 0
U
K
(a)
(b)
(c)
(d)
(e)
(f)
(g)
(h)

- Şekilde m kütleli bir cisim ve asılı olduğu ipten oluşan bir basit sarkaç verilmiştir.

- Cisim-yer sisteminin mekanik enerjisi sabittir. Sarkaç salındıkça, sistemin kinetik ve potansiyel enerjileri arasında sürekli bir dönüşüm olacaktır.

- Cisim en alt noktadayken potansiyel enerji "**sıfır**" seçilirse, bu noktalarda kinetik enerji maksimum olacaktır (***a*** ve ***e*** durumu).

- ***c*** ve ***g*** durumlarında ise potansiyel enerji maksimum, kinetik enerji sıfır olacaktır.

Korunumsuz Kuvvetlerin Yaptığı İş

Bir sistemdeki cisimlere etkiyen kuvvetler korunumlu iseler, sistemin mekanik enerjisi sabit kalır. Fakat cisimlere etkiyen kuvvetlerin bir kısmı korunumlu değilse, sistemin mekanik enerjisi sabit kalmaz. Burada, **uygulanan dış kuvvet** ve **kinetik sürtünme kuvveti** olmak üzere iki tür korunumsuz kuvvet incelenecektir.

Uygulanan Bir Dış kuvvetin Yaptığı İş

Örneğin bir cisim bir kuvvet uygulanarak yukarı doğru kaldırıldığında, uygulanan kuvvet cisim üzerinde W_{uy} işini yapar. Bu esnada kütle çekim kuvveti de cisim üzerinde W_g işini yapar. Böylece cisim üzerinde net iş, kinetik enerjisindeki değişime bağlıdır.

$$W_{uy} + W_g = \Delta K$$

Kütle çekim kuvveti korunumlu olduğu için

$$W_g = -\Delta U$$

olur. Böylece

$$W_{uy} = \Delta K + \Delta U$$

yazılabilir. Burada, dışarıdan uygulanan kuvvet cisim-dünya sistemine enerji aktarmıştır sonucu çıkarılabilir.

Kinetik Sürtünmeyi İçeren Durumlar

Kinetik sürtünme kuvveti korunumlu olmayan bir kuvvettir. Sürtünmeli yatay bir yüzey üzerinde herhangi bir başlangıç hızı ile giden bir cismin üzerine etkiyen kinetik sürtünme kuvveti, cismin hareketine karşı koyar ve cisim yavaşlayarak sonunda durur. Kinetik sürtünme kuvveti, kinetik enerjiyi, cisim ve yüzeyde iç enerjiye dönüştürerek, cismin kinetik enerjisinin bir kısmını azaltır, geri kalanı da yüzeyde iç enerji olarak görünür.

Yatay bir yüzeyde cisim bir d uzaklığı kadar hareket ederse iş yapan tek kuvvet kinetik sürtünme kuvvetidir.

$$\Delta K_{sürtünme} = -f_k d$$

Cisim sürtünmeli bir eğik düzlemde hareket ederse, cisim-Dünya sisteminin kütle-çekim potansiyel enerjisinde de bir değişim meydana gelir.

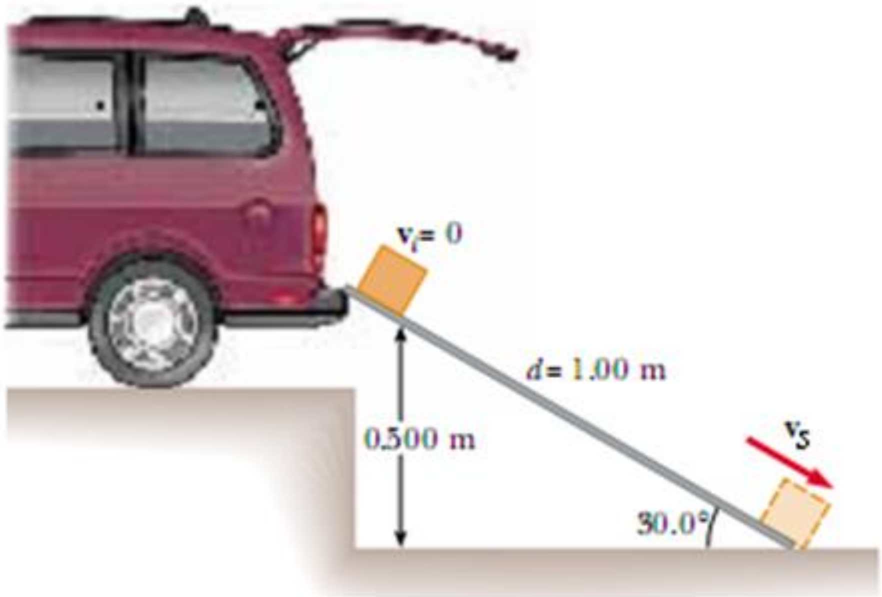
$$\Delta E = E_s - E_i$$

olmak üzere

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = -f_k d$$

Olur.

Örnek 8-4: Uzunluğu 1 m olan 30^0'lik eğik düzlemin en üst noktasından, kütlesi 3 kg olan bir kutu durgun halden aşağıya doğru kaymaya başlıyor. Kutuya 5N'luk sabit bir sürtünme kuvveti etkimektedir.



a) Eğik düzlemin tabanında kutunun sürati ne olur?

b) Kutunun ivmesi nedir?

Çözüm 8-4:

a) $E_i = K_i + U_i = 0 + U_i = mgy_i$

$$E_i = (3\ kg)(9{,}80\ m/s^2)(0{,}500\ m) = 14{,}7\ J$$

$$E_s = K_s + U_s = \frac{1}{2}mv_s^2 + 0$$

$$\Delta E = -f_k d = -(5)(1) = -5\ J$$

$$\Delta E = E_s - E_i = \frac{1}{2}mv_s^2 - 14{,}7\ J = -5\ J$$

$$v_s = \sqrt{\frac{(2)(9{,}7)}{3}} = 2{,}54\ m/s$$

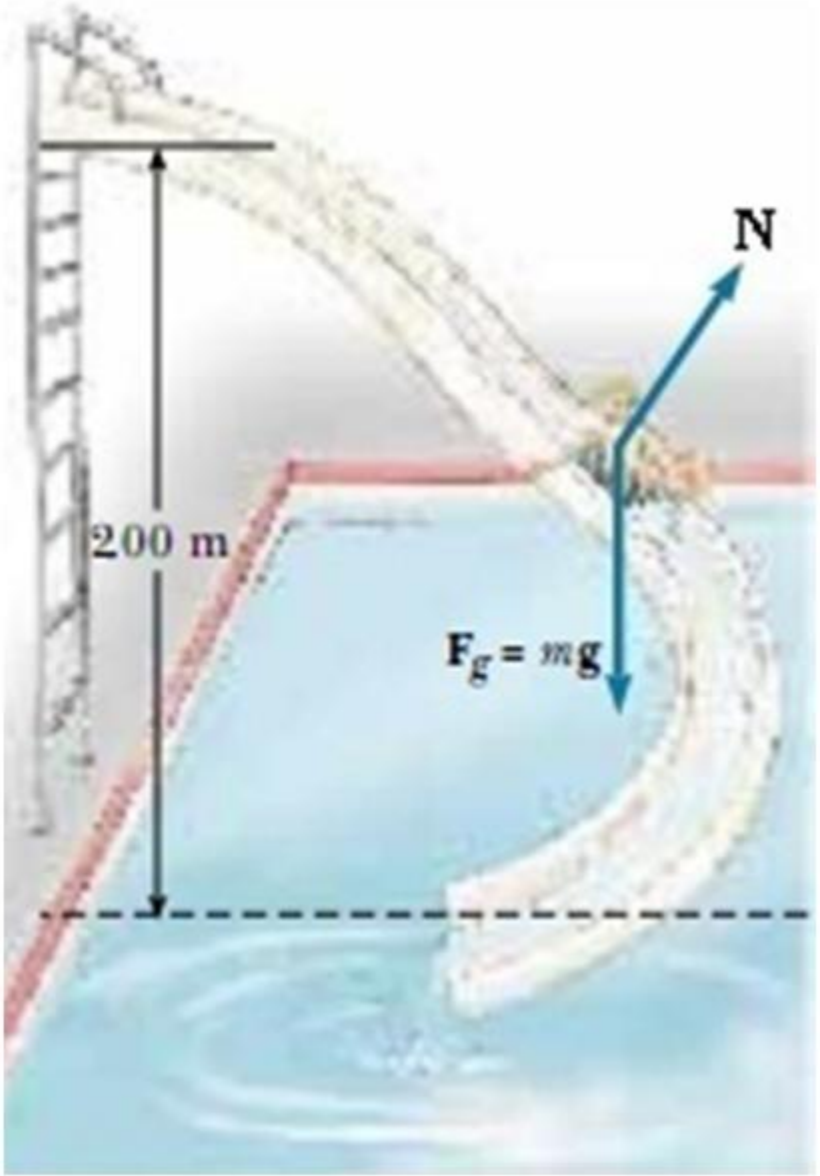
b) $\sum F_x = mg\sin(30^0) - f_k = ma$

$$a = \frac{(3)(9{,}8)(0{,}5) - 5}{3} = 3{,}23\ m/s^2$$

Örnek 8-5: Kütlesi $20\,kg$ olan bir çocuk, $2\,m$ yüksekliğinde düzgün olmayan bir kaydırağın tepesinden ilk hızsız olarak kaymaya başlıyor.

a) Sürtünme olmadığı varsayılırsa, kaydırağın en alt noktasında çocuğun hızı ne olur?

b) Sürtünme olması durumunda, çocuğun en alt noktadaki hızı $3\,m/s$ olduğuna göre sistemin mekanik enerjisindeki kayıp ne kadar olur?



Çözüm 8-5:

a) Sistemde sürtünme olmadığında,

$$K_i + U_i = K_s + U_s$$

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv_s^2 + 0$$

$$v_s = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9{,}80\ m/s^2)(2\ m)} = \mathbf{6{,}26\ m/s}$$

b) Sistemde sürtünme olduğunda,

$$\Delta E = E_s - E_i = (K_s + U_s) - (K_i + U_i)$$

$$\Delta E = \left(\frac{1}{2}mv_s^2 + 0\right) - (0 + mgh) = \frac{1}{2}mv_s^2 - mgh$$

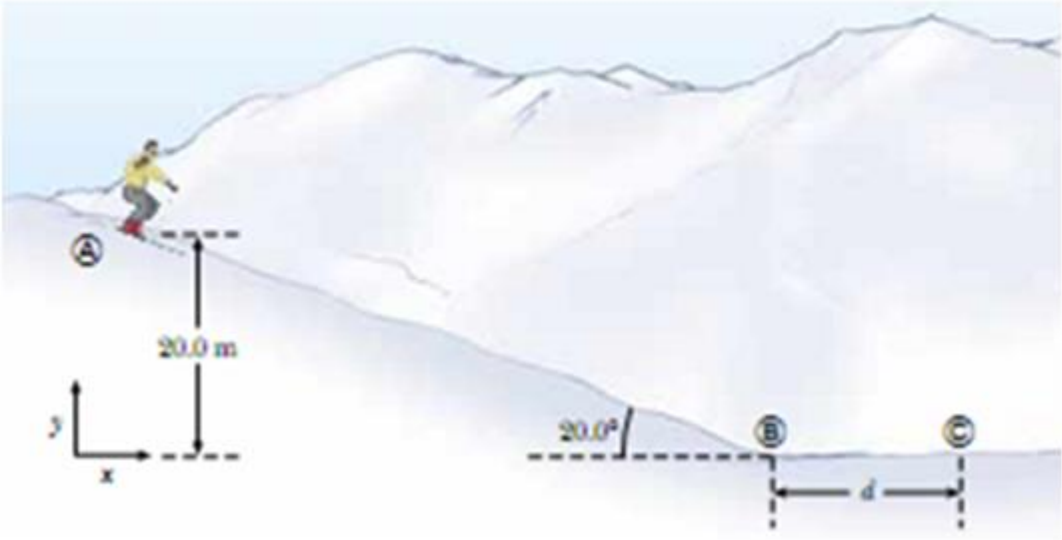
$$\Delta E = \frac{1}{2}(20\ kg)(3\ m/s)^2 - (20\ kg)(9{,}80\ m/s^2)(2\ m)$$

$$\mathbf{\Delta E = -302\ J}$$

Örnek 8-6: Bir kayakçı 20 m yükseklikteki sürtünmesiz bir rampadan ilk hızsız olarak kaymaya başlıyor. Rampanın alt ucundan sonra, düz olan bölgede kayakçı ile zemin arasında sürtünme katsayısı 0,21' dir.

a) Kayakçı, yatay yüzeyde duruncaya kadar ne kadar yol alır?

b) Eğik düzlemin kendisi de aynı sürtünme katsayısına sahip olsaydı, (a) şıkkının cevabı ne olurdu?



Çözüm 8-6:

a) $K_i + U_i = K_s + U_s \Longrightarrow \boldsymbol{K_A + U_A = K_B + U_B}$

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 \qquad v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9{,}80\ m/s^2)(20\ m)} = 19{,}8\ m/s$$

$$\Delta E = E_s - E_i = E_C - E_B = -\mu_k mgd$$

$$(K_C + U_C) - (K_B + U_B) = (0 + 0) - \left(\frac{1}{2}mv_B^2 + 0\right) = -\mu_k mgd$$

$$d = \frac{v_B^2}{2\mu_k g} = \frac{(19{,}8\ m/s)^2}{2(0{,}210)(9{,}8\ m/s^2)} = \boldsymbol{95{,}2\ m}$$

b) $\Delta E = E_B - E_A = -f_k d \Longrightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh = -\mu_k mg\cos\theta\, L$

$$\sin\theta = \frac{h}{L}$$

$$v_B = \sqrt{2g\left(h - \mu_k\cos\theta\left(\frac{h}{\sin\theta}\right)\right)} = \sqrt{2gh(1 - \mu_k\cot\theta)} = 12{,}9\ m/s$$

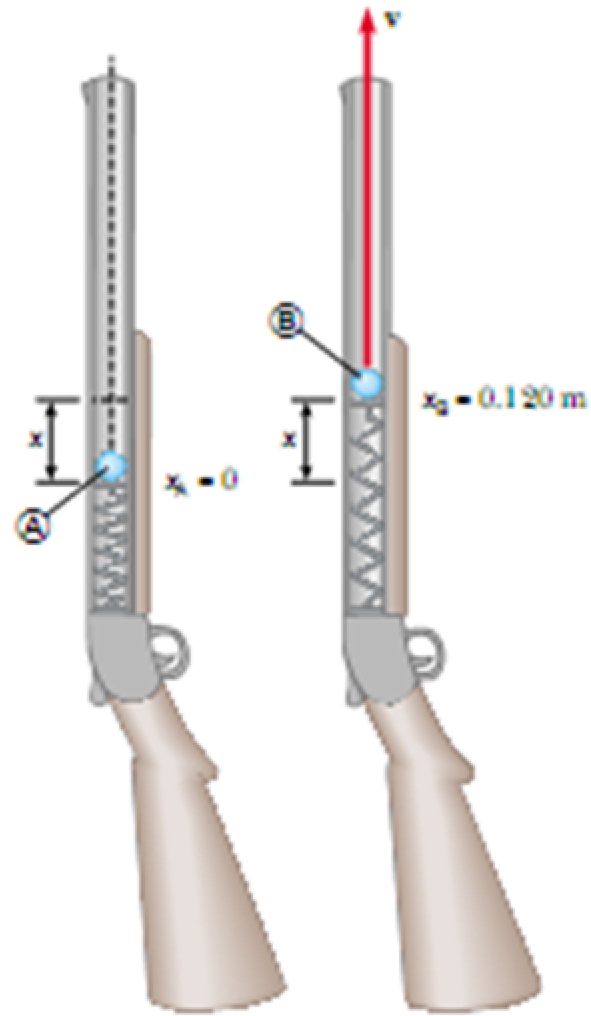
$$d = \frac{v_B^2}{2\mu_k g} = \frac{(12{,}9\ m/s)^2}{2(0{,}210)(9{,}8\ m/s^2)} = \boldsymbol{40{,}3\ m}$$

Örnek 8-7: Yaylı bir oyuncak tüfeğin yay sabiti bilinmemektedir. Yay 0,12 m sıkıştırılıp düşey yönde ateşlendiğinde, 35 g'lık bilye, ateşleme yapılmadan önceki konumuna göre 20 m maksimum yüksekliğe ulaşıyor. Tüm sürtünmeler gözardı edilerek,

a) Tabancanın yay sabitini bulunuz.

b) Bilye tabancayı hangi hızla terkeder?

c) Bilye ateşleme yapılmadan önceki konumuna göre 10 m yukarıdayken hızı nedir?



Çözüm 8-7:

a) $E_A = E_C$

$$K_A + U_{gA} + U_{sA} = K_C + U_{gC} + U_{sC} \qquad 0 + 0 + \frac{1}{2}kx^2 = 0 + mgh + 0$$

$$\frac{1}{2}k(0{,}120\ m)^2 = (0{,}0350\ kg)(9{,}80\ m/s^2)(20\ m) \Longrightarrow k = 953\ N/m$$

b) $E_A = E_B$

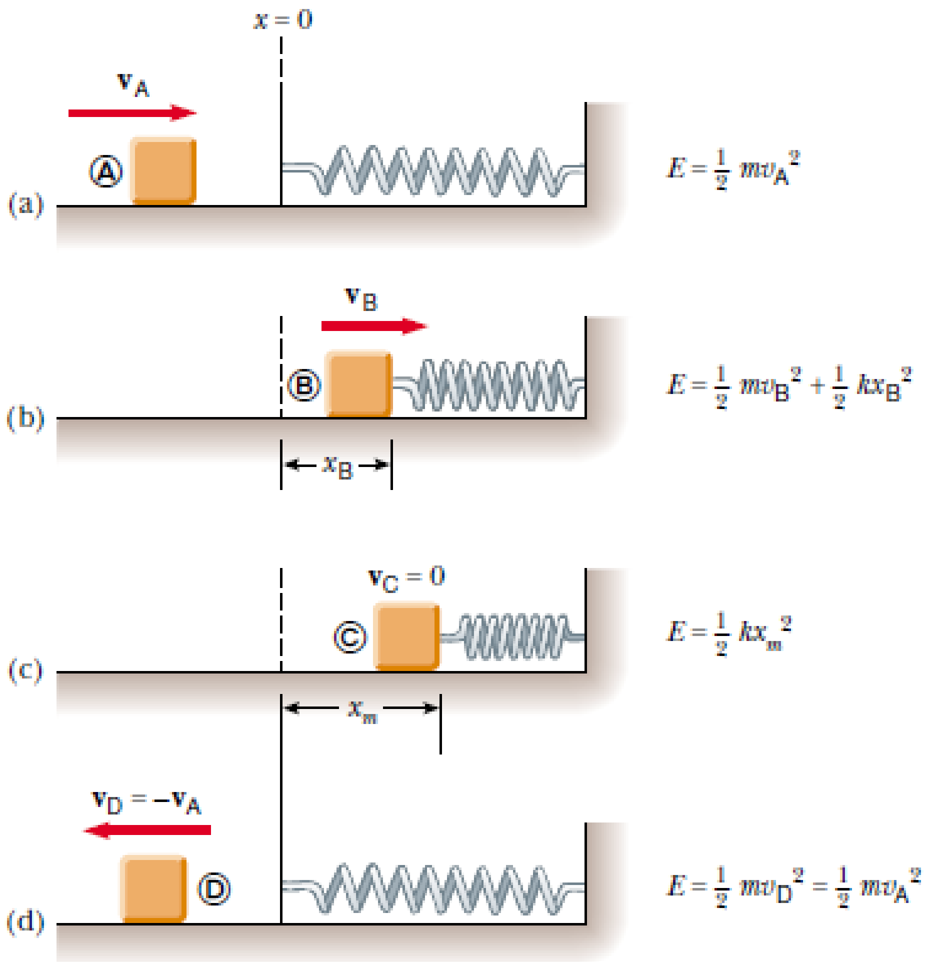
$$K_A + U_{gA} + U_{sA} = K_B + U_{gB} + U_{sB} \qquad 0 + 0 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgx_B + 0$$

$$v_B = \sqrt{\left(\frac{kx^2}{m}\right) - (2gx_B)} = \sqrt{\left(\frac{(953)(0{,}120)^2}{0{,}0350}\right) - 2(9{,}80)(0{,}120)} = 19{,}7\ m/s$$

c) $E_A = E_{h'} \Longrightarrow K_A + U_{gA} + U_{sA} = K_{h'} + U_{gh'} + U_{sh'}$

$$0 + 0 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_{h'}^2 + mgh' + 0$$

$$v_{h'} = \sqrt{\left(\frac{kx^2}{m}\right) - (2gh')} = \sqrt{\left(\frac{(953)(0{,}120)^2}{0{,}0350}\right) - 2(9{,}80)(10{,}0)} = 14{,}0\ m/s$$



Örnek 8-8: $0,80\ kg$ kütleli bir bloğa sağa doğru $v_A = 1,2\ m/s$'lik bir ilk hız verilmektedir. Şekilde gösterildiği gibi blok, $k = 50\ N/m$ kuvvet sabitli kütlesi ihmal edilebilir bir yayla çarpışıyor.

a) Yüzeyin sürtünmesiz olduğunu varsayarak, çarpışmadan sonra, yayın maksimum sıkışmasını hesaplayınız.

b) Blok ile kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0,5$ olan yüzey arasında, sabit bir kinetik sürtünme kuvvetinin etkidiğini varsayınız. Blok yayla çarpıştığı anda, bloğun sürati $v_A = 1,2\ m/s$ ise, yaydaki maksimum sıkışma nedir?

Çözüm 8-8:

a) $E_A = E_C$

$K_A + U_{yA} = K_C + U_{yC}$ $\qquad$ $\frac{1}{2}mv_A^2 + 0 + 0 = 0 + \frac{1}{2}kx_m^2$

$$x_m = \sqrt{\frac{m}{k}}v_A = \sqrt{\frac{(0{,}80\ kg)}{(50\ N/m)}}(1{,}2\ m/s) = 0{,}15\ m$$

b) Sürtünmeden dolayı blok C noktasından daha geride olan B noktasında durur.

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg = (0{,}50)(0{,}80\ kg)(9{,}80\ m/s^2) = 3{,}92\ N$$

$$\Delta E = -f_k x_B = -3{,}92 x_B$$

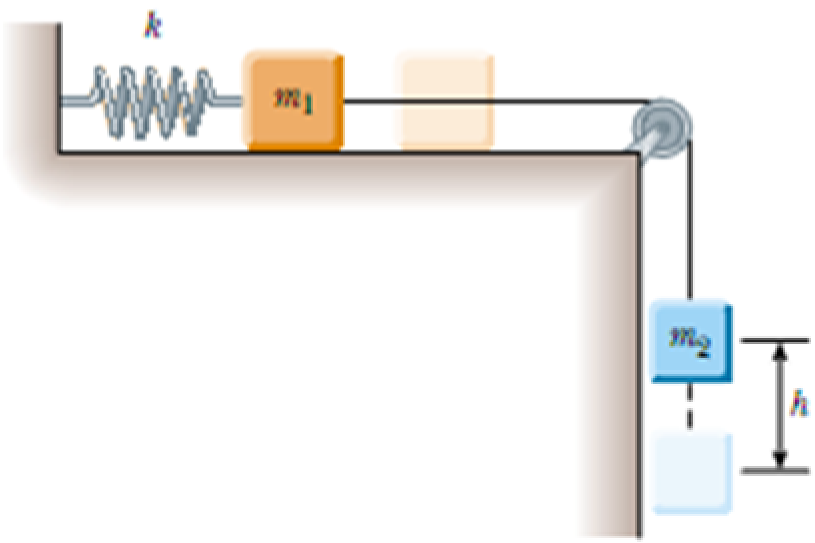
$$\Delta E = E_s - E_i = \left(0 + \frac{1}{2}kx_B^2\right) - \left(0 + \frac{1}{2}mv_A^2\right) = -f_k x_B$$

$$\frac{1}{2}(50)x_B^2 - \frac{1}{2}(0{,}80)(1{,}2)^2 = -3{,}92 x_B$$

$25x_B^2 + 3{,}92x_B - 0{,}576 = 0$ $\qquad$ $x_{B1} = -0{,}25\ m$ ve $\boldsymbol{x_{B2} = 0{,}092\ m}$

Fiziksel olarak $x_{B2} = 0{,}092\ m$ bu kök anlamlıdır. Çünkü blok durgun hale geldiği zaman, başlangıç noktasının sağında (x in pozitif değeri) bulunması gerekir.

Örnek 8-9: İki blok hafif bir iple, sürtünmesiz ve ağırlıksız bir makara üzerinden birbirine bağlıdır. Yatayda bulunan m_1 kütleli blok, yay sabiti k olan bir yaya bağlıdır. Yay gergin durumda değilken sistem serbest bırakılıyor ve m_2 kütleli blok h kadar düşünce bir an için duruyor. m_1 kütleli blok ile zemin arasındaki sürtünme katsayısı nedir?



Çözüm 8-9:

$$\Delta K = 0 \qquad \text{ve} \qquad \Delta E = \left(K_s + U_{gs} + U_{ys}\right) - \left(K_i + U_{gi} + U_{yi}\right)$$

$$\Delta E = \Delta U_g + \Delta U_y$$

$$\Delta E = -f_k h = -\mu_k m_1 g h$$

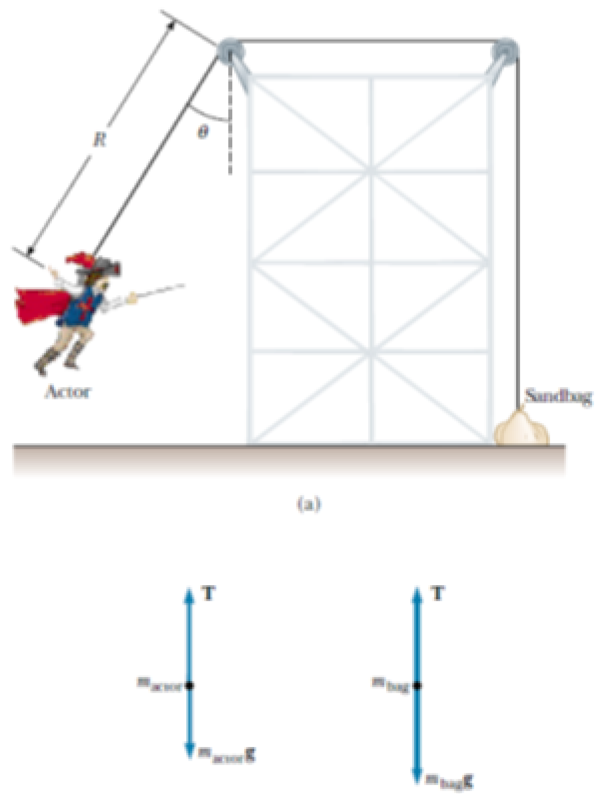
$$\Delta U_g = U_{gs} - U_{gi} = 0 - m_2 g h$$

$$\Delta U_y = U_{ys} - U_{yi} = \frac{1}{2} k h^2 - 0$$

$$-\mu_k m_1 g h = -m_2 g h + \frac{1}{2} k h^2$$

$$\mu_k = \frac{m_2 g - \frac{1}{2} k h}{m_1 g}$$

Örnek 8-10: Oyunun icrası sırasında, sahneye uçarak inen $65\ kg$ kütleli bir aktörü destekleyecek bir alet tasarlanmaktadır. Aktörün sırtına bağlı takım, şekilde gösterildiği gibi, iki sürtünmesiz makara üzerinden kolayca kayan çok hafif bir çelik kablo vasıtasıyla $130\ kg$'lık bir kum torbasına bağlanmıştır. Makara bir perdenin arkasında gizlenebilecek şekilde sırt bağı ile en yakın makara arasında, $3\ m$ lik bir kabloya ihtiyaç duymaktadır. Aletin başarılı bir şekilde çalışabilmesi için, aktör sahnenin üzerinden döşemeye doğru salınırken, kum torbası kesinlikle döşemenin üstüne çıkmamalıdır. Aktörün kablosunun düşeyle yaptığı açıya θ diyelim. Kum torbasını döşemeden kaldırmadan hemen önceki θ'nın maksimum değeri nedir?



(a) (b) (c)

Çözüm 8-10:

$$K_i + U_i = K_s + U_s$$

$$0 + m_{actor} g y_i = \frac{1}{2} m_{actor} v_s^2 + 0$$

$$y_i = R - R\cos\theta = R(1-\cos\theta) \Longrightarrow v_s^2 = 2gR(1-\cos\theta)$$

$$\sum F_y = T - m_{actor} g = m_{actor} \frac{v_s^2}{R}$$

$$T = m_{actor} g + m_{actor} \frac{v_s^2}{R}$$

$$T = m_{torba} g$$

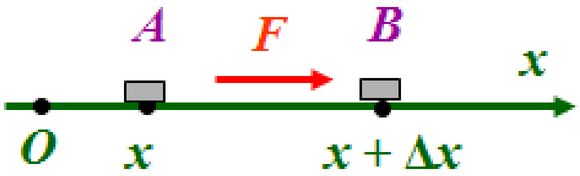
ise

$$m_{torba} g = m_{actor} g + m_{actor} \frac{2gR(1-\cos\theta)}{R}$$

$$\cos\theta = \frac{3m_{actor} - m_{torba}}{2m_{actor}} = \frac{3(65\ kg) - 130\ kg}{2(65\ kg)} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 60^0$$

Korunumlu Kuvvetler İle Potansiyel Enerji Arasındaki Bağıntı



Korunumlu bir F_x kuvvetinin etkisi altında *x*-ekseni boyunca hareket eden bir cismin potansiyel enerjisinin konuma bağlılığı $U(x)$ biliniyor olsun.

Cisim koordinatı x olan bir *A* noktasından koordinatı $x + \Delta x$ olan çok yakındaki bir *B* noktasına hareket etsin. Kuvvetin cisim üzerinde yaptığı iş

$$W = F_x \Delta x$$ ile verilir.

Kuvvetin yaptığı bu iş, sistemin potansiyel enerjisinde bir değişim meydana getirir.

$$\Delta U = -W$$

Bu iki eşitlik birleştirilirse, $F = -\dfrac{\Delta U}{\Delta x}$ bulunur. $\Delta x \to 0$ durumundaki limit değeri ise

$F = -\dfrac{dU}{dx}$ olur. Yani, **bir sistem içindeki bir cisme etkiyen korunumlu bir kuvvet, sistemin potansiyel enerjisinin x'e göre türevinin negatifine eşittir**.

Genel Olarak Enerji Korunumu

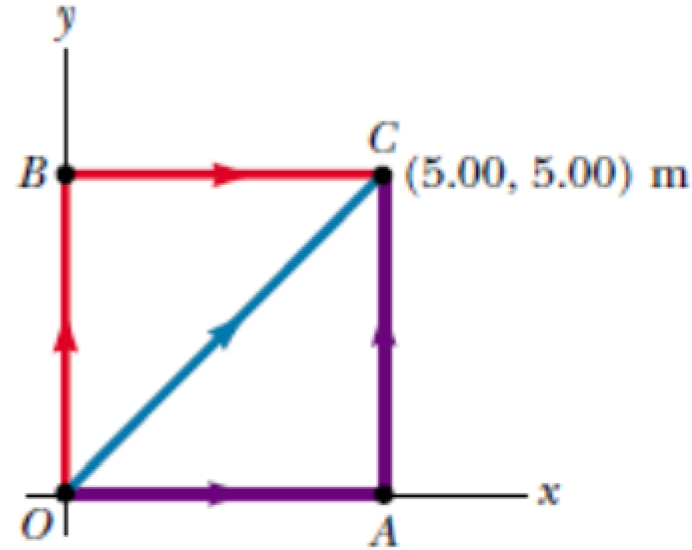
Bir sistem üzerine sadece korunumlu kuvvetler etki ettiğinde, sistemin toplam mekanik enerjisinin korunduğunu, herbir korunumlu kuvvetin bir potansiyel enerji fonksiyonuna bağlı olduğu ve sürtünme kuvveti gibi korunumlu olmayan kuvvet sisteme etki ediyorsa mekanik enerjinin korunmadığı söylenmişti.

Mekanik enerji, sistemi oluşturan çeşitli cisimler içerisine depolanan enerjiye dönüşebilir. Enerjinin bu biçimine **iç enerji** adı verilir. Örneğin bir blok sürtünmeli bir yüzeyde kaydırıldığında, kaybolan mekanik enerji, blokta geçici olarak depolanan iç enerjiye dönüşür. Bloğun sıcaklığındaki artış bunun göstergesidir. Dolayısıyla, sistemi oluşturan cisimlerin iç enerjisindeki artış toplam enerjinin korunduğunu gösterir.

Bu durum, yalıtılmış (izole) bir sistemde enerjinin tüm biçimleri hesaba katıldığında toplam enerji miktarının korunduğunu gösterir. Yani, **enerji yaratılamaz ya da yok edilemez. Enerji sadece bir biçimden diğerine dönüşebilir ve yalıtılmış bir sistemin toplam enerjisi daima sabittir**. Evrensel görüş açısından, **evrenin toplam enerjisi sabittir** denilebilir.

Bölüm Sonu Problemleri

Problem 5: xy düzleminde hareket eden bir parçacık üzerine etki eden kuvvet $\vec{F} = (2y\hat{\imath} + x^2\hat{\jmath})\ N$ olarak verilmektedir. Burada x ve y, m cinsindendir. Parçacık, başlangıç noktasından şekildeki gibi $x = 5\ m$ ve $y = 5\ m$ koordinatlarına sahip bir konuma hareket etmektedir.



a) OAC

b) OBC

c) OC boyunca $\vec{F}$'nin yaptığı işi hesaplayınız.

d) $\vec{F}$ korunumlu mu yoksa korunumsuz mudur? Açıklayınız.

Çözüm 5:

a) $W_{OA} = \int_0^{5\,m} dx\hat{\imath}.(2y\hat{\imath} + x^2\hat{\jmath}) = \int_0^{5\,m} 2ydx$

$bu\ yol\ boyunca\ y = 0\ olduğu\ için\ \boldsymbol{W_{OA} = 0}\ olur.$

$$W_{AC} = \int_0^{5\,m} dy\hat{\jmath}.(2y\hat{\imath} + x^2\hat{\jmath}) = \int_0^{5\,m} x^2dy$$

$bu\ yol\ boyunca\ x = 5\ m\ için\ \boldsymbol{W_{OA} = 125\ J}\ olur.$

$$W_{OAC} = W_{OA} + W_{AC} = 0 + 125 = \boldsymbol{125\ J}$$

b) $W_{OB} = \int_0^{5\,m} dy\hat{j}.(2y\hat{\imath} + x^2\hat{j}) = \int_0^{5\,m} x^2 dy$

bu yol boyunca $x = 0$ *olduğu için* $\boldsymbol{W_{OB} = 0}$ *olur.*

$$W_{BC} = \int_0^{5\,m} dx\hat{\imath}.(2y\hat{\imath} + x^2\hat{j}) = \int_0^{5\,m} 2ydx$$

bu yol boyunca $y = 5\,m$ *için* $\boldsymbol{W_{BC} = 50\,J}$ *olur.*

$$W_{OBC} = W_{OB} + W_{BC} = 0 + 50 = \boldsymbol{50\,J}$$

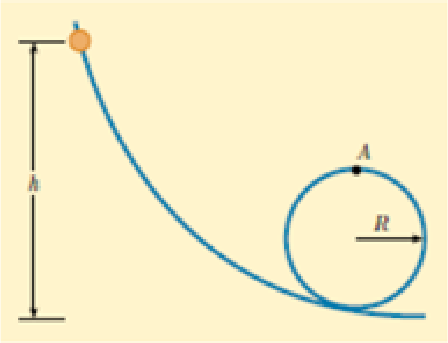
c) $W_{OC} = \int (dx\hat{\imath} + dy\hat{j}).(2y\hat{\imath} + x^2\hat{j}) = \int (2ydx + x^2dy)$

OC *yolu boyunca* $x = y$ *olduğu için*

$$W_{OC} = \int_0^{5\,m} (2x + x^2)dx = \boldsymbol{66,7\,J}$$

d) $\vec{F}$ kuvveti korunumsuzdur. Çünkü yapılan iş yola bağımlıdır.

Problem 15: Bir boncuk şekildeki yörüngede sürtünmesiz olarak kaymaktadır. Boncuk, $h = 3{,}50R$ yüksekliğinden bırakılırsa, A daki sürati ne olur? Kütlesi 5 g ise üzerine etki eden dik kuvvetin büyüklüğü nedir?



Çözüm 15:

$$K_i + U_i = K_s + U_s$$

$$mgh + 0 = mg(2R) + \frac{1}{2}mv^2$$

$$g(3{,}50R) = 2gR + \frac{1}{2}v^2$$

$$\boldsymbol{v = \sqrt{3gR}}$$

$$\sum F = m\frac{v^2}{R}$$

$$n + mg = m\frac{v^2}{R}$$

$$n = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right) = m\left(\frac{3gR}{R} - g\right) = 2mg$$

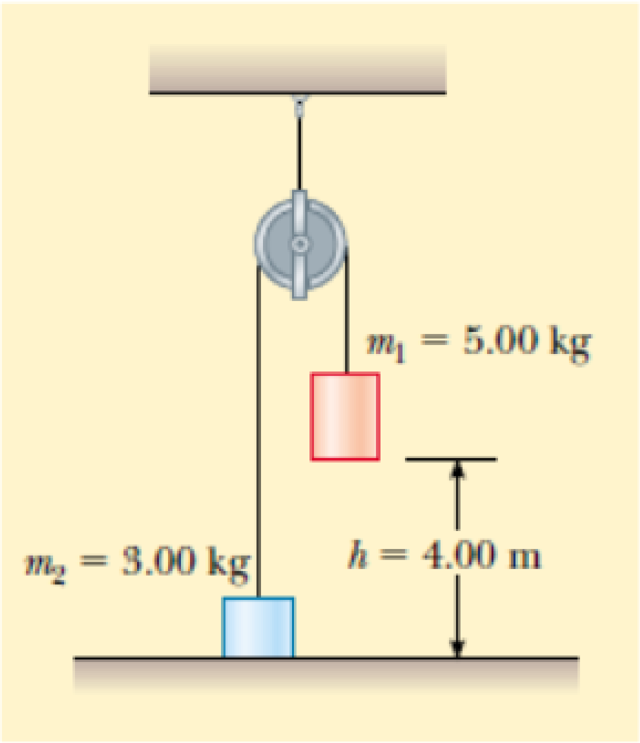
$$n = 2(5 \times 10^{-3}\ kg)(9{,}80\ m/s^2)$$

$$\boldsymbol{n = 0{,}0980\ N\ \text{aşağı yönde}}$$

Problem 21: İki kütle şekilde gösterildiği gibi sürtünmesiz bir makaranın üzerinden geçen hafif bir iple bağlanmıştır.

a) 5 kg'lık kütle durgun halden serbest bırakılmıştır. Enerji korunumunu kullanarak 5 kg'lık kütle tam yere çarptığında 3 kg'lık kütlenin süratini bulunuz.

b) 3 kg'lık kütlenin yükseleceği maksimum yüksekliği bulunuz.



Çözüm 21:

a) $E_i = E_s \quad \Rightarrow \quad m_1 gh = m_2 gh + \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2$

$$v = \sqrt{\frac{2(m_1 - m_2)gh}{(m_1 + m_2)}} = \sqrt{\frac{2(2)(9{,}8)(4)}{8}} = \sqrt{19{,}6} = 4{,}43\ m/s$$

b) $m_2 = 3\ kg$'lık kütle için $h = 4\ m$'den sonraki hareketini göz önüne alırsak;

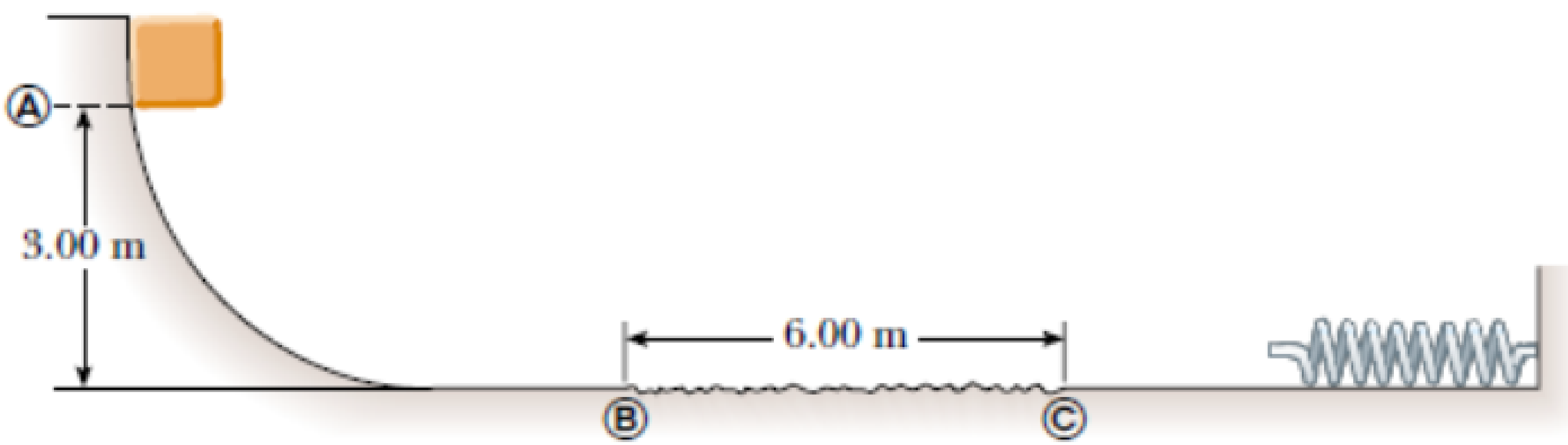
$\frac{1}{2} m_2 v^2 = m_2 g \Delta y$

$$\frac{1}{2}(19{,}6) = (9{,}8)\Delta y$$

$\Delta y = 1\ m$

$y_{max} = 4\ m + \Delta y = 5\ m$

Problem 57: 10 kg'lık bir blok, şekilde gösterildiği gibi A noktasından bırakılıyor. Ray 6 m uzunluğundaki B ve C kısmı dışında sürtünmesizdir. Blok, raydan aşağı doğru kayarak esneklik sabiti $k = 2250\ N/m$ olan bir yaya çarpar ve yayı denge konumuna göre 0,3 m sıkıştırarak bir an durur. Rayın B ve C kısmı ile blok arasındaki kinetik sürtünme katsayısını bulunuz.



Çözüm 57:

$$\Delta K = 0 \text{ ve } \Delta E = W_s$$

$$W_s = -f_k d_{BC} = -\mu_k mgd_{BC}$$

$$(K_s + U_s) - (K_i + U_i) = -f_k d_{BC}$$

$$K_s = K_i = 0 \quad \text{ise}$$

$$\frac{1}{2}kx^2_{maks} - mgh = -\mu_k mgd_{BC}$$

$$\mu_k = \frac{mgh - \frac{1}{2}kx^2_{maks}}{mgd_{BC}} = 0{,}328$$