SAYILAR VE EŞİTSİZLİKLER

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z},\ q \neq 0 \text{ ve } p \text{ ile } q \text{ aralarında asal} \right\}$

- Rasyonel olmayan sayılara irrasyonel sayılar denir.
- Rasyonel sayılarla irrasyonel sayıların birleşimine reel sayılar denir.

Reel Sayıların Özellikleri:

$a, b, c \in \mathbb{R}$ olsun.

1) $a<b$ ise, $a-c<b-c$ ve $a+c<b+c$ olur.
2) $a<b$ ve $c>0$ ise, $a.c<b.c$ olur.
3) $a<b$ ve $c<0$ ise, $a.c>b.c$ olur.
4) $a<b$ ve $a.b>0$ ise, $\frac{1}{b}<\frac{1}{a}$ olur.

Örnek: $\frac{x+1}{2-x}>1$ eşitsizliğini çözünüz.

Çözüm: I. Yol: $\frac{x+1}{2-x}-1>0 \Rightarrow \frac{2x-1}{2-x}>0$

		$1/2$		2	
$\frac{2x-1}{2-x}$	$-$	0	$+$		$-$

$Ç.K. = \left(\frac{1}{2}, 2\right)$

II. Yol: $2-x>0 \Rightarrow x+1>2-x \Rightarrow 2x>1 \Rightarrow x>\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}<x<2$

$2-x<0 \Rightarrow x+1<2-x \Rightarrow 2x<1 \Rightarrow x<\frac{1}{2} \Rightarrow x \in \emptyset$

O halde, $Ç.K = \left(\frac{1}{2}, 2\right) \cup \emptyset = \left(\frac{1}{2}, 2\right)$ olur.

Örnek: $\frac{4-x}{1-x} > 2$ eşitsizliğini çözünüz.

Çözüm: I. Yol: $\frac{4-x}{1-x} - 2 > 0 \Rightarrow \frac{2+x}{1-x} > 0$

		-2		1	
$\frac{2+x}{1-x}$	$-$	0	$+$		$-$

Ç. K $= (-2, 1)$

II. Yol: $1-x > 0 \Rightarrow 4-x > 2-2x \Rightarrow x > -2 \Rightarrow -2 < x < 1$

$1-x < 0 \Rightarrow 4-x < 2-2x \Rightarrow x < -2 \Rightarrow x \in \emptyset$

Ç.K. $= (-2, 1) \cup \emptyset = (-2, 1)$

Örnek: $\frac{x+3}{x+1} \leq 3$ eşitsizliğini çözünüz.

Çözüm: I. Yol: $\frac{x+3}{x+1} - 3 \leq 0 \Rightarrow \frac{-2x}{x+1} \leq 0$

		-1		0	
$\frac{-2x}{x+1}$	$-$		$+$	0	$-$

Ç.K. $= (-\infty, -1) \cup [0, \infty)$

II. Yol: $x+1 > 0 \Rightarrow x+3 \leq 3x+3 \Rightarrow 2x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \overset{x>-1}{\underset{}{\xRightarrow{x \geq 0}}} x \geq 0$

$x+1 < 0 \Rightarrow x+3 \geq 3x+3 \Rightarrow 2x \leq 0 \Rightarrow x \leq 0 \overset{x<-1}{\underset{}{\xRightarrow{x \leq 0}}} x < -1$

Ç.K. $= [0, +\infty) \cup (-\infty, -1)$

Örnek: $\frac{x+5}{x-1} \leq \frac{x-2}{x+3}$ eşitsizliğini çözünüz.

Çözüm: $\underset{(x+3)}{\frac{x+5}{x-1}} - \underset{(x-1)}{\frac{x-2}{x+3}} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2+8x+15-(x^2-3x+2)}{(x-1)(x+3)} \leq 0$

$\Rightarrow \frac{11x+13}{(x-1)(x+3)} \leq 0$

		-3		$-\frac{13}{11}$		1	
$\frac{11x+13}{(x-1)(x+3)}$	$-$		$+$	0	$-$		$+$

Ç.K. $= (-\infty, -3) \cup [\frac{-13}{11}, 1)$

Reel Sayının Mutlak Değeri:

Tanım: Bir a reel sayısının mutlak değeri

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

ile tanımlanır. $\sqrt{x^2} = |x|$ dir.

Örnek: $|0| = 0$ ve $|a|^2 = a^2$ olur.

Özellikler:

1) $|a| \geq 0$

2) $\big||a| - |b|\big| \leq |a+b| \leq |a| + |b|$

3) $-|a| \leq a \leq |a|$

4) $|a.b| = |a|.|b|$

5) $b \neq 0$ ise $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ olur.

6) $|a| = b$ ise $a = b$ veya $a = -b$ olur.

7) $|a| < b$ ise, $-b < a < b$ olur.

8) $|a| > b$ ise, $a > b$ veya $-b > a$ olur.

Örnekler:

1) $|3x-2| \leq 4$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm: $|3x-2| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq 3x-2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq 3x \leq 6$

$$\Rightarrow \frac{-2}{3} \leq x \leq 2$$

O halde $Ç.K. = [-\frac{2}{3}, 2]$ olur.

2) $||x|-5|<4$ eşitsizliğini çözünüz.

<u>Çözüm:</u> $||x|-5|<4 \Rightarrow -4<|x|-5<4 \Rightarrow 1<|x|<9$

$\Rightarrow x\in(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ ve $-9<x<9$

$\Rightarrow x\in(-9,-1)\cup(1,9)$

O halde Ç.K. $=(-9,-1)\cup(1,9)$ olur.

3) $|2x-3|+|x-2|=1$ denklemini çözünüz

<u>Çözüm:</u> $|2x-3|=\begin{cases}2x-3, & x\geq \frac{3}{2}\\ -2x+3, & x\leq \frac{3}{2}\end{cases}$ $\quad |x-2|=\begin{cases}x-2, & x\geq 2\\ -x+2, & x\leq 2\end{cases}$

$x<3/2$	$3/2 \le x < 2$	$x \ge 2$
$(-2x+3)+(-x+2)=1$	$(2x-3)+(-x+2)=1$	$(2x-3)+(x-2)=1$
$-3x+5=1$	$x-1=1$	$3x-5=1$
$3x=4$	$x=2$	$3x=6$
$x=\frac{4}{3}$		$x=2$

Ç.K $=\left\{\frac{4}{3},2\right\}$

4) $||x|-|2x+1||=1$ denklemini çözünüz

<u>Çözüm:</u> $|x|=\begin{cases}x, & x\geq 0\\ -x, & x\leq 0\end{cases}$ $\quad |2x+1|=\begin{cases}2x+1, & x\geq -\frac{1}{2}\\ -2x-1, & x\leq -\frac{1}{2}\end{cases}$

$x<-1/2$	$-1/2 \le x < 0$	$x \ge 0$
$\|-x-(-2x-1)\|=1$	$\|-x-(2x+1)\|=1$	$\|x-(2x+1)\|=1$
$\|x+1\|=1$	$\|-3x-1\|=1$	$\|-x-1\|=1$
$x+1=1$ veya $x+1=-1$	$-3x-1=1$ veya $-3x-1=-1$	$-x-1=1$ veya $-x-1=-1$
$\cancel{x=0}$ veya $x=-2$	$\cancel{x=\frac{-2}{3}}$ veya $x=0$	$\cancel{x=-2}$ veya $x=0$
$x=-2$	$x=0$	$x=0$

Ç.K $=\{-2,0\}$

5) $|x^2-3x|>|x^2|-|3x|$ eşitsizliğini çözünüz

<u>Çözüm:</u>

	0	3	
x^2-3x	$+$	$-$	$+$

$x<0$	$0<x<3$	$x>3$
$x^2-3x>x^2+3x$	$-x^2+3x>x^2-3x$	$x^2-3x>x^2-3x$
$x<0$	$2(x^2-3x)<0$	$0>0$
	$x\in(0,3)$	$x\in\phi$

Ç.K. $=(-\infty,0)\cup(0,3)$

$=(-\infty,3)\setminus\{0\}$

Reel Sayının ~~Mutlak~~ Değeri:

Tanım: Bir a reel sayısından büyük olmayan tam sayıların en büyüğüne a nın tam değeri denir ve $[\![a]\!]$ ile gösterilir.

Örnek: $[\![8,6]\!]=8$, $[\![-1,5]\!]=-2$, $[\![0]\!]=0$, $[\![\pi]\!]=3$

Not: 1. $[\![a]\!]=p \Leftrightarrow p\leq a<p+1$

2. $a=[\![a]\!]+k$, $k\in[0,1)$

Örnek: $4.[\![3,6]\!]$ ve $[\![4.(3,6)]\!]$ sayılarının değerlerini bulunuz

Çözüm:

$$\left.\begin{array}{l} 4.[\![3,6]\!]=4.3=12 \\ [\![4.(3,6)]\!]=[\![14,4]\!]=14 \end{array}\right\} \Rightarrow 4.[\![3,6]\!]\neq[\![4.(3,6)]\!]$$

Sonuç: $[\![m.a]\!]=m.[\![a]\!]$ olmak zorunda değildir.

Özellik:

1. $\forall a,b\in\mathbb{R}$ için $[\![a+b]\!]\geq[\![a]\!]+[\![b]\!]$ olur.
2. $\forall a\in\mathbb{R}$ ve $\forall m\in\mathbb{Z}$ için $[\![m+a]\!]=m+[\![a]\!]$ olur.

Örnekler:

1) $[\![2x+3]\!]\leq 8$ eşitsizliğini çözünüz.

Çözüm: $[\![2x+3]\!]\leq 8 \Rightarrow 2x+3<9 \Rightarrow 2x<6 \Rightarrow x<3$

O halde $Ç.K.=(-\infty,3)$ olur.

2) $[\![3-x]\!]>9$ eşitsizliğini çözünüz.

Çözüm: $[\![3-x]\!]>9 \Rightarrow 3-x\geq 10 \Rightarrow x\leq -7$

O halde, $Ç.K.=(-\infty,-7]$ olur.

3) $[\![2x-1]\!] < 5$ eşitsizliğini çözünüz.

Çözüm: $[\![2x-1]\!] < 5 \Rightarrow 2x-1 < 5 \Rightarrow x < 3$

O halde, $Ç.K. = (-\infty, 3)$ olur.

4) $[\![\frac{4x+3}{x}]\!] \leq 4$ eşitsizliğini çözünüz.

Çözüm: $[\![\frac{4x+3}{x}]\!] \leq 4 \Rightarrow \frac{4x+3}{x} < 5 \Rightarrow \frac{4x+3}{x} - 5 < 0$

$\Rightarrow \frac{3-x}{x} < 0$

		0		3	
$\frac{3-x}{x}$	$-$	|	$+$	ϕ	$-$

$Ç.K = (-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$

5) $[\![\frac{5-x}{x+2}]\!] > -2$ eşitsizliğini çözünüz

Çözüm: $[\![\frac{5-x}{x+2}]\!] > -2 \Rightarrow \frac{5-x}{x+2} \geq -1 \Rightarrow \frac{5-x}{x+2} + 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{7}{x+2} \geq 0$

$\Rightarrow x > -2$

$\Rightarrow Ç.K = (-2, +\infty)$

6) $[\![x^2]\!]^2 + [\![x^2]\!] = 2$ denklemini çözünüz

Çözüm: $[\![x^2]\!] = t$ olsun.

$[\![x^2]\!]^2 + [\![x^2]\!] = 2 \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow t = 1$ veya $t = -2$

$[\![x^2]\!] \geq 0$ olduğundan $[\![x^2]\!] = -2$ olamaz. O halde,

$[\![x^2]\!] = 1$ olmalıdır.

$[\![x^2]\!] = 1 \Rightarrow 1 \leq x^2 < 2 \Rightarrow 1 \leq |x| < \sqrt{2} \Rightarrow x \in (-\sqrt{2}, -1] \cup [1, \sqrt{2})$

O halde, $Ç.K. = (-\sqrt{2}, -1] \cup [1, \sqrt{2})$ olur.

7) $|[\![x]\!]| = [\![|x|]\!]$ eşitsizliğini çözünüz.

Çözüm: $x \geq 0 \Rightarrow [\![x]\!] \geq 0$ olduğundan $|[\![x]\!]| = [\![|x|]\!] \Rightarrow [\![x]\!] = [\![x]\!]$

olur, yani $x \geq 0$ için eşitlik sağlanır.

$x \leq 0 \Rightarrow [\![x]\!] \leq 0$ olduğundan $|[\![x]\!]| = [\![|x|]\!] \Rightarrow -[\![x]\!] = [\![-x]\!] = k \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow -k \leq x < -k+1$ ve $-k-1 < x \leq -k \Rightarrow x = -k$

$Ç.K. = \mathbb{R}^+ \cup \mathbb{Z}^-$

Üslü ve Köklü Çokluklar

Tanım: a herhangi bir sayı ve n herhangi bir pozitif tamsayı olsun. $a^n = a.a.\dots.a$ sayısına a nın n. kuvveti denir.

$a \neq 0 \Rightarrow a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ve $a^0 = 1$ olarak tanımlanır. 0^0 belirsizdir.

Özellikler:

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $m, n \in \mathbb{N}$ için

1) $a^m . a^n = a^{m+n}$

2) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

3) $(a^m)^n = a^{m.n}$

4) $(a.b)^n = a^n . b^n$

olur.

Tanım: $a \in \mathbb{R}^+$ ve $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere, n. kuvveti a olan bir tek pozitif reel sayı vardır. a nın n. kuvvetten kökü denen bu sayı $\sqrt[n]{a}$ ile gösterilir.

Özellikler:

$a, b \in \mathbb{R}^+$ ve $m, n \in \mathbb{N}$ için

1) $\sqrt[n]{a^n} = a$

2) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} . \sqrt[n]{b}$

3) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $(b \neq 0)$

4) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{ab}$

5) $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$

Not: 1) $\forall a \in \mathbb{R}$ için $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| , & n \text{ çift ise} \\ a , & n \text{ tek ise} \end{cases}$ olur.

2) $\sqrt[n]{a}$ için n tek ise a negatif olabilir, n çift ise a pozitif olmak zorundadır.

Örnek: $\sqrt[3]{-8} = -2$, $\sqrt[5]{-32} = -2$, $\sqrt[15]{-1} = -1$

Örnek: $4^{-3/2} = (2^2)^{-3/2} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

Örnek: $(32)^{1/6} . (2^{-1/3}) = 2^{5/6} . 2^{-1/3} = 2^{1/2} = \sqrt{2}$

İkinci Dereceden Denklem ve Eşitsizlikler:

$ax^2+bx+c=0$ denkleminin kökleri $\Delta=b^2-4ac$ olmak üzere

$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ ve $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ şeklindedir.

$\Delta>0$ ise, iki farklı reel kök vardır.

$\Delta=0$ ise, x_1 ve x_2 çakışıktır. Bir tek reel kökü vardır.

$\Delta<0$ ise, reel kök yoktur.

Parabol:

$y=ax^2+bx+c$ eğrisi parabol gösterir. Bu eğriyi çizmek için

a) Eksenleri kestiği noktalar bulunur.

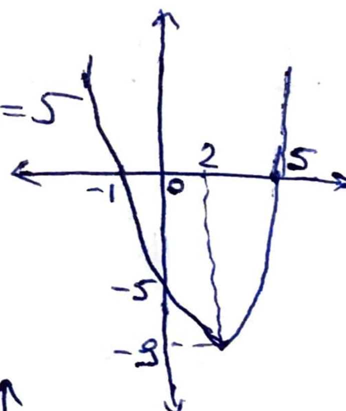
b) Tepe noktasının apsisi $x_0=\dfrac{-b}{2a}$ dır.

c) $a>0$ ise parabollerin kolları yukarı doğru ve $a<0$ ise kollar aşağı doğrudur.

Örnek: $y=x^2-4x-5$ eğrisini çiziniz.

Çözüm: $x=0 \Rightarrow y=-5$, $y=0 \Rightarrow x=-1$ ve $x=5$

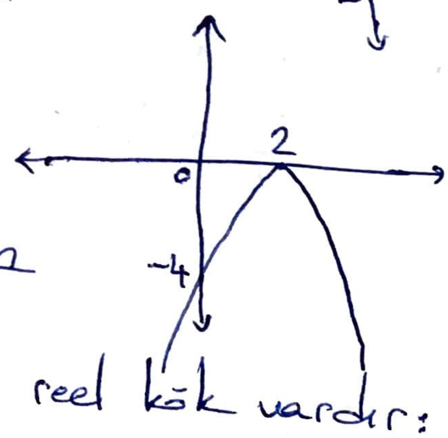
Tepe noktası $x_0=\dfrac{-(-4)}{2}=2 \Rightarrow y_0=-9$



Örnek: $y=-x^2+4x-4$ eğrisini çiziniz.

Çözüm: $x=0 \Rightarrow y=-4$, $y=0 \Rightarrow x=2$

Tepe noktası: $x_0=\dfrac{-4}{-2}=2 \Rightarrow y_0=0$



$f(x)=ax^2+bx+c$ fonksiyonunun işaretinin incelenmesi

$ax^2+bx+c=0$ denkleminde $\Delta>0$ iki farklı reel kök vardır:

		x_1	x_2
$f(x)$	a ile aynı işaretli	a ile ters işaretli	a ile aynı işaretli

$ax^2+bx+c=0$ denkleminde $\Delta=0$ ise tek reel kök vardır.

		x_0	
$f(x)$	a ile aynı işaretli	0	a ile aynı işaretli

$ax^2+bx+c=0$ denkleminde $\Delta<0$ ise, reel kök yoktur.

$f(x)$	a ile aynı işaretli

$f(x)=ax+b$ fonksiyonunun işareti:

		$-b/a$	
$f(x)$	a ile ters işaretli	0	a ile aynı işaretli

Örnek: $x^2-3x-10<0$ eşitsizliğini çözünüz.

Çözüm: $x^2-3x-10=0 \Rightarrow x_1=-2,\ x_2=5$

		-2		5	
$x^2-3x-10$	$+$	0	$-$	0	$+$

Ç.K. $=(-2,5)$

Örnek: $x^3-4x^2-x+4\geq 0$ denklemini çözünüz.

Çözüm: $x^3-4x^2-x+4=0 \Rightarrow x^2(x-4)-(x-4)=0 \Rightarrow (x^2-1)(x-4)=0 \Rightarrow (x-1)(x+1)(x-4)=0$

$\Rightarrow x_1=-1,\ x_2=1,\ x_3=4$

		-1		1		4	
x^3-4x^2-x+4	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Ç.K. $=[-1,1]\cup[4,+\infty)$

Örnek: $x^4-4x^2+9=0$ denklemini çözünüz.

Çözüm: $x^2=t$ olsun.

$x^4-4x^2+9=0 \Rightarrow t^2-4t+9=0$

$\Delta=16-36=-20<0$ olduğundan reel kök yoktur.

Gauss Teoremi: $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n = 0$ denkleminin bir tamsayı kökü var ise, a_n yi bölen bir tamsayıdır.

Örnek: $x^3 - 3x^2 - 2x + 4 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Çözüm: Gauss teoremine göre, bu denklemin tamsayı kökü var ise, bu kök 4 ü bölen $1, -1, 2, -2, 4, -4$ sayılarından biridir. $x = 1$ denklemi sağladığından bir köktür. Şimdi diğer kökleri bulalım.

$$
\begin{array}{r|l}
x^3 - 3x^2 - 2x + 4 & x - 1 \\ \cline{2-2}
\underline{x^3 - x^2 \phantom{{}-2x+4}} & x^2 - 2x - 4 \\
-2x^2 - 2x + 4 & \\
\underline{-2x^2 + 2x \phantom{{}+4}} & \\
-4x + 4 & \\
\underline{-4x + 4} & \\
0 &
\end{array}
$$

$$x^3 - 3x^2 - 2x + 4 = (x-1)(x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$x_1 = 1, \quad x_{2,3} = \frac{2 \mp \sqrt{20}}{2} = 1 \mp \sqrt{5}$$

Örnek: $x^3 - x - 1 = 0$ denkleminin tamsayı kökü olmadığını gösteriniz.

Çözüm: Gauss teoremine göre, bu denklemin tamsayı kökü var ise, -1 i bölen 1 ve -1 sayılarından biri olmalıdır.

$x = 1 \Rightarrow 1 - 1 - 1 = -1 \neq 0$

$x = -1 \Rightarrow -1 + 1 - 1 = -1 \neq 0$

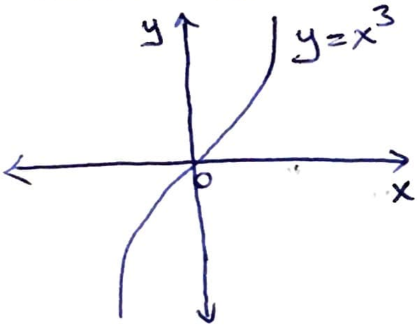
$x = 1$ ve $x = -1$ denklemi sağlamadığından tamsayı kökü yoktur.

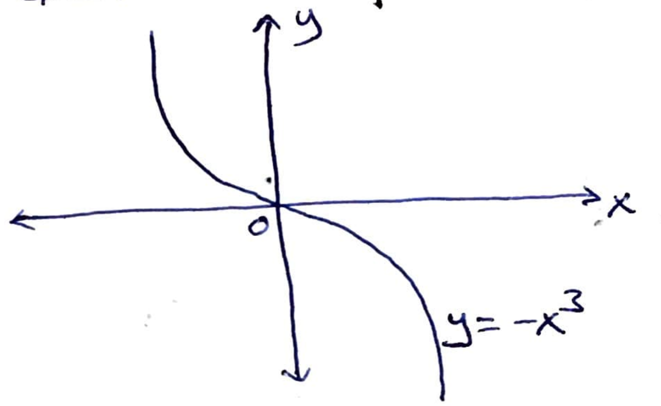
Bazı Pratik Çizimler:

$y=-f(x)$ eğrisinin çizimi:

$y=-f(x)$ eğrisini çizmek için $y=f(x)$ eğrisinin Ox eksenine göre simetriği alınır.

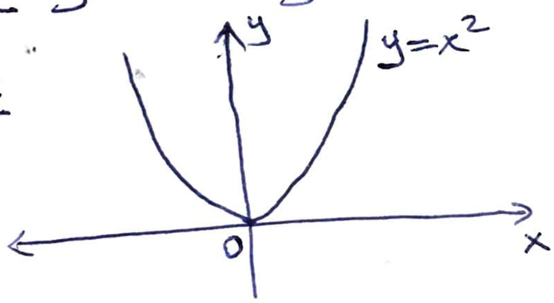
Örnek: $y=-x^3$ eğrisini çiziniz.

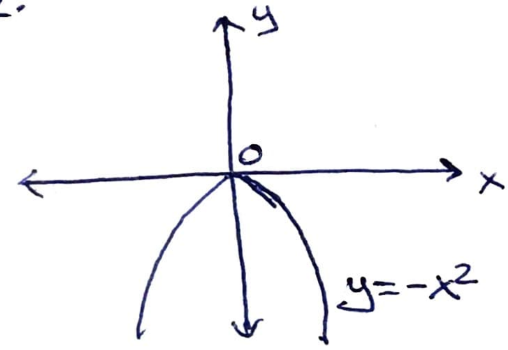




Örnek: $y=-x^2$ eğrisini çiziniz.

Çözüm:



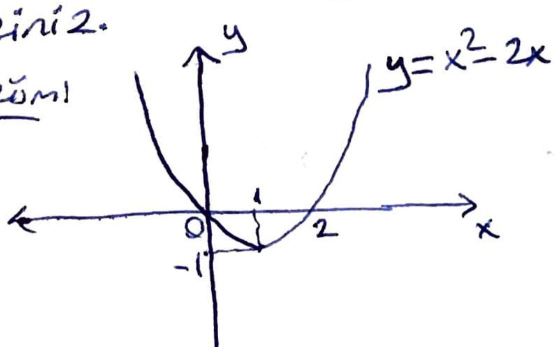


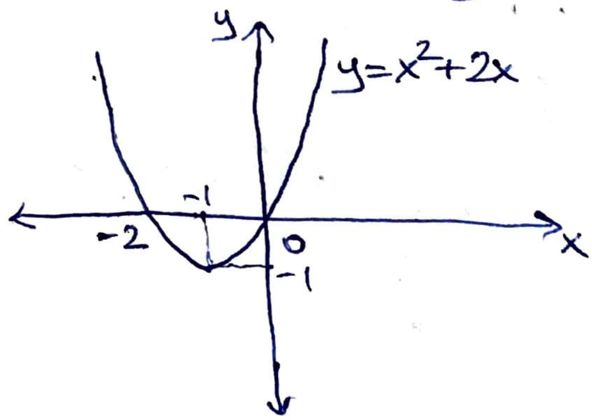
$y=f(-x)$ eğrisinin çizimi:

$y=f(-x)$ eğrisini çizmek için $y=f(x)$ eğrisinin Oy eksenine göre simetriği alınır.

Örnek: $y=x^2-2x$ eğrisinden yararlanarak $y=x^2+2x$ eğrisini çiziniz.

Çözüm:



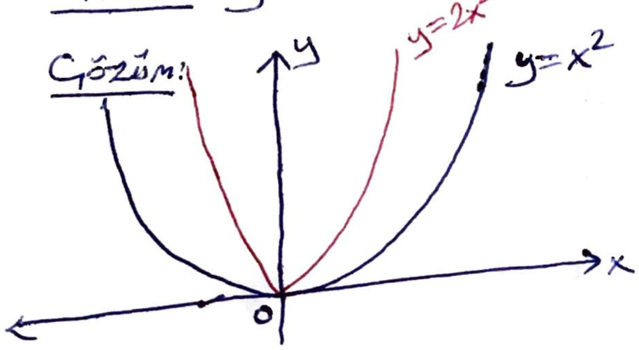


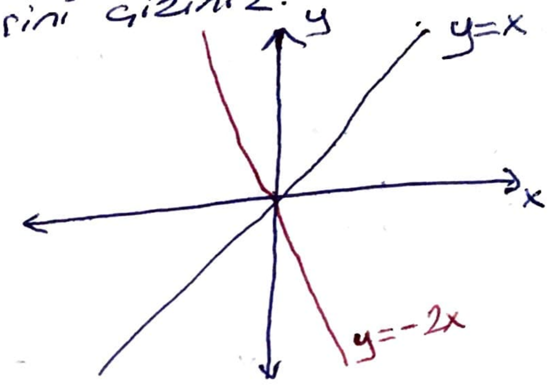
$y=c.f(x)$ eğrisinin çizimi:

$y=c.f(x)$ eğrisini çizmek için $y=f(x)$ eğrisinin ordinatları c ile çarpılır.

Örnek: $y=2x^2$ ve $y=-2x$ eğrilerini çiziniz.

Çözüm:



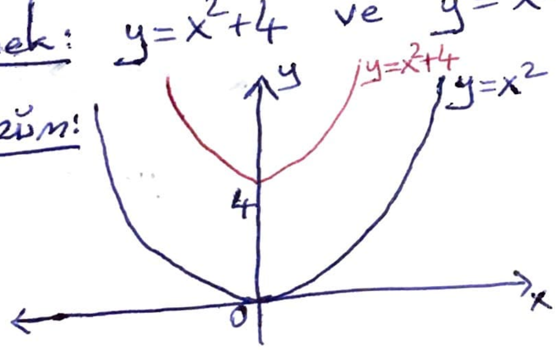


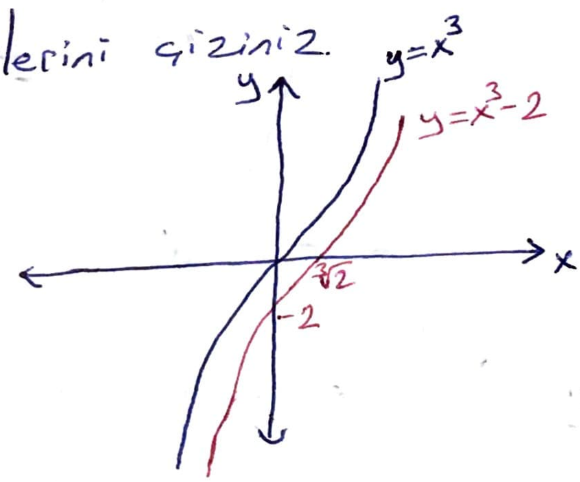
$y=f(x)+p$ eğrisinin çizimi:

$p<0$ ise, $y=f(x)$ eğrisi p birim aşağı kaydırılır. $p>0$ ise, $y=f(x)$ eğrisi p birim yukarı kaydırılır.

Örnek: $y=x^2+4$ ve $y=x^3-2$ eğrilerini çiziniz.

Çözüm:



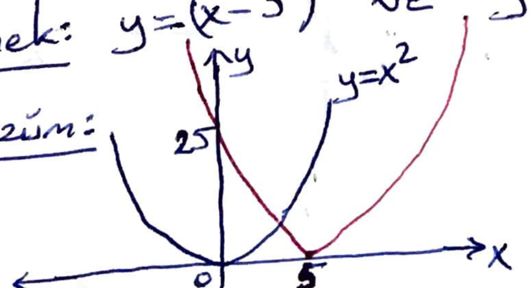


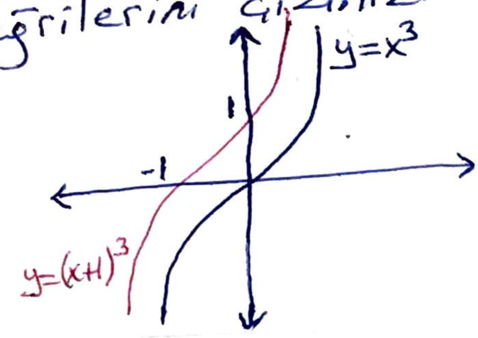
$y=f(x+p)$ eğrisinin çizimi:

$p<0$ ise, $y=f(x)$ eğrisi p birim sağa kaydırılır. $p>0$ ise, $y=f(x)$ eğrisi p birim sola kaydırılır.

Örnek: $y=(x-5)^2$ ve $y=(x+1)^3$ eğrilerini çiziniz.

Çözüm:





DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

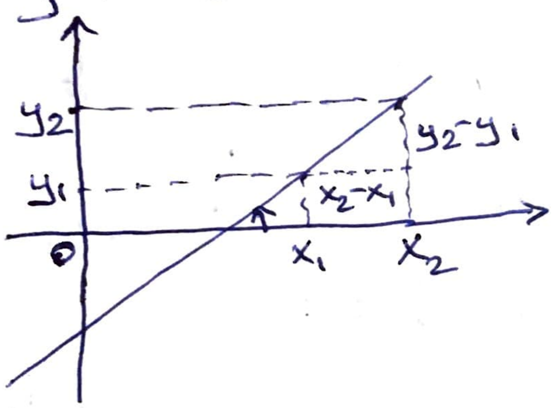
İki Nokta Arasındaki Uzaklık:

$A(x_1,y_1)$ ve $B(x_2,y_2)$ noktaları arasındaki uzaklık:

$|AB| = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$ olur.

Bir Doğrunun Eğimi:

Bir doğrunun Ox ekseniyle yaptığı açıya doğrunun eğim açısı denir. Bu açının tanjantına doğrunun eğimi denir.



$A(x_1,y_1)$ ve $B(x_2,y_2)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi

$$m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

olur.

$m_1 = m_2 \Rightarrow d_1 \parallel d_2$

$m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow d_1 \perp d_2$

Bir Noktası ve Eğimi Bilinen Doğru Denklemi

$A(x_0,y_0)$ noktasından geçen ve eğimi m olan doğru denklemi

$$y-y_0 = m(x-x_0)$$

olur.

İki Noktası Verilen Doğru Denklemi:

$A(x_1,y_1)$ ve $B(x_2,y_2)$ noktalarından geçen doğru denklemi

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

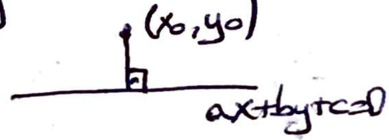
olur.

$(p,0)$ ve $(0,q)$ noktalarından geçen doğru denklemi

$$\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=1 \quad \text{olur.}$$

Bir Noktanın Bir Doğruya Olan Uzaklığı:

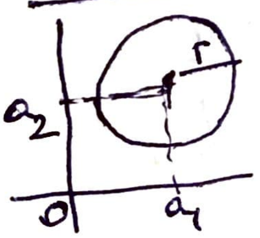
$A(x_0,y_0)$ noktasının $ax+by+c=0$ doğrusuna olan uzaklığı $\ell=\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ olur.



İki Paralel Doğru Arasındaki Uzaklık:

$ax+by+c_1=0$ ve $ax+by+c_2=0$ doğruları arasındaki uzaklık $d=\dfrac{|c_1-c_2|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ olur.

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ



$M(a_1,a_2)$ merkezli ve r yarıçaplı çember denklemi $(x-a_1)^2+(y-a_2)^2=r^2$ olur.

$$x^2+y^2-2a_1x-2a_2y+a_1^2+a_2^2-r^2=0$$

$$D=-2a_1,\quad E=-2a_2,\quad F=a_1^2+a_2^2-r^2 \Rightarrow \begin{cases} M(a_1,a_2)=M\left(\frac{-D}{2},\frac{-E}{2}\right) \\ r=\frac{1}{2}\sqrt{D^2+E^2-4F} \end{cases}$$

$$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$$