Bu ders, Pamukkale Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü tarafından diğer fakültelerde ortak okutulan Genel Fizik-I dersi için hazırlanmıştır.

Ana kaynak kitap olarak resimdeki ders kitabı takip edilecektir.

@PauFizik

PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ
1992
FİZİK BÖLÜMÜ

https://www.pau.edu.tr/fizik

BÖLÜM-07

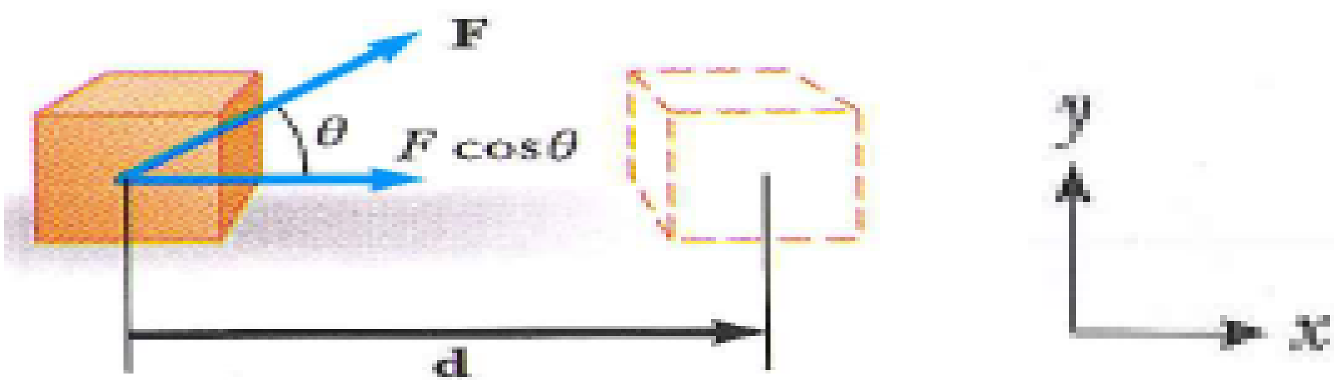
İş ve Kinetik Enerji

Bu bölüm kapsamında aşağıdaki konulara değinilecektir:

- Sabit kuvvetin yaptığı iş
- İki vektörün skaler çarpımı
- Değişen bir kuvvetin yaptığı iş
- Kinetik enerji ve İş-Kinetik enerji teoremi
- Güç

FİZİKTE İŞ

(a) (b) (c)



Sabit Kuvvetin Yaptığı İş

Cisim üzerine sabit bir kuvvet uygulayan bir etkenin o cisim üzerinde yaptığı **iş (*W*)**, kuvvetin yerdeğiştirme yönündeki bileşeni ile yerdeğiştirmenin çarpımıdır ve bir anlamda enerji aktarımı olarak da adlandırılır.

$$\boldsymbol{W = \mathrm{Fd}\cos\theta}$$

Tanım gereği, cismin üzerine etkiyen kuvvet o cismi hareket ettirmezse cisim üzerinde iş yapılmamıştır denir. Ya da cisim üzerine etkiyen kuvvet cismin yerdeğiştirmesine dik doğrultuda ise ($\theta = 90^0$ ve $\cos 90^0 = 0$) yine fiziksel olarak cisim üzerinde iş yapılmamıştır.

İşin işareti kuvvetin yerdeğiştirmeye göre yönüne bağlıdır.

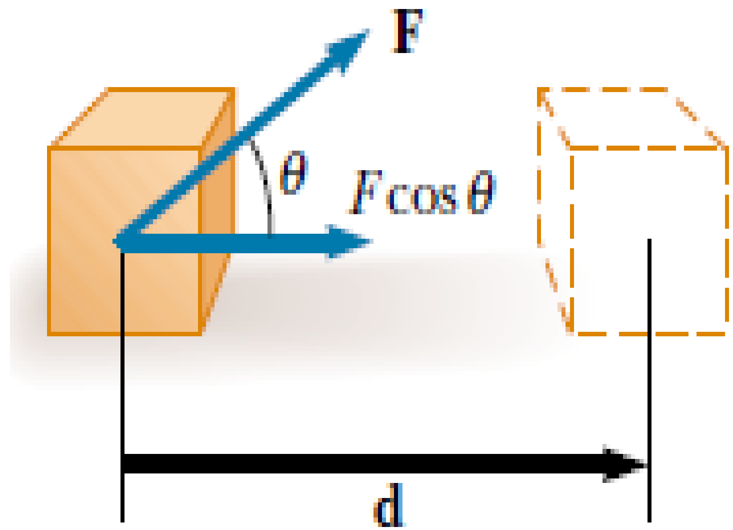
- **Uygulanan kuvvetin $F\cos\theta$ bileşeni yerdeğiştirme ile aynı yönlü olduğunda, kuvvetin yaptığı iş pozitiftir. Yani cisme (sisteme) enerji aktarılmıştır.**

- **Uygulanan kuvvetin $F\cos\theta$ bileşeni yerdeğiştirme ile zıt yönlü olduğunda, kuvvetin yaptığı iş negatiftir. Yani cisimden (sistemden) enerji aktarılmıştır.**

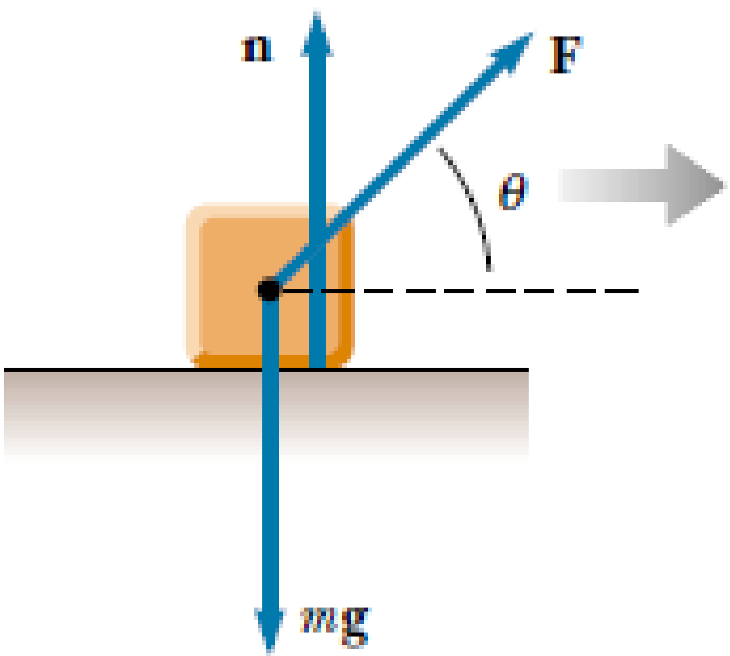
İş skaler bir niceliktir ve SI birimi

Nm = J (Newton x metre = Joule)

Bir cisim, sabit bir $\vec{F}$ kuvvetinin etkisi altında $\vec{d}$ yerdeğiştirmesi yaparsa, kuvvetin yaptığı iş $(F\cos\theta)d$ olur.

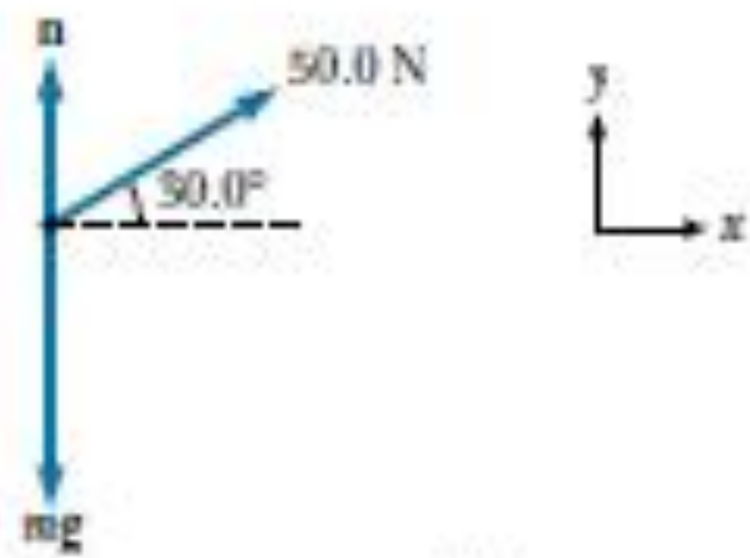


Bir cisim, sürtünmesiz yatay bir yüzey üzerinde, yerdeğiştirme yaparsa, $\vec{n}$ dik kuvveti ile $m\vec{g}$ kütle çekim kuvveti cisim üzerinde iş yapmaz. Buradaki $\vec{F}$ kuvveti cisim üzerine iş yapan tek kuvvettir.



Örnek 7-1: Şekilde görüldüğü gibi, döşemeyi temizleyen bir adam, elektrik süpürgesini yatayla 30^0'lik bir açıda $F = 50\ N$ büyüklüğünde bir kuvvetle çekiyor. Süpürge sağa doğru $3\ m$ yerdeğiştirdiğinde, kuvvetin süpürge üzerinde yaptığı işi bulunuz.

(a)



(b)

Çözüm 7-1:

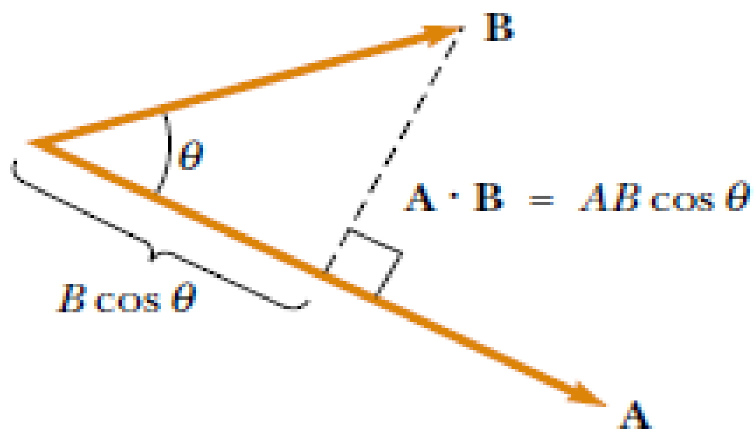
$$W = (F\cos\theta)d$$

$$W = (50{,}0\ N)(\cos 30{,}0^0)(3{,}00\ m)$$

$$W = 130\ N.m = 130\ J$$

İki Vektörün Skaler Çarpılması

İki vektörün skaler çarpımı, "**dot veya nokta çarpım**" olarak da bilinir. $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörlerinin skaler çarpımı $\vec{a}.\vec{b} = ab\cos\theta$ ifadesi ile verilir.



$$\text{İş } (W) = \text{F}d\cos\theta = \vec{F}.\vec{d}$$

Bileşenleri Yardımıyla

Vektörlerin Skaler Çarpılması

$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}$ ve $\vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$ iki vektör olmak üzere

$$\vec{a}.\vec{b} = \left(a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}\right).\left(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}\right)$$

$$\hat{\imath} \perp \hat{\jmath} \perp \hat{k}$$

olduğundan,

$$\left.\begin{array}{l} \hat{\imath}.\hat{\imath} = \hat{\jmath}.\hat{\jmath} = \hat{k}.\hat{k} = 1 \\ \hat{\imath}.\hat{\jmath} = \hat{\jmath}.\hat{\imath} = 0 \\ \hat{\imath}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{\imath} = 0 \\ \hat{\jmath}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{\jmath} = 0 \end{array}\right\} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{\vec{a}.\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}$$

Örnek 7-3: *xy*-düzleminde hareket eden bir parçacık, $\vec{F} = (5\hat{\imath} + 2\hat{\jmath})\ N$'luk sabit bir kuvvetin etkisi ile $\vec{d} = (2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath})\ m$'lik bir yerdeğiştirme yapıyor.

a) Yerdeğiştirme ve kuvvetin büyüklüklerini hesaplayınız.

b) $\vec{\mathrm{F}}$ tarafından yapılan işi bulunuz.

c) $\vec{\mathrm{F}}$ ile $\vec{\mathrm{d}}$ arasındaki açıyı bulunuz.

Çözüm 7-3:

a) $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} = 5{,}4\ N$

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = 3{,}6\ m$$

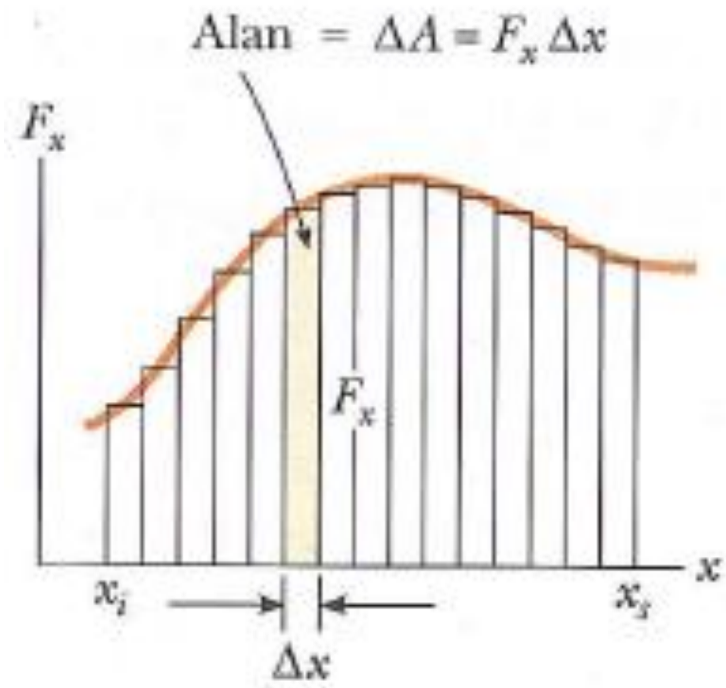
b) $W = \vec{F}.\vec{d} = (5\hat{\imath} + 2\hat{\jmath})(2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}) = 10 + 6 = 16\,J$

c) $W = (F\cos\theta)d \qquad \Longrightarrow \qquad 16 = (5{,}4)(3{,}6)\cos\theta$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{16}{(5{,}4)(3{,}6)}\right) \cong 35^0$$

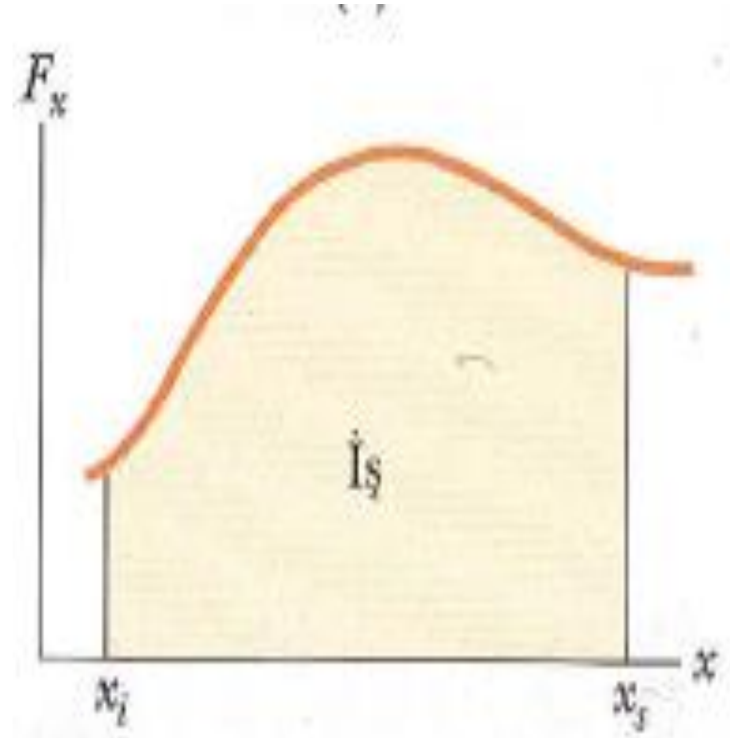
Değişen Bir Kuvvetin Yaptığı İş

Değişen bir kuvvetin etkisi altında ve x-ekseni boyunca yer değiştiren bir cismi inceleyelim. Bu cisim, x ekseni üzerinde $x = x_i$'den $x = x_s$' ye yer değiştirsin. Böyle bir durumda kuvvetin yaptığı işi hesaplamak için $W = (F\cos\theta)d$ eşitliğini kullanamayız. Çünkü bu bağıntı, sadece $\vec{F}$ büyüklük ve yönce sabit olduğunda uygulanır. Fakat, cismin Şekil-a da tanımlanan küçük bir Δx yer değiştirmesi yaptığını düşünürsek, kuvvetin x bileşeni (F_x) bu aralıkta yaklaşık olarak sabit olur. Bu durumda, bu küçük yerdeğiştirme için kuvvetin yaptığı iş, $\Delta W = F_x \Delta x$



$$\Delta W = F_x \Delta x$$

olarak ifade edilebilir. Bu tam olarak Şekil-a'daki gölgeli dikdörtgenin alanıdır. F_x in x ile değişen eğrisini Şekil-a'daki gibi çok sayıda bu tip aralıklara böldüğümüzü düşünürsek, x_i'den x_s' ye olan yer değiştirme için yapılan toplam iş, yaklaşık olarak çok sayıda bu terimlerin toplamına eşit olur:



$$W \approx \sum_{x_i}^{x_s} F_x \Delta x$$

Yerdeğiştirmeler sıfıra yaklaştırılırsa, toplamdaki terimlerin sayısı sonsuza gider. Fakat toplamın değeri, F_x eğrisi ile x ekseninin sınırladığı gerçek alana eşit sonlu bir değere yaklaşır:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x_i}^{x_s} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_s} F_x dx$$

Bu belirli integral, sayısal olarak x_i ile x_s arasındaki F_x in x e göre değişim eğrisinin altındaki alana eşittir. Dolayısıyla, cismin x_i'den x_s' ye yer değiştirmesi halinde F_x'in yaptığı iş

$$\boldsymbol{W = \int_{x_i}^{x_s} F_x dx}$$

olarak ifade edilebilir. Bir parçacık üzerine birden fazla kuvvet etki ederse, yapılan toplam iş, tam olarak bileşke kuvvetin yaptığı iştir.

$$\sum W = W_{net} = \int_{x_i}^{x_s} \left(\sum F_x \right) dx$$

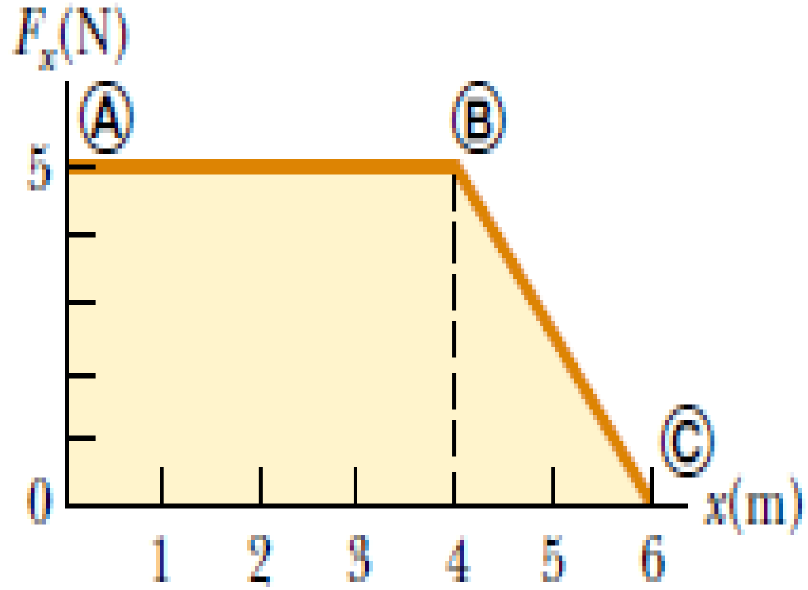
HATIRLATMA

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{(n+1)}}{(n+1)}$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b$$

$$= F(b) - F(a)$$ dır.

Örnek 7-4: Bir cisim üzerine etki eden kuvvet, şekilde görüldüğü gibi x ile değişmektedir. Cisim $x = 0$ dan $x = 6\,m$ ye hareket ettiğinde kuvvetin yaptığı işi hesaplayınız.



Çözüm 7-4:

Kuvvetin yaptığı iş, $x_A = 0$ ile $x_C = 6\,m$ arasındaki eğrinin altında kalan toplam alana eşittir.

$$W = Toplam\ Alan = Dikdörtgenin\ alanı + Dik\ üçgenin\ alanı$$

$$W = (4)(5) + \frac{1}{2}(6-4)(5) = 25\,J$$

Örnek: Bir cisme etki eden kuvvet, x metre cinsinden olmak üzere, $F = (8x - 16)\ N$ ifadesine göre değişmektedir.

a) $x = 0 - 3\ m$ aralığında kuvvetin yaptığı işi bulunuz.

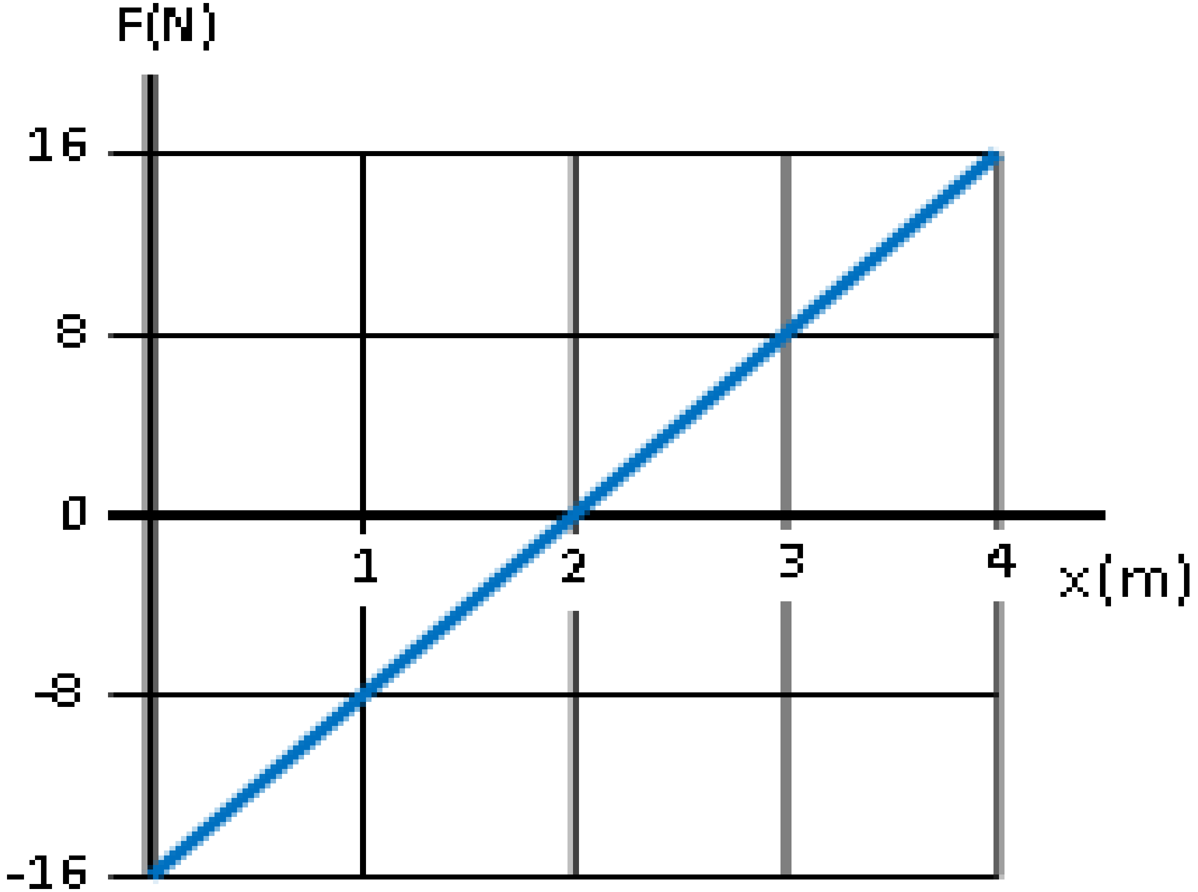
b) Kuvvet- konum grafiğini çiziniz ve $x = 0 - 3\ m$ aralığında kuvvetin yaptığı işi grafikten bulunuz.

Çözüm: a

$$W = \int_{x_i}^{x_s} F(x)dx = \int_0^3 (8x - 16)dx = \Big|_0^3 \left(\frac{8x^2}{2} - 16x\right) = -12\ J$$

Çözüm:

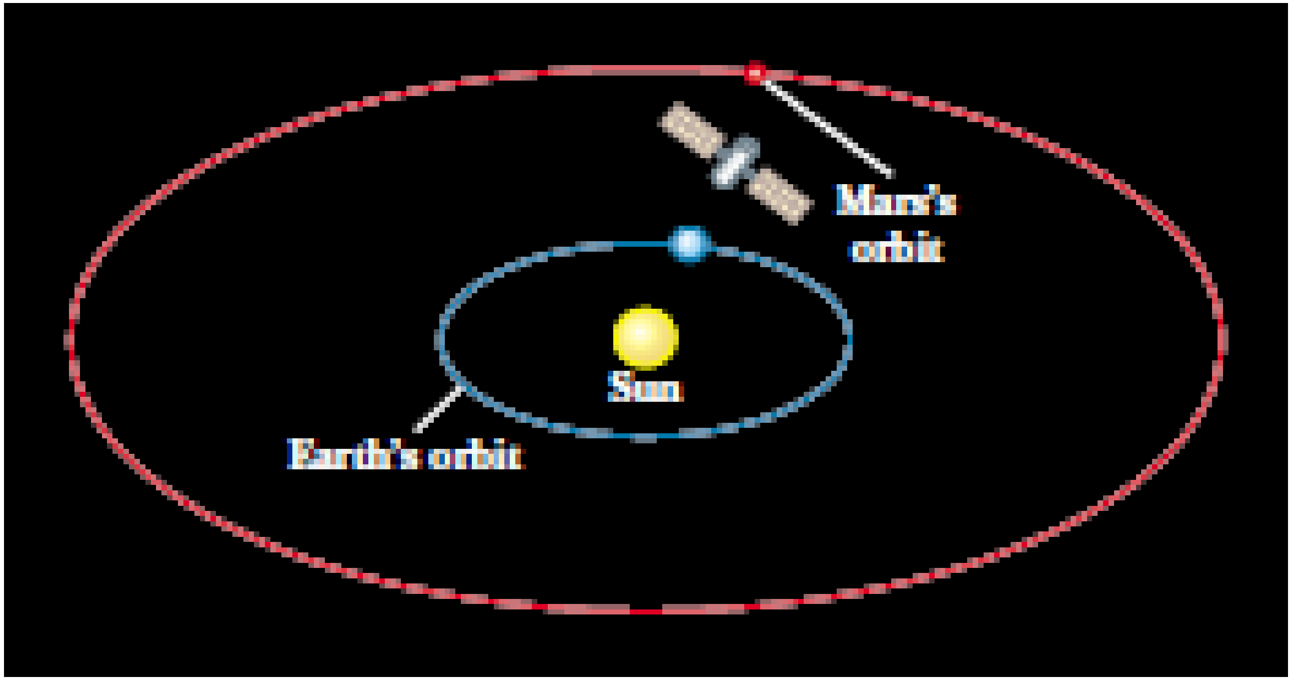
b) $W = W_{0-2} + W_{2-3} = \frac{(2)(-16)}{2} + \frac{(1)(8)}{2} = -12\,J$



Örnek 7-5: Şekilde gösterilen gezegenler arası bir araştırma uydusu güneşe doğru

$$F = -\frac{1{,}3 \times 10^{22}}{x^2}$$

büyüklüğünde bir kuvvetle çekilmektedir. Burada x, güneşten uyduya doğru ölçülen uzaklıktır. Uydu-güneş arasındaki uzaklık $1{,}5 \times 10^{11}\ m$ 'den $2{,}3 \times 10^{11}\ m$'ye değişirse güneşin uydu üzerinde yaptığı işi hesaplayınız.

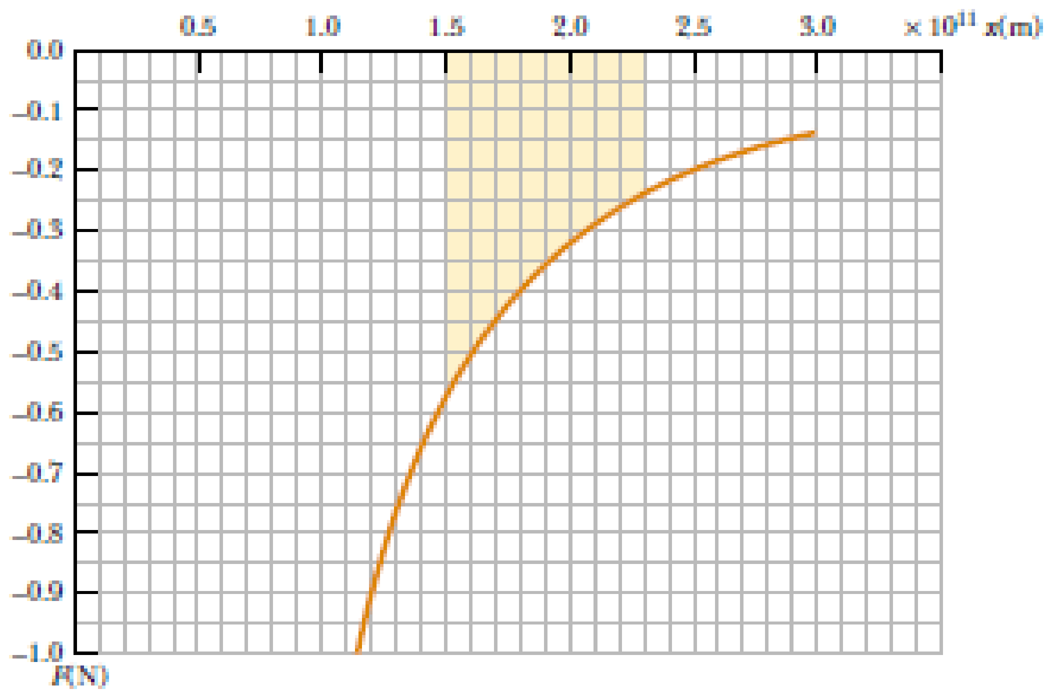


Çözüm 7-5: Kuvvet formülündeki eksi işareti, uydunun güneşe doğru çekildiğini gösterir. Uydu güneşten uzaklaştığı için, uydu üzerine yapılan iş için negatif bir değer hesaplamayı bekleriz.

Grafiksel Çözüm:

Bir hazır bilgisayar programı veya başka sayısal yollarla aşağıdaki şekildekine benzer bir grafik oluşturulabilir.

Grafikteki her bir küçük kare $(0{,}05\ N)(0{,}1 \times 10^{11}\ m) = 5 \times 10^{8}\ N.m$ alanına karşılık gelir. Yaklaşık 60 gölgeli alan olduğu için toplam alan (x-ekseninin altında olduğu için negatiftir) $-3 \times 10^{10}\ N.m$ dir. Bu, güneş tarafından uydu üzerinde yapılan iştir.



Analitik Çözüm:

Güneşin uydu üzerinde yaptığı işi daha kesin hesaplamak için,

$$W = \int_{x_i}^{x_s} F_x dx$$

eşitliği kullanılabilir.

$$W = \int_{1,5\times 10^{11}}^{2,3\times 10^{11}} -\frac{1,3 \times 10^{22}}{x^2} dx$$

$$W = -3,0 \times 10^{10}\ J$$

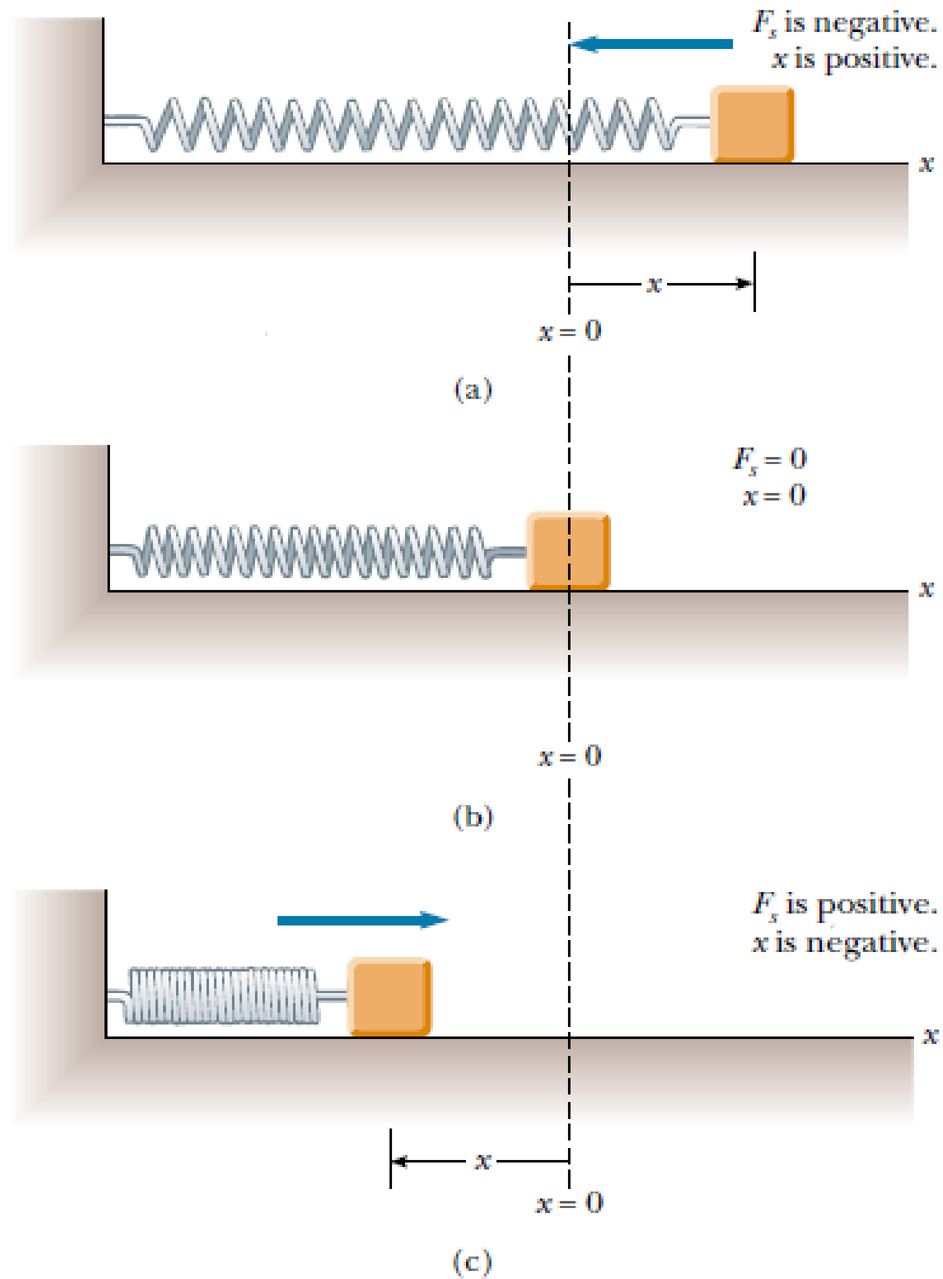
bulunur.

Bir Yayın Yaptığı İş

Kuvvetin konumla değiştiği genel bir fiziksel sistem yandaki şekilde gösterilmiştir. Pürüzsüz, yatay bir yüzey üzerindeki bir cisim, sarmal bir yaya bağlıdır. Yay, denge konumundan gerilir veya sıkıştırılırsa, cisim üzerine

$$F_s = -kx$$

ile verilen bir kuvvet uygular. Burada *x*, cismin gerilmemiş (x = 0) konumuna göre yer değiştirmesi, *k* yayın kuvvet sabiti olarak adlandırılan pozitif bir sabittir.



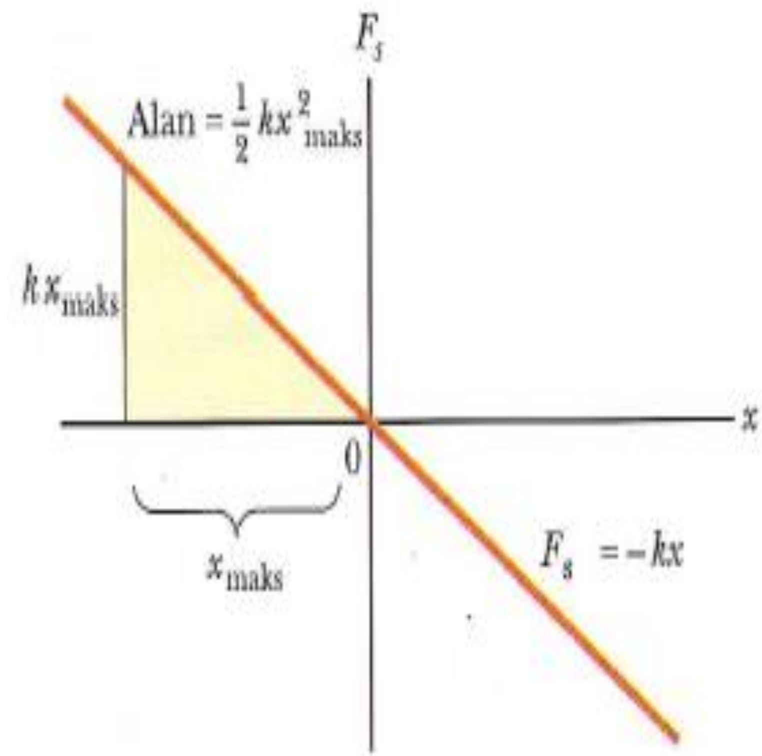
Diğer bir deyişle, bir yayı germek veya sıkıştırmak için gerekli kuvvet, gerilme veya sıkıştırmanın x büyüklüğü ile orantılıdır. Yaylar için **Hooke kanunu** olarak bilinen bu kuvvet yasası, sadece küçük yer değiştirmeler için geçerlidir. Sert yaylar daha büyük, yumuşak yaylar daha küçük k değerlerine sahiptir. Eşitlikdeki eksi işareti ise, yayın etkidiği kuvvetin daima yer değiştirme ile zıt yönlü olduğunu ifade eder.

Şekildeki gibi, $x > 0$ olduğunda, yay kuvveti sola yani negatif x-yönüne doğru, $x < 0$ olduğunda ise, yay kuvveti sağa yani pozitif x-yönüne doğru yönelmiştir. $x = 0$ olduğunda da yay gerilmemiştir ve $F_s = 0$ dır. Yay kuvveti daima denge konumuna doğru etkidiği için, **geri çağırıcı kuvvet** olarak da adlandırılır.

Bloğun, denge konumundan sola doğru bir x_{maks} kadar itildiğini ve sonra serbest bırakıldığını varsayalım. Blok $x_i = -x_{maks}$ 'dan $x_s = 0$ 'a hareket ederken yay kuvvetinin yaptığı işi hesaplayalım.

$$W_s = \int_{x_i}^{x_s} F_s dx = \int_{-x_{maks}}^{0} (-kx)dx = \frac{1}{2}kx_{maks}^2$$

elde ederiz. Bununla birlikte cisim, $x_i = 0$'dan $x_s = x_{maks}$'a hareket ederken yay kuvvetinin yaptığı iş de, $W_s = -\frac{1}{2}kx_{maks}^2$ bulunur. Dolayısıyla cisim $x_i = -x_{maks}$ 'dan $x_s = x_{maks}$ 'a hareket ederken yay kuvvetinin yaptığı net iş sıfırdır. Yandaki şekil, x'e göre F_s 'nin grafiğidir. Yay kuvvetinin cisim üzerinde yaptığı iş, gölgeli üçgenin alanı olup, $-x$'den 0'a yerdeğiştirmeye karşılık gelir.

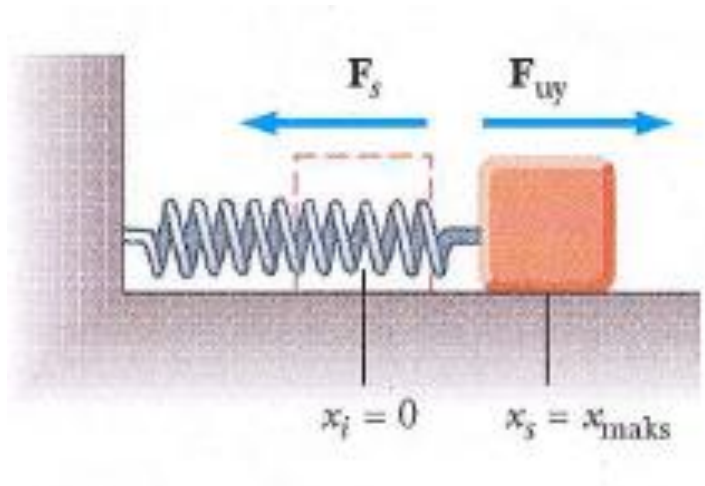


Kütle $x = x_i$'den $x = x_s$'ye keyfi bir yerdeğiştirme yaparsa, yay kuvvetinin yaptığı iş

$$W_s = \int_{x_i}^{x_s} (-kx)dx = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_s^2$$

olarak verilir.

Şu ana kadar belirtilen eşitlikler, yayın cisim üzerinde yaptığı işi anlatır. Şimdi şekilde görüldüğü gibi yayı yavaş yavaş $x_i = 0$'dan $x_s = x_{maks}$'a geren bir dış kuvvetin yaptığı işi inceleyelim.

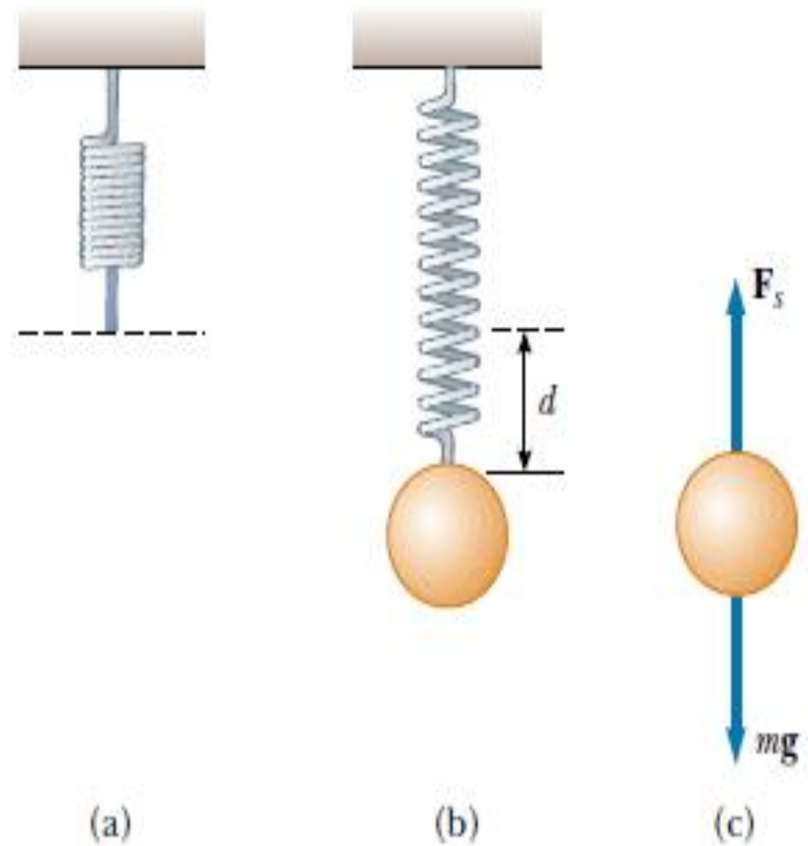


Bu iş, **uygulanan kuvvetle $\vec{F}_{uy}$, $\vec{F}_s$** yay kuvvetinin eşit ve zıt yönlü olduğuna dikkat edilerek kolayca hesaplanabilir. Bu durumda herhangi bir x yer değiştirmesi için $\vec{F}_{uy} = -(-kx) = kx$ olacaktır. Dolayısıyla bu dış kuvvetin yaptığı iş,

$$W_{F_{uy}} = \int_0^{x_{maks}} F_{uy} dx = \int_0^{x_{maks}} (kx) dx = \frac{1}{2} k x_{maks}^2$$

olur.

Örnek 7-6: Bir yayın kuvvet sabitini ölçmek için kullanılan yaygın bir yöntem aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır. Yay, düşey olarak asılır ve m kütleli bir cisim yayın alt ucuna tutturulur. Yay, $m\vec{g}$ ağırlığının etkisiyle denge konumundan bir d uzunluğu kadar uzar. Yay kuvveti yukarı doğru olduğu için (yer değiştirmeye zıt yönde), sistem durgun olduğunda aşağı doğru bir mg ağırlığı ile dengelenmelidir. Bu durumda Hooke yasasına göre $|\vec{F}_s| = kd = mg$, veya $k = \frac{mg}{d}$ olarak bulunur.



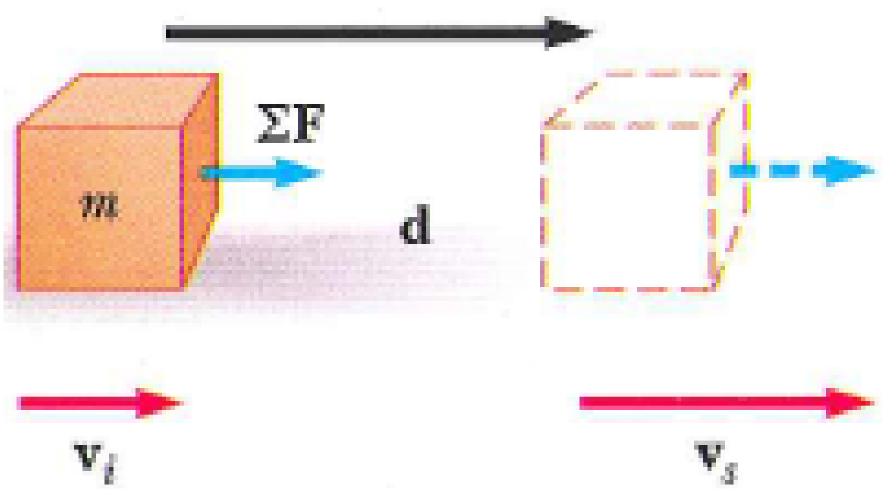
Örneğin bir yay 0,55 kg'lık bir kütleyle 2 cm gerilirse, yayın esneklik sabiti,

$$k = \frac{mg}{d} = \frac{(0{,}55\ kg)(9{,}80\ m/s^2)}{2 \times 10^{-2}\ m} = 2{,}7 \times 10^2\ N/m$$

olur.

KİNETİK ENERJİ VE İŞ-KİNETİK ENERJİ TEOREMİ

Karmaşık kuvvetler içeren hareket problemlerini çözmek için Newton'un ikinci yasasını kullanmak bazen zor olabilir. Halbuki, bir parçacık üzerinde net kuvvetin yaptığı iş, verilen bir yer değiştirme için hesaplanabilirse, parçacığın süratindeki değişme kolayca hesaplanabilir.



Yukarıdaki şekilde, sabit net bir $\sum \vec{F}$ kuvvetinin etkisi altında sağa doğru hareket eden m kütleli bir parçacık gösterilmektedir. Kuvvet sabit olduğu için, Newton' un ikinci yasasına göre parçacığın sabit bir $\vec{a}$ ivmesiyle hareket edeceği bilinmektedir. Parçacık bir d uzaklığı kadar yer değiştirmişse, toplam $\sum \vec{F}$ kuvvetinin yaptığı iş

$$\sum W = \left(\sum F\right) d = (ma)d$$

olur. Bir parçacık sabit bir ivme ile hareket ettiğinde,

$$d = \frac{1}{2}(v_i + v_s)t \quad ve \quad a = \frac{v_s - v_i}{t}$$

kinematik denklemlerini kullanarak,

$$\sum W = \left(m\frac{v_s - v_i}{t}\right)\left(\frac{1}{2}(v_i + v_s)t\right)$$

$$\sum W = \frac{1}{2}mv_s^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

elde edilir. Burada $\frac{1}{2}mv^2$ niceliği parçacığın hareketiyle ilgili olan kinetik enerjisini temsil eder.

Bir parçacığa etki eden net sabit bir $\sum \vec{F}$ kuvveti tarafından parçacık üzerinde yapılan iş, onun kinetik enerjisindeki değişime eşittir. Yani,

$$\boldsymbol{\sum W = K_s - K_i = \Delta K}$$

şeklinde yazılabilir. Bu da **iş-kinetik enerji teoremi** olarak bilinir.

Genel olarak bir v süratiyle hareket eden m kütleli bir parçacığın K kinetik enerjisi,

$$\boldsymbol{K} = \frac{1}{2}\boldsymbol{m}\boldsymbol{v}^2$$

olarak tanımlanır ve skaler bir niceliktir ve iş ile aynı birime sahiptir.

Yapılan net işin hesabında, bu teorem kullanıldığında parçacık üzerinde iş yapan tüm kuvvetlerin hesaba katılması gerekir. Ayrıca, bu teoreme göre bir parçacığın üzerinde yapılan net iş pozitifse, parçacığın sürati artar, çünkü, son kinetik enerji, ilk kinetik enerjiden daha büyüktür. Yapılan net iş negatifse, son kinetik enerji ilk kinetik enerjiden daha küçük olacağından parçacığın sürati azalır.

İş-kinetik enerji teoremi sabit bir net kuvvet varsayımı ile türetilmesine rağmen, kuvvet değişken olduğunda da geçerlidir. Bunu görmek için bir paçacık üzerine x yönünde etki eden net kuvvetin $\sum F_x$ olduğunu varsayalım. $\sum F_x = ma_x$ şeklindeki Newton'un ikinci yasasını kullanarak yapılan net işi

$$\sum W = \int_{x_i}^{x_s} \left(\sum F_x\right) dx = \int_{x_i}^{x_s} ma_x dx$$

olarak ifade edebiliriz. Bileşke kuvvet x ile değişirse ivme ve hız da x'e bağlı olur. Böylece,

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx}$$

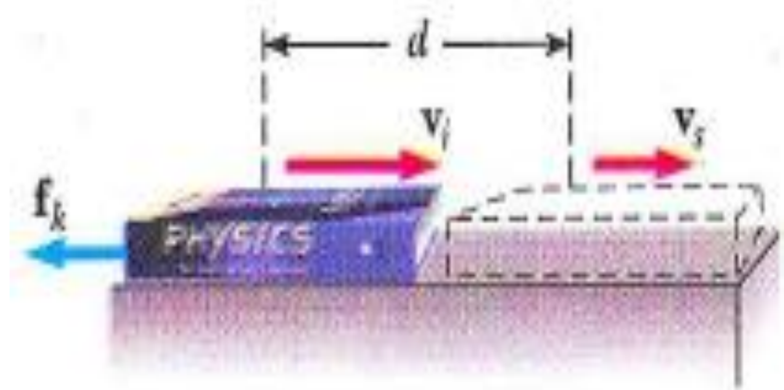
$$\sum W = \int_{x_i}^{x_s} m\left(v\frac{dv}{dx}\right) dx = \int_{v_i}^{v_s} m(vdv) \quad \Longrightarrow \quad \sum W = \frac{1}{2}mv_s^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

eşitliği bulunur. Görüldüğü üzere parçacığa etki eden net kuvvet değişken bile olsa aynı sonuç elde edilir.

KİNETİK SÜRTÜNMEYİ İÇEREN DURUMLAR

Yatay bir yüzeyde kayan bir cismin hareketini çözümlemek için, sürtünme kuvvetleri göz önüne alınarak, sürtünmeden dolayı kaybolan kinetik enerji miktarı belirlenmelidir.

Yatay bir yüzey üzerinde hareket eden bir kitabın, şekildeki gibi, bir $\vec{v}_i$ ilk hızına sahip olduğunu ve bir $\vec{v}_s$ son hızına ulaşmadan önce bir d uzaklığı kadar kaydığını varsayalım.



Kitabın negatif x-yönünde bir ivme kazanmasına neden olan dış kuvvet, harekete zıt yönde, sola doğru olan $\vec{f}_k$ kinetik sürtünme kuvvetidir. Kitabın ilk kinetik enerjisi $\frac{1}{2}mv_i^2$ ve son kinetik enerjisi $\frac{1}{2}mv_s^2$ dir. **x yönünde kitaba etki eden tek kuvvet negatif yöndeki sürtünme kuvveti olduğundan, Newton' un ikinci yasası gereği, $-f_k = ma_x$ olur.** Bu ifadenin her iki tarafı d ile çarpılıp, sabit ivmeli hareketlerin $v_{xs}^2 - v_{xi}^2 = 2a_x d$ formundaki kinematik denklemi kullanarak

$$-f_k d = m a_x d = m\frac{\left(v_{xs}^2 - v_{xi}^2\right)}{2d} d = \frac{1}{2} m v_{xs}^2 - \frac{1}{2} m v_{xi}^2$$

veya

$$\Delta \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{s\ddot{u}rt\ddot{u}nme}} = -\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{d}$$

yazılabilir. Bu sonuç, kinetik sürtünme kuvvetinin, kitabın kinetik enerjisinde yapacağı değişimin $-\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{d}$ kadar olduğunu söyler.

Kaybolan bu kinetik enerjinin bir kısmı kitabı ısıtmaya, geri kalanı da kitabın üzerinde kaydığı yüzeyin ısınmasına harcanır. Gerçekte, $-\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{d}$ niceliği, kinetik sürtünme kuvvetinin kitap üzerinde yaptığı iş ile, aynı kuvvetin yüzey üzerinde yaptığı işin toplamına eşittir. Bir cisim üzerine diğer kuvvetler ile birlikte sürtünme kuvveti de etki ettiği zaman, iş-kinetik enerji teoremi,

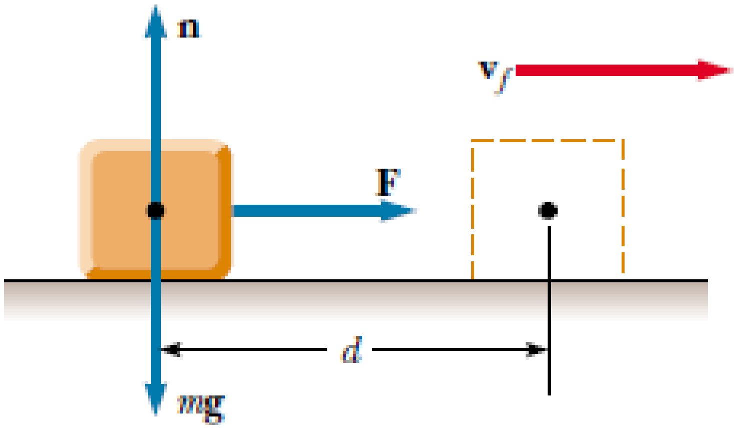
$$\boldsymbol{K_i + \sum W_{diğer} - f_k d = K_s}$$

olarak yazılabilir. Buradaki $\boldsymbol{W_{diğer}}$ kinetik sürtünmenin dışındaki kuvvetlerin yaptıkları işlerin toplamını temsil eder.

Ara işlem ipucu

$$\sum \boldsymbol{W} = \Delta \mathbf{K} = \mathbf{K_s} - \mathbf{K_i}$$

Örnek 7-7: Başlangıçta durgun olan 6 *kg*'lık bir blok, 12 *N*'luk sabit, yatay bir kuvvetle yatay sürtünmesiz bir yüzey boyunca şekilde görüldüğü gibi çekilmektedir.



a) Blok 3 *m*'lik bir uzaklığa hareket ettikten sonra hızını bulunuz.

b) Bloğun ivmesini bulunuz.

Çözüm 7-7:

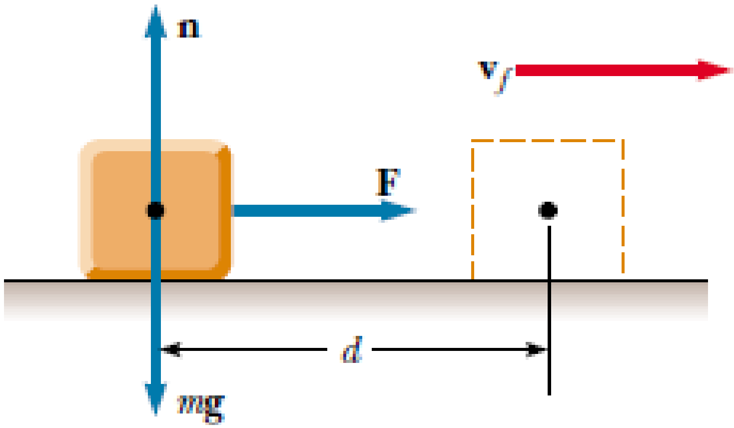
a) $$W = Fd = (12)(3) = 36\,J$$

$$W = \frac{1}{2}mv_s^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}mv_s^2 - 0$$

$$v_s^2 = \frac{2W}{m} = \frac{2(36)}{6} = 12\ (m/s)^2 \quad \Longrightarrow \quad v_s = 3{,}5\ \mathrm{m/s}$$

b) $$v_{xs}^2 - v_{xi}^2 = 2ad \Longrightarrow (3{,}5)^2 - 0 = 2a_x 3 \Longrightarrow a = \frac{(3{,}5)^2}{6} = 2\ \mathrm{m/s^2}$$

Örnek 7-8: Bir önceki örnekte yüzey 0,15'lik bir kinetik sürtünme katsayısına sahipse bloğun son süratini bulunuz.



Çözüm 7-8:

$$W = Fd = (12\ N)(3\ m) = 36\ J$$

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg = (0{,}15)(6\ kg)(9{,}80\ \ m/s^2) = 8{,}82\ N$$

$$\Delta K_{sürtünme} = -f_k d = -(8{,}82\ N)(3\ m) = -26{,}5\ J$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + \sum W_{diğer} - f_k d = \frac{1}{2}mv_s^2$$

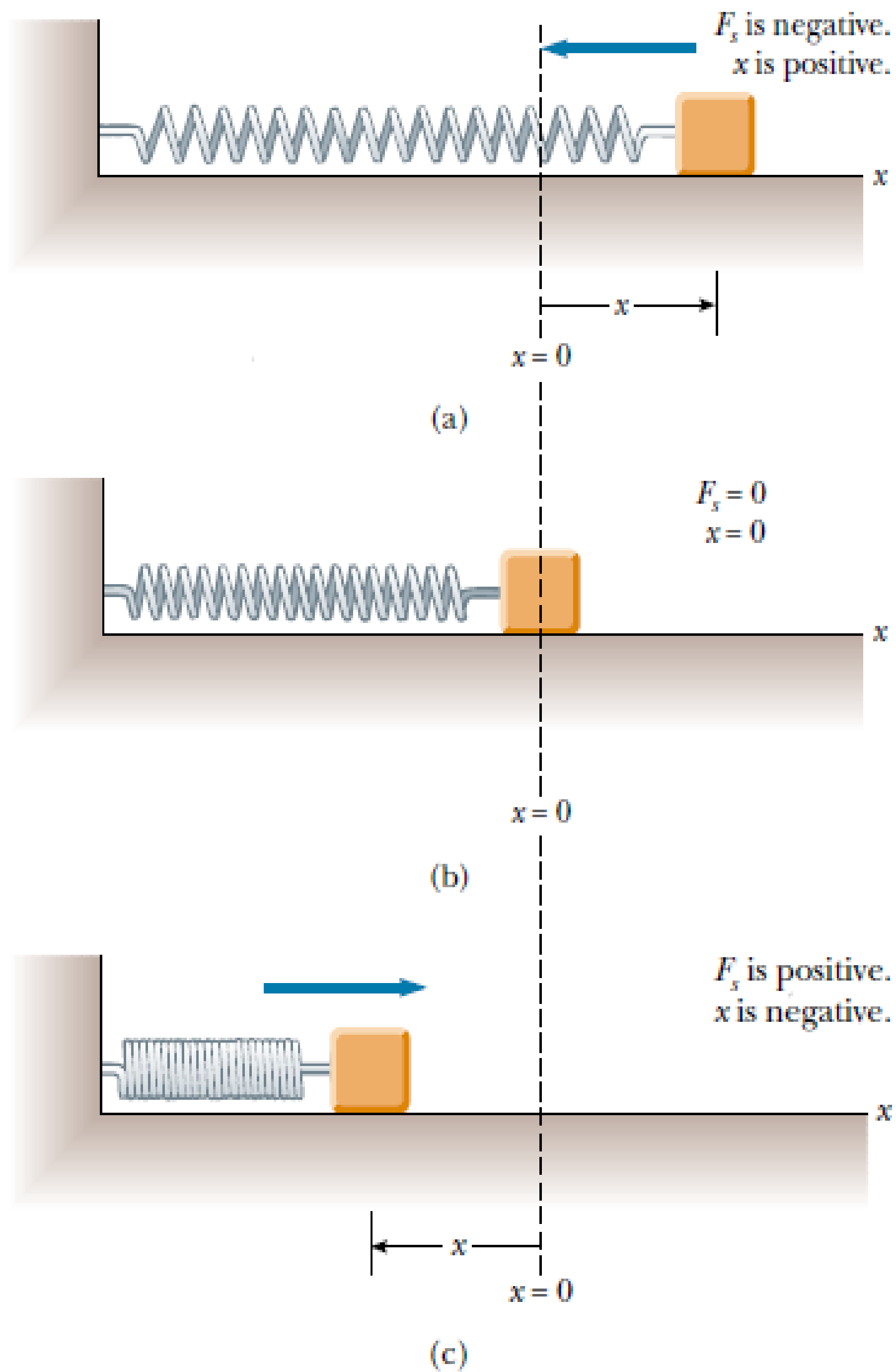
$$0 + 36\ J - 26{,}5\ J = \frac{1}{2}(6\ kg)v_s^2$$

$$\mathrm{v_s = 1{,}8\ \ m/s}$$

Örnek 7-11: 1,6 kg kütleli bir blok şekildeki gibi kuvvet sabiti $1 \times 10^3\ N/m$ olan yatay bir yaya bağlanmıştır. Yay 2 cm kadar sıkıştırılmış ve daha sonra blok ilk hızsız olarak serbest bırakılmıştır.

a) Yüzey sürtünmesiz olduğuna göre, $x = 0$ denge konumundan geçerken hızını hesaplayınız.

b) 4 N'luk sabit bir sürtünme kuvveti, blok serbest bırakıldığı andan itibaren harekete karşı koyarsa denge konumundan geçerken bloğun sürati ne olur?



Çözüm 7-11:

a) Bu durumda, $x_i = -2\ cm$ de $v_i = 0$'la harekete başlar ve $x_s = 0$'daki v_s'yi bulmak istiyoruz. $x_{maks} = x_i = -2\ cm = -2\ \times 10^{-2}\ m$ için yay tarafından yapılan işi bulurken,

$$W_s = \frac{1}{2}kx_{max}^2 = \frac{1}{2}(1 \times 10^3\ \ N/m)(-2 \times 10^{-2}\ m)^2 = 0{,}20\ J$$

$v_i = 0$ için iş-kinetik enerji teoremini kullanarak, yayın yaptığı işten dolayı bloğun kinetik enerji değişimi elde edilir;

$$W_s = \frac{1}{2}mv_s^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$0{,}20\ J = \frac{1}{2}(1{,}6\ kg)v_s^2 - 0$$

$$v_s = 0{,}50\ \ m/s$$

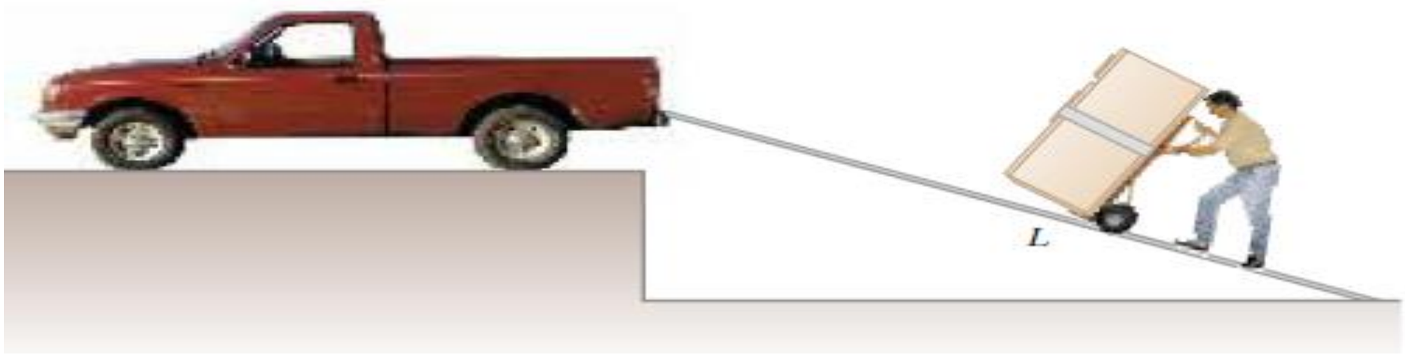
b) $$\Delta K = -f_k d = -(4\ N)(2 \times 10^{-2}\ m) = -0{,}08\ J$$

$$K_s = 0{,}2\ j - 0{,}08\ J = 0{,}12\ J = \frac{1}{2} m v_s^2$$

$$\frac{1}{2}(1{,}6\ kg) v_s^2 = 0{,}12\ J$$

$$\mathrm{v_s} = 0{,}39\ \mathrm{m/s}$$

Yerdeğiştirme düşeyde olursa yerçekimi kuvveti $\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{g}}$ iş yapar mı? $W_g = ?$



Bir adam buzdolabını şekilde görüldüğü gibi bir eğik düzlem kurarak kamyona yüklemek istiyor. Adam eğik düzlemin L uzunluğu arttırılırsa gerekli işin azalacağını iddia etmektedir, tezi geçerli mi?

Hayır, daha uzun eğik düzlemde daha az kuvvet etkiyecek ama aynı miktarda iş yapmak için daha büyük uzaklık boyunca etkiyecek. İş-kinetik enerji teoremi

$$\Delta K = 0 = \sum W = W_{adam} + W_{kütle\ çekimi}$$

$$W_{kütle\ çekimi} = -\mathrm{mgh}$$

GÜÇ

Zihninizde bir arabanın iki özdeş modelini canlandırın: Biri düşük fiyatlı dört silindirli bir otomobil diğeri güçlü sekiz silindirli pahalı, isteğe uygun motora sahip bir otomobil. Motorları farklı olmasına rağmen, iki araba aynı kütleye sahiptir. Her iki araba tepeye çıkan bir yolu tırmanırlar, fakat isteğe uygun motora sahip olan arabanın tepeye ulaşması çok daha kısa zaman alır. Her iki araba kütle çekimine karşı aynı işi yapmışlardır, fakat süreler farklıdır. Uygulama açısından, sadece araçların yaptığı işi değil, aynı zamanda işin yapılma hızını da bilmek ilginçtir.

Yapılan iş miktarının, onu yapmak için geçen süreye oranını alarak bu kavramı niceleştirmenin bir yolunu elde ederiz. **Bir işin yapılma hızına güç adı verilir.**

Bir cisme bir dış kuvvet uygulanırsa ve bu kuvvetin Δt süresinde yaptığı iş W ise, bu sürede harcanan ortalama güç,

$$\bar{\mathcal{P}} = \frac{W}{\Delta t}$$

olarak tanımlanır. **Cismin üzerinde yapılan iş, cismin enerjisini artırır. Dolayısıyla, gücün daha genel bir tanımı enerji aktarma hızıdır**. Hız ve ivmenin tanımındaki yaklaşımımıza benzer bir biçimde, Δt sıfıra yaklaşırken ortalama gücün limit değeri **ani güç** olarak tanımlanabilir.

$$\mathcal{P} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

Burada, dW yapılan iş artışıdır. Yerdeğiştirme $d\vec{s}$ olarak ifade edilirse,

$$dW = \vec{F}.d\vec{s}$$

ve buradan ani güç,

$$\mathcal{P} = \frac{dW}{dt} = \vec{F}.\frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F}.\vec{v}$$

olarak yazılabilir. SI sisteminde güç birimi J/s dir. Bu birim aynı zamanda watt (W) olarak adlandırılır (Buhar makinasının mucidi James Watt'ın onuruna):

$$1\,\mathrm{W} = 1\,J/s = 1\,kg.m^2/s^3$$

Watt'ın W sembolü (italik değil), iş için kullanılan W (italik) sembolüyle karıştırılmamalıdır.

Şimdi, güç birimi vasıtasıyla enerji (veya iş) için yeni bir birim tanımlanabilir. Bir kilowatt-saat (kWh), 1 saatte, sabit bir hızla $1\ k\mathrm{W} = 1000\ J/s$'lik tüketilen veya dönüştürülen enerji miktarıdır. 1 kWh' in sayısal değeri,

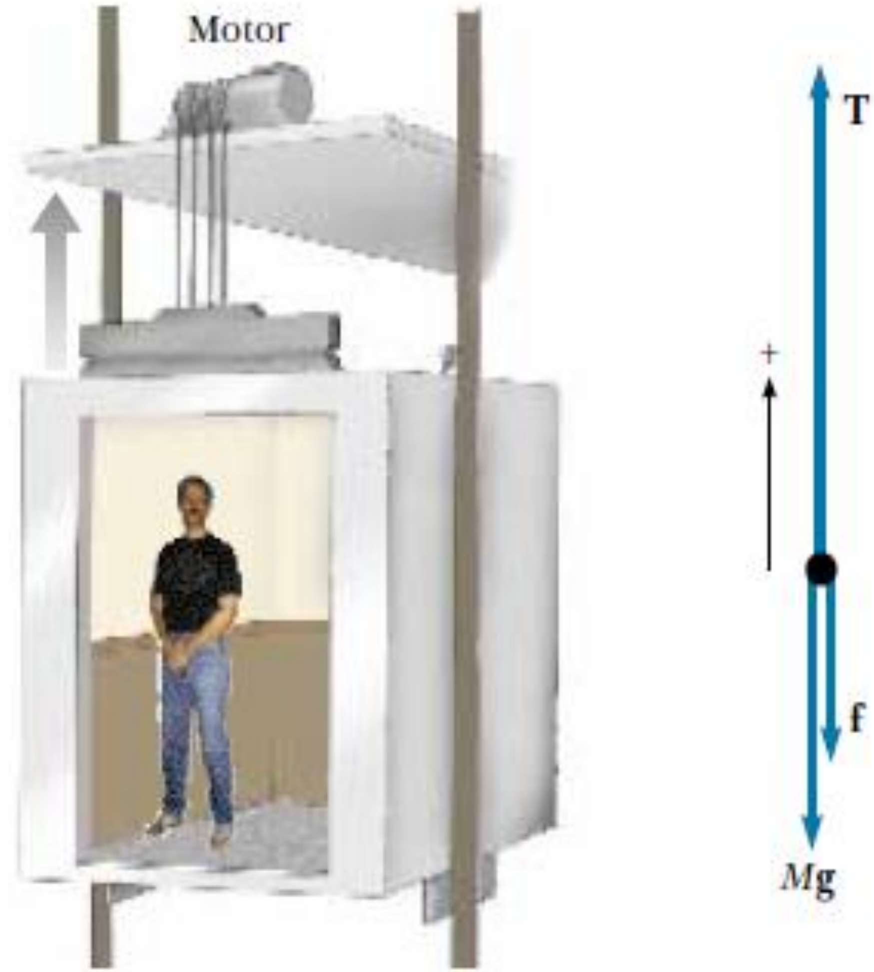
$$1\ \mathrm{kWh} = (10^3\ \mathrm{W})(3600\ s) = 3{,}6 \times 10^6\ J$$

olur.

$$\mathcal{P} = \frac{dW}{dt} \qquad \mathrm{d}W = \mathcal{P}\mathrm{dt} \text{ veya } W = \int \mathcal{P}\mathrm{dt}$$

Örnek 7-12: Bir asansör kabini 1000 kg'lık bir kütleye sahiptir ve toplam 800 kg kütleli yolcu taşımaktadır. 4000 N'luk sabit bir sürtünme kuvveti şekildeki gibi harekete karşı koymaktadır.

a) Asansör kabinini 3 m/s 'lik sabit bir süratte kaldırmak için motorun verdiği minimum güç ne olmalıdır?



(a) (b)

b) Motor yukarı doğru 1,0 m/s^2'lik bir ivme sağlayacak şekilde tasarlanmışsa, herhangi bir anda ne kadarlık bir güç vermelidir?

Çözüm 7-12:

a)

$$\sum F_y = T - f - Mg = 0$$

$$T = f + Mg = (4 \times 10^3\ N) + (1{,}8 \times 10^3\ kg)(9{,}80\ m/s^2)$$

$$T = 2{,}16 \times 10^4\ N$$

$\vec{T}$ ile $\vec{v}$ aynı yönde ise

$\mathcal{P} = \vec{T}.\vec{v} = Tv$ olur.

$$\mathcal{P} = (2{,}16 \times 10^4\ N)(3{,}00\ m/s) = 6{,}48 \times 10^4\ \mathrm{W}$$

b) $$\sum F_y = T - f - Mg = Ma$$

$$T = f + M(a + g) = (4 \times 10^3\ N) + (1{,}8 \times 10^3\ kg)(1 + 9{,}80\ \ m/s^2)$$

$$T = 2{,}34 \times 10^4\ N$$

$\vec{T}$ ile $\vec{v}$ aynı yönde ise

$\mathcal{P} = \vec{T}.\vec{v} = Tv$ olur.

$$\mathcal{P} = (2{,}34 \times 10^4\ N)(v)\ \mathrm{W}$$

Buradaki v hızı asansörün m/s olarak o anlık ani hızıdır.

Bölüm Sonu Problemleri

Problem 7-18: $\vec{F} = (4x\hat{\imath} + 3y\hat{\jmath})\ N$'luk bir kuvvet bir cisme etki ederek onu orijinden x yönünde $x = 5\ m$ noktasına hareket ettiriyor. Kuvvetin cisme yaptığı işi bulunuz.

Çözüm 7-18:

$$W = \int_{r_i}^{r_s} \vec{F}.d\vec{r} = \int_{r_i}^{r_s} (4x\hat{\imath} + 3y\hat{\jmath}).(dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath})$$

$$= \int_{x_i=0}^{x_s=5\ m} (4xdx) + \int_{y_i=0}^{y_s=0} (3ydy)$$

$$= \left(4\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_{x_i=0}^{x_s=5\ m} + 0 = 50\ J$$

Problem 7-29: 3 kg'lık bir kütle $\vec{v}_i = (6\hat{\imath} - 2\hat{\jmath})\ m/s$'lik bir ilk hıza sahiptir.

a) Bu andaki kinetik enerjisi nedir?

b) Hızı $(8\hat{\imath} + 4\hat{\jmath})\ m/s$ 'ye değişirse, cisim üzerinde yapılan toplam işi bulunuz. (İpucu: $v^2 = \vec{v}.\vec{v}$ olduğunu hatırlayınız)

Çözüm 7-29:

a)

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\vec{v}.\vec{v}) = \frac{1}{2}(3)\big((6\hat{\imath} - 2\hat{\jmath}).(6\hat{\imath} - 2\hat{\jmath})\big)$$

$$K = \frac{1}{2}(3)(36 + 4) = 60\ J$$

b)

$$\sum W = K_s - K_i = \frac{1}{2}(3)\big((8\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}).(8\hat{\imath} + 4\hat{\jmath})\big) - 60$$

$$\sum W = \frac{1}{2}(3)(64 + 16) - 60 \quad \Rightarrow \sum W = 120 - 60 = 60\ J$$

Problem 7-59: 4 kg'lık bir parçacık x-ekseni boyunca hareket etmektedir. Konumu $x = t + 2t^3$ e göre değişmektedir. Burada x, m ve t, s dir.

a) Herhangi bir t anında kinetik enerjiyi,

b) t anında parçacığın ivmesini ve üzerine etkiyen kuvveti,

c) t anında verilen gücü,

d) t = 0 ile t = 2 s aralığında parçacık üzerinde yapılan işi bulunuz.

Çözüm 7-59:

a) $v = \dfrac{dx}{dt} = 1 + 6t^2 \implies K = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}(4\,kg)(1 + 6t^2)^2$

$$K = (2 + 24t^2 + 72t^4)\,J$$

b) $a = \dfrac{dv}{dt} = 12t\ m/s^2 \implies F = ma = (4)(12t) = 48t\ N$

c) $\mathcal{P} = Fv = (48t)(1 + 6t^2) = (48t + 288t^3)\ \mathrm{W}$

d) $W = \displaystyle\int_0^2 \mathcal{P}dt = \int_0^2 (48t + 288t^3)dt = 1250\,J$

Problem 7-69: 200 *g*'lık bir blok, 1,4 *kN/m*'lik kuvvet sabitine sahip bir yayı 10 *cm* sıkıştırıncaya kadar bastırmaktadır. Yay yatayla 60^0'lik bir eğik düzlemin alt noktasında serbest bırakılmaktadır.

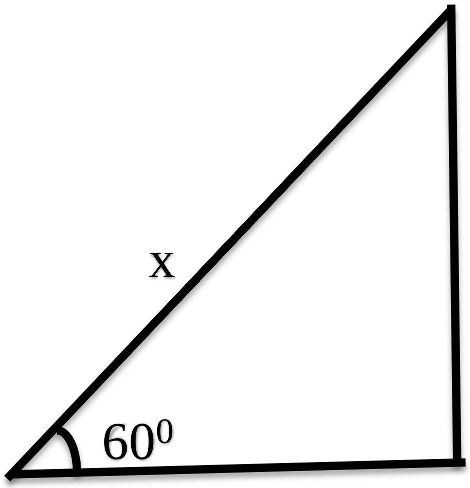
a) Blok ile eğik düzlem arasında sürtünme yoksa bloğun duruncaya kadar eğik düzlemde gittiği yolu bulunuz.

b) Blok ile eğik düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0,4 ise bloğun duruncaya kadar eğik düzlemde gittiği yolu bulmak için iş-enerji teoremini kullanınız.

Dikkat !!! b şıkkında çözüm yolu sınırlaması var !!!

Çözüm 69:

h = x sin 60^0



$$\sum W = \Delta K$$

$$W_{yayın\ yaptığı\ iş} + W_{yerçekimin\ yaptığı\ iş} = 0$$

$$\frac{1}{2}(1{,}4 \times 10^3\ N/m)(0{,}1\ m)^2 - (0{,}2\ kg)(9{,}8\ m/s^2)(\sin 60^0)x = 0$$

$$x = 4{,}12\ m$$

b)

$$\sum W = \Delta K$$

$$W_{yay.\,yaptığı\,iş} + W_{yerçek.\,yaptığı\,iş} + W_{sürt.\,yaptığı\,iş} = 0$$

$$\frac{1}{2}(1{,}4 \times 10^3\ N/m)(0{,}1\ m)^2 - (0{,}2\ kg)(9{,}8\ m/s^2)(\sin 60^0)x$$
$$- (0{,}4)(0{,}2\ kg)(9{,}8\ m/s^2)(\cos 60^0)x = 0$$

$$x = 3{,}35\ m$$