

Sinüs Ritim Verileri ile Ters EKG probleminin Bayes MAP çözümü: Benzetim Eğitim Setlerinin Değerlendirilmesi

Bayesian MAP solution of the Inverse ECG problem with Sinus Rhythm Data: Evaluation of Simulated Training Sets

Ege Özkoç
Elektrik & Elektronik Müh. Böl.
ODTÜ
Ankara, Türkiye
ege.ozkoc@metu.edu.tr

Yeşim Serinağaoğlu Doğrusöz
Elektrik & Elektronik Müh. Böl.
ODTÜ
Ankara, Türkiye
yserin@metu.edu.tr

Özetçe— Ters elektrokardiyografi (EKG) problemi kalbin elektriksel aktivitesini, vücut yüzeyi potansiyel ölçümleri ve vücudun matematiksel modelini kullanarak elde etmeyi hedefler. Bu problemin kötü konumlanmış olması, iyi bir çözüm elde edebilmek için önsel bilgi kullanımını ve düzenleme yöntemlerini gerekli kılar. Literatürde istatistiksel kestirim yöntemleri ters EKG probleminde başarılı bir şekilde uygulanmıştır ancak bu yöntemin başarısı için bir önsel olasılık modeli gereklidir. Özellikle sinüs ritim atımında bu önsel olasılık modelinin nasıl elde edileceği konusunda literatürde eksiklikler vardır. Bu çalışmada, sinüs ritim atımı durumunda ters EKG problemini çözmek için benzetimli veri ve ölçülmüş veri ile Bayes maksimum sonsal (MAP) kestirimi kullanılmıştır. Sonuçlar Tikhonov düzenlemesi ile bağlı hata ve ilinti katsayısı kullanılarak karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler — *Ters elektrokardiyografi problemi; Tikhonov düzenlemesi; Bayes maksimum sonsal (MAP) kestirimi*

Abstract— The inverse problem of electrocardiography (ECG) aims to reconstruct cardiac electrical activity using body surface potential measurements and a mathematical model of the body. However, this problem is ill-posed; therefore, it is essential to use prior information and regularize the solution to get an accurate solution. Statistical estimation has been applied to the inverse ECG problem with success, but a "good" a priori probability model is required. There are deficiencies in the literature on how to obtain this a priori probability model, especially in sinus rhythm beats. In this study, Bayesian Maximum A Posteriori (MAP) estimation method is applied for solving the inverse ECG problem with data obtained under sinus rhythm conditions. Different training sets are constructed for

MAP using measured and the simulated data and these MAP solutions are compared with Tikhonov regularization in terms of relative error and correlation coefficient.

Anahtar Kelimeler — *Inverse problem of electrocardiography; Tikhonov regularization; Bayesian maximum a posteriori (MAP) estimation*

I. GİRİŞ

Ters elektrokardiyografinin amacı kalbin elektriksel aktivitesini vücut yüzeyi potansiyel ölçümleri ve vücudun matematiksel modelini kullanarak invaziv olmayan bir şekilde belirlemektir [1]. Ancak bu problem kötü konumlanmış bir problemdir; doğru ve tutarlı bir çözüm elde etmek için önsel bilgi kullanarak problemi düzenlemek gerekir. En sık kullanılan düzenleme yöntemlerinden biri Tikhonov düzenlemesidir. Bu yöntemde çözüm bir yandan ölçümlerle, diğer yandan da bir önsel bilgiyle uyumlu olması için seçilir [2].

Alternatif olarak istatistiksel kestirim yöntemleri de kullanılabilir. Bu yöntemlerde çözüm, olasılık dağılımları ile ifade edilir. En sık kullanılan istatistiksel yöntemlerden biri Bayes maksimum sonsal (maximum a posteriori (MAP)) kestirimidir. Bu metotta çözüm elektrogramların sonsal olasılık işlevini maksimum yapacak şekilde seçilir [3]. Bu yöntemin başarısı için "iyi" bir önsel bilgi kullanmak gerekmektedir. Bu önsel bilgi genellikle uygun şekilde tanımlanmış bir eğitim seti kullanılarak elde edilmektedir.

Daha önce benzer çalışmalar kalpte belli bir odaktan yayılan ektopik atım olduğu durumlarda gerçekleştirilmiştir. Bir çalışmada, yine ektopik atım varsayımıyla benzetim

sonucu elde edilen bir eğitim kümesinin istatistiksel kestirim sonuçlarındaki etkinliği incelenmiştir [5]. Ancak ektopik atımdan çok daha karmaşık bir yayılıma sahip olan sinüs ritim (normal kalp atımı) koşullarında önsel verinin nasıl elde edileceği konusunda çalışmalara ihtiyaç bulunmaktadır. Bir başka çalışmada sinüs ritim altındaki domuz kalplerinde MAP kullanılarak ters problem çözülmüştür, ancak eğitim için yine aynı deneylerde elde edilmiş gerçek veriler kullanılmıştır [6]. Klinik bir çalışmada gerçek kalp verilerine erişim oldukça kısıtlı olacağı için, benzetim verilerinden oluşturulacak eğitim kümelerinin, sinüs ritim altındaki test verileriyle Bayes MAP çözüm performansının değerlendirilmesine ihtiyaç vardır.

Bu çalışmada benzetimli ve ölçülmüş eğitim setlerinin kullanıldığı Bayes MAP kestirimi ile ters EKG problem çözümü yapılmıştır. Test verisi sinüs ritim altında kaydedilen deneysel köpek verisidir. Benzetimli eğitim seti oluşturulurken sinüs atım gibi daha komplike bir kalp aktivitesi yerine daha genel ve kolay tanımlanabilecek ektopik atım verileri kullanılmıştır ve test verisinin yapısı hakkında özel varsayımlar yapmaktan kaçınılmıştır. Bayes MAP yanında Tikhonov düzenlileştirilmesi de kullanılmıştır. Sonuçlar, nicel olarak bağıl hata ve ilinti katsayısı kullanılarak, nitel olarak da kalp potansiyel dağılımları incelenerek test verilerinin kendileriyle karşılaştırılmıştır.

II. YÖNTEMLER

A. Problemin Tanımı

Çözmeyi amaçladığımız problem denklem 1'deki şekilde ifade edilebilir:

$$y_i = Ax_i + n_i, i = 1, 2, \dots, T. \quad (1)$$

Burada y_i vücut yüzeyi potansiyel ölçüm vektörünü, x_i bulmayı amaçladığımız epikardiyal yüzey verisini (elektrogram), n_i gürültü vektörünü, i ise zaman anını belirtir. A ise vücut geometrisine ve iletkenliğine bağlı olarak, sınır elemanları yöntemi ile bulunan ileri problem çözüm matristir.

B. Tikhonov Düzenlileştirilmesi

Tikhonov düzenlileştirilmesi ters problem çözümlerinde en sık kullanılan yöntemlerden biridir. Çözüm, denklem 2'deki gibi tanımlanmıştır:

$$\hat{x} = \min_x \{ \|Ax - y\|^2 + \lambda^2 \|Lx\|^2 \}. \quad (2)$$

Burada L ters problem çözümünü kısıtlamaya yarayan düzenlileştirme matrisi, λ düzeltmenin derecesini kontrol eden düzenlileştirme parametresi, $\|\cdot\|$ de Öklit (l_2) normudur.

C. Bayes Maksimum Sonsal Dağılım Kestirimi

Bu yöntemde çözüm elektrogramların sonsal olasılık işlevini maksimum yapacak şekilde seçilir:

$$\hat{x}_{MAP} = \underset{x}{\operatorname{argmax}} p(x|y) = \underset{x}{\operatorname{argmax}} \frac{p(y|x)p(x)}{p(y)} \quad (3)$$

Burada $p(y|x)$ "likelihood" fonksiyonu, $p(x)$ de elektrogramların önsel olasılık dağılımıdır. Gürültünün ve

epikardiyal potansiyellerin Gauss dağılımına sahip olduğunu varsayarsak ($x \sim N(\mu_x, C_x)$, $n \sim N(0, C_n)$), çözüm denklem 3'teki şekilde ifade edilebilir [3]:

$$\hat{x}_{MAP} = (A^T C_n^{-1} A + C_x^{-1})^{-1} (C_x^{-1} \mu_x + A^T C_n^{-1} y) \quad (4)$$

III. TEST VE EĞİTİM VERİLERİ

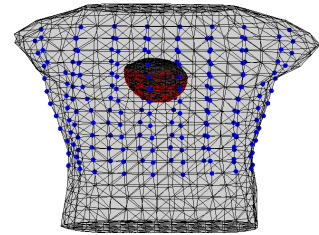
A. Deneysel Veri

Test verisi olarak EDGAR veri tabanında yer alan, Utah Üniversitesi Nora Eccles Harrison Kardiyovasküler Araştırma ve Eğitim Enstitüsünde kaydedilmiş veriler kullanılmıştır [4]. Bu deneylerde insan gövdesi şeklinde imal edilen tank içine yerleştirilmiş köpek kalpleri sinüs ritim protokolüyle uyarılmış, kalp ve gövde üzerindeki potansiyeller aynı anda 1000 Hz örnekleme hızında kaydedilmiştir. Gövdede 192 elektrot bulunmaktadır. Kalpte ise 247 noktadan ölçüm yapılmıştır. Deneyde çeşitli ilaç etkileri incelenmiştir. Ancak bu çalışmada sadece kontrol için alınan "ilaçsız protokol" verisi kullanılmıştır. Gövde ve kalbin geometrik modeli Şekil 1'de gösterilmiştir.

B. Test ve Eğitim Verisi

Bölüm III.A'da anlatılan deneysel verilerden bir atım test verisi olarak kullanılmıştır. Önsel olasılık oluşturmak (burada μ_x , C_x tanımı) için iki farklı eğitim verisi tanımlanmıştır:

1. Deneysel veri: Test verisi olarak kullanılmayan deney atımları eğitim verisi olarak kullanılmıştır. Test ve eğitim için aynı deney verisinin kullanılması gerçekçi bir yaklaşım değildir ancak ulaşılabilecek başarımlar hakkında bilgi vereceği için karşılaştırma amaçlı çalışmaya dahil edilmiştir.
2. Benzetim verisi: Başka bir çalışmada 490 düğümlü geometri için ektopik atım benzetimli veri kullanılmıştır [5]. Bu geometrideki 490 düğümün her birinden uyarım başlatılarak elde edilen benzetim verisi, yeni 247 noktalık geometri üzerine karşılaştırma yapılarak aktarılmıştır [7]. Bu benzetim verisiyle bir önsel olasılık elde edilmiştir.



Şekil 1: Kalbin vücut modeli içindeki konumu. Vücut yüzeyindeki elektrotlar mavi noktalar ile gösterilmiştir.

IV. SONUÇLAR

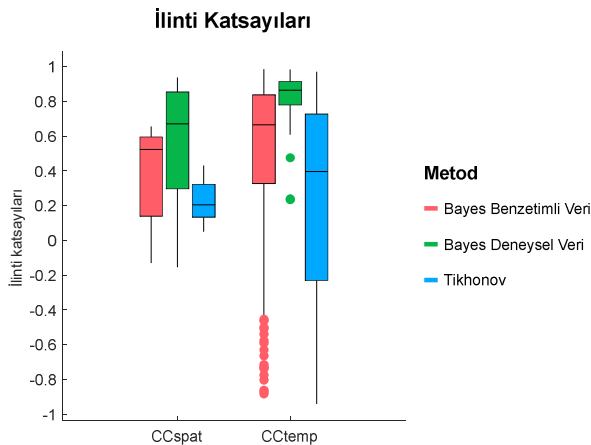
Tikhonov düzenlileştirilmesi ve iki farklı eğitim kümesiyle (önsel model) Bayes MAP yöntemi çözümleri ölçülmüş test verileriyle nicel ve nitel olarak karşılaştırılmıştır. Nicel

karşılaştırma için çözüm potansiyelleri ile ölçülmüş test verileri arasında uzamsal (her zaman anında, potansiyel vektörleri arasında) ve zamansal (her kalp döğümünde, zamana bağılı değışen kalp sinyalleri arasında) Pearson ilinti katsayısı (CC) ve göreli hata (RE) hesaplanmıştır. Nitel değıerlendirmeler için ise üç farklı zaman anında kalp yüzeyi potansiyel haritaları çıkartılmış ve bu haritalar birbirleriyle karşılaştırılmıştır.

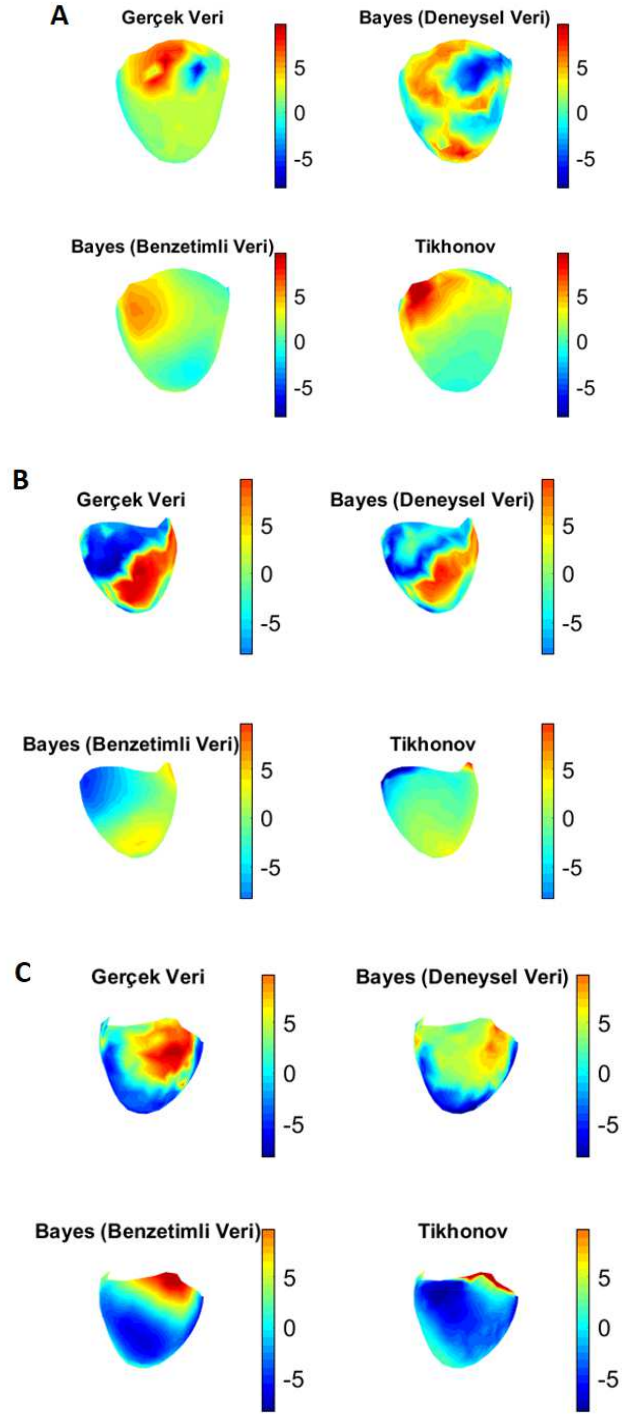
Şekil 2’de üç çözüm yöntemiyle elde edilen uzamsal (CCspat) ve zamansal (CCtemp) ilinti değıerlerinin kutu grafiğı (box-plot) paylaşılmıştır. Sonuçlar ilinti katsayıları bakımından değıerlendirildiğinde en yüksek ilinti katsayılarının deneysel veri kullanılarak Bayes çözümünde elde edildiğı görölmektedir. Benzetimli veri kullanılarak Bayes çözüldüğünde ise ilinti katsayıları deneysel veri kullanıldığı durumdaki kadar yüksek çıkmamış olsa da Tikhonov çözümünden belirgin olarak daha iyi bir çözüm elde edilmiştir. İlinti katsayıları bakımından en kötü sonuç Tikhonov çözümünden elde edilmiştir.

Tablo. 1’de üç farklı çözümün uzamsal (“spat”) ve zamansal (“temp”) ilinti katsayılarının ve göreli hatalarının medyan ve “inter-quartile range” (IQR) değıerleri verilmiştir. Bu tablo incelendiğinde de hem zamansal hem uzamsal ilinti katsayılarının benzetimli veri kullanılarak Bayes çözüldüğünde en yüksek çıktığı görölmektedir. En düşük ilinti katsayıları ise Tikhonov çözümünden elde edilmiştir. Sonuçlar göreli hata bakımından incelendiğinde de en düşük göreli hatanın deneysel veri kullanılarak Bayes çözüldüğünde, en yüksek göreli hatanın ise Tikhonov çözümünden elde edildiğı görölmektedir.

Şekil 3’te üç farklı zaman anı için gerçek veri ve üç çözümün grafikleri gösterilmektedir. Grafiklerde farklı renkler farklı epikardiyal potansiyel değıerlerine denk gelmektedir. Düşük potansiyel mavi renk ile yüksek potansiyel kırmızı renk ile ifade edilmiştir. Bu grafikler incelendiğinde en iyi sonucun deneysel veri kullanılarak Bayes uygulandığında elde edildiğı bir kez daha görölmüştür. Benzetimli veri kullanıldığında sonuçlar deneysel veri ile elde edilen sonuçlar kadar iyi olmasa da genel olarak geğıiş alanlarının (propagation wavefront) belirlediğı gözlenmiştir. Tikhonov çözümü ise gerçek verideki potansiyel dağılımlarını bulmakta yetersiz kalmıştır.



Şekil 2: Zamansal ve uzamsal ilinti katsayıları kutu grafiğı.



Şekil 3: QRS başlangıcından itibaren üç farklı zaman anındaki ölçülmüş ve ters problem çözümü ile elde edilmiş kalp yüzeyi potansiyel haritaları. (A) $t = 18$ ms, (B) $t = 35$ ms, (C) $t = 43$ ms.

TABLO I. ZAMANSAL/UZAMSAL İLİNTİ KATSAYILARI VE GÖRELİ HATA İÇİN MEDYAN VE IQR DEĞERLERİ.

Medyan (IQR)	İlinti Katsayıları ve Görelî Hata için Medyan ve IQR			
	CCspat	CCtemp	REspat	REtemp
Bayes (Deneyisel)	0.67 (0.56)	0.86 (0.13)	0.77 (0.67)	0.56 (0.21)
Bayes (Benzetimli)	0.52 (0.46)	0.67 (0.51)	0.88 (0.26)	0.86 (0.38)
Tikhonov	0.20 (0.19)	0.40 (0.96)	1.13 (0.33)	1.02 (0.35)

V. TARTIŞMA

Bu çalışmada, ters EKG probleminin deneysel veri ve benzetimli veri kullanarak eğitilmiş Bayes MAP yöntemi ile çözülmesi değerlendirilmiş, sonuçlar Tikhonov çözümleri ve gerçek test verileriyle karşılaştırılmıştır. Genel olarak Bayes MAP çözümlerinin Tikhonov çözümünden daha başarılı çıktığı gözlemlenmiştir.

Gerçek veri ile önsel olasılık hesaplanması klinik bir çalışmada gerçekçi değildir, böyle bir veriye erişim bulunmamaktadır. Ancak benzetimli veri kullanıldığı durumun değerlendirilmesi için bir referans oluşturmuştur. Burada benzetimli veri seti oluşturulurken sinüs atım gibi daha komplike bir kalp aktivitesi yerine daha genel ve kolay tanımlanabilecek ektopik atım verileri kullanılmıştır. Böylece eğitim seti ile ilgili varsayımlar en aza indirilmiştir. Buna rağmen benzetimli veri kullanan Bayes MAP yöntemi, Tikhonov'a kıyasla sinüs ritim test verisinden ters problem çözümlerini daha başarılı bir şekilde elde edebilmiştir.

İlerideki çalışmalarda test verisi hakkında daha fazla varsayım yapılacak, daha gerçekçi bu varsayımlarla elde edilen benzetim verilerinin eğitim için kullanılması konusunda çalışmalar yürütülecektir.

BİLGİLENDİRME

Bu çalışma TÜBİTAK 120N200 numaralı projeden desteklenmiştir.

KAYNAKÇA

- [1] Gulrajani, R.M. (1998). The forward and inverse problems of electrocardiography. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, 17(5), 84–101.
- [2] Cluitmans, M.J.M., et al. (2017). In vivo validation of electrocardiographic imaging, *JACC: Clinical Electrophysiology*, 3(3), 232–242.
- [3] Serinagaoglu Y., et al. (2005). Bayesian solutions and performance analysis in bioelectric inverse problems, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 52(6), 1009–1020.
- [4] EDGAR. Experimental Data and Geometric Analysis Repository, <http://edgar.sci.utah.edu/>.
- [5] Serinagaoglu Y., et al. (2020). Use of Simulated Data for the Estimation of Prior Models in Kalman Filter-Based ECGI, CINC 2020.
- [6] Serinagaoglu Y., et al. (2021). Electrocardiographic Imaging of Sinus Rhythm in Pig Hearts using Bayesian Maximum A Posteriori Estimation, CINC 2021.
- [7] Stoks et al. (2020). An Open-Source Algorithm for Standardized Bullseye Visualization of High-Resolution Cardiac Ventricular Data: UNISYS, CINC 2020.