Mánudagur 13. október

Háskólinn í Reykjavík

Miðannarpróf í Tölvugrafík

Haust 2003

Nafn: ______________________________

Kennitala: ______________________________

Leyfileg hjálpargögn: vasareiknir

Krossfeldi vektora: $a \times b = (a_Y b_Z - a_Z b_Y)i + (a_Z b_X - a_X b_Z)j + (a_X b_Y - a_Y b_X)k$

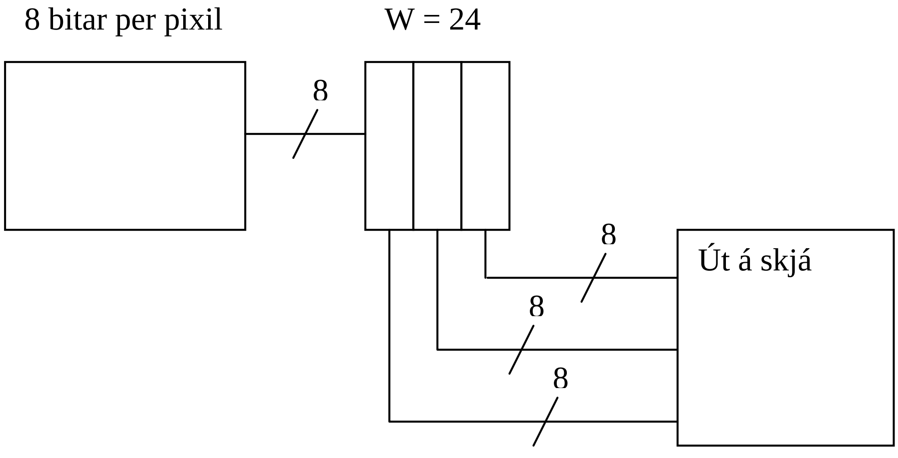
Stikaform línu: $P(t) = A + ct$

Point-normal form: $n \circ (R - B) = 0$

1. Gefið svör um stærðir í KB og/eða MB
   a) (5%) Hvað þarf framebuffer í skjákorti að vera stór til þess að geta geymt mynd með 12 bita litadýpt fyrir skjáupplausn 1024x768?

$$\frac{1024 \cdot 768 \cdot 12}{8 \cdot 1024} = 1152KB = 1{,}125MB$$

   b) (8%) Ef aðeins væri hægt að geyma 256 mismunandi gildi per pixil í frame buffer en maður vildi nota LUT (lookup table) til að geyma true color liti, hvernig myndi sú uppsetning líta út? Sýnið á myndinni fjölda bita sem notaðir eru til að geyma og senda gögn á leiðinni frá frame buffer og fram á skjá.



   c) (7%) Hvað þyrfti frame buffer í b) lið að vera stór og hve mikið pláss myndi LUT taka að auki?

$$FB = \frac{1024 \cdot 768 \cdot 8}{1024 \cdot 8} = 768KB = 0{,}75MB$$

$$LUT = \frac{24 \cdot 256}{8} = 768bæti = 0{,}75KB$$

2. Gefinn er veraldargluggi (W.l, W.r, W.b, W.t) og sjóngluggi (V.l, V.r, V.b, V.t). Fyrir hver hnit (x, y) teiknuð í veraldargluggann má finna samsvarandi hnit (sx, sy) í sjónglugganum (þannig að hlutföll haldist) með tveimur jöfnum:

   $sx = Ax + C$

   $sy = By + D$

   a) (10%) Sýnið hvernig má leiða jöfnuna fyrir x-gildin ásamt stuðlunum A og C út frá staðsetningum x og sx miðað við kanta glugganna.

Hér væri best að teikna mynd til að útskýra hvar V.l, V.r, W.l, W.r, x og sx eru.

$$\frac{sx - V.l}{V.r - V.l} = \frac{x - W.l}{W.r - W.l} \Leftrightarrow sx - V.l = \frac{x - W.l}{W.r - W.l}(V.r - V.l)$$

$$\Leftrightarrow sx = (x - W.l)\frac{V.r - V.l}{W.r - W.l} + V.l = \frac{V.r - V.l}{W.r - W.l}x + V.l - \frac{V.r - V.l}{W.r - W.l}W.l$$

þar sem $A = \frac{V.r - V.l}{W.r - W.l}$ og $C = V.l - A \cdot W.l$

þá er $sx = Ax + C$

   b) (10%) Í hvaða hnit í sjónglugga (V.l, V.r, V.b, V.t) = (0, 640, 0, 480) færi punkturinn (0,5 ; 0,0) sem teiknaður væri í veraldarglugga (W.l, W.r, W.b, W.t) = (-1, 1, -1, 1)?

$$A = \frac{640}{2} = 320$$

$$B = \frac{480}{2} = 240$$

$$C = 0 - (-1) \cdot 320 = 320$$

$$D = 0 - (-1) \cdot 240 = 240$$

$$sx = 320 \cdot 0.5 + 320 = 160 + 320 = 480$$

$$sy = 240 \cdot 0.0 + 240 = 240$$

$$(sx, sy) = (480{,}240)$$

3. Gefnar eru tvær jöfnur sem snúa punktinum (x, y) um hornið θ í kringum punktinn (0, 0):

$$x' = \cos\theta \cdot x - \sin\theta \cdot y$$

$$y' = \sin\theta \cdot x + \cos\theta \cdot y$$

a) (5%) Búið til fylkið M þannig að $M\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix}$

$$M = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) (15%) Notið þetta fylki (ásamt öðrum) til að búa til vörpunarfylki sem snýr punkti (x, y) í 60° utan um punktinn (2, -3).

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} \cos 60° & -\sin 60° & 0 \\ \sin 60° & \cos 60° & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_3 M_2 M_1 = \begin{pmatrix} \cos 60° & -\sin 60° & 2 \\ \sin 60° & \cos 60° & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos 60° & -\sin 60° & -2\cos 60° - 3\sin 60° + 2 \\ \sin 60° & \cos 60° & -2\sin 60° + 3\cos 60° - 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}5 & -0{,}866 & -1{,}598 \\ 0{,}866 & 0{,}5 & -3{,}232 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Gefið er fallið `drawCube()` sem teiknar tening með horn í $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ (öllum möguleikum), þ.e. með miðju í (0, 0, 0) og hliðarlengd 2. Útfærið fallið `drawScene()` sem notar OpenGL föll ásamt fallinu `drawCube()` til að teikna tening sem hefur miðju í (8, 6, 10), hliðarlengd 6 og hefur verið snúið 45° utan um vektorinn (4, 3, 5) og síðan annan sem hefur eitt horn í (0, 0, 0) og annað í (4, 4, 4) og hefur kanta sem allir liggja samsíða ásum hnitakerfisins. Gerið ráð fyrir að litir og ljós hafi þegar verið sett og að það grunnhnitakerfi sem þessar staðsetningar skuli miðast við hafi þegar verið skilgreint. Kallað er á fallið `drawScene()` úr display falli sem sér um allt nema bara að teikna þessa teninga.
(15%)

```
void drawScene()
{

      glPushMatrix();
      glTranslated(8.0, 6.0, 10.0);
      glScaled(3.0, 3.0, 3.0);
      glRotated(45.0, 4, 3, 5);
      drawCube();
      glPopMatrix();

      //seinni hluti – útgáfa 1
      glPushMatrix();
      glTranslated(2.0, 2.0, 2.0);
      glScaled(2.0, 2.0, 2.0);
      drawCube();
      glPopMatrix();
      //útgáfu 1 lokið

      //seinni hluti – útgáfa 2
      glPushMatrix();
      glScaled(2.0, 2.0, 2.0);
      glTranslated(1.0, 1.0, 1.0);
      drawCube();
      glPopMatrix();
      //útgáfu 2 lokið

}
```

5. Gefnir eru punktar:
   A = (1, 3, 4), B = (2, 5, 1), C = (0, 0, -3), D = (5, 0, 0) og E = (3, 5, -2).

   a) (5%) Finnið stikaform línu sem liggur um punktana A og B.

$$B - A = \begin{pmatrix} 2-1 \\ 5-3 \\ 1-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$L(t) = (1, , 1) + (1,\ 2,\ -3)t$$

   b) (10%) Finnið point-normal form plans sem punktar C, D og E liggja allir í.

$$d = D - C = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$e = E - C = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$d \times e = \begin{pmatrix} -15 \\ 9-5 \\ 25 \end{pmatrix} = (-15,\ 4,\ 25)$$

$$\text{PNF}: (-15,\ 4,\ 25) \circ ((x,\ y,\ z) - (0,\ 0,\ -3)) = 0$$

$$\text{PNF}: \text{-15x} + \text{4y} + \text{25z} = \text{-75}$$

c) (10%) Finnið skurðpunkt línunnar í a) lið og plansins í b) lið.

Í PNF plansins set ég inn punkt á línunni í stað (x, y, z). Kalla punktinn L(t_{hit}).

$$\begin{pmatrix}-15\\4\\25\end{pmatrix}\circ\left(L(t_{hit})-\begin{pmatrix}0\\0\\-3\end{pmatrix}\right)=0$$

$$\begin{pmatrix}-15\\4\\25\end{pmatrix}\circ\left(\begin{pmatrix}1\\3\\4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}t_{hit}-\begin{pmatrix}0\\0\\-3\end{pmatrix}\right)=0$$

skipti síðan upp innfeldinu

$$\begin{pmatrix}-15\\4\\25\end{pmatrix}\circ\left(\begin{pmatrix}1\\3\\4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0\\0\\-3\end{pmatrix}\right)+\begin{pmatrix}-15\\4\\25\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}t_{hit}=0$$

$$t_{hit}=\frac{\begin{pmatrix}-15\\4\\25\end{pmatrix}\circ\left(\begin{pmatrix}0\\0\\-3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\3\\4\end{pmatrix}\right)}{\begin{pmatrix}-15\\4\\25\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}}=\frac{\begin{pmatrix}-15\\4\\25\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}-1\\-3\\-7\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}-15\\4\\25\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}}=\frac{-172}{-82}=2.09756$$

nú er tíminn t_{hit} kominn og þá er að vita hver punkturinn góði L(t_{hit}) sem gengur upp í báðar jöfnurnar er!

$$L(t_{hit})=\begin{pmatrix}1\\3\\4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}\frac{172}{82}\approx\begin{pmatrix}3{,}098\\7{,}195\\-2{,}293\end{pmatrix}$$