习题答案与提示

第一章

习题 1.2

1. 2^m　　2. $p\ge 0$　　3. $\sqrt{3}<a<2$ 或 $a<-\sqrt{3}$.　　4. 略.　　5. 略.

习题 1.3

1. 设摄氏温度为 C, 华氏温度为 F, 则 $F=\dfrac{9C}{5}+32$

2. $y=x-\dfrac{g}{v_0^2}\cdot x^2$， $v_0=500$ m/秒， g 为重力加速度， 值域 $[0,\dfrac{v_0^2}{4g}]$.

3.（1） $[-1,1)$　（2） $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$　（3） $(-1,2)$

（4）$\mathbb{R}$　（5） $(-\infty,0)$　（6） $(-1,0)\cup(0,3]$

4.（1）不相等，因为定义域不同.　（2）相等.

（3）不相等，对应法则不同.　（4）不相等，因为定义域不同.

5.（1）无界；　（2）有界, $0<f(x)\le 1$；　（3）有界, $|f(x)|<\dfrac{\pi}{2}$.

6.（1）奇函数；　（2）非奇非偶函数；　（3）奇函数

（4）奇函数；　（5）偶函数.

习题 1.4

1. $f[f(x)]=\dfrac{1+x}{2+x}$, $f\{f[f(x)]\}=\dfrac{2+x}{2x+3}$, $\dfrac{f(x)}{f[f(x)]}=\dfrac{2+x}{(1+x)^2}$

2. $f(x)=x^2-2, x\in(-\infty,-\sqrt{2}]\cup[\sqrt{2},+\infty)$

3.（1） $f^{-1}(x)=x^3-1, x\in\mathbb{R}$；　（2） $f^{-1}(x)=\log_2\dfrac{x}{1-x}, x\in(0,1)$；

（3） $f^{-1}(x)=e^{x-1}-2, x\in\mathbb{R}$；　（4） $f^{-1}(x)=\begin{cases}-\sqrt{\dfrac{1-x}{2}}, & x<-1\\ x^{\frac{1}{3}}, & -1\le x\le 8\\ \dfrac{x+16}{12}, & x>8\end{cases}$.

4. （1） $y=\arcsin\sqrt{x}$ 是由基本初等函数 $y=\arcsin u$，$u=\sqrt{x}$ 复合而成.

（2）$y=\ln^3\left(x^3-1\right)$ 是由基本初等函数 $y=u^3$，$u=\ln v$ 与函数 $v=x^3-1$ 复合而成.

（3） $y=e^{\sin x^2}$ 是由基本初等函数 $y=e^u$，$u=\sin v$， $v=x^2$ 复合而成.

（4） $y=\sin e^{2x}$ 是由基本初等函数 $y=\sin u$， $u=e^v$， $v=2x$ 复合而成.

5. 1.

6. $\varphi(x)=\arcsin(1-x^2)$， $-\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2}$.

第二章

习题 2.1

1.（1） $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{3^n}=0$；　　（2） $\lim\limits_{n\to\infty}(2+\frac{1}{n^2})=2$；

（3） $\lim\limits_{n\to\infty}(-1)^n n$ 不存在；　　（4） $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+(-1)^n}{1000}$ 不存在.

2. 略

3. 提示：利用数列极限的 $\varepsilon-N$ 定义证明，考虑数列 $a_n=(-1)^n$.

4. （1） $\lim\limits_{x\to1}(x^2-3x+2)=0$；　　（2） $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2+1}{2x^2}=\frac{1}{2}$；

（3） $\lim\limits_{x\to0}\sin\frac{1}{x}$ 不存在；　　（4） $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=0$.

5. 略

6. （1） 因为 $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}(x^2+1)=1$， $\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to0^-}(3x+1)=1$，所以

$\lim\limits_{x\to0}f(x)=1$

（2） 因为 $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{|x|}{x}=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{x}{x}=1$， $\lim\limits_{x\to0^-}\frac{|x|}{x}=\lim\limits_{x\to0^-}\frac{-x}{x}=-1$，所以 $\lim\limits_{x\to0}\frac{|x|}{x}$ 不存在.

习题 2.2

1. （D）
2. （B）

3. （1） $\frac{1}{2}$；　（2） 0；　（3） $\frac{1}{4}$；　（4） $\frac{2\times3^{20}}{25}$；

（5） 1；　（6） ∞；　（7） n；　（8） $\frac{1}{2}$.

4. 提示：不妨设$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=a<1$，利用数列极限的$\varepsilon-N$定义证明.

5. 提示：取$a_n=\dfrac{1}{2n\pi}$，$b_n=\dfrac{1}{(2n+1)\pi}$，验证$\lim\limits_{n\to\infty}\cos a_n\neq\lim\limits_{n\to\infty}\cos b_n$

6. (1) $a=1,b=2$ (2) $a=1,b=-1$

习题 2.3

1. (1) 提示：先证a_n单调递增，再证$0<a_n<2$. $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=2$

   (2) 提示：先证a_n单调递减，再证$a_n>0$. $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\sqrt{c}$

2. (1) 0 ； (2) 1　提示：$1<(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+......+\dfrac{1}{n})^n<\sqrt[n]{n}$.

3. 提示：利用恒等式$f(x)^{g(x)}=e^{g(x)\ln f(x)}$

4. （1）3； (2) 1； (3) 2； （4） e^2；

   （5） e^{-2}； (6) e^{x+1}； （7） e^{-1}； （8） e^3.

5. (1) $x\to0$时，x^3是比x^2+3x的高阶无穷小；

   (2) $x\to1$时，$1-x$是$1-x^3$的同阶无穷小，但不是等价无穷小.

6. (D)

7. (B)

8. (1) $\dfrac{3}{2}$； (2) $\begin{cases}1 & n=m\\0 & n>m\\\infty & n<m\end{cases}$； (3) $\dfrac{1}{2}$； (4) $\dfrac{1}{6}$.

9. 略

习题 2.4

1. (1) $x=0$为第二类无穷间断点；

   (2) $x=-2$为第二类无穷间断点，$x=1$为第一类可去间断点；

   (3) $x=0$为第一类可去间断点，$x=k\pi$（k为非零整数）为第二类无穷间断点；

（4） $x=0$为第二类振荡间断点；

（5） $x=0$为第一类可去间断点；

（6） $x=1$为第一类跳跃间断点.

2. （1） 0； （2） 1； （3） 1； （4）$\frac{1-\sqrt{3}}{2}$； （5） $\cos a$； （6） 1； （7） 1.

3. $a=2$.

4. $a=1,b=0$

5. 提示：设 $f(x)=\sin x+x+1$，利用零点定理.

总习题 2

1. e^{a-b}. 2. $a=2$. 3. 0. 4. 2. 5. $k=\frac{3}{4}$.

6. （C） 7. （D） 8. $1<k<2$. 9. $-\frac{1}{2}$.

10. $x=1$为第一类可去间断点； $x=0$为第一类跳跃间断点； $x=-1$第二类无穷间断点.

11. $x=0,x=1$为第一类可去间断点， $x=-1$为第二类无穷间断点.

12. $x=1$为第一类跳跃间断点， $x=0$为第二类无穷间断点.

第三章

习题 3.1

1. （1） $dy=-\sin x_0dx$； （2） $dy=(1-x_0+{x_0}^2-{x_0}^3)dx$；

（3） $dy=n{x_0}^{n-1}dx$； （4） $dy=\frac{1}{3}{x_0}^{-\frac{2}{3}}dx$.

2. （1） $dy=\frac{1}{x}dx$； （2） $dy=(\cos x+nx^{n-1})dx$；

（3） $dy=(\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}+5)dx$； （4） $dy=(2x\cos x-x^2\sin x)dx$.

3. 直线： $y=x-1$

习题 3.2

1. （1）$\frac{dy}{dx}=a$；　（2）$f'(1)=-8$，$f'(2)=0$，$f'(3)=0$.

2. $y=2-x$

3. 12 m/s

4. (1) $3f'(x_0)$；　（2）$-f'(x_0)$；　（3）$2f'(x_0)$.

5. (1) $y'=\frac{3}{2}\sqrt{x}$, $dy=\frac{3}{2}\sqrt{x}dx$；　（2）$y'=-\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$, $dy=-\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}dx$；

   （3）$y'=-\frac{2}{x^3}$, $dy=-\frac{2}{x^3}dx$；　（4）$y'=\frac{7}{6}x^{\frac{1}{6}}$, $dy=\frac{7}{6}x^{\frac{1}{6}}dx$.

6. (1) 函数在 $x=0$ 处连续，不可导；

   (2) 函数在 $x=0$ 处连续且可导.

7. 略

8. $a=2$, $b=-1$.

习题 3.3

1. （1）$y'=6x+5$；　（2）$y'=\frac{3}{x^2}-\frac{2}{x^3}$；　（3）$y'=x(1+2\ln x)$；

   （4）$y'=6e^x\cos x$；　（5）$y'=\frac{x\cos x-\sin x}{x^2}$；　（6）$y'=-\frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$.

2. $f'(0)=\frac{3}{25}$；　$f'(2)=\frac{17}{15}$.

3. （1）$y'=10(2x+1)^4$；　（2）$y'=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$；　（3）$y'=-2xe^{-x^2}$

   （4）$y'=2x\arcsin\frac{1}{x}-\frac{|x|}{\sqrt{x^2-1}}$；　（5）$y'=\sec x$；　（6）$y'=\frac{1}{\cos x}$；

   （7）$y'=\frac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$；　（8）$y'=e^{2x}(2\sin 3x+3\cos 3x)$；

   （9）$y'=\arcsin\frac{x}{2}$；　（10）$y'=\frac{1}{x\cdot\ln x\cdot\ln(\ln x)}$；

   （11）$y'=\frac{1}{x^2+1}$；　（12）$y'=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

4. （1） $dy=3\sin(1-3x)dx$； （2） $dy=\cos x e^{\sin x}dx$；

（3） $dy=\dfrac{e^{x}dx}{1+e^{2x}}$ ； （4） $dy=\dfrac{xdx}{x^{2}+1}$.

5. （1） 0.5151； （2） 0.0175； （3） 1.0067； （4） 8.9444.

6. -43.63cm^{2}； 104.72cm^{2}.

习题 3.4

1. （1）略； （2） $n=2$.

2. （1） $\dfrac{2(1-x^{2})}{(1+x^{2})^{2}}$； （2） $-\dfrac{a^{2}}{(a^{2}-x^{2})^{3/2}}$； （3） $\dfrac{2}{(1+x^{2})^{2}}$；

（4） $-2e^{-x}\cos x$； （5） $e^{-\frac{x^{2}}{2}}(x^{2}-1)$； （6） $4(1+x)e^{2x}$；

（7） $-\dfrac{x}{(1+x^{2})^{3/2}}$； （8） $-\dfrac{2x}{\sqrt{4-x^{2}}}$.

3. (1) $y^{(4)}=\dfrac{2}{(x-1)^{3}}$； (2) $y'''=\dfrac{4}{(1+x^{2})^{2}}$； （3） $y'''(\dfrac{1}{2})=8$；

(4) $y^{(10)}=2^{8}(-4x^{2}\sin 2x+40x\cos 2x+45\sin 2x)$.

4. (1) $2^{n-1}\sin(2x+\dfrac{n-1}{2}\pi)$； （2） $(n+x)e^{x}$； (3) $\dfrac{2(-1)^{n}n!}{(1+x)^{n+1}}$.

习题 3.5

1. （1） $-\dfrac{x}{y}$； （2） $\dfrac{e^{x+y}-y}{x-e^{x+y}}$ 或 $\dfrac{y(x-1)}{x(1-y)}$； （3） $-\dfrac{y}{x+e^{y}}$； （4） $\dfrac{\sqrt{1-y^{2}}\cdot e^{x+y}}{1-\sqrt{1-y^{2}}\cdot e^{x+y}}$.

2. (1) $2t$； （2） $\dfrac{2t}{1-t^{2}}$； （3） $\dfrac{\sin\theta}{1-\cos\theta}$； （4） $\dfrac{\cos t-\sin t}{\sin t+\cos t}$.

3. (1) $-\dfrac{1}{y^{3}}$； (2) $\dfrac{4\sin y}{(\cos y-2)^{3}}$； (3) $\dfrac{4}{9}e^{3t}$； （4） $\dfrac{1}{(1+\cos t)^{2}}$； （5） $t-\dfrac{1}{t}$.

4. （1） $(1+x)^{\frac{1}{x}}[\dfrac{1}{x(1+x)}-\dfrac{1}{x^{2}}\ln(1+x)]$； （2） $\dfrac{\sqrt{x+2}\cdot(3-x)^{4}}{(x+1)^{5}}[\dfrac{1}{2(x+2)}-\dfrac{4}{3-x}-\dfrac{5}{x+1}]$.

5. $\dfrac{16}{25\pi}$m/min.

总习题 3

1. $-f'(0)$.　　2. $2e$.　　3. -2.　　4. $(-1)^{n-1}(n-1)!$.

5. $-2^n(n-1)!$.　　6. $(1+3x)e^{3x}$.　　7. (D).　　8. (A).

9. (D).　　10. $2x+y=0$.　　11. $y-x+\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\ln 2=0$.

12. 1.　　13. 4.　　14. 1.　　15. $\sqrt{2}$.

第四章

习题 4.1

1. $\xi=\frac{\pi}{2}$.　　2. $\xi=\sqrt{\frac{4-\pi}{\pi}}$.　　3. 略.　　4. 略.

5. 有分别位于区间 $(1,2)$, $(2,3)$, $(3,4)$ 内的 3 个根.

6. 略.

7. **提示**: 令 $F(x)=f(x)\sin x$，并在区间 $[0,\pi]$ 上应用罗尔中值定理.

8. 略.

9. 略.

10. **提示**：令 $f(x)=\frac{e^x}{x}, g(x)=\frac{1}{x}$，并在区间 $[a,b]$ 上应用柯西中值定理.

习题 4.2

1. 单调递增.　　2. 单调递减.　　3. 略.

4. （1）在 $(-\infty,-1],[3,+\infty)$ 上单调递增，在 $(-1,3)$ 上单调递减；

（2）在 $(-\infty,-\frac{1}{2}],[\frac{11}{18},+\infty)$ 上单调递增，在 $(-\frac{1}{2},\frac{11}{18})$ 上单调递减；

（3）在 $(-\infty,0),(0,\frac{1}{2}],[1,+\infty)$ 上单调递减，在 $(\frac{1}{2},1)$ 上单调递增；

（4）在 $(-\infty,\frac{2}{3}a],[a,+\infty)$ 上单调递增，在 $(\frac{2}{3}a,a)$ 上单调递减；

（5）在 $(0,\frac{1}{2}]$ 上单调递减，在 $(\frac{1}{2},+\infty)$ 上单调递增；

（6）在 $(-\infty,+\infty)$ 内单调递增.

5. 略.

6. 有分别位于区间$(-\infty,-1)$，$(-1,3)$，$(3,+\infty)$内的 3 个根.

7.（1）拐点$(\frac{5}{3},\frac{20}{27})$，在$(-\infty,\frac{5}{3})$内上凸，在$(\frac{5}{3},+\infty)$内上凹；

（2）没有拐点，处处上凹；

（3）拐点$(\frac{1}{2},e^{\arctan\frac{1}{2}})$，在$(-\infty,\frac{1}{2})$内上凹，在$(\frac{1}{2},+\infty)$内上凸；

（4）拐点$(-1,\ln 2),(1,\ln 2)$，在$(-\infty,-1),(1,+\infty)$内上凸，在$(-1,1)$内上凹；

（5）拐点$(1,-7)$，在$(0,1)$内上凸，在$(1,+\infty)$内上凹；

（6）拐点$(2,2e^{-2})$，在$(-\infty,2)$内上凸，在$(2,+\infty)$内上凹.

8. $(1,-4)$，$(0,0)$，$(1,4)$.

9. $k=\pm\frac{\sqrt{2}}{8}$.

10.（1）水平渐进线$y=0$；

（2）水平渐进线$y=0$，垂直渐近线$x=\pm1$；

（3）垂直渐近线$x=-1$，斜渐近线 $y=x-3$；

（4）垂直渐近线$x=\pm1$，斜渐近线 $y=x$；

（5）无水平和垂直渐近线，斜渐近线 $y=2x\pm\frac{\pi}{2}$.

11. $a=1,b=-3,c=-24,d=16$.

习题 4.3

1.（1）极大值$f(-1)=\frac{5}{3}$，极小值$f(3)=-9$；

(2) 极小值$y(0)=0$；

(3) 极大值$y(e^2)=4e^{-2}$，极小值$y(1)=0$；

(4) 极大值$y(\frac{3}{4})=\frac{5}{4}$；

(5) 极大值$y(\frac{\pi}{4}+2k\pi)=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}+2k\pi}$，极小值$y[\frac{\pi}{4}+(2k+1)\pi]=-\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}+(2k+1)\pi}$（$k\in Z$）；

（6）极大值 $f(0)=0$，极小值 $f(\frac{2}{5})=-\frac{3}{25}\sqrt[3]{20}$.

2.（1）最大值 $y(1)=y(0)=1$，最小值 $y(\frac{1}{2})=\frac{3}{5}$；

（2）最大值 $y(\frac{3}{4})=\frac{5}{4}$，最小值 $y(-5)=-5+\sqrt{6}$；

（3）最大值 $y(0)=\frac{\pi}{4}$，最小值 $f(1)=0$；

（4）最大值 $f(-10)=132$，最小值 $f(1)=f(2)=0$.

3. $a=2$，极大值 $\sqrt{3}$.

4. $h=\frac{2}{\sqrt{3}}R$.

5. （1） $L'(Q)=60-0.2Q$， $L'(200)=20$， $L'(400)=-20$；

（2） $Q=300$.

6. $\varphi=\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

7. $x=\sqrt{\frac{40}{4+\pi}}\text{m}$.

8. D 应设在距离 A 30 km 处.

习题 4.4

略

习题 4.5

1. （1）1；（2）$\frac{2}{3\sqrt[6]{a}}$；（3）1；（4）2；（5）$-\frac{3}{5}$；

（6）$-\frac{1}{8}$；（7）$+\infty$；（8）$\frac{4}{\pi}$；（9）0；（10）$\frac{1}{2}$；

（11）$\frac{1}{6}$；（12）1；（13）1；（14）1.

2. 略

习题 4.6

1. $f(x)=-56+21(x-4)+37(x-4)^2+11(x-4)^3+(x-4)^4$.

2. $f(x)=1-9x+30x^2-45x^3+30x^4-9x^5+x^6$.

3. $\sqrt{x}=2+\frac{1}{4}(x-4)-\frac{1}{64}(x-4)^2+\frac{1}{512}(x-4)^3-\frac{5}{128\xi^{\frac{7}{2}}}(x-4)^4$,

（ξ在x与 4 之间）.

4. $\frac{1}{x}=-[1+(x+1)+(x+1)^2+(x+1)^3+\cdots+(x+1)^n]+\frac{(-1)^{n+1}}{\xi^{n+2}}(x+1)^{n+1}$,

（ξ在x与-1之间）.

5. （1） $\ln\cos x=-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{12}x^4+o(x^4)$；

（2） $e^{\sin x}=1+x+\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{8}x^4+o(x^4)$；

（3） $\frac{1}{1+e^x}=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}x+\frac{1}{48}x^3+o(x^4)$；

（4） $\ln(x+\sqrt{1+x^2})=x-\frac{1}{6}x^3+o(x^4)$.

习题 4. 7

1. （1） $ds=\frac{1+x^2}{1-x^2}dx$； （2） $ds=\frac{3}{2}a\left|\sin 2t\right|dt$； （3） $ds=2a\left|\cos\frac{\theta}{2}\right|d\theta$.

2. 在 $x=-\frac{b}{2a}$ 处曲率最大.

3. （1） $K=2$； （2） $K=1$； （3） $K=\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

4. $K=\frac{3}{\sqrt{2}}$.

5. （1） $\rho=\frac{(2x+p)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{p}}$ ； （2） $\rho=\frac{[(b^2-a^2)x^2+a^4]^{\frac{3}{2}}}{a^4b}$；

(3) $\rho=\frac{[(a^2+b^2)x^2-a^4]^{\frac{3}{2}}}{a^4b}$； （4） $\rho=\frac{(b^2\cos^2 t+a^2\sin^2 t)^{\frac{3}{2}}}{ab}$.

6. 点 $(\frac{\pi}{2},1)$ 处曲率半径有最小值 1.

7. $(\xi-3)^2+(\eta+2)^2=8$.

总习题 4

1. ak.

2. 略.

3. 提示：令 $F(x)=e^{x}f(x)$，并在区间 $[a,b]$ 上应用罗尔中值定理.

4. （1）$\frac{1}{3}$；　　（2）$\frac{1}{6}$.

5. 提示：令 $F(x)=\ln x$.

6. 略.

7. 当 $a>-2$ 时，方程有二个实根；当 $a=-2$ 时，方程仅有一个实根；当 $a<-2$ 时，方程没有实根.

8. 极大值 $f(0)=2$，极小值 $f(e^{-1})=(\frac{1}{e})^{\frac{2}{e}}$.

9. $x=\frac{\pi}{2}$ 时，曲率半径最小，最小值为 1.

10. $x=(\frac{4}{5k^{2}})^{\frac{1}{4}}$.

第五章

习题 5. 1

1. 略.

2. （1）$\int_{1}^{3}\frac{1}{x}dx=\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{1}{1+\frac{2i}{n}}\frac{2}{n}$；　　（2）$\int_{1}^{2}(8-x^{3})dx=\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{n}[8-(1+\frac{i}{n})^{3}]\frac{1}{n}$.

3. 略.

4. $A=\int_{0}^{1}x^{2}dx=\frac{1}{3}$.

5. （1）$-15\le\int_{-1}^{2}(2x^{3}-3x^{2})dx\le 12$；　　（2）$-\frac{9}{8}\le\int_{-0.5}^{1.5}(-x^{4}+2x^{2})dx\le 2$；

（3）$8\le\int_{-2.5}^{0.5}\frac{3x^{2}+4x+4}{x^{2}+x+1}dx\le 12$.

6. (1) $\int_{0}^{1}2xdx\ge\int_{0}^{1}2x^{2}dx$；　　（2）$\int_{1}^{3}2xdx\le\int_{1}^{3}2x^{2}dx$；

（3）$\int_{0}^{\sqrt{2}}xdx\le\int_{0}^{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^{2}}dx$；　　（4）$\int_{1}^{2}e^{x}dx\ge\int_{1}^{2}exdx$.

习题 5.2

1. $2e^{-1}$.

2. (1) $\frac{1}{\sqrt{1+x}}+\frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos x}}$ ；　　（2） $2xg'(x^2)f[g(x^2)]$.

3. $\frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{1}{t^4\ln t}$.

4. $\frac{dy}{dx}=-\frac{\sqrt{x}}{2\cos 2y}$.

5. 极小值 $f(1)=-\frac{17}{12}$.

6. （1）∞；　　（2）0.

7. （1）$-\frac{1}{42}$；　（2）2 ；　（3）$\sqrt{2}-1$；　（4）13；

（5）$\frac{1}{2}$；　（6）$4-2\ln 2$；　（7）4;　（8）$\frac{2}{11}$.

8. $\frac{\pi}{6}+\ln 2$.

9. $a=0$， $F'(x)$ 连续.

10. $f(x)=\begin{cases}\frac{x^3}{3}-\frac{x}{2}+\frac{1}{3} & 0\le x<1\\ \frac{x}{2}-\frac{1}{3} & x\ge 1\end{cases}$.

习题 5.3

1. $y=\frac{5}{2}x^2+C$， $y=5(\frac{1}{2}x^2+1)$.

2. （1）$\frac{5}{4}x^4-2x^2+x+C$ ；　（2）$-\frac{2}{3}x^{-\frac{3}{2}}+C$；

（3）$\ln|x|-3\arcsin x+C$；　（4）$\frac{1}{3}x^3+2x-\frac{1}{x}+C$；

（5）$\frac{2}{5}u^{\frac{5}{2}}+\frac{1}{2}u^2-\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}-u+C$；　（6）$-\frac{2}{3}x^{-\frac{3}{2}}-e^x+\ln|x|+C$；

（7）$\tan x-\sec x+C$；　（8）$\frac{2^x}{\ln 2}-\cos x+C$；

（9）$\arctan x-\frac{1}{x}+C$；（10）$-\cot x-x+C$；

（11）$-4\cot x+C$；（12）$-\frac{1}{4}(\cot\theta+\tan\theta)+C$.

习题 5.4

1. （1）$-\frac{1}{5}\cos(5t+2)+C$；（2）$-\sqrt{3-2t}+C$；（3）$-\frac{2}{3}e^{-x^3}+C$；

（4）$\frac{1}{2}\ln^2 x+C$；（5）$\frac{1}{6}\tan^6 x+C$；（6）$\arctan(e^x)+C$.

2. （1）$\frac{5\sqrt{5}}{3}$；（2）$\frac{4}{3}$；（3）$\frac{1}{6\sqrt{2}}$；

（4）$1-\cos 1$；（5）$\arctan e-\frac{\pi}{4}$；（6）$\frac{4}{5}(3^{\frac{5}{8}}-1)$；

（7）$\frac{5}{4}\ln 2-\frac{1}{4}\ln 17$；（8）$\frac{23}{15}$；（9）$\frac{65}{4}$；

（10）$\frac{2}{15}$；（11）$1-\frac{\pi}{4}$；（12）$\sqrt{2}-\frac{2\sqrt{3}}{3}$；

（13）$7+2\ln 2$；（14）$\frac{1}{6}$；（15）$1-2\ln 2$；

（16）$\ln 3-\ln 2$；（17）2；（18）1；

（19）$\frac{1}{2}(1-\ln 2)$；（20）$4\ln 2-\frac{15}{16}$；（21）$\frac{\pi^3}{6}+\frac{\pi}{2}$；

（22）$\frac{\pi(8-\pi)}{32}-\frac{1}{2}\ln 2$；（23）$4(2\ln 2-1)$；（24）0；

（25）$\frac{1}{2}(e\cos 1+e\sin 1-1)$；（26）$\begin{cases}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot\cdots\cdot m}{2\cdot 4\cdot 6\cdot\cdots\cdot(m+1)}\cdot\frac{\pi}{2}, & m=2k+1\\ \frac{2\cdot 4\cdot 6\cdot\cdots\cdot m}{1\cdot 3\cdot 5\cdot\cdots\cdot(m+1)}, & m=2k\end{cases}$.

3. (1) $\frac{2}{3}$；（2）0；（3）16；（4）$\ln 2$.

4—6. 略.

7. $\tan\frac{1}{2}-3e^{-2}+1$.　　8—10. 略.

习题 5.5

1. （1）2；(2) π；（3）2；（4）发散；（5）-1；

（6）2；（7）$\pi-2$；（8）发散.

2. 收敛.

3. $2\cdot\frac{n-1}{n}\cdot\frac{n-3}{n-2}\cdot\cdots\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3}$.

习题 5.6

1.（1）$\frac{32}{3}$；（2）1；（3）e^2-e.

2. $a=\frac{\sqrt{6}}{4}$.

3. $\frac{1000\sqrt{3}}{3}$.

4. $\pi(\frac{1}{3}a^2+ab+b^2)$.

5. 略.

6. $\frac{704}{3}\rho g(\mathrm{kN})$.

7. $\frac{1}{12}\rho g\pi r^2h^2(\mathrm{kJ})$.

8. $\frac{\pi\gamma d^3}{8}$.

9. $1.65\mathrm{N}$.

10. $F=-\frac{2Gm\rho l}{a\sqrt{4a^2+l^2}}$（其中$G$为引力系数），力的方向与细棒垂直且由$M$指向细棒中心.

总习题 5

1. $\frac{1}{2}\ln^2 x$.

2. $\frac{\pi}{2}$.

3. -2.

4. $\frac{1}{\lambda}$.

5. $\frac{\pi}{4}$.

6. 1.

7. 2.

8. (B).

9. (A).

10. (C).

11. $2\sqrt{x}\arcsin\sqrt{x}+2\sqrt{1-x}+2\sqrt{x}\ln x-4\sqrt{x}+C$.

12. $-e^{-x}\arctan e^x+x-\frac{1}{2}\ln(1+e^{2x})+C$.

13.（1）略；（2）$[2-\sqrt{2},\sqrt{2}]$.

14. $\frac{1}{2}$.

15. $f(x)=\ln(\sin x+\cos x), x\in[0,\frac{\pi}{4}]$.

16. （1）$V(a)=\pi(\frac{a}{\ln a})^2$；（2）$a=e, V_{\min}(a)=V(e)=\pi e^2$.

17. $f(x)=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$.

18. $(\frac{2}{3}\pi+\frac{\sqrt{3}}{4})ab\rho$.

19. 1.05 km.

第六章

习题 6.1

1.（1）一阶；（2）二阶；（3）一阶；（4）一阶；（5）二阶.

2. （1） $y=Cx^2$ 是所给微分方程通解，$y=4x^2$ 是所给微分方程的特解.

（2） $y=C_1x+C_2x^2$ 是所给微分方程的通解；

（3） $y=e^{2x}+e^{-x}$ 是所给微分方程的特解；

（4） $y=\sin x$ 是所给微分方程的特解， $y=C_1\sin x+C_2\cos x$ 是所给微分方程的通解.

3. $y=\frac{1}{2}x+2$.

4. $\frac{dp}{dt}=k[Q(p)-S(p)]$，$(k>0)$.

习题 6.2

1.（1） $y^2=\frac{2}{3}\ln|1+x^3|+C$；（2） $y=\frac{1}{C-\cos x}$；

（3） $\arcsin y=\ln|x|+C$；（4） $y=e^{Cx}$；

（5） $\arcsin y=\arcsin x+C$；（6） $y^2+2e^y=x^2+2e^{-x}+C$.

2. （1） $\sin 3y=\frac{3}{2}\cos 2x+\frac{3}{2}$；（2） $y^2=2(1-x)e^x-1$

3.（1） $x+y=C$；（2） $y=xe^{Cx+1}$；

（3） $2y^3=x^3-Cx$；（4） $x+2ye^{\frac{x}{y}}=C$.

4.（1） $y^3=y^2-x^2$；（2） $y^2=2x^2(\ln x+2)$.

5.（1） $y=\frac{1}{x}(e^x+C)$；（2） $y=x(\ln^2 x+C)$；

（3） $y=\frac{1}{x^3}(C-\cos x)$；（4） $y=\cos x(\sin x+C)$；

（5） $y=e^{-2x}(x^2+C)$；（6） $y=\frac{1}{x^2}(\sin x+C)$.

6.（1） $y=\frac{1}{2}(3-e^{-2x})$；（2） $y=1-7e^{-\frac{x^2}{2}}$；

（3） $y=\frac{1}{5}(t^3-\frac{12}{t^2})$； （4） $y=e^x(6-\frac{1}{x+1})$.

7.（1） $\frac{1}{y}=x(C-\ln x)$； （2） $\frac{1}{y}=x^2(-\frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}+C)^3$.

8. 略.

9. $v_{\max}=40$.

习题 6. 3

1.（1） $y=(x-2)e^x+C_1x+C_2$； （2） $y=\frac{1}{8}e^{2x}+\sin x+C_1x^2+C_2x+C_3$；

（3） $y=C_1\ln|x|+C_2$； （4） $y=-\ln|\cos(x+C_1)|+C_2$；

（5） $C_1y^2-1=(C_1x+C_2)^2$； （6） $y=\arcsin(C_2e^x)-C_1$.

2.（1） $y=\frac{1}{4}e^{2x}-\frac{e^2}{2}x+\frac{e^2}{4}$； （2） $y=-\frac{1}{6}\ln|6x+1|$；

（3） $y=-\ln\cos x$； （4） $y=(\frac{1}{2}x+1)^4$.

习题 6. 4

1.（1） $y=C_1e^{4x}+C_2e^{-3x}$； （2） $y=C_1e^{3x}+C_2e^{-3x}$；

（3） $y=C_1e^{4x}+C_2e^{-x}$； （4） $y=C_1+C_2e^{-9x}$；

（5） $y=C_1e^{\frac{3}{2}x}+C_2e^{-x}$； （6） $y=(C_1+C_2x)e^{-\frac{x}{2}}$；

（7） $y=e^{-2x}(C_1\cos x+C_2\sin x)$； （8） $y=e^x(C_1\cos\sqrt{2}x+C_2\sin\sqrt{2}x)$；

（9） $y=C_1\cos 4x+C_2\sin 4x$； （10） $y=(C_1+C_2x)e^{\frac{3}{2}x}$.

2.（1） $y=\frac{3}{4}(e^{-x}-e^{-5x})$； （2） $y=\frac{\sqrt{3}}{6}\sin 2\sqrt{3}x$；

（3） $y=xe^{-2x}$； （4） $y=-e^{\frac{\pi-x}{2}}(\cos x+\frac{1}{2}\sin x)$.

3.（1） $y=C_1+C_2e^{-x}+\frac{1}{2}x^2-x$； （2） $y=(C_1+C_2x)e^{-x}+\frac{1}{4}e^x$；

（3） $y=(C_1+C_2x+\frac{1}{2}x^2)e^{-x}$； （4） $y=C_1e^x+C_2e^{-x}+\frac{1}{2}xe^x$；

（5） $y=e^{-2x}(C_1\cos x+C_2\sin x)+2$；

（6） $y = C_1 + C_2 e^{-2x} + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{3}e^x$；

（7） $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + \frac{1}{2}(\sin x - \cos x)$；

（8） $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x - \frac{1}{2}x\cos x$；

（9） $y = e^x(C_1 - x) + e^{2x}(C_2 - x)$；

（10） $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + \frac{1}{3}\sin x$.

4.（1） $y = C_1 + C_2 e^{5x} + \frac{1}{10}x^2 e^{5x} - \frac{1}{25}xe^{5x}$；

（2） $y = C_1 + C_2 e^x - \sin x$；

（3） $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x - \frac{1}{2}x\cos x + x\sin x$.

5. $y = -\frac{1}{5}\cos x + \frac{1}{5}e^{2x}$.

6. 略.

总习题 6

1. $x = y^2$.

2. $y = xe^{2x+1}$.

3. $y = e^{-x}\sin x$.

4. $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^x - xe^{2x}$.

5. $y = C_1 e^{2x} + C_2 \cos x + C_3 \sin x$.

6. $y(x) = e^{-2x} + 2e^x$.

7. (A)

8. (C)

9. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x - (x^2 + 2x)e^x$.

10. $y = \arcsin(\frac{1}{\sqrt{2}}e^x) - \frac{\pi}{4}$.

11.（1） $f(x) = e^x$；　（2）拐点 $(0,0)$.

12. $\psi(t) = \frac{3}{2}t^2 + t^3 \quad (t > -1)$.