INSTITUTO POLITÉCNICO DE CÓRDOBA
Tec. en Cs. de Datos e Inteligencia Artificial

Autores: Ing. Andres Vennera - Prof. Juan Escudero

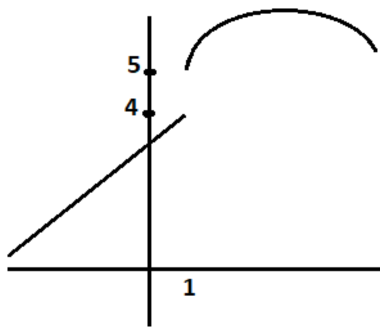
CONTINUIDAD DE FUNCIONES

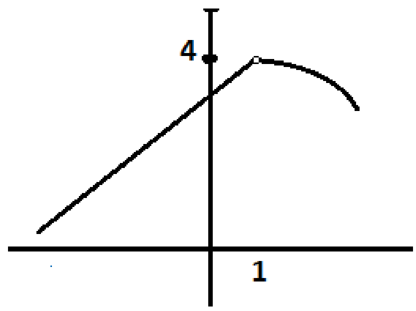
Definición: Una función $f\colon A \rightarrow B$ se dice continua en x_0 si y sólo si cumple con las siguientes condiciones.

a) $x_0 \in Dom(f)$ es decir $f(x)$ está definida en x_o
b) Existe $f(x_0)$
c) $\lim\limits_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

Ejemplo 1:

a) La función $f(x) = \frac{1}{x}$ no es continua (o es discontinua) en $x = 0$
b) La función $f(x) = x^2$ es continua en todo $\Re$
c) Las siguientes funciones no son continuas.





Ejercicio 1: justifique las afirmaciones del ejemplo 1

Propiedad: Sea c un número real y sean las funciones f(x) y g(x) continuas en x = x_0.
Entonces las funciones siguientes son continuas en x_0:

1) c · f(x) con c que pertenece a $\Re$
2) f(x) + g(x)
3) f(x) . g(x)
4) f(x) / g(x) con tal de que g(x_0)≠ 0.

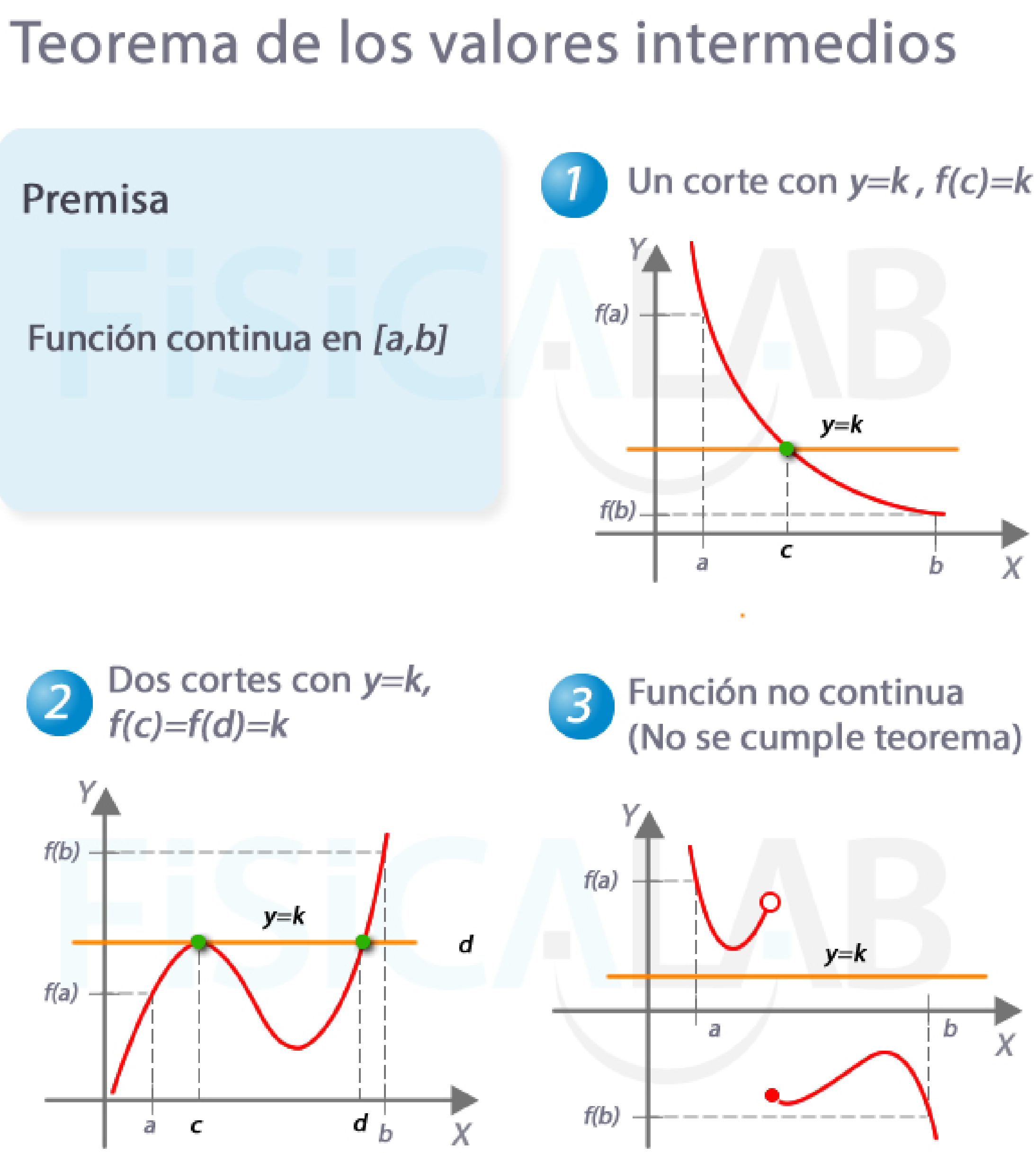
Ejercicio 2: Justificar si las siguientes funciones son continuas y justificar si las funciones f(x) + 1; g(x)-f(x) y g(x)/h(x) son continuas o no.

$$f(x) = e^{x}$$

$g(x) = 2x - 1$
$h(x) = \frac{1}{x^2}$

Teorema: Si g(x) es continua en x_0 con $g(x_0) = c$ y f (x) es continua en x = c, entonces la función $(f \circ g)(x_0)$ es continua en x = c.

Teorema del Valor Intermedio:
Sea una función continua en el intervalo cerrado [a, b]. Si c es un número real tal que
f (a) < k < f (b) o f (b) < k < f (a)
Entonces existe al menos un número c en el intervalo abierto (a, b) tal que f (c) = k.



Ejercicio 3: Realizar una interpretación gráfica del teorema del Valor Intermedio para los casos:
f (a) < k < f (b) y f (b) < k < f (a).

Ejercicio 4: Demostrar que las siguientes funciones no son continuas en algún punto.
Ayuda: para demostrar argumentar por qué no son continuas tienen que repasar la guía de límites y predecir en qué punto no son continuas.

a) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x-3}{x^2-9}$

b) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{3x^2+6x+3}{x+1}$