23. mars 2025

MEK1100

Obligatorisk oppgave 2 av 2

Innleveringsfrist

Torsdag 10. april 2025, klokken 14:30 i Canvas (canvas.uio.no).

Instruksjoner

Merk at man har **ett forsøk** på å få oppgaven godkjent. Dette betyr at det ikke lenger gis andregangsforsøk.

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av LaTeX). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer.

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

I oppgaver der du blir bedt om å programmere må du legge ved programkoden og levere den sammen med resten av besvarelsen. Det er viktig at programkoden du leverer inneholder et kjøreeksempel, slik at det er lett å se hvilket resultat programmet gir.

Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (e-post: studieinfo@math.uio.no) senest samme dag som innleveringsfristen.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

For å få godkjent obligen må den leveres inn i Canvas. Du velger selv hvor mye du vil svare på. Du vil få tilbakemelding på det du har levert. Det viktigste med obligen er å få trening i å løse oppgaver, noe som definitivt vil gjøre deg bedre rustet til å takle eksamen når den kommer mot slutten av semesteret.

Der det står at man skal bruke datamaskin er det fritt fram for å bruke Matlab, Python, Julia, Octave, Geogebra, etc.

For å kunne løse hele dette oppgavesettet vil det være nødvendig å beherske teorien som foreleses i løpet av uke 13, 14 og 15. Dette oppgavesettet er følgelig litt på forskudd i forhold til hvor langt vi har kommet i kurset. Alternativt kan man tenke seg at det sjelden har vært mer relevant å komme på forelesning for å være i stand til å løse alle deloppgavene.

Oppgave 1. Passatvind og vestavindsbelter

Passatvind er navnet på luftstrømmen som hovedsakelig blåser fra øst mot vest nær ekvator, mellom 30°N og 30°S. Vestavindsbeltene er navnet på luftstrømmene som hovedsakelig blåser fra vest mot øst, nord for 30°N og sør for 30°S.

Du kan lese mer om dette fenomenet for eksempel på Wikipedia: Passatvind og Vestavindsbeltet.

Vi skal benytte kulekoordinater med polar vinkel θ som går fra 0 (mot nord) til π (mot sør), og asimutal vinkel ϕ som går rundt fra 0 til 2π. Se Gjevik og Fagerland figur 8.3 og Matthews figur 6.6.

Vi skal benytte den aller enkleste idealiserte modellen for disse luftstrømmene, nemlig hastighetsfeltet

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{i}_\phi \sin 3\theta$$

a) Lag et vektor pileplott som illustrerer hastighetsfeltet i det rektangulære (ϕ, θ)-planet.

   Hint: Kanskje `quiver` og lenkene til Wikipedia kan være nyttige?

b) Lag et vektor pileplott som illustrerer hastighetsfeltet på den ene siden av jorda sin kuleoverflate.

   Hint: Kanskje `quiver3` og lenkene til Wikipedia kan være nyttige?

c) Regn ut divergensen til $\boldsymbol{v}$.

d) Regn ut virvlinga til $\boldsymbol{v}$.

e) Undersøk om $\boldsymbol{v}$ har en strømfunksjon i kulekoordinater.

f) Finn strømlinjene til $\boldsymbol{v}$.

g) Tegn strømlinjene, gjerne på datamaskin, både i det rektangulære (ϕ, θ)-planet og på den ene siden av jorda sin kuleoverflate.

h) Finn en mulig Helmholtz dekomposisjon for $\boldsymbol{v}$.

i) Regn ut den integrerte fluksen av $\boldsymbol{v}$ gjennom en kurve på jordas overflate som går fra nordpolen til sørpolen langs en meridian (en linje som har konstant verdi for ϕ).

j) Oslo har koordinater $59°54'48''$N $10°44'20''$Ø. Bergen har koordinater $60°23'33''$N $5°19'24''$Ø. Tromsø har koordinater $69°38'59''$N $18°57'25''$Ø.

   Vi skal reise fra Oslo til Tromsø til Bergen og tilbake til Oslo. Finn en passende parametrisering for denne reisen. Illustrer reiseruten din, gjerne på datamaskin, slik som du har parametrisert den.

   Regn ut sirkulasjonen til $\boldsymbol{v}$ som et kurveintegral langs din valgte reiserute.

   Bruk en passende integralsats for å regne ut sirkulasjonen som et flateintegral.

   Du bestemmer selv om du ønsker å gjøre denne siste deloppgaven for hånd eller på datamaskin eller begge deler. Dersom du ønsker å gjøre oppgaven på datamaskin vil du finne nyttige hint i oppgave 3 i oblig 1.

For Matlab-hint og Python-hint og LaTeX-hint, se oblig 1.