Háskóli Íslands

STÆ203G / HAG206G / MAS201F

Líkindareikningur og tölfræði

Vor 2016

Tölvuæfing 4

Sett fyrir: Miðvikudaginn 30. mars 2016.

Skiladagur: Þriðjudagurinn 12. apríl 2016.

Verkefnið

Í þessari æfingu eru eiginleikar tveggja metla skoðaðir með aðstoð R eða Matlab. Bjagi, dreifni og meðalferskekkja metlanna eru skoðuð sem fall af úrtaksstærðinni n. Að lokum er öryggisbil fyrir 31. sætisstærðina í normaldreifingu skoðað.

1. Gerið ráð fyrir að slembiúrtak, X_1, ..., X_n, af stærð n sé dregið úr normaldreifingu með meðalgildi $\mu = 96$ og staðalfrávik $\sigma = 13$. Hægt að herma gildi úr normaldreifingu með `rnorm` í R og með `randn` í Matlab.

   Stikann σ er hægt að meta með eftirfarandi metlum. Annars vegar með

   $$\hat{\sigma}_1 = s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$$

   og hins vegar með

   $$\hat{\sigma}_2 = IQR/1.349$$

   þar sem IQR er fjórðungsbil úrtaks, þ.e., $IQR = Q_3 - Q_1$, og Q_1 og Q_3 eru fyrsta og þriðja fjórungsmark úrtaks. Þannig að $\hat{\sigma}_1$ er staðalfrávik úrtaks og $\hat{\sigma}_2$ byggir á fjórðungsbili úrtaks.

   (a) Teiknið bjaga metilsins $\hat{\sigma}_1$ sem fall af n. Notið lograskala fyrir n (x-ásinn). Notið eftirfarandi úrtaks stærðir,

   $$n = \{5, 9, 16, 28, 50, 90, 160, 280, 500, 900, 1600, 2800, 5000, 9000, 16000\}.$$

   Fyrir hverja úrtaksstærð n, notið $B = 10000$ úrtök til að reikna gildi á $\hat{\sigma}_1$ og reiknið meðaltalið af þessum gildum til að meta væntigildi metilsins.

   (b) Teiknið dreifni metilsins $\hat{\sigma}_1$ sem fall af n. Notið lograskala fyrir bæði n (x-ásinn) og dreifni metilsins (y-ásinn). Notið sömu n og B og í (a) og reiknið dreifnina í þessum B gildum fyrir hvert gefið n til að meta dreifni metilsins.

   (c) Teiknið meðalferskekkju metilsins $\hat{\sigma}_1$ sem fall af n. Notið lograskala fyrir bæði n (x-ásinn) og meðalferskekkju metilsins (y-ásinn). Notið sömu n og í (a) og reiknið meðalferskekkjuna fyrir hvert gefið n út frá bjaga og dreifni metilsins $\hat{\sigma}_1$.

   (d) Teiknið bjaga metilsins $\hat{\sigma}_2$ sem fall af n. Notið lograskala fyrir n (x-ásinn). Notið sömu n og B og í (a).

   (e) Teiknið dreifni metilsins $\hat{\sigma}_2$ sem fall af n. Notið lograskala fyrir bæði n (x-ásinn) og dreifni metilsins (y-ásinn). Notið sömu n og B og í (a).

(f) Teiknið meðalferskekkju metilsins $\hat{\sigma}_2$ sem fall af n. Notið lograskala fyrir bæði n (x-ásinn) og dreifni metilsins (y-ásinn). Notið sömu n og í (a) og reiknið meðalferskekkjuna fyrir hvert gefið n út frá bjaga og dreifni metilsins $\hat{\sigma}_2$.

(g) Byggt á myndunum hér að ofan, hvorn metilinn teljið þið vera betri metil fyrir σ? Útskýrið með hliðsjón af bjaga, dreifni og meðalferskekkju metlanna.

(h) Látum η_p tálka $100p$-tu sætisstærðina í normaldreifingu. Um η_p gildir; $\eta_p = \mu + z_{1-p}\sigma$. Hermið gögn frá ofangreindri normaldreifingu þegar $n = 23$ og notið $B = 1000000$. $\eta_{0.31}$ er 31. sætisstærðin í normaldreifingu. Notið eftirfarandi 95% öryggisbil fyrir $\eta_{0.31}$

$$(\bar{x} + z_{0.69}s) \pm z_{0.025}\frac{\sqrt{s^2 + 0.5z_{0.69}^2 s^2}}{\sqrt{n}}.$$

Metið öryggisstig öryggisbilsins fyrir $\eta_{0.31}$. Inniheldur öryggisbilið rétta gildið á $\eta_{0.31}$ í 95% tilfella? Öryggisbilið hér að ofan byggir á nálgun og ekki gefið að öryggisstig þess sé nákvæmlega 95%.