

ANÁLISIS DE LA UTILIZACIÓN DE LA DIMENSIÓN FRACTAL Y
MULTIFRACTAL PARA LA CLASIFICACIÓN DEL USO Y LA
COBERTURA DEL SUELO EN UNA IMAGEN DE RADAR DE
APERTURA SINTÉTICA SAR, EN UNA ZONA URBANA

DAVID ANTONIO SUÁREZ ARÉVALO

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD DE INGENIERÍA
INGENIERÍA CATASTRAL Y GEODESIA
BOGOTÁ D.C.
ENERO 2016

ANÁLISIS DE LA UTILIZACIÓN DE LA DIMENSIÓN FRACTAL Y
MULTIFRACTAL PARA LA CLASIFICACIÓN DEL USO Y LA
COBERTURA DEL SUELO EN UNA IMAGEN DE RADAR DE
APERTURA SINTÉTICA SAR, EN UNA ZONA URBANA

TRABAJO DE GRADO MODALIDAD MONOGRAFÍA
QUE PRESENTA:
DAVID ANTONIO SUÁREZ ARÉVALO

PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE:
INGENIERO CATASTRAL Y GEODESTA

DIRECTOR:
CARLOS GERMAN RAMIREZ RAMOS

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD DE INGENIERÍA
INGENIERÍA CATASTRAL Y GEODESIA
BOGOTÁ D.C.
ENERO 2016

Dedicatoria

A mi Madre por mantener en mi mente la idea de que con esfuerzo y perseverancia se pueden lograr los objetivos, a mi Padre por inculcarme valores como la responsabilidad y el compromiso en mis labores y a mi Hermana por acompañarme en todo momento.

Agradecimientos

Quiero agradecer al docente Carlos German Ramirez Ramos por acoger el proyecto de grado como director. Igualmente manifestar agradecimiento al docente José Luis Herrera Escorcia quien en su momento fue director de proyecto y apoyó el desarrollo de este. También quiero agradecer a los Jurados del proyecto, los docentes Rubén Javier Medina Daza y Erika Sofía Upegui, quienes realizaron valiosos aportes y comentarios que enriquecieron en gran medida el presente proyecto. A la Universidad Distrital por darme los conocimientos académicos durante toda la carrera y a los profesores y compañeros de aula que apoyaron mi crecimiento personal y profesional. A todos muchas gracias.

CONTENIDO

Introducción	IX
1. Planteamiento del problema	XIII
1.1. Definición del problema:	XIII
1.2. Antecedentes:	XIII
1.3. Justificación:	XV
1.4. Delimitación del proyecto:	XVI
2. Objetivos	XVII
2.1. Objetivo general:	XVII
2.2. Objetivos específicos:	XVII
3. Marco Teórico	1
3.1. Fundamentos de Teledetección:	1
3.1.1. Componentes de un sistema de Teledetección:	1
3.1.2. Radiación Electromagnética:	1
3.1.3. Espectro Electromagnético:	3
3.1.4. Clasificación de los sensores:	4
3.1.5. Características de los elementos en la interpretación de Imágenes:	5
3.1.6. Clasificación en imágenes digitales:	6
3.1.6.1. Clasificación supervisada:	6
3.1.6.2. Clasificación no supervisada:	7
3.1.7. SIG y las imágenes Digitales:	7
3.2. Teledetección mediante RADAR:	8
3.2.1. Parámetros de sensores SAR	9
3.2.2. Imágenes SAR	11
3.2.3. Características de los elementos en la interpretación de Imágenes SAR:	12
3.2.4. Filtros y mejoramiento de datos SAR	12
3.2.5. Clasificación en imágenes SAR	13
3.2.5.1. Algoritmo clasificador K-means:	13
3.3. Teoría de la Geometría Fractal	14
3.3.1. Qué es un fractal?:	14
3.3.2. Características de los fractales:	19
3.3.3. Dimensión en la Geometría Fractal:	20
3.3.3.1. Dimensión Topológica:	21

3.3.3.2. Dimensión de Hausdorff-Bessicovitch:	21
3.3.3.3. Dimensión Fractal:	22
3.3.4. Clasificación de los fractales:	22
3.4. Análisis de texturas en imágenes digitales	24
3.4.1. Análisis de texturas con el método GLCM:	25
3.4.2. Análisis de texturas en imágenes con técnicas fractales:	27
3.4.2.1. Métodos para la estimación de Dimensión Fractal en imágenes digitales:	27
3.4.2.2. Triangular Prism Surface Area TPSA:	28
3.4.2.3. Differential Box-Counting DBC:	29
3.4.2.4. El concepto de Multifractalidad:	34
3.4.2.5. Métodos para la estimación de la Dimensión Multifractal en imágenes digitales:	34
3.4.2.6. Método Multifractal por conteo de cajas:	34
3.4.3. Procedimiento para la obtención de imágenes de textura:	35
4. Metodología:	37
4.1. Materiales:	38
4.1.1. Imágenes:	38
4.1.2. Mapa:	39
4.1.3. Geodatabase:	39
4.1.4. Software:	40
4.1.5. Hardware:	42
4.2. Zona de estudio:	43
4.3. Métodos:	44
4.3.1. Preparación de la imagen:	45
4.3.2. Implementación algoritmo GLCM:	46
4.3.3. Implementación algoritmo TPSA	47
4.3.4. Implementación algoritmo DBC	48
4.3.5. Clasificación digital de la imagen:	50
5. Resultados y Análisis	51
5.1. Procesamiento estadístico para extraer texturas:	51
5.1.1. Método GLCM:	51
5.2. Procesamiento fractal para extraer texturas:	53
5.2.1. Método TPSA:	53
5.2.2. Método DBC:	54
5.2.3. Método Multifractal DBC:	56
5.3. Clasificación no supervisada de las imágenes:	57
5.3.1. Evaluación de la Precisión de la clasificación:	61
5.4. Análisis de los resultados:	63
6. Conclusiones	64

7. Recomendaciones y Trabajo futuro	67
8. Anexos	69
Bibliografía	73

ÍNDICE DE FIGURAS

3.1. Componentes de un Sistema de Teledetección	2
3.2. Formas de teledetección	3
3.3. Composición de la radiación electromagnética	4
3.4. Espectro electromagnético	4
3.5. Interacción de las microondas con las nubes y la lluvia	9
3.6. Polarización en imágenes SAR	10
3.7. Sistemas SAR	11
3.8. Medición de la costa de Gran Bretaña a diversas escalas	15
3.9. Construcción del conjunto de Cantor	16
3.10. Construcción de la curva de Koch	17
3.11. Construcción del copo de nieve de Koch	18
3.12. Construcción del triángulo de Sierpinski	18
3.13. Construcción de la carpeta de Sierpinski	19
3.14. Construcción de la esponja de Sierpinski	19
3.15. Dimensión Fractal y Topológica	20
3.16. Vista en 3D del método TPSA	28
3.17. Vista en 3D de la imagen de intensidad de superficie	30
3.18. Vista en 3D del método DBC	31
3.19. Vista en 3D del sobreconteo de cajas del método DBC	33
3.20. Técnica de movimiento de ventana para la obtención de una imagen de texturas	36
4.1. Diagrama de flujo de la metodología	37
4.2. Imagen SAR utilizada	39
4.3. cartografía de referencia	39
4.4. Ubicación geográfica de la zona de estudio.	43
4.5. Diagrama de flujo de la metodología de la preparación de la imagen . .	44
4.6. Especificación de la zona escogida	45
4.7. Metodología para generar la imagen de textura	46
4.8. Metodología para generar la imagen fractal por método TPSA . . .	47
4.9. Metodología para generar la imagen fractal por método DBC	49
5.1. Imágenes obtenidas de la extracción de texturas por el método GLCM .	52
5.2. Recta resultante del ajuste por mínimos cuadrados del método TPSA .	53
5.3. Imagen original y la imagen fractal generada por el método TPSA . .	54
5.4. Recta resultante del ajuste por mínimos cuadrados del método DBC .	55

5.5. Imagen original y la imagen fractal generada por el método DBC	56
5.6. Imagen original y la imagen multifractal generada por el método DBC	57
5.7. Imágenes de textura clasificadas en 4 clases, por medio del algoritmo K-means	59
5.8. Imágenes de textura clasificadas en 4 clases, por medio del algoritmo K-means	60
8.1. Repositorio donde se ubican los archivos de la librería.	70
8.2. Descarga de los archivos.	70
8.3. Archivos dentro de la carpeta principal.	71
8.4. Imagen Geotif ubicada en la carpeta principal.	71
8.5. Imagen fractal generada almacenada en el archivo general.	72

ÍNDICE DE TABLAS

3.1. Sistemas SAR comunes y su longitud de onda	10
3.2. Pseudocódigo del algoritmo TPSA	29
3.3. Pseudocódigo del algoritmo DBC	32
4.1. Especificación Imagen SAR.	38
4.2. Especificación equipo hardware	43
4.3. Características de la imagen recortada	45
5.1. Características de la Dimensión Fractal Global de la imagen por medio del método TPSA	53
5.2. Características de la imagen Fractal generada con el método TPSA.	54
5.3. Características de la Dimensión Fractal Global de la imagen por medio del método DBC	55
5.4. Características de la imagen Fractal generada con el método DBC.	56
5.5. Matriz de errores de la clasificación utilizando el método DBC	61
5.6. Porcentaje de aciertos dentro de la clasificación por DBC multifractal.	61
5.7. Matriz de errores de la clasificación utilizando el método GLCM	62
5.8. Porcentaje de aciertos dentro de la clasificación GLCM.	62
8.1. Fragmento de código del script testDF_DBC.py	71

INTRODUCCIÓN

El procesamiento digital de imágenes asistido por computador ha facilitado la extracción de datos importantes y relevantes capturados por los sensores remotos. Este procesamiento permite obtener información útil para dar solución a necesidades presentes en las diversas disciplinas que utilizan imágenes digitales como fuente de información. Dentro de las principales áreas en las que se presenta el procesamiento digital de imágenes, se destacan la Medicina, la Geología, la Geografía, la Agronomía, las Artes, la Gestión de Recursos y Medio Ambiente, la Planeación y Desarrollo Urbano, la Estrategia e Inteligencia Militar, y muchas otras mas, demostrando ser una técnica muy importante para el mejoramiento de la información obtenida, esto debido a que las diversas técnicas de procesamiento pueden ser utilizadas en casi todos los campos independientemente de la forma de obtención de las imágenes, siempre y cuando estas sean digitales. En el campo de la teledetección (asociada principalmente como la obtención de información de áreas, objetos o fenómenos presentes sobre la superficie de la Tierra sin entrar en contacto directo con el objetivo, por medio de sensores remotos. [40]), diversos algoritmos y filtros estadísticos han sido implementados para procesar imágenes digitales, facilitando la interpretación de las características del objeto dentro de la zona capturada, esto gracias a los mejoramientos obtenidos. Los procesos hechos en imágenes digitales por medio de computadoras no se limitan exclusivamente al mejoramiento de la información, sino que además se tiene en cuenta los grandes “volúmenes” de espacio de almacenamiento manejados en el procesamiento de este tipo de datos, motivando así la automatización de procesos repetitivos, actividad que será de vital importancia para optimizar tiempos en el procesamiento.

Dentro de los procesos comúnmente realizados en cuanto a extracción de información de una imagen de teledetección se encuentran la clasificación en grupos de las áreas con características homogéneas, el análisis de patrones y la detección de cambios en intervalos de tiempo. Hay que tener en cuenta que previamente a la realización de la extracción de información es necesario manejar pre-procesos tales como correcciones geométricas, radiométricas, atmosféricas y aplicación de filtros entre otros, que serán importantes para preparar la imagen aunque en algunos casos no es necesario aplicar todas estas correcciones [6]. Existen múltiples enfoques y propuestas metodológicas para el mejoramiento de los datos que se obtienen de los sensores remotos como los filtros estadísticos que permiten mejorar los errores presentes dentro de las imágenes. Dentro de la clasificación de imágenes se tienen en cuenta procesos previos como el análisis de características espectrales, espaciales y texturales; es común realizar la clasificación tomando como parámetro algunas o todas las características anteriormente señaladas, por ejemplo al tomar como referencia los contextos espaciales y espectrales que por lo

general considera las características de los píxeles de forma independientemente, trae como desventaja no reconocer algunos objetos de forma precisa al tratar cada píxel de forma individual. Por otro lado la característica textural, toma en cuenta la relación existente entre un píxel y un subconjunto de píxeles vecinos, permitiendo así reconocer objetos y agrupar conjuntos de datos por su textura a través del análisis de la estructura de la superficie de la imagen, superando de esta forma el inconveniente de realizar la clasificación exclusivamente por píxel como se tiene en cuenta en los enfoques espectrales y espaciales. Existen múltiples sistemas de teledetección cada uno con características diferentes las cuales permiten emplear los datos obtenidos para satisfacer necesidades en determinados campos de aplicación. Todos los sensores de estos sistemas tienen ventajas y desventajas, dependiendo de sus características a la hora de obtener imágenes de la superficie, lo que conlleva al profesional a realizar posteriores mejoramientos al proceso de haber adquirido la imagen. En el campo de la clasificación de imágenes digitales los sensores activos toman un lugar importante a la hora de realizar una clasificación por texturas ya que al trabajar en el espectro de las microondas capturan principalmente características estructurales de los objetos sobre la superficie terrestre, por ejemplo al realizar este tipo de clasificación en los sistemas de sensores de radar principalmente sensores de Radar de Apertura Sintética (SAR por sus siglas en inglés) (cf. 3.2) se obtienen buenos resultados en el agrupamiento de clases, además de que la interpretación de las imágenes de radar se considera como una tarea desafiante y compleja debido a su baja resolución espectral [43], el ojo humano no es tan sensible para reconocer la variedad tonal de grises, razón por la cual es de importancia proponer procesos y algoritmos que faciliten procesos de clasificación; y que mejor si estos están diseñados para el análisis de la principal característica de recolección de datos por parte de estos sensores, como lo es la textura.

Se han postulado diversas propuestas de algoritmos para el análisis de patrones utilizados especialmente en la clasificación de imágenes, identificación de objetos y zonas que presentan características texturales similares [26]. En el campo del análisis y extracción de texturas en imágenes digitales se maneja comúnmente el algoritmo de Matriz de Co-Ocurrencias de Niveles de Gris (GLCM por sus siglas en inglés) el cual obtiene buenos resultados [46], pre-proceso que servirá para la clasificación de imágenes que podrían ofrecer una mejora en cuanto a los tiempos de proceso y precisión en los resultados buscados. En los últimos años se ha venido utilizando el concepto de geometría fractal para caracterizar las formas de los objetos naturales. Desde finales de la década de 1980 y comienzos de la década de 1990 fue introducido el concepto de la geometría fractal como herramienta para determinar características texturales en una imagen [10, 45, 56], desde entonces y hasta la actualidad se han propuesto diversos algoritmos y procesos que utilizan como base la dimensión fractal en el análisis de imágenes digitales [31, 61], esto debido a que se ha mostrado que los objetos del mundo real pueden tener estructura fractal y a su vez las imágenes digitales capturadas de dichos objetos tendrán también características fractales [37].

Pero para hablar acerca de la geometría fraccionada o fractal nos debemos remontar a la geometría euclíadiana la cual fue la primera en simular las formas de la naturaleza,

sobre todo en el área de la cartografía. Pero no es si no con la teoría propuesta por B.B. Mandelbrot [33–35], el cual propuso un nuevo modelo de geometría, que simulaba de forma más real algunas irregularidades y patrones complejos existentes en los objetos naturales. Mandelbrot encontró, gracias a estudios realizados por otros matemáticos como George Cantor, Gaston Julia y Pierre Fatou [53], que algunos elementos se comportan con características fractales, sugiriendo así la definición de un objeto fractal como una figura compuesta por muchos elementos cada uno de igual forma al elemento global pero con una reducción en su escala, a su vez dichos elementos se componen de múltiples elementos de la misma forma pero de escala más reducida, esta característica se podría definir como la auto-similitud de los objetos [53]. Otra característica presente en objetos fractales comprende que la dimensión topológica de un fractal debe ser mayor a su dimensión de Hausdorff-Besicovich [37]. A partir de estos conceptos se han referenciado múltiples aplicaciones para investigaciones de procesamiento de imágenes SAR [37,43,44] y de otras imágenes utilizadas en diversas disciplinas que dan referencia de la utilización de la teoría fractal [10,31,32,45,55,56] como herramienta de proceso.

Este documento presentará un análisis de la utilización de extracción de texturas en una imagen de satélite SAR para su clasificación no supervisada, a través de dos algoritmos basados en la geometría fractal y el algoritmo de extracción de texturas GLCM comúnmente utilizado. A continuación se presenta la estructura del documento:

Capítulo 1: Se presentan las secciones de la de Definición del problema, los Antecedentes, la Justificación y la Delimitación del proyecto.

Capítulo 2: En este se explican los objetivos del proyecto.

Capítulo 3: Se introducen los fundamentos y conceptos teóricos de la teledetección general y se profundiza en el campo de procesamiento de imágenes de RADAR SAR. Se introduce también a los fundamentos y conceptos de la geometría fractal y la dimensión fractal. Y se muestran los métodos de extracción de texturas trabajados en el presente proyecto.

Capítulo 4: Se muestra la metodología, los materiales utilizados y los métodos llevados a cabo en el presente proyecto para obtener imágenes de textura a partir de un método comúnmente utilizado y de dos métodos de geometría fractal, para posteriormente realizar una clasificación no supervisada de las imágenes obtenidas por dichos algoritmos.

Capítulo 5: Se muestran los resultados del análisis de extracción de texturas con metodologías fractales y un método convencional, evaluando la precisión de la clasificación no supervisada de las imágenes de textura.

Capítulo 6: Se presentan las conclusiones del presente trabajo.

Capítulo 7: Y por último se exponen las recomendaciones y trabajo futuro.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

A continuación se define el problema a tratar en el presente proyecto de grado.

1.1. Definición del problema:

El tratamiento e interpretación de imágenes SAR es muy complejo debido a que es un sensor unibanda que permite extraer características texturales del elemento observado, al ser unibanda se caracteriza porque su resolución espectral es pobre y por tanto difícil de interpretar [43]. Las imágenes obtenidas a partir de sensores SAR son muy útiles, especialmente en zonas geográficas cuya condición atmosférica y climática, limitan la visión y obtención de información si se utilizan sensores ubicados en otros intervalos del espectro electromagnético, en donde por lo general el intervalo óptico presenta esta desventaja [40]. Para la clasificación de imágenes SAR por medio del pre-proceso de análisis de texturas se utiliza comúnmente el algoritmo GLCM, pero es importante tener otros algoritmos alternos que permitan evaluar la estructura de la superficie en una imagen.

Debido a lo anterior, es necesario buscar metodologías y algoritmos que faciliten la interpretación de imágenes SAR para así poder obtener una clasificación por análisis de texturas mucho más eficiente y precisa que el algoritmo GLCM. La utilización de enfoques y algoritmos de dimensión fractal han sido utilizados por variedad de investigadores para determinar la rugosidad de la superficie natural. En el campo de la teledetección, la estimación de esta característica fractal permitirá agrupar zonas con similar dimensión fractal o similar textura y así realizar una clasificación de la imagen, la cual resumirá las características de la zona de estudio obteniendo así información útil para la toma de decisiones.

1.2. Antecedentes:

La dimensión fractal utilizada como descriptor de textura, ha ido tomado mas fuerza en los últimos años para el procesamiento de imágenes, principalmente en el reconocimiento de patrones, segmentación de imágenes y delimitación de bordes de objetos [36, 37]. A pesar de la amplia acogida de esta geometría, no ha sido propuesto aún, un único algoritmo que sea lo suficientemente eficiente y eficaz para ser implementado. De igual forma las características de textura obtenidas de determinados algoritmos no siempre serán útiles en todas las áreas de aplicación [26].

El análisis y extracción de texturas en el campo del procesamiento de imágenes de teledetección, investigadores han realizado diversos estudios y experimentos utilizando algoritmos fractales. Dentro de los estudios referentes encontramos [38], donde hacen dos experimentos para la clasificación y discriminación litológica de las colinas del Mar Rojo en Sudan. Uno de los experimentos realiza la clasificación de la zona utilizando únicamente las características espectrales de una imagen Landsat obteniendo un porcentaje de precisión en su clasificación. En el segundo experimento además de las características espectrales los autores utilizan la información textural de una imagen SAR utilizando varios algoritmos de extracción de texturas entre los que se destacan métodos multifractales y métodos que utilizan la matriz de co-ocurrencias. En el estudio los autores concluyen que hay una mayor precisión en la clasificación de la zona al utilizar información textural de una imagen SAR que si sólo se utilizara las bandas espectrales de la imagen Landsat TM. De igual forma al hacer la comparación de los algoritmos de análisis textura encuentran que el algoritmo que utiliza la matriz de co-ocurrencias es mucho mas precisa que el algoritmo que utiliza los enfoques multifractales. En [44] los autores realizan un análisis multifractal de una imagen SAR para realizar una clasificación no supervisada utilizando el algoritmo de clasificación K-means. En este documento comparan la utilización del algoritmo de extracción de texturas mono-fractal TPSA [10] y el espectro multifractal obtenido a través del algoritmo DBC [55], los cuales se utilizan como parámetros de entrada en la clasificación no supervisada. El resultado de la comparación de los algoritmos fractales se tiene una mayor precisión de la clasificación utilizando el algoritmo multifractal debido a que este permite identificar varias clases de texturas de coberturas únicas dentro de la imagen. En [43] los autores realizan un estudio para la clasificación no supervisada de una imagen SAR de una banda y una polarización, utilizando el algoritmo de clasificación K-Means. En este documento los autores enfatizan que la utilización del análisis de texturas de la imagen SAR por medio de la estimación de la dimensión fractal no es suficiente a la hora de obtener una buena clasificación, sobre todo en imágenes SAR de una única banda y una sola polarización. Entonces además del parámetro fractal calculado con el algoritmo TPSA [10], en el estudio se utiliza el índice de auto-correlación espacial "Moran", obteniendo así una mayor precisión en la clasificación no supervisada de la imagen, igualmente en [17] realizan una comparación entre las medidas de textura como la varianza local, la dimensión fractal y el índice "Moran" para la clasificación de imagen multiespectral, donde la combinación del índice de "Moran" junto con la estimación de dimensión fractal por medio del método TPSA [10] obtiene buenos resultados en cuanto a precisión de la clasificación, cabe anotar que en este estudio se utilizan imágenes multiespectrales del sistema Landsat ETM+. En [61] el autor propone un método modificado del algoritmo DBC, denominándolo Conteo de Caja Diferencial Modificado (MDBC, por sus siglas en inglés). En el documento se propone el enfoque en el cual se estima la dimensión fractal de una imagen a través del enfoque modificado y el enfoque original del algoritmo DBC. Los resultados muestran que el método MDBC obtiene resultados mas precisos que el algoritmo DBC original en cuanto al posterior proceso de clasificación de la imagen SAR. Por otra parte en [28] realizan la segmentación de

una imagen SAR extrayendo la pista de un aeródromo, utilizando el algoritmo DBC de estimación de dimensión fractal.

De igual forma la utilización de algoritmos fractales han sido también utilizados en otras imágenes de teledetección de muy alta resolución espacial, como en [65], y en imágenes hiperespectrales como en [30, 62]. En el análisis de texturas también han sido utilizados algoritmos multifractales, utilizando este parámetro de textura como entrada para la clasificación supervisada de imágenes SAR, como se muestra en [19], en donde los autores proponen un enfoque fractal modificado y un enfoque multifractal, comparándolos y mostrando que el método multifractal obtiene resultados alentadores en cuanto a la clasificación de la imagen, además encuentran que para la estimación de las dimensiones multifractales se debe tener en cuenta que estas son dependientes del tamaño de ventana escogido. Un nuevo método para la estimación de las dimensiones multifractales y su aplicación a la segmentación de imágenes de teledetección es propuesto en [14], en este los autores utilizan el método de conteo de caja diferencial relativo (RDBC por sus siglas en inglés) [25] y el algoritmo de caja deslizante utilizado en [7], donde la metodología propuesta obtiene buenos resultados en cuanto a la segmentación de imágenes de teledetección escogiendo diferentes tamaños de ventanas a diferentes niveles de escala de grises de la imagen. Dentro del experimento de segmentación los autores utilizan una imagen SAR y determinan cuatro exponentes multifractales para realizar la clasificación no supervisada por medio del algoritmo K-means. Los anteriores estudios citados, dan referencia de las aplicaciones hechas por diversos investigadores utilizando como base dos algoritmos de estimación de dimensión fractal utilizados como parámetros para la clasificación de imágenes de teledetección, el método DBC y el método TPSA para análisis de texturas, los cuales se utilizaron en el presente proyecto de grado.

1.3. Justificación:

Mediante la utilización de conceptos dentro de la geometría fractal, como la dimensión fractal y la lagunaridad, y de características fractales dentro de las imágenes como la autosimilitud, autosimilitud estadística y autoafinidad, se busca mostrar una alternativa a la hora de realizar una clasificación de una imagen digital de teledetección analizando su textura. Las imágenes de este trabajo son obtenidas a partir de sensores sensibles al espectro de las microondas, los sensores presentes en este intervalo de longitud de onda se conocen como RADAR y desde su creación han venido siendo utilizados para el campo de la teledetección evolucionando a los útiles sensores SAR.

El análisis de texturas como pre-proceso de clasificación de imágenes es una técnica útil cuando se tiene como dato fuente imágenes SAR. La textura permite identificar las características estructurales de los objetos a estudiar dentro de una imagen. El análisis de texturas permite relacionar los píxeles con sus vecinos, permitiendo identificar regiones con características homogéneas y diferenciarlas de otras regiones. Es común relacionar la textura de un objeto a la sensación percibida al tocar su superficie, defi-

niendo una textura rugosa o suave según sea la distribución espacial de los componentes de dicho objeto. En imágenes la textura se puede entender como una descripción de la variación espacial de tonos en escala de grises en una área determinada. Se han sugerido varias formas de clasificación de imagen que utilizan como parámetro de clasificación la textura, en las que se tienen la medida de primer orden la cual considera estadísticas de los valores originales de la imagen como la media, la varianza, desviación estándar sin considerar la relación de cada píxel con sus vecinos. La medida de segundo orden comprende medidas que consideran la relación existente entre grupos de dos píxeles de la imagen original a una distancia dada. Una medida de tercer orden y superior, se tiene en cuenta la relación entre tres y más píxeles, es una técnica cuya implementación es posible pero no es muy común que se realice ya que los costes computacionales son elevados además de que los resultados presentan alto nivel de dificultad en la interpretación. El segundo orden es el grupo más utilizado en análisis de texturas y en este encontramos el algoritmo GLCM [46].

Varios trabajos en el campo de la clasificación de imágenes de teledetección han sido realizados utilizando como parámetro la estimación de la dimensión fractal [37]. Dentro de los algoritmos comúnmente utilizados para la estimación fractal de imágenes se tienen el algoritmo de probabilidades, el algoritmo de área de superficie de prisma triangular (TPSA por sus siglas en inglés), el algoritmo de conteo de caja diferencial (DBC por sus siglas en inglés) estos dos últimos escogidos en el presente trabajo.

1.4. Delimitación del proyecto:

El presente trabajo aborda el análisis de la utilización de la geometría fractal para la clasificación no supervisada de una imagen de teledetección obtenida por sensores SAR. Se utilizará para esto dos algoritmos de dimensión fractal como parámetro en el análisis de texturas, proceso adicional en la clasificación no supervisada y un algoritmo de análisis de texturas comúnmente utilizado en la clasificación no supervisada.

2. OBJETIVOS

A continuación se cita el objetivo general y los objetivos específicos postulados en el presente proyecto de grado.

2.1. Objetivo general:

- Realizar una clasificación no supervisada de una imagen SAR en el área urbana de la ciudad de Bogotá D.C. a partir de extracción y análisis de texturas de la imagen por medio de algoritmos de geometría fractal.

2.2. Objetivos específicos:

- Implementar algoritmos de geometría fractal en el lenguaje de programación libre Python, para realizar la clasificación no supervisada de una imagen SAR.
- Comparar el comportamiento que tienen los algoritmos de geometría fractal implementados y un algoritmo comúnmente utilizado en la clasificación no supervisada de la imagen SAR, determinando así el algoritmo que se ajusta mejor a la clasificación de la imagen en el presente trabajo.
- Apoyar la utilización de algoritmos de geometría fractal en el campo de procesamiento de imágenes SAR utilizando python, suministrando a la comunidad académica el archivo de la implementación del algoritmo a través de un repositorio de datos de libre acceso en Internet.

3. MARCO TEÓRICO

3.1. Fundamentos de Teledetección:

La Teledetección o también conocida como la técnica de los sensores remotos (en inglés Remote Sensing), permite obtener datos a una distancia de los objetos ubicados sobre la superficie terrestre por medio de sensores aerotransportados, a dichos datos se le realizaran procesos posteriores para ser interpretada y así obtener información útil para determinada aplicación [6].

3.1.1. Componentes de un sistema de Teledetección:

Los principales componentes dentro de un sistema de teledetección comprende [6]: una fuente de energía (por lo general el sol para sensores pasivos), la superficie terrestre (u objeto ubicado sobre la superficie Terrestre), el sistema sensor, el sistema de recepción-comercialización, el interprete (especialista en analizar y procear los datos colectados) y por ultimo el usuario final o aplicación final (en cuyo caso se detalla información resumida de la imagen que servirá para la solución de un problema en particular [3]), estos componentes y el flujo de la información se aprecian en la Figura 3.1. Hay que tener en cuenta las principales formas de fuente energética para adquirir información por medio de un sensor, que son: Emisión, Emisión-reflexión y reflexión, que se puede apreciar en la Figura 3.2, la Emisión se presenta cuando los objetos a observar emiten su propia energía y los sensores son capaces de interpretar y obtener información de dichos objetos como por ejemplo la temperatura de la superficie terrestre o de objetos ubicados sobre la Tierra, la emisión reflexión se presenta cuando se genera una fuente de energía dentro del sistema sensor (por ejemplo el Radar y Lidar) y este es reflejado sobre el objeto a observar por lo general la fuente generadora de energía trabaja en el área de la microonda , y por último y la más utilizada la reflexión en la que presenta como fuente de energía la luz solar [6]. Para el caso de las imágenes SAR se trabajara el campo de la emisión-reflexión.

3.1.2. Radiación Electromagnética:

Para la adquisición de información por medio de sistemas de teledetección se debe tener en cuenta el electromagnetismo, en especial el concepto de radiación electromagnética, que es un tipo de energía que está compuesta por el campo eléctrico y el campo magnético. Según la teoría ondulatoria, la energía electromagnética se transmite de un lugar a otro siguiendo un patrón armónico y continuo, a la velocidad de la luz [6].

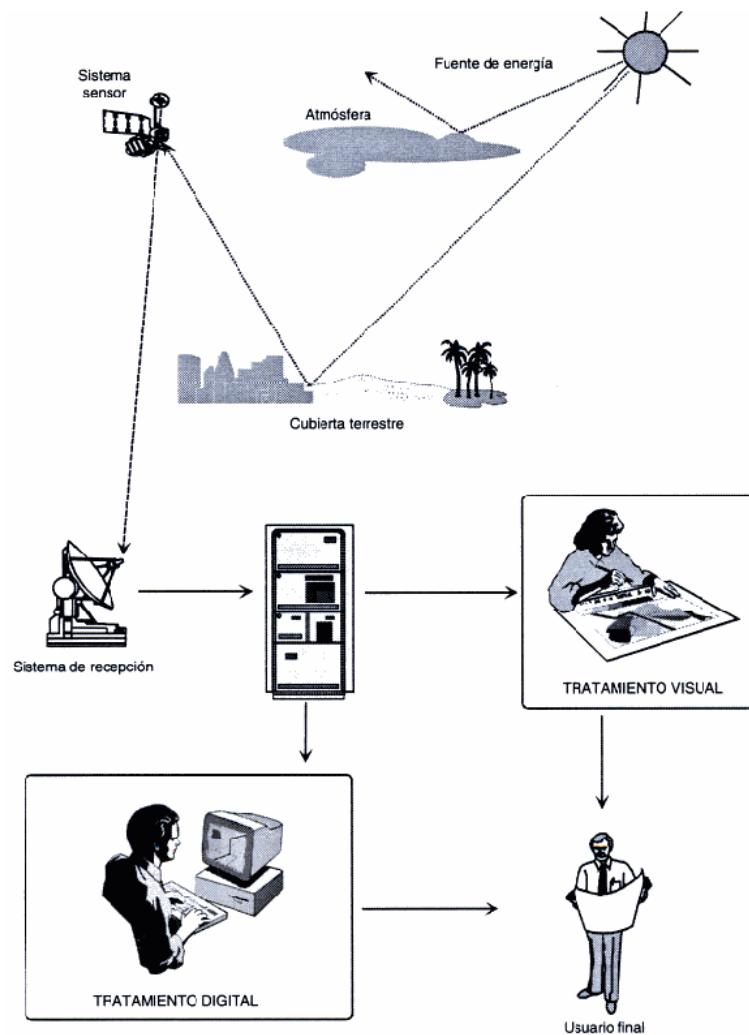


Figura 3.1: Componentes de un Sistema de Teledetección. Tomada de [6].

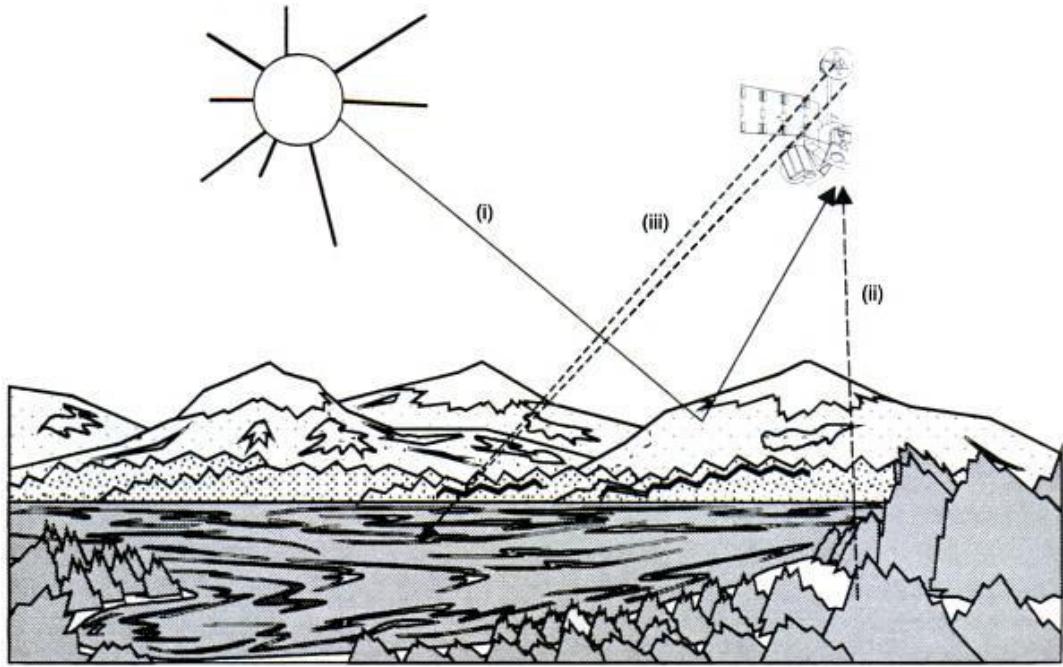


Figura 3.2: Formas de teledetección, (i)reflexión; (ii)emisión; (iii)reflexión-emisión. Tomada de [6].

En la Figura 3.3 vemos un ejemplo del comportamiento de los campos que componen la energía electromagnética, como se ve tanto la energía eléctrica como la magnética viajan a la velocidad de la luz, cada una siendo ortogonal entre si y a su vez a la dirección en la que viaja la radiación electromagnética.

Entre los componentes de la radiación electromagnética se tiene la longitud de onda λ (medida en metros m) representando la distancia entre crestas o valles sucesivos de onda y la frecuencia f (medida en Hertz Hz.) equivalente a ciclo de onda por segundo, ambos componentes están relacionados por la Ecuación (3.1).

$$c = \lambda * f \quad (3.1)$$

Donde c significa la velocidad de la luz ($3 * 10^8 m/s$). Estos conceptos son relevantes para definir el tipo de longitud de onda y frecuencia presente en los sensores utilizados en el presente proyecto.

3.1.3. Espectro Electromagnético:

El espectro electromagnético es una agrupación y distribución de las frecuencias y longitudes de onda de la radiación electromagnética. En cuanto a longitudes de onda destacamos el rango del visible que es donde actúan la mayoría de sensores, ésta abarca longitudes de onda entre 0,4 a 0,7 micrómetros las cuales se agrupan en tres intervalos o bandas, azul ($0,4 \mu m$ a $0,5 \mu m$), verde ($0,5 \mu m$ a $0,6 \mu m$) y rojo ($0,6 \mu m$ a $0,7 \mu m$),

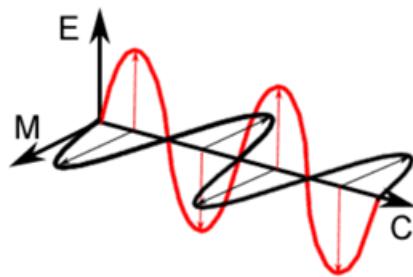


Figura 3.3: Composición de la radiación electromagnética, onda de color negro representa el campo magnético y la de color rojo representa el campo eléctrico. Tomada de [3].

considerados colores primarios de la longitud de onda del espectro visible. El siguiente rango a tener en cuenta es el infrarrojo cercano, el cual comprende el intervalo de longitud de onda entre $0,7 \mu\text{m}$ y $1,3 \mu\text{m}$. Utilizado en teledetección para identificar cobertura vegetal. El infrarrojo medio comprende el intervalo $1,3 \mu\text{m}$ y $8 \mu\text{m}$. En el intervalo de $8 \mu\text{m}$ y $14 \mu\text{m}$ está el infrarrojo lejano [6]. Por último y el utilizado en la obtención de imágenes de RADAR está el espectro de las microondas, que comprende a partir de 1 milímetro de longitud de onda [3]. Los intervalos del espectro electromagnético se ilustra en la Figura 3.4.

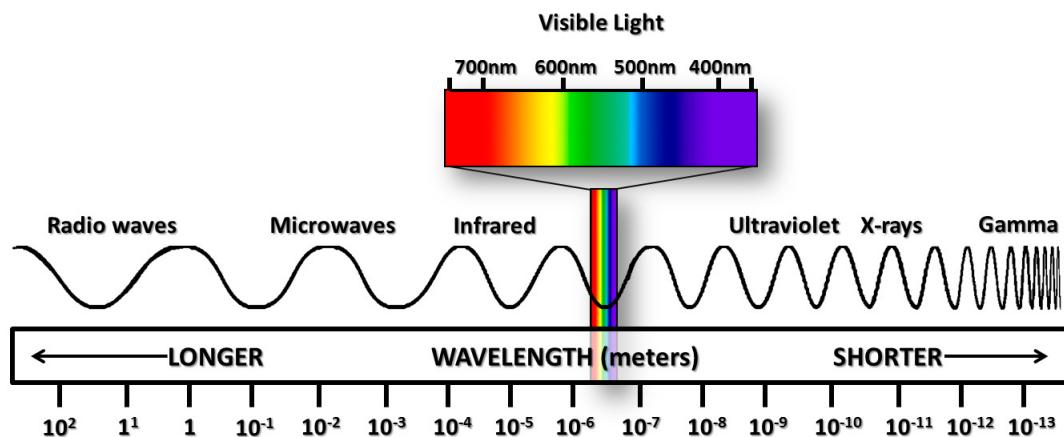


Figura 3.4: Espectro electromagnético. Tomada de [64].

3.1.4. Clasificación de los sensores:

Los sensores utilizados en teledetección se pueden clasificar en dos grupos, Sensores pasivos y sensores activos [3, 6]:

- Sensores Pasivos: Son los que obtienen la fuente de energía de forma externa al sistema.

tema de teledetección, por ejemplo la luz solar. Estos sensores solo son útiles para capturar información cuando la fuente de energía está disponible, por lo general en horas del día en que el sol este iluminando la zona de estudio. Son limitados ya que no es posible capturar información a través de nubes o niebla. De igual forma son limitados a la hora de capturar información o elementos cubiertos por bosques. Entre estos sensores por ejemplo, encontramos los sensores fotográficos.

- Sensores Activos: Son aquellos que emiten su propia fuente de energía la cual es dirigida al objetivo ubicado en la superficie terrestre. La radiación que el objetivo refleja es capturada luego por el sensor. Este tipo de sensores están capacitados para trabajar a cualquier momento del día y algunos, como los sensores que capturan señal en el intervalo de las microondas, pueden atravesar diferentes medios como la lluvia, las nubes y la cobertura vegetal hasta cierto grado. Entre los sensores activos más conocidos está el RADAR y el LIDAR. La gran desventaja de este tipo de sensor es que necesitan gran cantidad de energía para poder iluminar los objetivos a capturar.

3.1.5. Características de los elementos en la interpretación de Imágenes:

Este aspecto se refiere a las características visuales que componen a cada elemento, las cuales lo identifican como único permitiendo identificarlo o diferenciarlo con respecto a otros elementos en la zona de captura de la imagen. Se tienen múltiples clasificaciones de estas características, para el presente proyecto se tuvieron en cuenta los siguientes aspectos:

Tono:

Hace referencia a los niveles de intensidad de energía capturados por el sensor [6]. En la imagen digital se pueden identificar como los niveles de gris desde el más claro (brillante) al más oscuro (opaco) para cada píxel. El tono es un atributo de la textura.

Color:

Hace referencia a las longitudes de onda percibidas por el ojo humano en el espectro visible en el intervalo $0,4\mu\text{m}$ y $0,7\mu\text{m}$ comprendiendo tres bandas, azul, verde y rojo, cuya combinación puede generar otros colores [6]. Los objetos iluminados por una fuente de energía absorben una parte de las ondas electromagnéticas y refleja las restantes, siendo estas últimas las que un sensor capta.

Textura:

Comprende la variación espacial de tonos en un área de la superficie de un objeto, la textura de la imagen comprende una relación entre el tamaño de los objetos y la

resolución del sensor [6], ya que a partir de determinada resolución se podrá identificar un objeto y por ende clasificar su textura. Además de la resolución la textura dependerá del ángulo de observación y la iluminación presente sobre el objeto.

Tamaño y Forma:

La forma se refiere a la estructura espacial de un objeto, a partir de ahí se podrá identificar un objeto y diferenciarlo de los demás objetos en una imagen. Se pueden tener objetos con formas similares, pero gracias a la identificación del tamaño de cada objeto se podrá tener una diferenciación como tal. Así se evitara relacionar objetos que en realidad son diferentes [6]. Dentro de los parámetros de medida para identificar el tamaño en una imagen está la longitud, el área, el perímetro y el diámetro.

Patrón:

Está definido como el arreglo espacial de un conjunto de objetos o asociaciones de objetos similares, así como la repetición sistemática de formas [40]. A partir de los patrones se pueden identificar aspectos temporales o identificar aspectos que no son visibles de forma directa.

3.1.6. Clasificación en imágenes digitales:

La clasificación o agrupamiento por características dentro de una imagen comprende principalmente dos métodos, el método de clasificación supervisada y el método de clasificación no supervisada [3, 6, 37, 52], dentro de las cuales existen diferentes técnicas y algoritmos para realizar la clasificación.

3.1.6.1. Clasificación supervisada:

En la clasificación supervisada debe haber un conocimiento previo del tipo de cobertura y uso del suelo de la zona de estudio, permitiendo al profesional entrenar al software para que realice el agrupamiento de las clases con la información colectada. El procedimiento a seguir en una clasificación supervisada es el siguiente [52]:

1. Escoger el tipo de cobertura en el cual la imagen quiere ser segmentada, por ejemplo cobertura de agua, regiones urbanas, zonas de cultivo, entre otros.
2. Escoger píxeles representativos de cada conjunto de las clases deseadas en el ítem anterior. Estos píxeles se conocen como conjunto de datos de entrenamiento, dichos conjuntos de datos son establecidos a partir de fuentes de información previa como mapas, fotos aéreas, datos obtenidos en campo entre otros.
3. Se utilizan el conjunto de datos de entrenamiento para estimar los parámetros del algoritmo clasificador a ser utilizado.

4. Utilizando el entrenador, clasificar todo los píxeles en la imagen en alguno de los tipos de cobertura deseada.
5. Producir un mapa temático que resumirá el resultado de la clasificación.
6. Evaluar la precisión del producto final.

Dentro de la clasificación supervisada se utilizan comúnmente los siguientes algoritmos de clasificación [2, 37, 52]:

- Clasificador de mínima distancia.
- Clasificador de Paralelepípedos.
- Clasificador de Máxima Verosimilitud.

3.1.6.2. Clasificación no supervisada:

En el agrupamiento de clases por medio del método no supervisado, no necesita que el analista asigne datos de entrenamiento y por tanto tampoco necesita de fuente de información externa previa. El analista escoge el número total de grupos que desea generar y el algoritmo realiza la clasificación de forma automática utilizando los valores o niveles digitales dentro de la imagen.

Los algoritmos principalmente utilizados en este método son [2, 6]:

- Agrupación por K-means.
- Agrupación ISODATA.
- Agrupación Narendra-Goldberg.

3.1.7. SIG y las imágenes Digitales:

Uno de los objetivos finales en el procesamiento y clasificación de una imagen digital, resulta resumido en la creación de un Sistema de Información Geográfica o en la creación de un mapa temático, el cual permitirá representar gráficamente, de una forma práctica y concisa, la información investigada. En otras palabras es el resultado final en la clasificación de la imagen. Un sistema de información geográfica está compuesto por diversos elementos: el Personal, el Hardware, el Software, los Procedimientos y los Datos, que integrados tienen como fin representar, almacenar, analizar y modelar datos georeferenciados para la toma de decisiones [15].

Personal:

Profesional capacitado en el manejo, procesamiento y análisis de la información. Son responsables del diseño, la aplicación y uso de los SIG [24]. En este grupo engloba los usuarios internos (Diseñadores del SIG) y los usuarios externos (Personal que utilizará el SIG con fines propios).

Datos:

Son la principal materia prima en el que se soportan los SIG, los cuales representan simbólicamente características de objetos y fenómenos del mundo real, del cual se realizaran procesos como análisis espacial.

Hardware:

Son herramientas computacionales necesarias dentro del sistema de información. El ordenador y otros dispositivos comprenden el hardware necesario dentro de un SIG. El ordenador permite el funcionamiento del software mientras que los otros dispositivos como la pantalla, digitalizadores, impresoras, medios de almacenamiento masivo, teclado, impresoras entre otros permiten la interacción entre la entrada y salida de información.

Software:

El software comprende programas especializados en el manejo, análisis, almacenamiento y procesamiento de información con contenido geoespacial. Dentro de la gamma de software se encuentran de diferentes licencias, destacándose software de licencia privada y software de licencia libre.

Procedimientos:

Son formas o metodologías como los datos serán colectados, almacenados, procesados y analizados, para su posterior salida final. Las formas y metodologías dependerán del software disponible. A los datos a los cuales se les realiza algún tipo de manipulación o análisis por medio de los procedimientos, se convertirán en la información final resultante del SIG.

3.2. Teledetección mediante RADAR:

El RADAR (Radio Detection and Ranging por sus siglas en inglés) define detección y rastreo por radio, es un instrumento de teledetección de microondas generando su propia fuente de energía [3, 6]. El RADAR tiene las siguientes características [2, 37]:

- Trabaja independiente de la hora del día.
- Su señal penetra a través de diversos tipos de vegetación.
- Penetrar a través de la bruma, lluvia y/o nubes Figura 3.5.
- Determina el tiempo transcurrido en transmitir y capturar la señal emitida.
- Determina la potencia de la señal recibida.



Figura 3.5: Interacción de las microondas con las nubes y la lluvia. Tomada de [3].

Más específicamente en el ámbito de la teledetección se tienen el sensor SAR, el cual hace parte de un sistema que produce su propia fuente de energía en la captura de objetivos. En 1951, Carl Willey señaló que si el eco de la señal del radar es colectada cuando el sistema esta en movimiento a lo largo de la linea de vuelo , el espectro Doppler de la señal recibida puede ser utilizado para sintetizar una mayor apertura de la escena permitiendo así obtener información de los objetos muy cercanos [4]. Es un sistema que permite obtener escenas de alta resolución, en principio fue utilizado para fines militares y después como herramienta en aplicaciones del mundo civil, desde la geofísica hasta la arqueología [4].

3.2.1. Parámetros de sensores SAR

En los sistemas equipados con sensores SAR tienen en cuenta las siguientes especificaciones y características:

Frecuencia

Dependiendo de las necesidades del usuario es sumamente importante la elección de la frecuencia y de la longitud de la onda que generan los sensores SAR. Si se desea tener mayor penetración en casos donde hay demasiada cobertura vegetal y se desea información de la superficie topográfica es recomendable utilizar sensores con frecuencias altas y longitudes de onda más pequeñas. La Tabla 3.1 describe las longitudes de onda más utilizadas y los sensores que las pueden producir:

Longitud de Onda	Sistema SAR
P-band = 65 cm airborne	AIRSAR
L-band = 23 cm air-/spaceborne	JERS-1 SAR, ALOS PALSAR
S-band = 10 cm air-/spaceborne	Almaz-1
C-band = 5 cm air-/spaceborne	ERS-1/2 SAR, RADARSAT-1/2, ENVISAT ASAR
X-band = 3 cm air-/spaceborne	TerraSAR-X , Cosmos Skymed
K-band = 1.2 cm airborne	Military domain

Tabla 3.1: Sistemas SAR comunes y su longitud de onda. Tomada de [54].

Polarización de sensores SAR

El proceso de captura de la información comienza cuando el sensor emite una señal, en el rango de microonda del espectro electromagnético, la radiación que emite el radar es polarizada, esto se refiere a la orientación en que viaja la señal en el campo eléctrico, viajando en dirección al objeto o a la superficie terrestre. Luego que la señal entra en contacto con la superficie u objeto, ésta se dispersa en diversas direcciones en donde el radar alcanza a obtener algo de esta información que se ha podido reflejar; la señal que alcanza a capturar el sensor se denomina energía retro-dispersada. En este tipo de radares, la radiación emitida está polarizada linealmente, de forma horizontal o vertical. La radiación retro-dispersada por cada elemento del terreno posee componentes en ambas direcciones, horizontal y vertical, en la Figura 3.6 se aprecia las polarización vertical y horizontal [2].

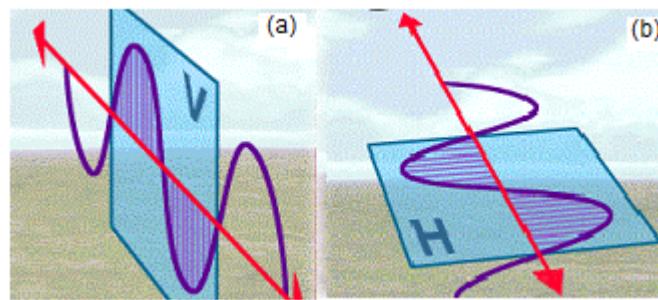


Figura 3.6: Polarización en imágenes SAR, (a)Polarización vertical(VV) y (b) polarización horizontal (HH). Tomada de [18].

Existe un tipo de radar que emite señal monopolarizada, y utiliza una sola polarización y recibe la información retrodispersada en una única componente. Hay radares de polarización única o monopolarizados, con la siguiente polarización HH, HV, VH o

VV, donde H es la polarización del tipo Horizontal y V la polarización del tipo vertical, además la organización de las letras indica que la primera es el tipo de polarización en la emisión y la segunda el tipo de polarización que el sensor permite recibir, en el mercado de la teledetección encontramos sistemas SAR monopolarizado como el sistema RADARSAT-1, el cual emite una polarización vertical y podría capturar polarización vertical u horizontal. Por otra parte están los radares que emiten polarización múltiple, que son aquellos que operan con las cuatro combinaciones que se mencionaban anteriormente (HH, HV, VH y VV) la Figura 3.7 ilustra la polarización de algunos sistemas SAR. También hay los radares polarización dual los cuales solo tienen dos opciones de las combinaciones de polarización, en el mercado encontramos sistemas SAR multipolarizados como el RADARSAT-2.

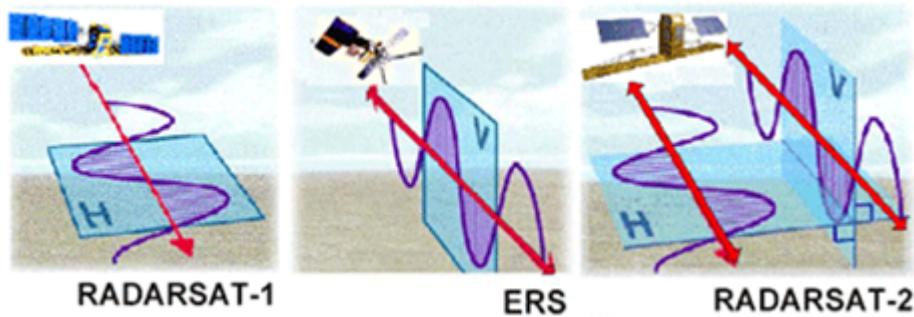


Figura 3.7: Sistemas SAR (Radasrsat 1, ERS y Radarsat 2) y su respectiva polarización. Tomada de [51].

Tanto las imágenes SAR multipolarizadas como las monopolarizadas son de gran fuente de información para diversas áreas y ámbitos de la investigación geoespacial, ambiental y del desarrollo de civilizaciones en el aspecto urbanístico rural. Pero aún más las imágenes multipolarizadas que obtienen mayor cantidad de información.

Angulo de observación de sensores SAR

El ángulo de observación se mide a partir del ángulo que se tiene entre el haz de energía del radar y la línea perpendicular a la superficie, “es el ángulo para el cual el radar ‘observa’ a la superficie” [3], este ángulo puede cambiar a lo largo de la dirección de alcance.

3.2.2. Imágenes SAR

La utilización del radar como medio de obtención de imágenes se ha llevado a cabo desde la década del 50, específicamente seria en 1951 cuando Carl Wiley introdujo el concepto de abertura sintética que fue el origen de los sistemas con sensores SAR, instrumentos desarrollados para producir imágenes de muy alta resolución determinando la dirección de cada punto al medir el efecto Doppler debido a la velocidad relativa

entre la plataforma y ese punto [4]. El sistema SAR utiliza una antena medianamente corta la cual viaja a bordo de un avión o de un satélite, dicha antena emite pulsos en periodos de tiempo equivalentes, cuando el medio de transporte viaja a lo largo de la línea de vuelo.

3.2.3. Características de los elementos en la interpretación de Imágenes SAR:

Dentro de las principales características de los elementos a identificar e interpretar en las imágenes SAR, se tienen en cuenta el Tono, la Textura, la Forma y el Tamaño. Teniendo en cuenta las indicaciones expuestas a continuación:

Tono:

En las imágenes SAR el tono se puede identificar como la intensidad de microondas que recibe el sensor. Las regiones relativamente lisas aparecen con tonos oscuros en una imagen SAR, en cambio la cobertura con vegetación aparecerá con tonos medios, las regiones con estructuras artificiales, como edificios, embarcaciones o vehículos militares, pueden producir tonos brillantes, dependiendo de la forma, orientación o constitución [2].

Textura:

Dentro de la textura de una imagen SAR hay que tener en cuenta el ruido inherente (speckle) producido en la obtención de este tipo de datos, en donde su resultado será la textura original multiplicada por el speckle. La textura en una imagen SAR puede ser catalogada como fina, media o gruesa. Es una propiedad muy importante de las imágenes SAR que la distingue de otras imágenes obtenidas a partir de otros sensores principalmente para el proceso de clasificación por análisis de texturas.

Tamaño y Forma:

En cuanto al tamaño y la forma no hay mayor cambio con respecto a lo identificado en otros sensores (cf. 3.1.5), se debe tener una mayor precisión en la identificación de elementos dependiendo del nivel de resolución espacial del sensor SAR utilizado.

3.2.4. Filtros y mejoramiento de datos SAR

En lo correspondiente al proceso de mejoramiento de las imágenes de radar se ha tenido múltiples alternativas como lo son los filtros estadísticos los cuales permiten suavizar las imágenes y permiten obtener mejoras en cuanto a las texturas, y una vez esto permite realizar una mejor clasificación. También se tiene como opción el uso de algoritmos propuestos por algunos investigadores para reducir el ruido o speckle que poseen estas imágenes [2].

3.2.5. Clasificación en imágenes SAR

Las imágenes SAR se pueden clasificar por medio de métodos supervisados y no supervisados. Para el presente proyecto se utilizará un clasificador no supervisado, y el algoritmo K-means como agrupador de clases.

3.2.5.1. Algoritmo clasificador K-means:

El algoritmo K-Means o K-Medias, también conocido algoritmo de optimización ha sido uno de los algoritmos más populares a la hora de realizar agrupamiento en imágenes digitales [37], este algoritmo es similar al algoritmo ISODATA con la diferencia de que el número de grupos no son previamente conocidos [5]. Este algoritmo es implementado recursivamente migrando un conjunto de grupos medios (centrales) utilizando una distancia más cercana a la media. Este algoritmo se implementa en los siguientes pasos [52]:

1. Seleccionar un valor C , para el número total de grupos en el que se desea que los píxeles sean agrupados.
2. Inicializar la generación de grupo seleccionando un punto en el espacio espectral que sirva como candidato central de cada grupo. Este proceso se realiza generando vectores con característica aleatoria, o seleccionando n píxeles al azar dentro de los datos disponibles.
3. Ya teniendo los puntos centrales “centrodes” para la cantidad de grupos C , se procede a asociar cada píxel al grupo del centroide más cercano. Este proceso se lleva a cabo por lo general con la medida de la distancia euclíadiana D como se aprecia en la Ecuación (3.2).

$$D^2 = (z_i - \omega_j)^2 \quad (3.2)$$

Donde z_i es el vector observado del i -ésimo píxel (que es igual al número de bandas en la imagen) y ω_j es la medida promedio del vector actual del grupo j -ésimo.

4. La siguiente etapa comprende en recalcular la posición del centroide, esto basándose en el conjunto de píxeles asignados dentro del grupo del centroide. Luego se pasa de nuevo al punto 3 y se itera hasta que no haya cambios en los grupos entre una iteración y la siguiente.

3.3. Teoría de la Geometría Fractal

La geometría fractal se inventó debido a la poca precisión en la que la geometría clásica euclíadiana permite representar las formas de los objetos de la naturaleza. Por ejemplo si se quiere modelar objetos o comportamientos naturales como los drenajes naturales, un rayo, una costa o la cobertura de la copa de los árboles se utilizaban modelos geométricos que no permiten representar y medir tanto la superficie como la longitud de los objetos de una forma precisa. Una forma breve de resumir esta idea es con la frase que el matemático inglés Benoit Mandelbrot escribió en su libro la Geometría Fractal de la Naturaleza [33] “*Clouds are not spheres, mountains are not cones, coastlines are not circles, and bark is not smooth, nor does lightning travel in a straight line*” (1977). Se ha demostrado que los objetos naturales presentan un comportamiento errático, complejo y fragmentado a la hora de caracterizar su geometría. Mandelbrot fue el primer investigador quien recopilo y definió las características, conceptos y elementos que componen la geometría fractal [33], esto a partir de las propuestas de pensadores como Gaston Julia, Helge Von Koch y Georg Cantor, entre otros científicos quienes en su época trabajaron en curvas y figuras con características fractales.

3.3.1. Qué es un fractal?:

La geometría fractal fue definida por Mandelbrot en sus publicaciones (1977 a 1982) siendo su principal obra la denominada “Geometría Fractal de la Naturaleza” [33], en estas Mandelbrot definió el concepto fractal como aquel conjunto que está compuesto por n partes iguales (no sobreuestas) de sí mismo reducidas a una o varias escalas r es decir un conjunto autosimilar, además de esto, dicho conjunto debe cumplir con la condición de que su dimensión de Hausdorff-Besicovitch (cf. 3.3.3.2) debe ser estrictamente mayor que su dimensión topológica (cf. 3.3.3.1). En realidad los objetos del mundo real no son fractales, pero este es un modelo que se aproxima mejor a las características del mundo real. La palabra fractal deriva del latín “fractus” que significa “segmentos irregulares” [37].

Mandelbrot tratando de definir la longitud más real y precisa de la costa de la isla de Gran Bretaña [34] mostró la paradoja de dependencia entre el tamaño de instrumento para medir la costa y la medida total de la costa, es decir si se utiliza un instrumento cuya longitud de medida es δ , y la utilizamos para bordear toda la costa de la isla, se podrá hallar un valor estimado de la longitud total de la costa de la isla al sumar el número total de segmentos $N(\delta)$ de longitud del instrumento de medida como se aprecia en la Figura 3.8.

En otras palabras la longitud de la costa L puede ser cubierta en su totalidad por $N(\delta)$ segmentos o pasos de longitud δ . La longitud de la costa L esta dada por la Ecuación (3.3).

$$L = N(\delta)\delta^D \quad (3.3)$$

Donde D es la dimensión del instrumento de medida que para el caso de la Figura 3.8

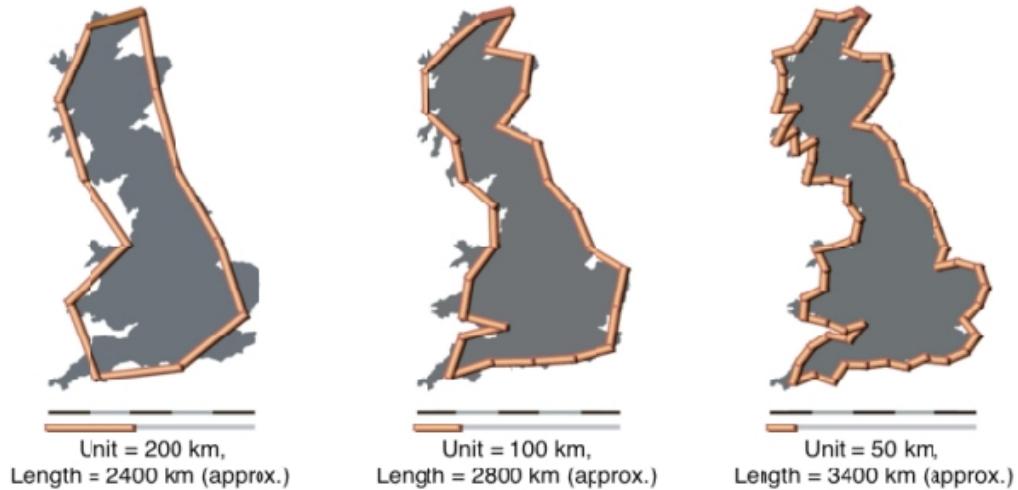


Figura 3.8: Medición de la costa de Gran Bretaña a diversas escalas. Tomada de [9].

es 1, por tratarse de un segmento de línea recta. Se hace esta aclaración debido a que el instrumento de medida podría ser de forma rectangular cuyo valor D sería igual a 2. Mandelbrot encontró que la longitud de la costa depende del tamaño del instrumento de medida, en otras palabras si dicho tamaño aumentaba o disminuía, la longitud final de la costa también variaba, aun así si se tuviera un instrumento de medida de tamaño muy pequeño siempre habría algún tramo de la costa que no se tendría en cuenta. Al aproximar la longitud δ lo mas cercano a cero se ajustaría cada vez mas a la longitud real de la costa, mostrando que la longitud de la línea de costa depende no solo de la forma de la costa sino también del tamaño del instrumento de medida o escala de medida. Mandelbrot propone que esta dependencia se debe a la perdida de características fraccionales del instrumento de medida [37].

Al realizar el mismo procedimiento pero superponiendo cajas cuadradas sobre la costa, con una longitud δ y contabilizando el número de cajas $N(\delta)$ necesarias para cubrir la longitud L de la costa que cumple también con la Ecuación (3.3), pero este caso se tendría que la dimensión D del instrumento sería igual a 2. Mandelbrot a través del algoritmo ideado por Lewis F. Richardson [37], encontró que para la mayoría de costas se cumplía la Ecuación (3.4).

$$L(\epsilon) = F\epsilon^{1-D} \quad (3.4)$$

Donde ϵ representa la longitud de separación entre puntos sobre la costa, dichos puntos forman una “faja” de longitud 2ϵ , $L(\epsilon)$ representa la longitud de la costa que equivaldría a dividir el área de la “faja”, con valor 2ϵ . Cuando ϵ decrece, $L(\epsilon)$ aumenta. F y D son constantes para una costa específica. Mandelbrot llamo D la dimensión fractal de la línea. Donde D se deriva del ajuste lineal de mínimos cuadrados tomando los logaritmos de cada relación tanto de $L(\epsilon)$ como de ϵ . Teniendo a m como la pendiente de la línea ajustada, entonces la Dimensión fractal de la costa es $1-m$ [55].

Aun antes de que Mandelbrot propusiera estos conceptos, ademas de definir como

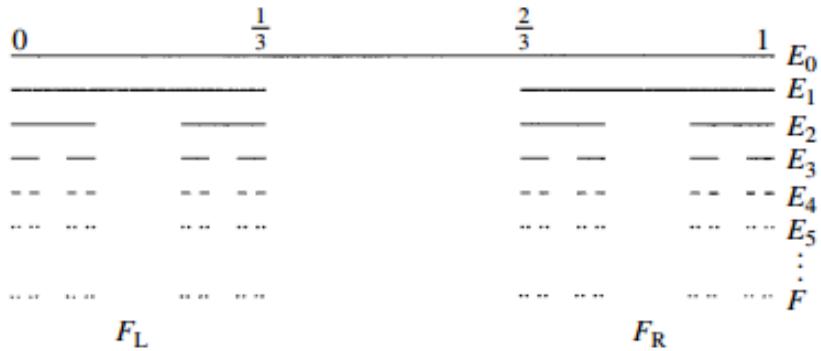


Figura 3.9: Construcción del conjunto de Cantor F , donde se tiene un segmento de longitud unitario. Teniendo a E_n como el nivel de iteración, F_L y F_R son copias escaladas de F por un factor de $1/3$. Tomada de [20].

tal el significado de la geometría fractal, varios matemáticos e investigadores formularon teorías y figuras con características aparentemente fractales, en esencia esta fue la fuente de conocimiento a partir de la cual Mandelbrot tomó como base para postular su geometría muy conocida en la actualidad. Dentro de las figuras fractales mas conocidas se tiene el conjunto o polvareda de Cantor [20], desarrollado por George Cantor en 1883 [16] quien fuera un matemático alemán de la Universidad de Halle, fundador de lo que se conoce como la “*Teoría de Conjuntos Transfinitos*” [13]. El conjunto de Cantor se publica en el año de 1883, y es construido por lo general a partir de un intervalo o segmento de recta unitario y una secuencia de operaciones de eliminado. Por ejemplo si se tiene un segmento cerrado $[0,1]$, se elimina la tercera parte central de este segmento, teniendo como resultado dos segmentos en un intervalo abierto $(1/3, 2/3)$; en este caso se observa que dichos segmentos tienen una longitud tres veces menor a la original. Posteriormente se realiza el mismo proceso para los dos segmentos cerrados $[0,1/3], [2/3,1]$, de esta forma se elimina la tercera parte central de cada segmento, generando ahora cuatro segmentos con longitud $1/9$ del tamaño de la longitud del segmento original. Este procedimiento se itera indefinidamente. En la Figura 3.9 se puede ver una ilustración del procedimiento a seguir y el conjunto generado.

Por otra parte contemplamos la curva de Von Koch, ideado por el matemático sueco N.F. Helge Von Koch en 1904 [16]. Al igual que en el conjunto de Cantor se dispone de un segmento de línea recta unitaria, en la mayoría de los casos, pero en vez de sustraer la tercera parte central de dicho segmento, lo que se hace es reemplazarlo por un triángulo equilátero con tamaño igual a $1/3$ la longitud del segmento de línea original, teniendo en cuenta que se sustrae la base de dicho triángulo. Luego se realiza el mismo procedimiento indefinidamente para los segmentos restantes de la “curva”, al igual que se muestra en la Figura 3.10 [53]. Siguiendo reiteradamente este proceso y dependiendo el equipo de cómputo en el cual se desarrolle, la longitud de la curva marcará una tendencia al infinito, pero dicha curva paradójicamente permanecería en un área limitada finita. Se puede obtener otra figura que ciertamente no es fractal ya

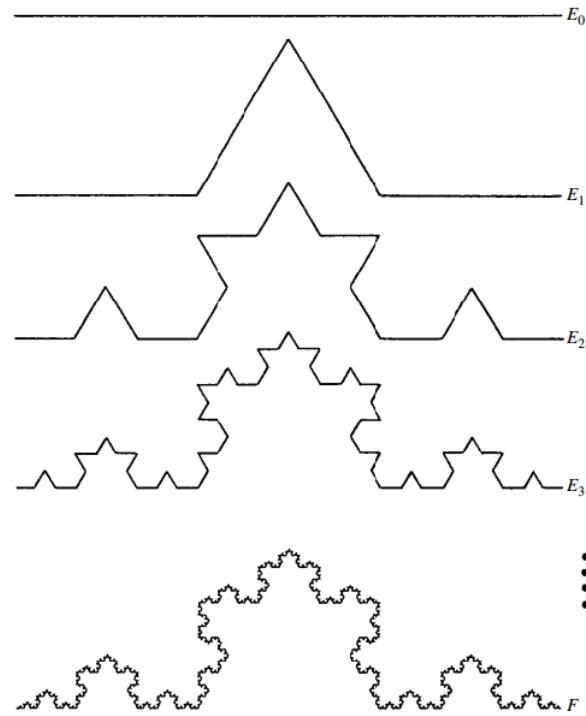


Figura 3.10: Construcción de la curva de Koch F, donde se tiene un segmento de longitud unitario. Teniendo a E_n como el nivel de iteración. Tomada de [20].

que no es del todo autosimilar, ésta está compuesta por la curva de Koch que si es una curva autosimilar, y se denomina el copo de nieve de Koch. El procedimiento para obtenerla es tener un triángulo equilátero, para el cual a cada lado se le realiza el mismo procedimiento para obtener la curva de Koch. La Figura 3.11 ilustra el procedimiento para obtener el copo de nieve de Koch.

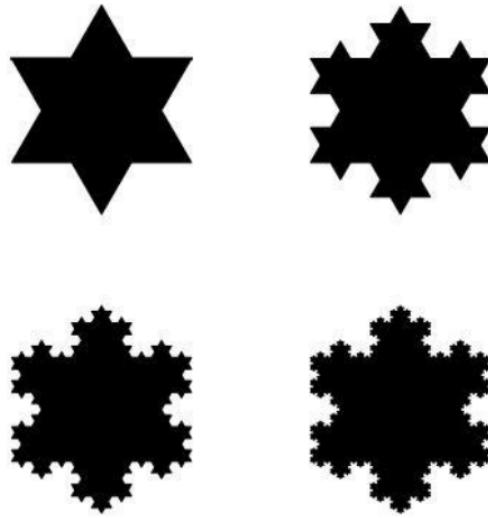


Figura 3.11: Construcción del copo de nieve de Koch F, donde se compone de tres curvas de Koch. Tomada de [53].

Otra figura es el bien conocido triángulo de Sierpinski ideado por el matemático polaco Waclaw Sierpinski (1882-1969) [53], el cual es construido a partir de un triángulo equilátero, donde se unen los puntos medios de cada lado del triángulo entre sí, por medio de líneas rectas, generando un triángulo equilátero inverso al original y con longitud igual a $1/2$; este triángulo es sustraído teniendo como resultado tres triángulos equiláteros con longitud $1/2$ al original, luego se realiza el mismo proceso para los tres “subtriángulos” [53]. El proceso se realiza reiteradamente como ilustra la Figura 3.12.

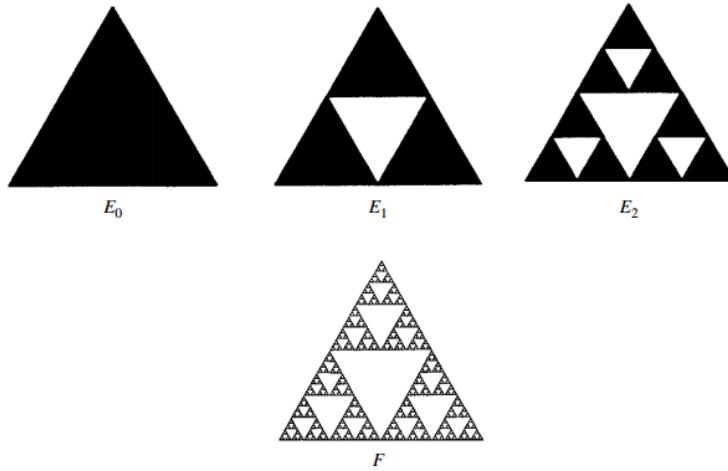


Figura 3.12: Construcción del triángulo de Sierpinski F, generado con un triángulo equilátero. Teniendo a E_n como el nivel de iteración. Tomada de [20].

Se pueden generar otros patrones siguiendo el proceso de generación del triángulo

de Sierpinski, en este caso se pueden tener como objetos generadores cuadrados a los cuales se les extrae un cuadro de longitud $1/2$ del segmento del cuadro original, el resultado de este proceso genera una figura mas conocida como la carpeta de Sierpinski y se podría decir que esta en un espacio dimensional cercano al 2 , lo mismo sucedería si en lugar de un cuadro se utilizara un cubo en este caso se realizaría el mismo proceso y la figura final estaría cercana a el espacio dimensional 2 a 3 [53]. Para el caso en el que se tiene como objeto generador un cubo se conoce al objeto resultante como la esponja de Sierpinski (También conocida esponja de Menger, atribuido al matemático austriaco Karl Menger, 1926 [53]), donde se puede ver el proceso de generación de la carpeta y de la esponja de Sierpinski en las Figuras 3.13 y 3.14 respectivamente.

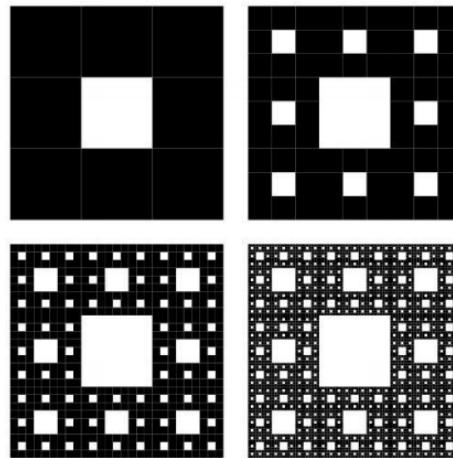


Figura 3.13: Construcción de la carpeta de Sierpinski, generado con un cuadrado. Teniendo a E_n como el nivel de iteración. Tomada de [53].

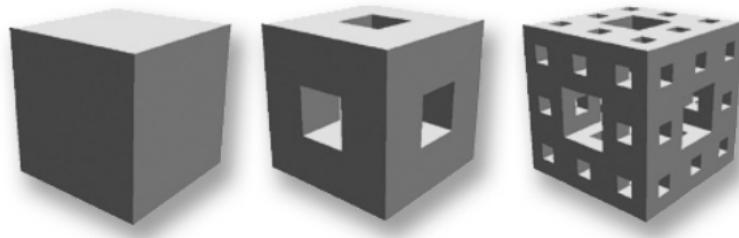


Figura 3.14: Construcción de la esponja de Sierpinski, generado con un cubo. Teniendo a E_n como el nivel de iteración. Tomada de [53].

3.3.2. Características de los fractales:

Los conjuntos u objetos que se consideran como fractales deben cumplir con las siguientes características:

- Su dimensión de Hausdorff Besicovitch es estrictamente mayor a su dimensión topológica (El concepto de dimensiones se enfatiza en la sección 3.3.3).
- Son conjuntos autosemejantes y simétricos. Los objetos fractales poseen la propiedad de ser autorecurrentes, es decir a cualquier ampliación en la escala de observación el objeto tendrá la misma estructura que si se viera de forma global.
- La dimensión de los objetos fractales se define como no entera, generalmente representada con números decimales.
- Cualquiera sea la escala de observación del objeto, su dimensión fractal sera igual.

3.3.3. Dimensión en la Geometría Fractal:

Un concepto muy importante para definir un fractal es mediante la estimación de su dimensión, la cual como se comentó en apartados anteriores comprende valores fraccionarios a excepción de algunos casos especiales. Como es del conocimiento en el mundo de la geometría euclidiana, los elementos se pueden clasificar por su dimensión en cuatro grupos, dimensión 0 para el punto, dimensión 1 para una línea recta, dimensión 2 para una figura plana y dimensión 3 para una figura con volumen [53]. La mejor forma de definir las dimensiones es mediante una representación gráfica como en la Figura 3.15.

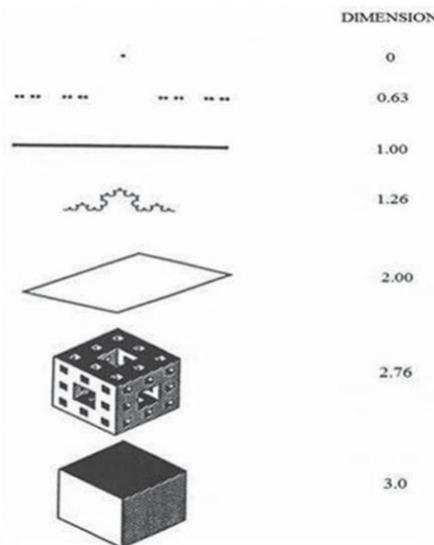


Figura 3.15: Dimensión Fractal y Topológica. Tomada de [49].

Se deben tener en cuenta los siguientes conceptos de dimensión a la hora de trabajar con la geometría fractal.

3.3.3.1. Dimensión Topológica:

Esta es usualmente relacionada con la geometría euclíadiana. Se tiene que una dimensión topológica varía de 0, 1, ..., hasta n luego será $n+1$, en adelante.

- La dimensión de un conjunto vacío es -1.
- Un espacio topológico es cero, cuando se trata de un punto aislado o un número finito de puntos
- Es uno cuando se trata de una recta o una curva.
- Es dos cuando se trata de un plano u otra superficie ordinaria.
- Es tres si se trata de un espacio u objeto con volumen.

3.3.3.2. Dimensión de Hausdorff-Bessicovitch:

Esta dimensión acuñada a Hausdorff (1919), extiende la dimensión hasta los números no enteros, posteriormente Bessicovitch seguiría trabajando en esta propuesta [53]. Es una forma de calcular la dimensión fractal y su definición matemática es bastante compleja y se obtiene a partir de la medida de Hausdorff representada en la Ecuación (3.5).

$$H^d(E) = \lim_{\delta \rightarrow 0} N(\delta) \delta^d \quad (3.5)$$

Para entender esta ecuación se puede empezar por tener un conjunto A del cual se desea conocer su área. Esto se hace llenando la superficie A con discos pequeños del mismo diámetro, posteriormente se obtendrá el área de A sumando el área de todos los discos y tendríamos la Ecuación (3.6).

$$Area_A = \frac{\pi}{4} (diam(D_1)^2 + diam(D_2)^2 + \dots + diam(D_n)^2) \quad (3.6)$$

Generalizando este concepto, dependiendo del tipo de geometría y de la medida a hallar, el cálculo de la medida d -dimensional de un conjunto A estaría dado por la Ecuación (3.7).

$$C(diam(D_1)^d + diam(D_2)^d + \dots + diam(D_n)^d) \quad (3.7)$$

Donde C representa un valor constante dependiendo de la medida a hallar, D_n son los discos y d la dimensión de medida. Volviendo a la Ecuación (3.5), tenemos que la medida de Hausdorff de un conjunto E es igual al límite cuando (δ) tiende a cero, de la cantidad de discos $N(\delta)$ por el diámetro δ elevado a la d , siendo d la dimensión de

medida, que es en si la dimensión de Hausdorff solo para cuando $H^d(E)$ es diferente a cero o infinito. Entonces se tendría la relación de la Ecuación 3.8.

$$H^d(E) = \begin{cases} \infty & \text{si } d < D_H(E) \\ 0 & \text{si } d > D_H(E) \end{cases} \quad (3.8)$$

Siendo $D_H(E) = d$ la Dimensión de Hausdorff del conjunto E

3.3.3.3. Dimensión Fractal:

Una de las principales características de los fractales es su dimensión, la cual se relaciona con el concepto de rugosidad y finura, en donde un objeto que tiene propiedades fractales aumenta su rugosidad conforme aumenta su dimensión y lo mismo pero de forma inversa en cuanto a su finura. “*La dimensión fractal de un objeto es una medida de su complejidad. A mayor dimensión fractal mas compleja es la forma o estructura del objeto*” [37]. A partir de la Ecuación (3.9) se puede deducir la dimensión fractal de un objeto.

$$1 = N_r r^D \Rightarrow D = \frac{\ln(N_r)}{\ln(1/r)} \quad (3.9)$$

Donde D representa la Dimensión Fractal (DF), o dimensión de auto-similaridad, de un objeto, N_r representa el número de copias semejantes no sobrepuertas del objeto reducido por factor de escala ($1/r$). Aunque con esta fórmula se puede obtener un estimado de la dimensión fractal de un objeto, como se mencionó en la sección 3.3.1 una de las desventajas de la geometría fractal radica en que los elementos naturales en realidad no son fractales, en este caso para definir su dimensión fractal de forma precisa se utiliza el concepto de Multifractalidad. Los Métodos comúnmente utilizados para estimar la dimensión fractal y el concepto de Multifractalidad se profundizaran en la siguiente sección.

3.3.4. Clasificación de los fractales:

Aunque originalmente no hay una clasificación propia de los fractales, se puede tomar como referencia la clasificación hecha por Hearn y Baker en 2006 [22], donde los agrupan por su auto-similaridad y auto-afinidad.

Auto-similares: Este concepto indica que las partes del objeto son similares al objeto original. Dichas partes se generan aplicándole un factor de escala $1/r$, de este modo estas “sub-partes” serán auto-similares al objeto global. El factor de escala puede variar en las diferentes sub-partes del objeto original, siendo esta variación determinista o aleatoria. Si se realiza la variación aleatoria en la escala a las subpartes, el fractal sera estadísticamente autosimilar, en otras palabras las subpartes tienen las mismas características estadísticas pero su apariencia sera distinta al objeto original.

Fractales Auto-afines: Estos tienen partes que se obtienen al aplicar factores de escala en diferentes direcciones, es decir en las coordenadas x, y, z los parámetros fractales serán $1/rx, 1/ry, 1/rz$ respectivamente. Si se introducen variables aleatorias también se tendrá un fractal estadísticamente autoafín.

Fractales Invariantes: Estos son generados mediante transformaciones no lineales. En estos se encuentran los fractales cuadráticos e inversos. En el presente documento se trataran los fractales Auto-similares y Auto-afines. En la siguiente sección se trata en profundidad los métodos para la estimación de la Dimensión Fractal en imágenes digitales (imágenes SAR en este trabajo).

3.4. Análisis de texturas en imágenes digitales

En 1973 Haralick propuso una clasificación de medidas de textura en el intervalo de niveles de gris, asignando 14 clases de medidas de textura [23]. Los principales enfoques en el reconocimiento de texturas pueden ser clasificados en tres grupos y así en adelante se pueden proponer más grupos. El primer grupo reconoce texturas características de la imagen a partir del espectro potencial de Fourier, esto debido a que las texturas demuestran diversos patrones de frecuencia, entonces las características de textura se relacionan con la distribución de la frecuencia de los componentes espaciales [37]. El segundo grupo corresponde al cálculo de características estadísticas locales relacionadas con la textura, calculando así medidas como la media local, la varianza, la desviación estándar entre otras. Se ha propuesto una subdivisión de este grupo donde se tienen tres conjuntos principalmente, denominados como ordenes estadísticos. El primer orden estadístico calcula las medidas texturales a partir de la relación entre los valores de gris de la imagen y su frecuencia, sin considerar relaciones entre píxeles. El segundo orden estadístico contempla la medida de texturas a partir de la co-ocurrencia entre pares de píxeles a una distancia dada, el algoritmo comúnmente utilizado en este orden es la Matriz de co-ocurrencias de niveles de gris (GLCM). Se ha propuesto estadísticas de tercer orden y ordenes superiores para el cálculo de texturas, que toman en cuenta la relación existente entre tres o más píxeles, pero no son implementados debido a su gasto computacional en cuanto a procesos y tiempos en la ejecución, además de que la interpretación de los resultados es compleja [46].

El tercer grupo de enfoques de estimación o cálculo de texturas contempla la densidad de probabilidad de niveles de gris [23]. Y el ultimo enfoque analiza la estructura geométrica de las texturas a partir de técnicas de modelamiento de la imagen, las técnicas de análisis fractal son las más novedosas dentro de este grupo [37].

Dentro de los algoritmos más utilizados para el análisis de texturas en imágenes SAR están los siguientes [2]:

- Matriz de co-ocurrencias de niveles de gris (GLCM).
- Vector de diferencias en el nivel de gris.
- Lagunaridad o análisis de huecos.
- Matriz de dependencia de nivel de gris del vecino.
- Función de correlación espacial.
- Enfoques basados en modelos.

En este proyecto se tomara en cuenta el método de extracción de texturas por medio del algoritmo de la Matriz de Co-Ocurrencias de niveles de gris (GLCM) en una imagen digital como comparador a la hora de obtener una imagen de texturas por medio de métodos fractales para realizar una clasificación supervisada de la imagen.

3.4.1. Análisis de texturas con el método GLCM:

La Matriz de Co-Ocurrencia de niveles de gris, realiza una comparación píxel por píxel con sus vecinos definidos a partir de un ángulo y distancia dados, dentro de un área dada. El proceso se realiza con pares de píxel, tomando un píxel como referencia y un píxel vecino. La relación espacial en cuanto al ángulo dado entre el píxel de referencia y los píxeles vecinos potenciales se puede dar en cualquier dirección posible dentro de un arreglo matricial, en este caso serían 8 direcciones donde se puede resumir a cuatro ángulos con valores $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ y 135° , esto teniendo una relación espacial invariante. Un procedimiento para la obtención de la matriz de Co-Ocurrencias y la determinación de medidas texturales se puede consultar el documento realizado por Presutti [46]. A continuación se presentan algunas medidas de texturas relevantes derivadas de la matriz de Co-Ocurrencias [46]:

Homogeneidad: Se puede calcular por medio de la Ecuación (3.10):

$$\sum_{i,j=0}^{N-1} \frac{P_{i,j}}{1 + (i - j)^2} \quad (3.10)$$

Donde $P_{i,j}$ es la probabilidad de co-Ocurrencia de los valores de gris i y j, para un ángulo y distancia dados. El valor resultante sera el porcentaje de homogeneidad de la imagen.

Contraste: Se puede calcular por medio de la Ecuación (3.11):

$$\sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j}(i - j)^2 \quad (3.11)$$

Se caracteriza por ser el valor opuesto a la homogeneidad [46]. El valor resultante sera el porcentaje de contraste dentro de la imagen.

Disimilaridad: La disimilaridad es proporcional al contraste. Está definida por la Ecuación (3.12):

$$\sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j}|(i - j)| \quad (3.12)$$

Desviación estándar: Se debe tener en cuenta que la matriz a la cual se realiza el cálculo es simétrica por tanto los resultados de la varianza son iguales tanto para i como para j. Las ecuaciones (3.13) y (3.14) definen la varianza para i y para j respectivamente:

$$\sigma_i^2 = \sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j}(i - \mu_i)^2 \quad (3.13)$$

$$\sigma_j^2 = \sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j}(i - \mu_j)^2 \quad (3.14)$$

Posteriormente se tendrá el resultado de los valores de la desviación estándar mostrados en las ecuaciones (3.15) y (3.16):

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2} \quad (3.15)$$

$$\sigma_j = \sqrt{\sigma_j^2} \quad (3.16)$$

Entropía: Esta definida por la Ecuación (3.17):

$$\sum_{i,j=0}^{N-1} -P_{i,j} \ln(P_{i,j}) \quad (3.17)$$

Se caracteriza por ser alta para cuando los elementos de la matriz de co-Ocurrencia presenten valores similares, y es baja cuando los elementos de la matriz de co-ocurrencias son cercanos a 0 o a 1.

Correlación: Está definida por la Ecuación (3.18):

$$\sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} \left[\frac{(i - \mu_i)(j - \mu_j)}{\sqrt{(\sigma_i^2)(\sigma_j^2)}} \right] \quad (3.18)$$

El resultado comprende valores entre -1 y 1. Se caracteriza por ser una medida independiente de las anteriores medidas lo que permite ser utilizada por otra medida textural.

ASM(Segundo Momento Angular): Está definido por la Ecuación (3.19):

$$\sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j}^2 \quad (3.19)$$

Se caracteriza por generar valores altos cuando la matriz de co-Ocurrencia presenta pocos valores altos y presenta valores bajos cuando todos los valores de la matriz de co-ocurrencia son iguales.

Energía: Está definida como la raíz cuadrada del ASM, también utilizada como medida de textura.

3.4.2. Análisis de texturas en imágenes con técnicas fractales:

Las imágenes SAR se almacenan en formato digital por lo general con una resolución radiométrica de 8 bits, equivalente a 256 niveles en escala de gris. Estas imágenes son propicias a la hora de ser clasificadas utilizando como uno de sus parámetros su rugosidad por medio de la geometría fractal, mas específicamente con la estimación de la dimensión fractal. Para estimar la dimensión fractal de una imagen digital se tendrá en cuenta el nivel digital (ND) o nivel de escala de grises presente en la imagen, el tamaño de la imagen y su resolución espacial. Para estimar la DF la imagen se considerara como una superficie plana cuyas coordenadas Columnas (x), Filas (y) corresponderán a la ubicación del píxel y una tercera coordenada sera el ND (z) representando el espacio tridimensional de la imagen; agrupando estos factores la imagen seria vista como una superficie en el espacio tridimensional. En los objetos estrictamente autosimilares la definición matemática de su dimension fractal esta dada por la Ecuación (3.9) propuesta por Mandelbrot [35].

Para objetos que no cumplen la condición de ser estrictamente autosimilares la dimension fractal no puede derivarse de manera analítica, para estos casos se estima de forma empírica.

3.4.2.1. Métodos para la estimación de Dimensión Fractal en imágenes digitales:

Investigadores han propuesto diversos enfoques para la estimación de la dimensión fractal para imágenes digitales en escala de gris, una clasificación de los métodos existentes para la estimación de la dimensión fractal en una imagen digital la da R. Lopes y N. Betrouni [32], donde se agrupan como métodos de conteo de cajas, métodos de movimiento fraccional Browniano (fbm) y métodos de medición de área. De estos enfoques el método DBC (Conteo de caja diferencial por sus siglas en inglés, perteneciente al grupo de métodos de conteo de cajas) y el método TPSA (Área de superficie de prisma triangular por sus siglas en inglés y perteneciente al grupo de métodos de medición de área) se escogieron en este trabajo por ser de los más precisos, más utilizados y menos costosos en cuanto a su implementación computacional [37, 60]. Para profundizar en los demás enfoques se recomienda consultar [60] y [32]. Los dos métodos en cuestión presentan el siguiente proceso.

1. Medir el objeto en consideración utilizando varias longitudes de medida.
2. Diagramar el gráfico del logaritmo de las cantidades medidas contra el logaritmo de las longitudes de tamaño de medida, luego ajustar los valores mediante una regresión lineal utilizando mínimos cuadrados. “El diagrama log-log es conocido comúnmente como el diagrama de Richardson” [60].
3. La dimension fractal DF resulta ser la pendiente de la recta resultante de la regresión lineal hecha por mínimos cuadrados.

3.4.2.2. Triangular Prism Surface Area TPSA:

El método TPSA es uno de los métodos más utilizados para la estimación de la dimensión fractal en imágenes digitales. Originalmente este método fue desarrollado para el procesamiento de imágenes geoespaciales, específicamente para determinar la dimensión fractal de la superficie de los Modelos Digitales de Elevación MDE. Este método fue desarrollado por Keith C. Clarke en el año 1986 [10], en su trabajo utilizo un MDE, pero diversos investigadores han extendido el enfoque al procesamiento de imágenes de satélite de diversos sensores.

El método divide el MDE en ventanas de tamaño s , luego toma los valores de elevación (nivel digital si es una imagen) de las cuatro esquinas (a, b, c y d) de dicha ventana como se aprecia en la Figura 3.16(a), luego se interpola un punto central e a partir de los cuatro datos de los puntos de las esquinas, los cuatro valores de las esquinas crean un cuadrado y cada uno de estos cuatro puntos se unen con una recta hasta el punto e , generando un prisma que en su parte superior posee cuatro triángulos (A, B, C, D) como se ve en la Figura 3.16(b). Se realiza el cálculo del área de los triángulos de la superficie superior del prisma para todas las ventanas, obteniendo una área total de la superficie del prisma para cada longitud δ de la base del prisma, que al relacionarlos se tendría un estimado de la DF de la imagen. Se debe tener en cuenta que el valor de δ es una vez menor al valor del tamaño de ventana s . Para el cálculo de la regresión lineal Clarke utilizo como parámetros la longitud de la base del prisma al cuadrado δ^2 contra el área total de superficie de la imagen.

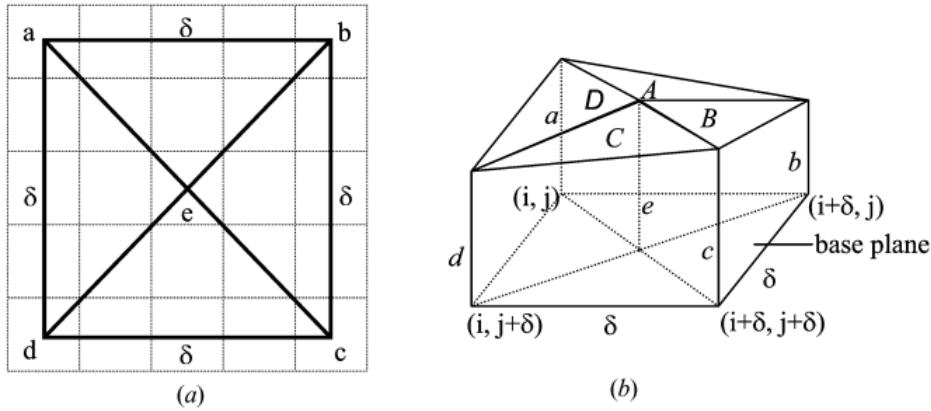


Figura 3.16: Vista en 3D del método TPSA. Tomada de [60].

El pseudocódigo del algoritmo propuesto por Clarke se detalla en la Tabla 3.2.

Algoritmo 1: Estimación de DF por medio del método TPSA

Require: Imagen Im de tamaño $M \times M$.

Ensure: Área de superficie de la imagen A_T y DF .

$N \leftarrow 0$

for $L = 2$ hasta L_{max} **do**

Partir Im en ventanas W con tamaño $L \times L$.

for W en Im **do**

Obtenga los valores de intensidad de las cuatro esquinas de W e interpole con dichos puntos un punto central.

Construya triángulos enlazando los cuatro puntos de las esquinas y el punto central.

Se halla el área de dichos triángulos A_s .

end for

Se suman las áreas de los triángulos obteniendo el área total de la superficie de la imagen $A_T \leftarrow +A_s$.

end for

Se adicionan los elementos al arreglo $N \leftarrow A_T$.

Se realiza el ajuste por mínimos cuadrados de la relación $\ln(L)$ contra $\ln(N)$.

$DF = 2 - m$, donde m es la pendiente negativa de la recta ajustada.

Tabla 3.2: Pseudocódigo del algoritmo TPSA para estimar la DF de una imagen.

3.4.2.3. Differential Box-Counting DBC:

El conteo de caja diferencial (DBC por sus siglas en inglés) es un enfoque que es poco trabajado en el campo de las geociencias, a pesar que de este se pueden obtener buenos resultados como lo aseguran Matter y Tso [37] en sus estudios. El método DBC fue propuesto por Nirupam Sarkar y B. B. Chaudhuri en el año 1992 [56] para calcular la DF en imágenes digitales. La mayor ventaja de este método con respecto al método Box-Counting original radica en que en el método DBC se pueden calcular la DF de imágenes en escala de grises. En el DBC el valor de N_r en la Ecuación (3.9), es contado de la siguiente forma, se tiene una imagen de tamaño $M \times M$ píxeles dividida en una grilla con celdas de longitud $s \times s$ donde $M/2 \geq s > 1$ y s es un entero, entonces se puede deducir que $r = s/M$. Considerando que la imagen es tridimensional con (x, y) denotando el plano de la imagen y (z) denotando el nivel de gris como se aprecia en la Figura 3.17.

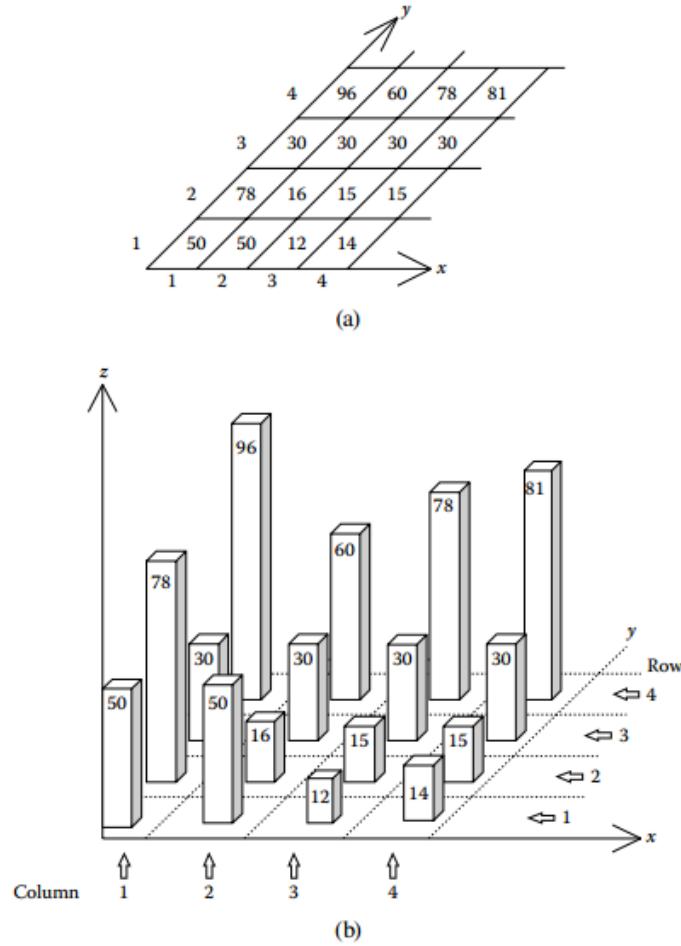


Figura 3.17: Vista en 3D de la imagen de intensidad de superficie. Tomada de [37].

En cada celda $s \times s$ se sobrepone una columna con cajas de tamaño $s \times s \times s'$. Si G es el número total de niveles de gris dentro de la imagen (por ejemplo 256), s' es calculado por $\lfloor G/s' \rfloor = \lfloor M/s \rfloor$. Dejando el mínimo y máximo nivel de gris de la celda (i, j) de la imagen caer en la caja número k y l , respectivamente. Entonces se tiene que $n_r = l - k + 1$ es la contribución de N_r en la (i, j) -ésima celda, en la Figura 3.18 se da una idea del proceso. Tomando las contribuciones de todas las celdas dentro de la imagen presentado en la Ecuación (3.20):

$$N_r = \sum_{i,j} n_r(i, j) \quad (3.20)$$

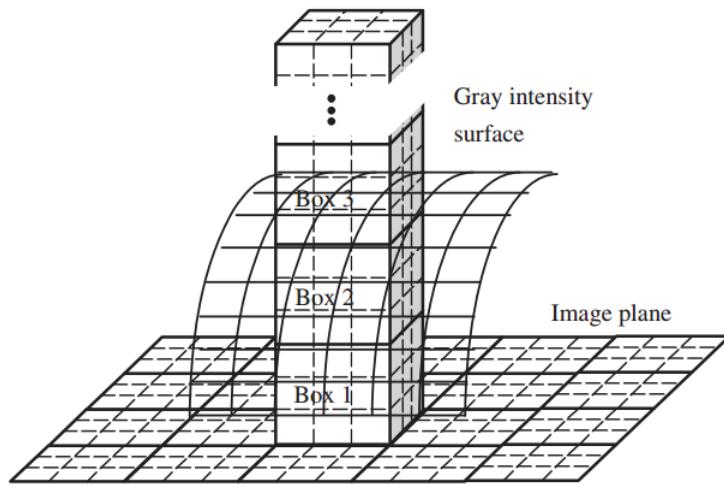


Figura 3.18: Vista en 3D del método DBC. Tomada de [56].

Para varios valores de r , que es igual a s o tamaños de medida, es calculada la Ecuación (3.20). Luego se calcula D por medio del ajuste lineal por mínimos cuadrados entre el logaritmo de N_r y el logaritmo de $1/r$. Este método es preciso y computacionalmente eficiente para clasificación por textura en imágenes digitales de acuerdo a experimentos hechos por Tso [37]. El pseudocódigo del algoritmo propuesto por Chaudhuri y Sarkar se detalla en la Tabla 3.3.

En los últimos años investigadores han propuesto mejoras al algoritmo DBC. Éstas mejoras han surgido, en su mayoría, debido a la deficiencia del algoritmo en cuanto al conteo de cajas real que cubra la totalidad de la imagen. Al realizar la ubicación de las cajas en una determinada celda sobre la imagen, puede ocurrir el caso de que se estén utilizando cajas demás para cubrir las intensidades de gris de la imagen, esto debido a que se suele ubicar la primer caja en el plano de la imagen, lo que ocasiona un sobreconteo de cajas en coordenada z , esto se puede observar en la Figura 3.19, donde se ubican las cajas de tamaño $3 \times 3 \times 3$ desde la base de la superficie de la imagen, obteniendo así dos cajas necesarias para cubrir los píxeles A y B, cuando en realidad bastaría con una sola caja para cubrir los dos píxeles ya que la separación entre estos dos píxeles no supera el tamaño de la caja dada.

Algoritmo 2: Estimación de DF por DBC

Require: Imagen I de tamaño $M \times M$

Ensure: Cantidad de cajas N_r y DF

Se tiene que $r = s/M$

$N_r \leftarrow 0$

for $s = 2$ hasta $s = M/2$ **do**

 Particione la imagen en ventanas W

 Tamaño $W = s \times s$

 Halle la altura $s' = \lfloor ((G \times s)/M) \rfloor$

for W **do**

 En cada ventana W ubique columnas de cajas de tamaño $s \times s \times s'$
 enumerando las cajas de abajo hacia arriba desde 1,2... en adelante

 Encontrar cual es el número de las cajas que intersectan el mínimo y máximo
 nivel de gris de los píxeles dentro de la ventana $l = \lceil (ND_{min}/s') \rceil$ y

$k = \lceil (ND_{max}/s') \rceil$ respectivamente.

 Hallar $n_s = l - k + 1$

end for

 Se suman las cajas necesarias para cubrir la imagen $N_s \leftarrow +n_s$

end for

Se adicionan los elementos al arreglo $N_r \leftarrow N_s$

Se realiza el ajuste por mínimos cuadrados de la relación $\ln(1/r)$ contra $\ln(N_r)$.

La dimensión fractal $DF = m$, donde m es la pendiente negativa de la recta
ajustada.

Tabla 3.3: Pseudocódigo del algoritmo DBC para estimar la DF de una imagen.

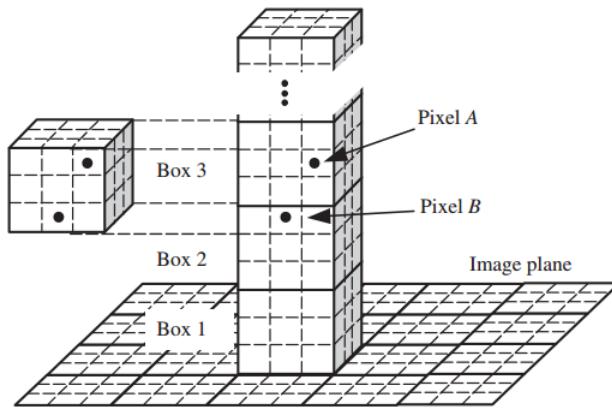


Figura 3.19: Vista en 3D del sobreconteo de cajas del método DBC. Tomada de [30].

Este error de conteo puede ocurrir también en el plano x,y donde en la parte límite de la caja puedan existir píxeles con una variación notable en la escala de grises con respecto a los píxeles de la caja vecina a la que limita, así no se estaría obteniendo un apropiado conteo de n_r . Los errores anteriormente dichos se pueden solucionar aplicando un factor de deslizamiento a la ubicación de la columna de cajas tanto en el plano z como en el plano x,y de la imagen. Dentro de los algoritmos más conocidos que se han propuesto para dar solución a las desventajas de conteo acertado de las cajas se encuentran el método Conteo de Caja Diferencial Relativo (RDBC por sus siglas en inglés) propuesto por Jin et al. en el documento [25] en el cual realiza la corrección del conteo para el plano z de la imagen, el método de Desplazamiento de Conteo de Caja Diferencial (SDBC por sus siglas en inglés) propuesto por Chen et al. en [8] en el cual también se realiza una corrección en el plano z de la imagen, el método DBC mejorado de Li expuesto en [30] en el que también realiza un ajuste al conteo de cajas para el plano z y por último el método DBC mejorado propuesto por Liu et al. en el documento [31], en el cual realiza dos tipos de correcciones, una relacionada al conteo preciso de cajas tanto en el plano x,y como z y la elección del tamaño apropiado de caja a dividir la imagen. En este documento, además de exponer su mejora al método clásico DBC, Liu et al. realizan una comparación con los métodos anteriormente comentados mostrando que su método resulta ser una muy buena mejora con respecto a los demás métodos y al original DBC. A continuación se detalla el cambio realizado por Liu et al. para mejorar la precisión del cálculo de cajas en el plano z, este radica en modificar la expresión $n_r = l - k + 1$ por la ecuación 3.21, donde la expresión “ceil” denota la parte entera superior del valor resultante dentro de los paréntesis, I_{max} e I_{min} representan la intensidad de escala de gris máximo y mínimo respectivamente.

$$nr(i, j) = \begin{cases} \text{ceil}((I_{max} - I_{min} + 1)/s'), & \text{si } I_{max} \neq I_{min}, \\ 1 & \text{si } I_{max} = I_{min} \end{cases} \quad (3.21)$$

Para la parte de mejorar el conteo de caja para el plano x,y Liu et al. proponen aplicar un deslizamiento de los bloques de cajas en el plano a determinados píxeles δ . Realizan el conteo de cajas para los bloques sin aplicar el deslizamiento de δ píxeles y aplicando el deslizamiento. Luego los comparan y se escoge el máximo valor de los dos como el valor n_r preciso como se muestra en la ecuación 3.22.

$$n_r(i, j) = \max(n_{r-old}, n_{r-new}) \quad (3.22)$$

3.4.2.4. El concepto de Multifractalidad:

Las escenas naturales del mundo real no son propiamente fractales por lo que la estimación de la dimensión fractal no es del todo apropiada para obtener la rugosidad, además es conocido que zonas con diferente valor de textura pueden tener la misma dimensión fractal [37]. Por lo tanto si se quiere utilizar el concepto de textura como parámetro de segmentación se tiene mayor precisión con la teoría multifractal, en donde un conjunto A con determinada dimensión fractal podría tener subconjuntos con diferente dimensión fractal. El concepto multifractal fue inicialmente desarrollado para ser aplicado en el estudio de fenómenos físicos de turbulencia, crecimiento no lineal, procesos multiplicativos, modelos de crecimiento fractal [55] y ha sido utilizado paulatinamente en el procesamiento de imágenes digitales [37, 44, 55].

3.4.2.5. Métodos para la estimación de la Dimensión Multifractal en imágenes digitales:

Al igual que con la estimación de la dimensión fractal podemos manejar la clasificación hecha por R. Lopes y N. Betrouni [32], para agrupar los métodos utilizados para estimar la dimensión multifractal en imágenes digitales. Ellos lo clasifican en Métodos por conteo de cajas y métodos basado en ondas. Para el presente trabajo se hará una explicación referente al método de conteo de cajas el cual sigue el mismo principio descrito para la dimensión (mono)fractal.

3.4.2.6. Método Multifractal por conteo de cajas:

La estimación de la dimensión fractal de una imagen toma en cuenta las cajas no vacías para cubrir la intensidad de superficie de la imagen, esto sin tener en cuenta el número de puntos en la caja, describiendo así la geometría de la estructura pero ignorando la distribución de densidad de puntos sobre la estructura misma [55]. Para superar esta carencia de la medición se tiene en cuenta el término denominado la dimensión fractal generalizada $D(q)$ la cual toma en cuenta el número de puntos en una caja, definida por las ecuaciones (3.23) y (3.24).

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log \sum_i^{N_r} P_i^q}{\log r}; (q \neq 1) \quad (3.23)$$

$$D_q = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sum_i^{N_r} P_i \log P_i}{\log r}; (q = 1) \quad (3.24)$$

Donde $-\infty \leq q \leq \infty$ representa los momentos para calcular cada orden multifractal y $P_i = U(B_i)/U(A)$ es la medida normalizada (porcentaje de puntos) de la i-ésima caja, siendo $U(B_i)$ el número de puntos dentro de la caja y $U(A)$ el número total de puntos en el conjunto A. Brandt Tso [37] realizó un estimado del valor de $D(q)$ a partir de determinar a P_i como la Ecuación (3.25) hallado con la Ecuación (3.20):

$$P_i = [n_r(i, j)/N_r] \quad (3.25)$$

Al variar los valores de q , se obtendrán diversos valores de $D(q)$ es decir diversos valores de dimensión fractal razón por la cual se conoce como dimensión multifractal.

3.4.3. Procedimiento para la obtención de imágenes de textura:

Para realizar un análisis de texturas se utiliza una técnica de movimiento de ventana (una sub-imagen), de forma similar a la técnica realizada en los filtros estadísticos [3]. Al realizar el cálculo de la textura se tiene en cuenta la relación existente entre un píxel central y sus vecinos dentro de la ventana. Realizando el mismo procesos a los demás píxeles dentro de la imagen, generando una imagen de texturas a partir de los resultados obtenidos en cada ventana.

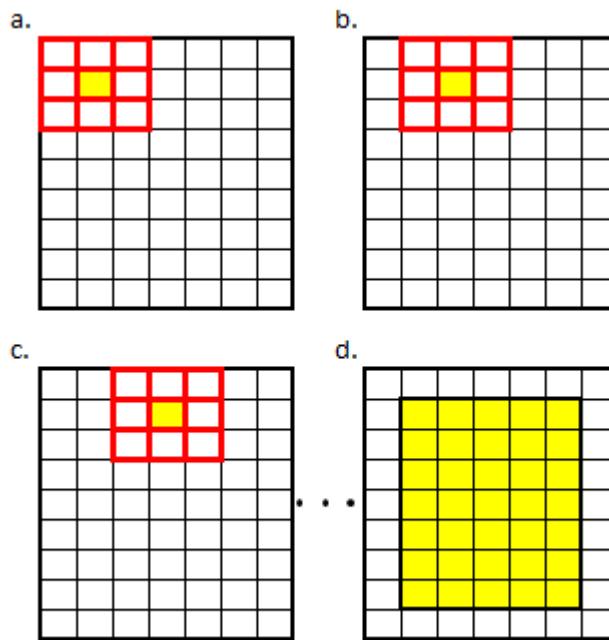


Figura 3.20: Técnica de movimiento de ventana para la obtención de una imagen de texturas. La celda en (a)(b)(c) amarillo obtendrá el valor de la textura y por ende sera un píxel que compondrá la nueva (d)imagen.

El anterior proceso se ilustra en la Figura 3.20, donde se tiene una imagen de tamaño 7x9 píxeles y una sub-ventana o ventana móvil de 3x3 píxeles, generando así una imagen de salida de tamaño 5x7 píxeles, cabe anotar que el tamaño de la ventana móvil por lo general es impar.

4. METODOLOGÍA:

El siguiente diagrama de flujo (Figura 4.1) muestra el procedimiento metodológico llevado a cabo para realizar la clasificación no supervisada de la imagen de teledetección, utilizando como parámetro de entrada la textura de la imagen a partir de la estimación de la dimensión fractal y la generación de matriz de co-ocurrencias.

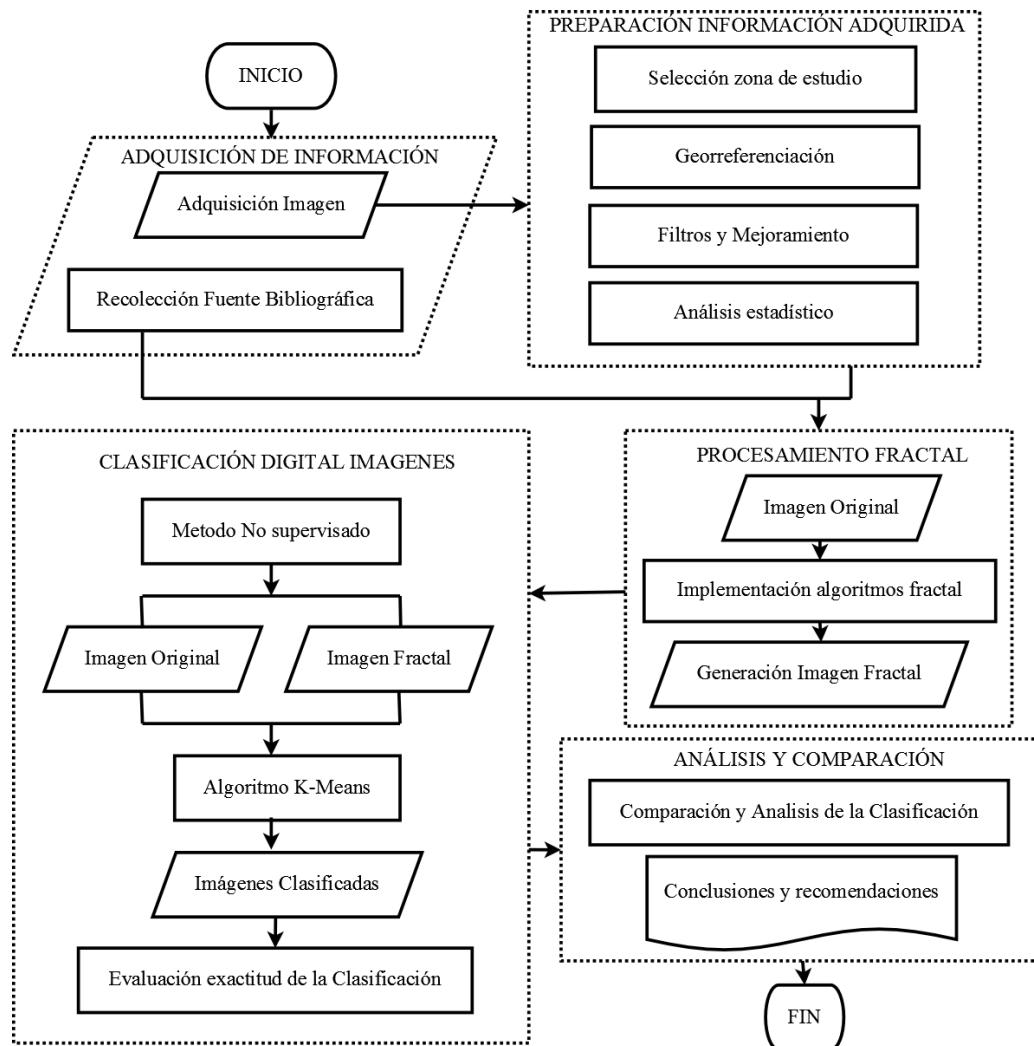


Figura 4.1: Diagrama de flujo de la metodología llevada a cabo para el desarrollo del proyecto.

En el diagrama se puede observar el proceso general dentro del proyecto. Para la eta-

pa de implementación de los algoritmos de dimensión fractal, se escogieron algoritmos que tuvieran características como facilidad de implementación, bajos costes en tiempo computacional durante el procesamiento, facilidad de entendimiento, buen estimador de dimension fractal, un algoritmo que fuera ampliamente utilizado en el procesamiento de imágenes digitales y que su estimación de dimension fractal abarcara la totalidad de la imagen.

4.1. Materiales:

Entre los materiales utilizados para el desarrollo del proyecto se encuentra la imagen satelital, cartografía base de la zona de estudio, el software y el hardware con características especiales para poder llevar a cabo el proceso.

4.1.1. Imágenes:

Dentro del proyecto se tuvo como fuente principal de datos una imagen de radar RADARSAT-I (Figura 4.2) con características presentes en la Tabla 4.1.

Características Imagen	
Tipo	SAR
Nombre sistema	Radarsat-1
Fecha captura	13 de Enero 1996
Banda	C
Modo	Modo Fino
Polarización	HH
Resolución Radiométrica	16 Bits
Resolución Espacial	6.25 metros
Agencia	Radarsat International
Tamaño imagen	6082 x 7998
Zona Geográfica	Bogotá D.C.

Tabla 4.1: Especificación Imagen SAR.

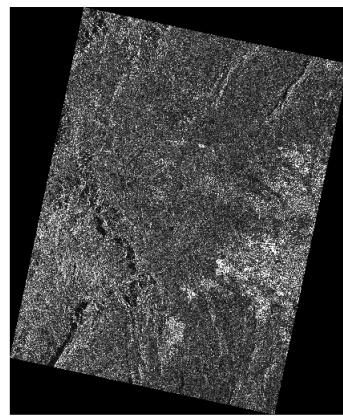


Figura 4.2: Imagen SAR utilizada, la ubicación geográfica corresponde a la zona urbana y suburbana de la ciudad de Bogotá D.C..

4.1.2. Mapa:

Se utilizó un mapa de compilación cartográfica del *Instituto Geográfico Agustín Codazzi-IGAC* como referencia, que fuera de la misma época de la captura de la imagen. La compilación comprende las planchas 208-IV-C, 208-IV-D, 227-II-A, 227-II-B, 227-II-C, 227-II-D, 227-IV-A, 227-IV-B, 227-IV-C, 227-IV-D, 228-I-A, 228-I-C, 228-III-A, 228-III-C, 246-II-A, 246-II-B, 246-II-D, 247-I-A y 247-I-C, de escala 1:25.000. El mapa se ilustra en la Figura 4.3.

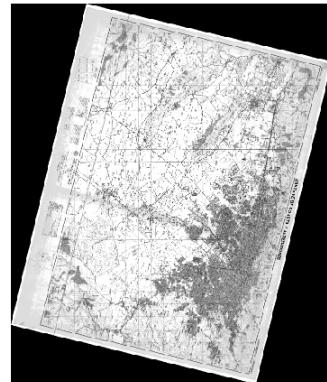


Figura 4.3: Imagen de la cartografía de referencia de la ciudad de Bogotá D.C..

4.1.3. Geodatabase:

Se utilizaron fuentes de datos vectoriales pertenecientes a la Geodatabase de la *Infraestructura de Datos Espacial para el Distrito Capital-IDECA*, como referencia espacial y para representación de la ubicación de la zona de estudio. Las FeatureClass utilizadas se listan a continuación:

- Construcción.
- Lote.
- Manzana.
- Suelo.
- Área urbanística.
- Cuerpo de agua.
- Localidad.
- Calzada.
- Malla Vial Integral
- Andén.
- Separador.

4.1.4. Software:

Para el desarrollo de la metodología se utilizaron las siguientes herramientas de software libre, especializado en el tratamiento de imágenes digitales (Procesamiento de Imágenes Digitales PDI), procesamiento de datos científicos y manejo de información geográfica (Sistemas de Información Geográfica SIG), todo esto instalado en el sistema operativo Windows 7.

El software se describe a continuación:

Software SIG:

Para el proyecto se utilizó el siguiente software SIG.

QuantumGIS: Conocido también en forma abreviada como Q-Gis o QGIS, es un sistema de información geográfica libre, de código abierto y principal referencia en el campo de sistemas de información geográfica no privativo trabajando como licencia GNU GPL. Es uno de los proyectos de la fundación OSGeo y se destaca por tener múltiples herramientas para el manejo de bases de datos geoespaciales vectoriales y raster [29]; como tal se compone de varias interfaces como QGIS Desktop, QGIS Server, QGIS Browser, QGIS on Android entre otros [48]. Se utilizó como apoyo en la visualización de la información geoespacial vector y raster y en la generación de salidas gráficas.

Software PDI:

Para el proyecto se utilizó el lenguaje de programación python, el cual tiene múltiples librerías que facilitan el procesamiento de imágenes digitales.

Python: Python es un lenguaje de programación creado por Guido Van Rossum. Es multiparadigma, esto quiere decir que acepta varios paradigmas de programación como la programación funcional, estructurada y orientada a objetos. Ademas es un lenguaje de tipado dinámico y se caracteriza por ser fácil y rápido de aprender. Con este lenguaje de programación es posible diseñar desde páginas web y programas de escritorio hasta realizar programas con fines científicos [63], ademas se han desarrollado múltiples librerías para procesamiento de datos de tal forma que permite realizar casi los mismos procesos que en un software especializado como MatLab o Mathematica. Dentro de las librerías destacadas para el procesamiento de datos encontramos Numpy y Scipy principalmente [1]. En el presente proyecto se utilizó python versión 2.7 (la mas estable) como lenguaje de programación base en la implementación de los algoritmos de dimensión fractal.

Numpy: Es un paquete para el cálculo científico con python, tiene múltiples módulos utilizada para el procesamiento de datos, realizar cálculos matemáticos y estadísticos. Permite el manejo de arreglos multidimensionales y matrices, tiene herramientas para integrar código de lenguaje como C/C++ y Fortran. Su funcionalidad y capacidades son comparables con Matlab. Funciona bajo licencia BSD [41].

Scipy: Es una librería utilizada para el procesamiento de datos, principalmente en el campo de las matemáticas, las ciencias e ingeniería. Incluye módulos de estadística, álgebra lineal, integración, procesamiento de imágenes y señales. Esta librería depende de Numpy [1].

Anaconda: Es una distribución libre del lenguaje de programación python, incluyendo alrededor de mas de 330 paquetes de python para ciencias, matemáticas e ingeniería. Su principal ventaja es poder descargar el lenguaje de programación como tal, junto con sus principales librerías científicas (Numpy, Scipy entre otras) correctamente instaladas y funcionando, ademas de incorporar un entorno de desarrollo integrado (Spyder) el cual facilitara la creación, ejecución y manipulación de los programas y scripts [12].

GDAL: Es un paquete diseñado para lectura, escritura, análisis y procesamiento de información geoespacial, el cual permite procesar información en formato vectorial y raster. Hace parte de la fundación OSGeo, y está presente en la mayoría de software de sistemas de información geográfica y procesamiento de imágenes geoespaciales, tanto privativas como libres. Originalmente son dos librerías una para el procesamiento de

información vectorial denominada OGR y la segunda GDAL (Geospatial Data Abstraction Library) utilizada en el procesamiento de archivos de formato raster. Esta bajo un tipo de licencia libre X/MIT y fue escrita en el lenguaje de programación C++, pero permite conectarse con otros lenguajes tales como Java, Perl, C# y Python, a través de un grupo de archivos genéricos de GDAL, permitiendo así utilizar este paquete a través de estos lenguajes de programación [21]. Una API de las clases y métodos para Python que en su mayoría coinciden con las implementadas en el lenguaje C++ que se pueden encontrar en <http://gdal.org/python>.

Scikit-image: “Este paquete tiene una colección de algoritmos para el procesamiento de imágenes” [58], es una librería para Python, la cual incluye algoritmos para segmentación, transformaciones geométricas, manipulación de color, filtros, detección de características, entre otros. Para el presente proyecto se utilizó la implementación del algoritmo GLCM que trae esta librería.

Orfeo ToolBox: Fundado e creado por la Agencia Espacial Francesa (Centro nacional de estudios espaciales, CNES por sus siglas en francés [11]), “Orfeo ToolBox (OTB) es una librería de código abierto escrita en lenguaje C++ para procesamiento de imágenes de teledetección, distribuida bajo licencia CeCILL-v2.”... “Es una herramienta cuyo código está escrito a partir de una librería de C++ para el procesamiento de imágenes médicas, y se basa en algunos software de código abierto para implementar estas funciones: GDAL para leer/escribir datos raster/vector, OSSIM para el modelado del sensor, OpenCV para el entrenamiento de la maquina...” [42]. Esta librería puede ser instalada al software QGIS, y maneja principalmente funciones como manipulación de imágenes, Proceamiento de datos, segmentación de imágenes, extracción de características, Clasificación de imágenes, detección de cambios, procesamiento SAR entre otros. Para el presente proyecto se utilizó para realizar la clasificación no supervisada utilizando el algoritmo K-Means.

4.1.5. Hardware:

Dentro del hardware utilizado para el presente proyecto se utilizó un equipo con las características descritas en la Tabla 4.2.

Características Equipo	
Procesador	Intel Core i5
Velocidad procesador	2.4 GHz
Memoria	4 GB
Espacio en disco proyecto	11 GB
Espacio en disco implementación algoritmo	3 GB
Espacio Total Disco Duro	14 GB

Tabla 4.2: Especificación equipo de hardware utilizado, GHz=Gigahertz, GB=Gigabytes.

4.2. Zona de estudio:

La zona de estudio donde se tomó la imagen es la ciudad de Bogotá, específicamente la zona urbana. Se escogió una sección de la imagen original para realizar la extracción de texturas y posterior clasificación. En la Figura 4.4 se puede apreciar la ubicación geográfica de la zona escogida (el recorte de la imagen de tamaño 512 x 512 píxeles) para realizar el proceso de extracción de texturas.

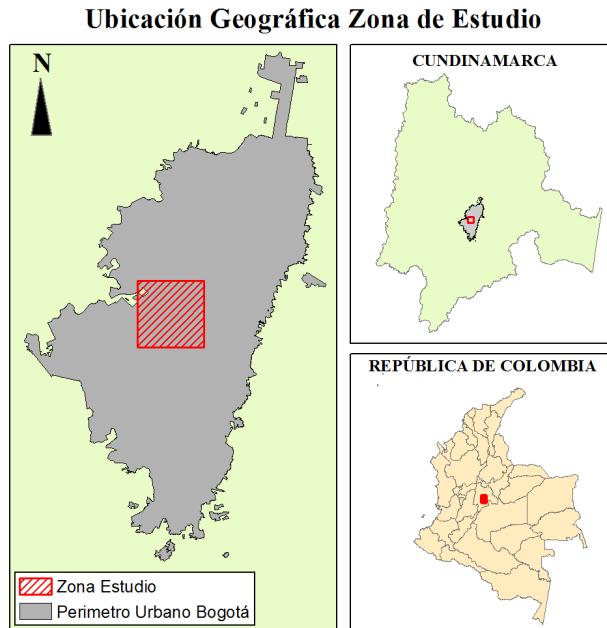


Figura 4.4: Ubicación geográfica de la zona de estudio.

La zona está ubicada en la parte occidental del área urbana de la ciudad de Bogotá D.C., geolocalizada entre las coordenadas geográficas $4^{\circ}40'3,93''$ y $4^{\circ}37'13,76''$ de latitud Norte y $74^{\circ}8'36,79''$ y $74^{\circ}5'47,18''$ de longitud Oeste. La zona de estudio comprende las localidades número 10 de Engativá, número 9 de Fontibón, número 8 de

Kennedy, número 16 de Puente Aranda y número 13 de Teusaquillo del distrito capital. El sector se caracteriza por tener uso del suelo principalmente industrial, residencial y de recreación y deporte. Dentro de las vías principales que atraviesan la zona están la Avenida de las Américas, la Avenida Boyacá, la Avenida Centenario, la Avenida el Dorado y la Avenida el Congreso Eucarístico o carrera 68 entre las mas importantes.

4.3. Métodos:

Como se mencionó en el capítulo anterior se escogieron dos algoritmos de dimension fractal, el método TPSA de Clarke y el método DBC de Sarkar y Chaudhuri mejorado por Liu et al., ambos con principios del método de conteo de cajas clásico. Además de los algoritmos fractales se escogió un método de extracción de texturas “clásico”, en este caso el algoritmo GLCM. Pero antes fue necesario realizar una preparación de la imagen a ser procesada, el Diagrama de Flujo de la Figura 4.5 muestra el proceso realizado para obtener la sección de la imagen original.

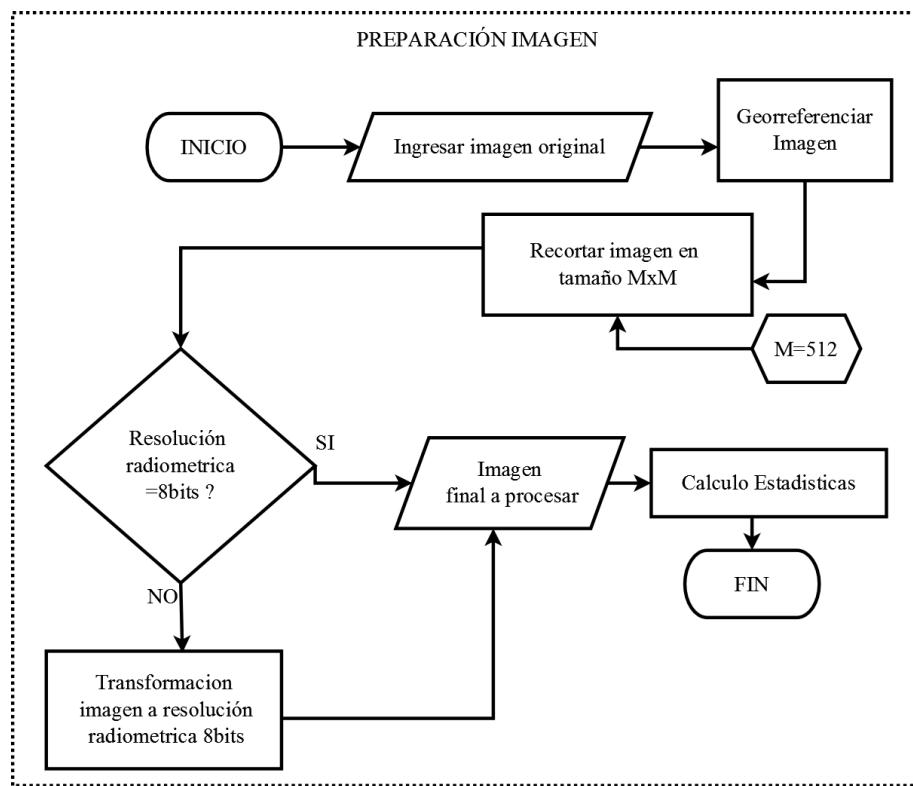


Figura 4.5: Diagrama de flujo de la metodología llevada a cabo para la preparación de la imagen.

4.3.1. Preparación de la imagen:

A partir de la zona escogida y por características presentes en los algoritmos fractales implementados, es necesario recortar la imagen a un tamaño adecuado además de tener que escalar los niveles digitales para que estuvieran en un intervalo de 256 niveles, obteniendo así la imagen mostrada en la Figura 4.6(a). En la Figura 4.6(b) se muestra la cartografía base de la zona.

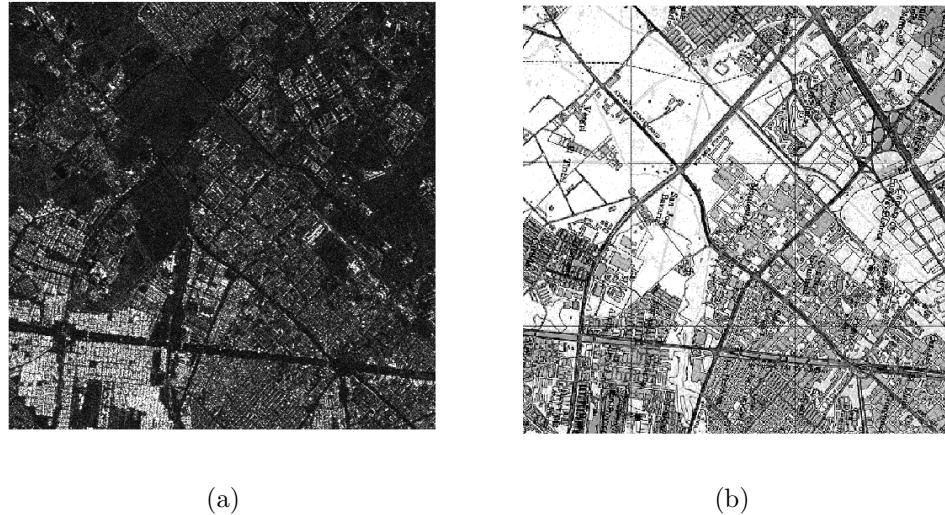


Figura 4.6: (a) Recorte de la imagen de la zona escogida para realizar el procesamiento. (b) Mapa de la zona.

Las especificaciones del recorte escogido de la imagen original se puede identificar en la Tabla 4.3, teniendo en cuenta que se procesó para que fuera una imagen con 256 niveles de gris y con un tamaño igual a $M \times M$.

Imagen zona de estudio	
Extensión	512x512 píxeles
Máx. ND	255
Mín. ND	0
Coordinada Geográfica λ	$74^{\circ}8'36, 79''W ; 74^{\circ}5'47, 18''W$
Coordinada Geográfica φ	$4^{\circ}40'3, 93''N ; 4^{\circ}37'13, 76''N$

Tabla 4.3: Características del recorte de la imagen escogida de la zona de estudio.

Ahora con la imagen preparada se procede a realizar el proceso de extracción por medio del método estadístico y los métodos fractales escogidos.

4.3.2. Implementación algoritmo GLCM:

Para la generación de la imagen de texturas por medio del método GLCM, se pensó equiparar las cargas con respecto a los procesos de extracción de texturas por medio de metodologías fractales ya que como se ha explicado anteriormente se implementaron los algoritmos fractales en el lenguaje python (Ver sección Anexos). Por tanto fue ideal realizar el mismo proceso con el método de obtención de imágenes de textura con la matriz de co-Ocurrencias, pero con la ventaja de que el algoritmo GLCM ya ha sido implementado en una librería de python conocida como Scikit-image [59], la cual genera tanto la matriz de co-Ocurrencias como las estadísticas de la imagen. En lo que concierne a la generación de la imagen de texturas se implementó un algoritmo que hiciera la técnica de movimiento de ventana que es el mismo utilizado en la generación de la imagen fractal. El proceso de generación de imagen de textura a partir del método GLCM se resume en el diagrama de flujo mostrado en la Figura 4.7.

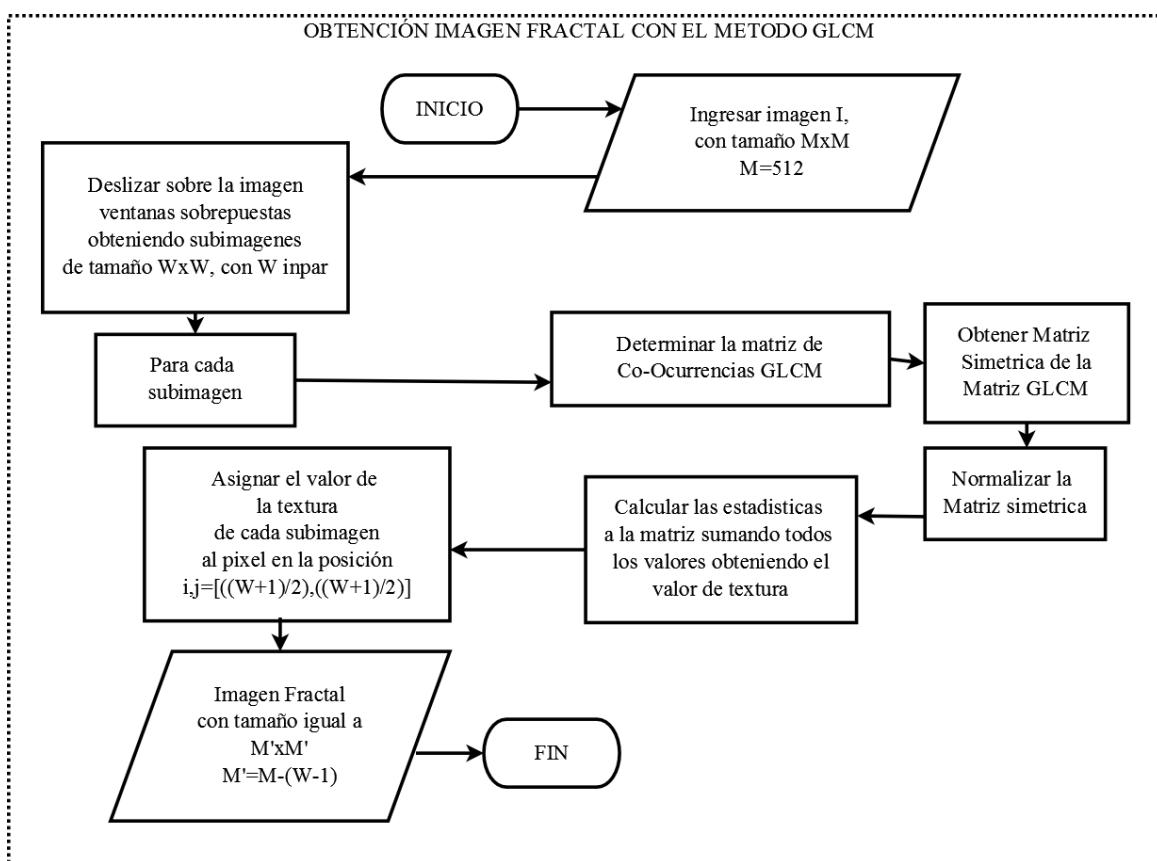


Figura 4.7: Diagrama de flujo de la metodología llevada a cabo para la generación de la imagen de textura.

4.3.3. Implementación algoritmo TPSA

Para la estimación de la dimensión fractal local se tiene en cuenta además que el tamaño de ventana móvil sea el adecuado, que para el caso según Pant es de 9x9 píxeles [43]. La dimensión fractal Global se calculó únicamente con fines informativos. El diagrama de flujo de la Figura 4.8 que ilustra la implementación del algoritmo y el proceso en la obtención de la imagen fractal.

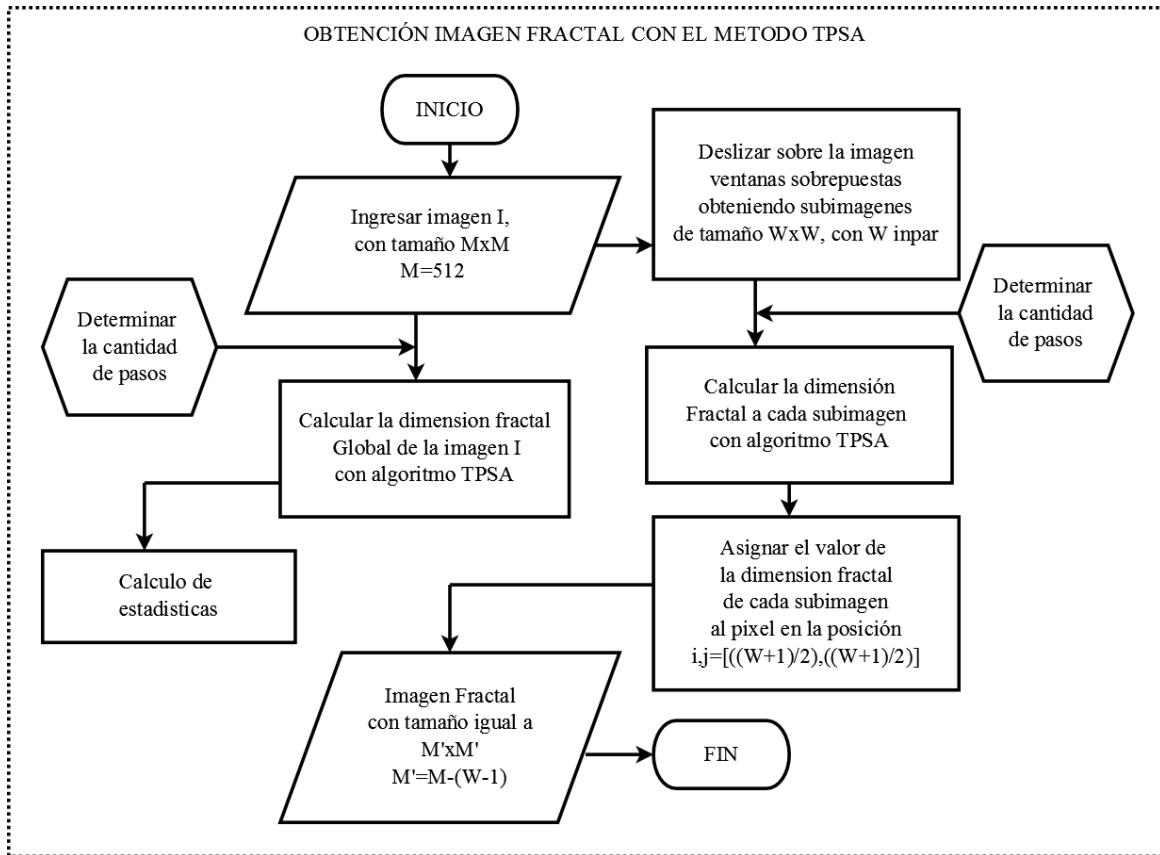


Figura 4.8: Diagrama de flujo de la metodología llevada a cabo para la generación de la imagen fractal por medio del método TPSA.

Este algoritmo tuvo que ser implementado en su totalidad, utilizando librerías de python como GDAL, Numpy entre otros (ver sección Anexos). Por ende se crearon las funciones y módulos necesarios, ya que según lo investigado no existe actualmente un software o librería de python, en el cual este implementado éste algoritmo. El cálculo de la dimensión fractal Global se tiene como primer paso en el desarrollo del diagrama de flujo, puesto que este resultado da una visión de la complejidad en términos de textura que tiene la imagen en términos generales.

Posteriormente ya teniendo el concepto de la estimación de la dimensión fractal de la imagen, se procede a generar la imagen fractal, tomando para esto sub-imágenes

sobreuestas y después determinan la dimensión fractal cuyo valor sera asignado al píxel central de dicha sub-imagen. En cuanto a esta implementación, se tuvo que crear una función que permitiera dividir la imagen en sub-imágenes para así aplicar el algoritmo TPSA hecho en python.

4.3.4. Implementación algoritmo DBC

En la implementación de este algoritmo se tuvo en cuenta el tamaño de la imagen original, ya que al momento de realizar la división de la imagen en celdas $s \times s$, suele suceder que hay zonas de la imagen donde no se alcanza a completar el tamaño de la grilla, es decir quedan algunas celdas con filas o columnas de píxeles ausentes. En este caso en el enfoque propuesto por Chaudhuri y Sarkar incluyen dichos píxeles desfasados [56], pero si se incluyen aumentará el error en la estimación de la dimensión fractal global.

Algunos investigadores han optado por no incluir dichos píxeles desfasados [61], en cambio otros han optado por modificar un poco el procedimiento en cuanto se trata a la determinación del tamaño de ventana, por ejemplo Liu et al. en [31] hacen una prueba entre el método DBC original y varios métodos modificados DBC comparando el mas eficiente, en su estudio optan por determinar el tamaño de ventana definiéndolo a partir de los múltiplos del tamaño de la imagen original iniciando con un tamaño igual a 2 hasta la mitad del tamaño de la imagen, así se tendría mayor precisión y se evitaría tener el caso de píxeles desfasados ya que el tamaño de la grilla seria el adecuado. Por lo anterior, para tener mayor precisión y evitar inconvenientes en cuanto a los resultados de la implementación se optó por seguir la misma modificación en lo que tiene que ver a la elección del tamaño de la grilla, siendo este tamaño igual a los múltiplos del tamaño de la imagen original.

Posteriormente para obtener una imagen fractal es decir la estimación de la dimensión fractal local, se realiza un procedimiento de ventana móvil utilizando tamaños de ventana par, no muy pequeño ni muy grande para evitar problemas de exceso de generalización. la Figura 4.9 ilustra un diagrama de flujo del proceso del algoritmo implementado para obtener la imagen fractal.

Al igual que en el algoritmo fractal TPSA, se tuvo que crear funciones en python para implementar el algoritmo DBC. Para este procedimiento también se determinó estimar la dimensión fractal global de la imagen total manejando este dato como referencia general de la imagen.

Se debe tener en cuenta que al momento de generar la imagen fractal se tiene que escoger tamaños de ventana de longitud par para la implementación hecha en este proyecto. Para la implementación del algoritmo multifractal por medio del método se debe seguir los mismos pasos y adicionalmente a esto se debe realizar el calculo de densidad de puntos (Niveles Digitales) presentes en cada Caja.

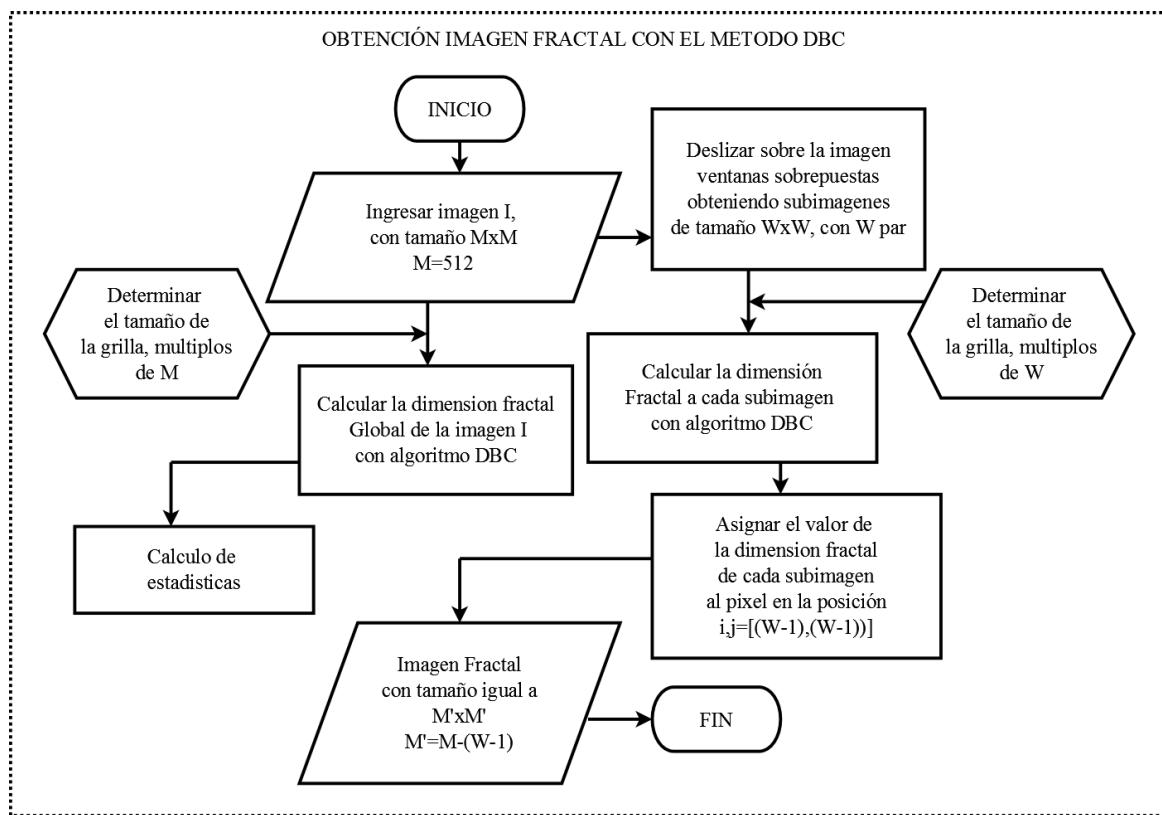


Figura 4.9: Diagrama de flujo de la metodología llevada a cabo para la generación de la imagen fractal por medio del método DBC.

4.3.5. Clasificación digital de la imagen:

Luego de haber realizado el procesamiento fractal para extracción de texturas a la imagen con los dos algoritmos anteriormente descritos y con el método GLCM, se procede a realizar la clasificación no supervisada, por medio del algoritmo K-Means, de las imágenes fractales generadas y la imagen original.

Se escogió una clasificación no supervisada ya que se obtiene mayor ventaja en cuanto a este tipo de clasificación utilizando parámetros fractales, identificando texturas y agrupándolas por su nivel de rugosidad sin tener conocimiento previo de fuentes externas de información. Para este proceso se utilizó la herramienta de clasificación no supervisada presente en Qgis, denominada OrfeoToolBox.

5. RESULTADOS Y ANÁLISIS

En el presente capítulo se muestra el proceso realizado, siguiendo como guía la metodología propuesta en el capítulo anterior, a continuación se resumen los pasos llevados a cabo:

1. Extracción de textura de la imagen.
2. Clasificación no supervisada de las imágenes.
3. Análisis de los resultados.

5.1. Procesamiento estadístico para extraer texturas:

5.1.1. Método GLCM:

Para este proceso fueron tomadas las estadísticas contraste, correlación y segundo momento angular por ser las medidas más utilizadas en la extracción de textura de una imagen [46]. Para la generación de la imagen de textura se utilizó un tamaño de ventana móvil 21x21, 17x17 y 11x11 para las estadísticas ASM, Contraste y Correlación respectivamente.

Los resultados de la generación de la imagen de textura a través del método GLCM, se aprecian en la Figura 5.1. Como se observa, se generaron tres imágenes de textura resultantes del proceso estadístico de la matriz de co-ocurrencias. La Figura 5.1(b) representa la imagen obtenida a través del algoritmo ASM, en donde los valores altos para la imagen (valores oscuros), representan zonas altamente heterogéneas (rugosas) mientras que las más claras representan zonas con texturas más homogéneas lo que permite concluir que se trata de zonas de construcciones industriales que presentan características estructurales similares. Luego podemos analizar la imagen de la Figura 5.1(c) que representa las características de textura obtenidas a través del algoritmo de correlación, para este caso se puede observar igualmente la tonalidad de los píxeles resultantes, donde los altos valores en este caso blancos representan heterogeneidad en la imagen, mientras que los más oscuros representan más homogeneidad, y ver que la zona inferior izquierda la más brillante hace énfasis en texturas rugosas, en donde se podría tener construcciones mixtas principalmente residenciales. Por último se puede observar el resultado obtenido en la imagen de la Figura 5.1(d) perteneciente al cálculo del algoritmo de la Correlación, la cual no arroja suficiente información para poder ser

analizada visualmente de forma individual, en este caso seria optimo como parámetro en una clasificación multivariado utilizando varios parámetros de texturas.

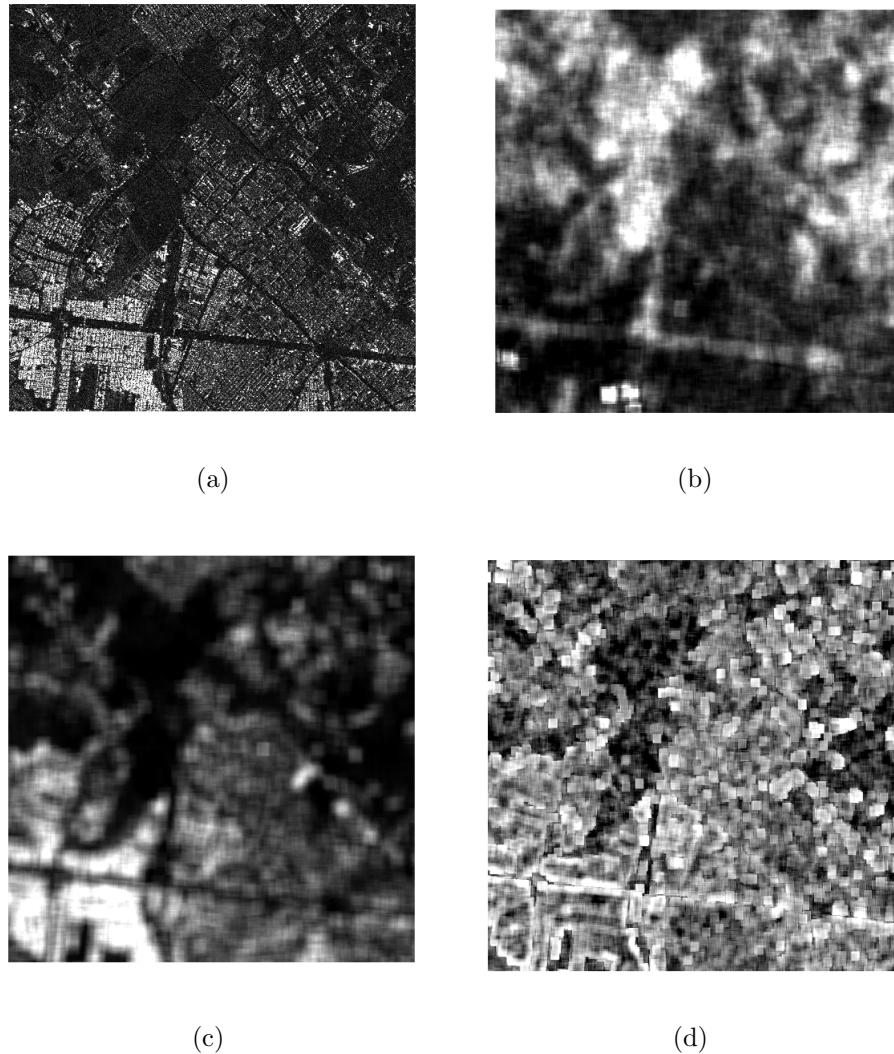


Figura 5.1: Imágenes obtenidas de la extracción de texturas por el método GLCM.
(a)Imagen original. Las imágenes de textura de las estadísticas (b)ASM, (c)Contraste y (d) Correlación generadas con tamaños de ventana móvil 21x21, 17x17 y 11x11 respectivamente, a partir del método de la matriz de co-Ocurrencias GLCM.

5.2. Procesamiento fractal para extraer texturas:

5.2.1. Método TPSA:

Se procesó la imagen original para obtener la dimensión fractal global. Para posteriormente generar la imagen fractal. En la Figura 5.2 se observa la recta resultante del ajuste por mínimos cuadrados de los valores obtenidos con el algoritmo utilizando 9 pasos o iteraciones, la pendiente de esta recta se utilizará para estimar la dimensión fractal.

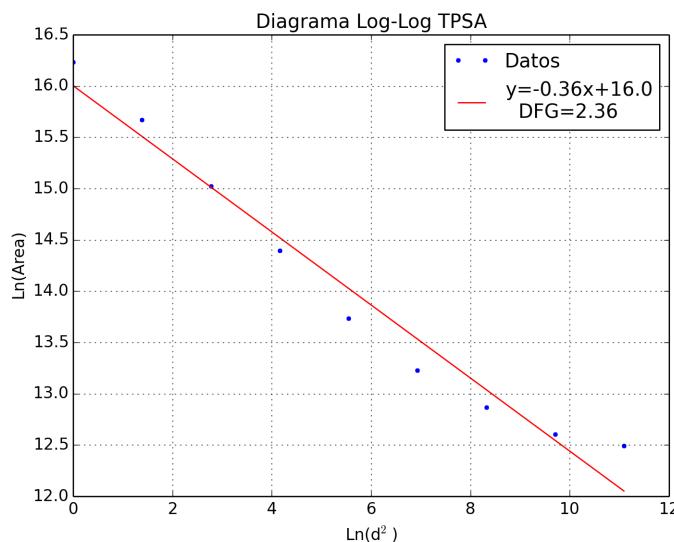


Figura 5.2: Recta que se ajusta a la regresión lineal de los datos cuya pendiente ayudara a determinar la dimensión fractal por medio del método TPSA.

La estimación de la dimensión fractal global no genera mucha información útil, pero se realiza este proceso con fines comparativos. La Tabla 5.1 muestra las características de la regresión lineal obtenida. Se recuerda que el valor de la estimación de la dimensión fractal por medio del método TPSA es igual a $2 - m$, siendo m la pendiente de la recta del ajuste lineal y 2 refiriéndose al espacio topológico en el que se encuentra la imagen.

Dimensión Fractal Global	
m	-0,35
Valor r	-0,98
Error estándar	0,024
Pasos	9
DFG (2-m)	2,35

Tabla 5.1: Características de la recta generada por el ajuste de mínimos cuadrados y obtención de la Dimensión Fractal Global de la imagen con el método TPSA.

A continuación se genera la imagen fractal por medio del método TPSA, esta nos va a dar información del nivel de rugosidad presente entre un píxel y sus vecinos, permitiendo así tener una imagen con niveles de rugosidad. En la Figura 5.3(b) se observa la imagen fractal generada siguiendo la metodología descrita en el capítulo anterior teniendo un tamaño de sub-imagen igual a 9x9 y 4 iteraciones máximas para cada subventana, además se tiene la imagen original permitiendo hacer una comparación visual. Es evidente, visualizando la imagen, que este algoritmo no permite discriminar eficientemente las texturas dentro de la imagen esto se corroborará en la clasificación no supervisada, en cambio lo que nos muestra es una habilidad en cuanto al reconocimiento de bordes de algunos elementos como es el caso de los límites entre las vías y las áreas construidas principalmente en la parte inferior de la imagen.

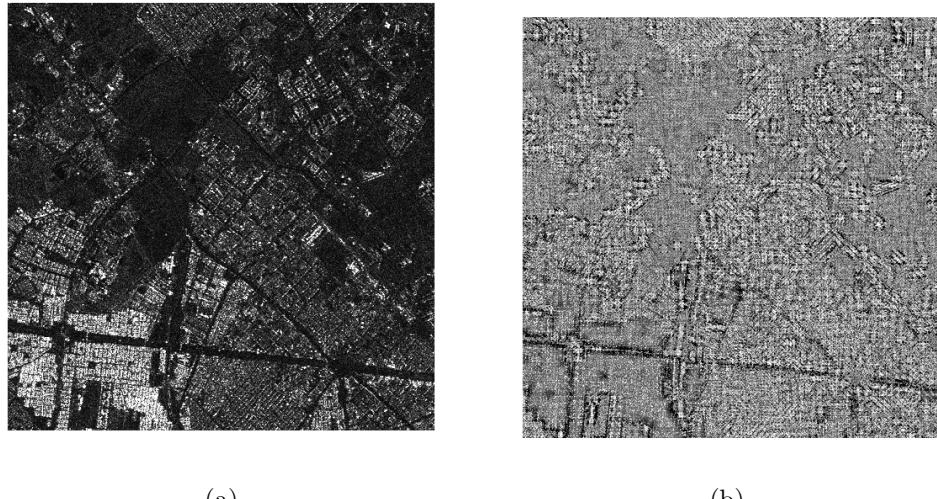


Figura 5.3: Imagen original y la imagen fractal generada por el método TPSA con tamaño de ventana móvil de 9x9 píxeles.

La Tabla 5.2 ilustra las estadísticas de la imagen fractal generada anteriormente.

Dimensión Fractal Local w=9	
Promedio DF	2,48
Valor Máximo	3,12
Valor Mínimo	1,93
Pasos por sub-imagen	4

Tabla 5.2: Características de la imagen Fractal generada con el método TPSA.

5.2.2. Método DBC:

A continuación se realiza el mismo proceso que en el algoritmo TPSA, estimando la dimensión fractal global de la imagen pero con el método DBC mejorado por Liu

et al., como se indica en la metodología, para este se tuvo en cuenta tener tamaño de las celdas de la grilla como múltiplos del tamaño de la imagen. La Figura 5.4 ilustra la recta que se ajusta más a los datos generados, cuya pendiente será la dimensión fractal.

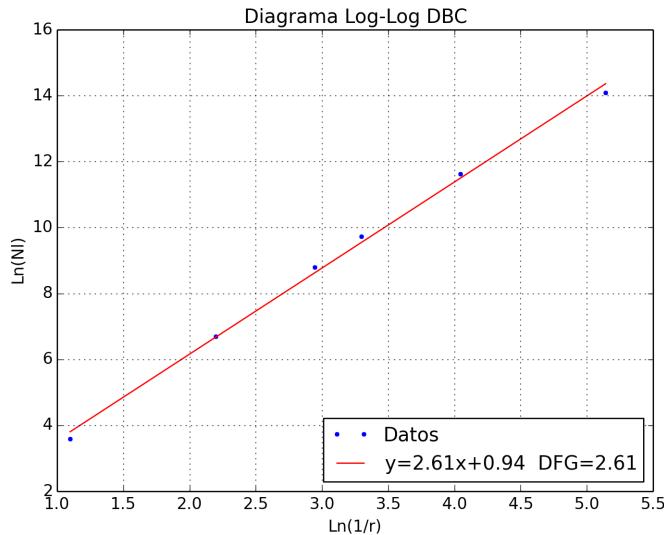


Figura 5.4: Recta que se ajusta a la regresión lineal de los datos cuya pendiente será la dimensión fractal por medio del método DBC mejorado por Liu et al..

La Tabla 5.3 resume las características de la regresión lineal hecha para estimar la dimensión fractal global. A diferencia del método TPSA, la dimensión fractal en el método DBC es la pendiente de la recta generada en la regresión lineal.

Dimensión Fractal Global	
m	2,61
Valor r	0,99
Error estándar	0,072
DFG=(m)	2,61

Tabla 5.3: Características de la recta generada por el ajuste de mínimos cuadrados y obtención de la Dimensión Fractal de la imagen con el método DBC.

Para generar la imagen fractal con el método DBC mejorado, se manejó la metodología descrita en el capítulo anterior, donde se optó por escoger un tamaño de sub-imagen igual a 16x16, y a cada subimagen se le estimo la dimensión fractal utilizando grillas con tamaño de celda igual a los múltiplos de la sub-imagen, es decir múltiplos de 16, en el intervalo [2, 8]. La Figura 5.5(b) muestra la imagen fractal obtenida por el método DBC mejorada de Liu et al. comparándola con la imagen original. Como se observa en la imagen esta permite extraer un poco mejor las texturas de la imagen

que lo que se tuvo con la imagen obtenida a partir del algoritmo fractal TPSA. En este caso podemos ver que las áreas más brillantes representan alta dimensión fractal cercana a 2,8 y 2,9, que representaría las zonas más rugosas dentro de la imagen como en el caso de la parte inferior izquierda, de igual forma a lo obtenido en el algoritmo de contraste de la matriz de co-ocurrencias. En esta imagen se puede observar que no hace una extracción del todo precisa de las texturas comparado con las imágenes obtenidas en el método GLCM.

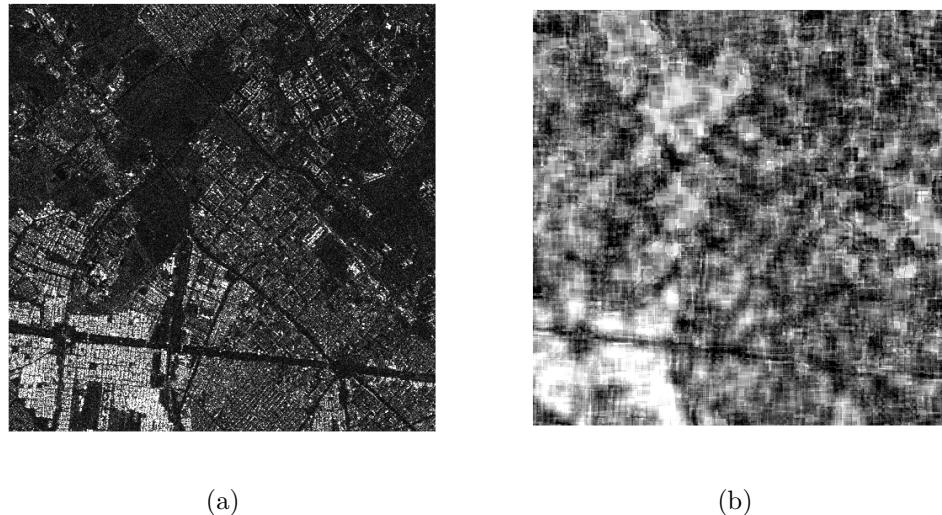


Figura 5.5: Imagen original y la imagen fractal generada por el método DBC utilizando un tamaño de ventana móvil de 16x16 píxeles.

La Tabla 5.4 ilustra estadísticas de la imagen fractal generada.

Dimensión Fractal Local w=16	
Promedio DF	2.23
Valor Máximo	2.71
Valor Mínimo	1.79

Tabla 5.4: Características de la imagen Fractal generada con el método DBC.

5.2.3. Método Multifractal DBC:

Para el presente proyecto se calcularon las imágenes multifractales a partir del procedimiento propuesto por Sarkar y Chaudhuri en el documento [55], ademas se utilizo el enfoque de conteo de caja mejorado propuesto por Liu et al. en [31]. En este se realiza una corrección del conteo de cajas sobrepuertas en la superficie de la imagen tanto en el plano x,y como en la coordenada z como se comento en la sección 3.4.2.3. Solo se

implementó la corrección en la coordenada z, debido a que la implementación en el plano x,y realiza mas cálculos y por ende consume mas recursos computacionales.

Se tomo $q = 0, 1, 2$ y 3 para calcular las Dimensiones fractales generalizadas D_0, D_1, D_2 y D_3 respectivamente. Posteriormente se hizo la combinación de imágenes obteniendo así una imagen multifractal con 4 parámetros fractales. Al igual que para la generación de la imagen fractal se tomo una ventana móvil de tamaño 16×16 . Los resultados de la imagen multifractal se aprecia en la Figura 5.6(b).

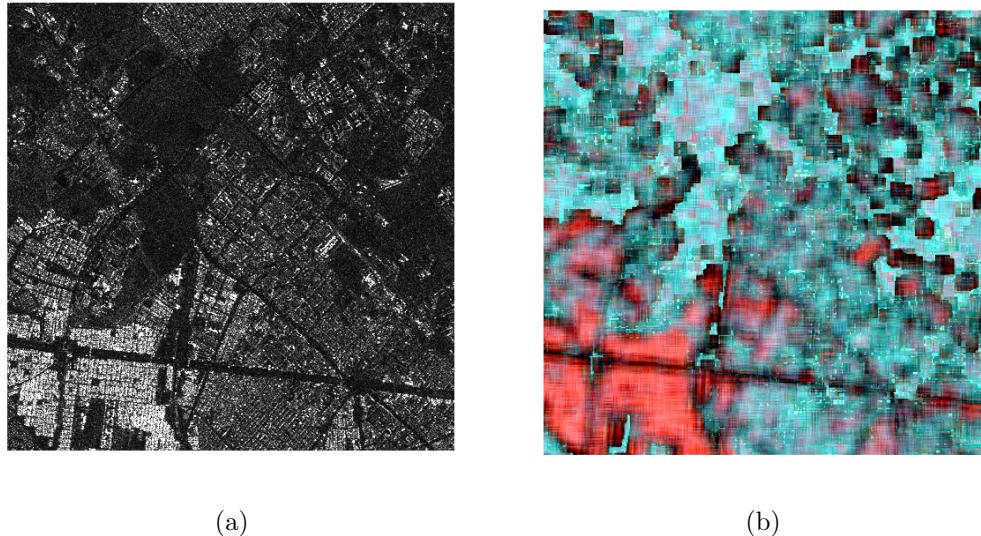


Figura 5.6: Imagen original y la imagen multifractal generada por el método mejorado DBC de Liu et al. utilizando un tamaño de ventana móvil de 16×16 píxeles, con $\text{RGB} = (D_0, D_1, D_2)$.

5.3. Clasificación no supervisada de las imágenes:

Teniendo las imágenes con los métodos de estimación de dimensión fractal y cálculo de texturas por medio del método GLCM, se procedió a realizar la clasificación no supervisada de estas para así poder comparar los resultados, realizando una agrupación de 4 clases, en donde se destacó zonas residenciales (textura rugosa), zonas con suelo no construido o césped (textura media), zonas con características industriales (textura suave) y la clase otros correspondiente lo que son vías y a otras texturas no definidas (muy suave). Cabe aclarar que si se interpretara la imagen SAR directamente sin ningún proceso de extracción de texturas podemos notar que algunas zonas que representan avenidas (principalmente en la parte inferior de la imagen) tienden a tener un comportamiento similar al césped, razón por la cual se tuvo en cuenta que estas zonas tendrían casi el mismo comportamiento que las texturas del área industrial.

Como se precisó visualmente para cada algoritmo de extracción de texturas, se pue-

de ver después de realizar la clasificación no supervisada con el algoritmo K-means, que la imagen que no permite discriminar muy bien las texturas es la generada por el algoritmo de estimación fractal TPSA, seguida a su vez del algoritmo de estimación de dimensión fractal DBC mejorado, optimizando la clasificación al utilizar el enfoque multifractal DBC. Luego se obtiene mejores resultados en la clasificación con el algoritmo del segundo momento angular ASM y por último el que mejor muestra una clasificación más coherente con la realidad es el algoritmo de contraste, siendo los dos últimos mencionados pertenecientes al método de extracción de texturas por GLCM. El resultado de la clasificación no supervisada de las imágenes de textura se puede apreciar en la Figura 5.7 utilizando parámetros fractales y la Figura 5.8 utilizando los parámetros estadísticos del método GLCM.

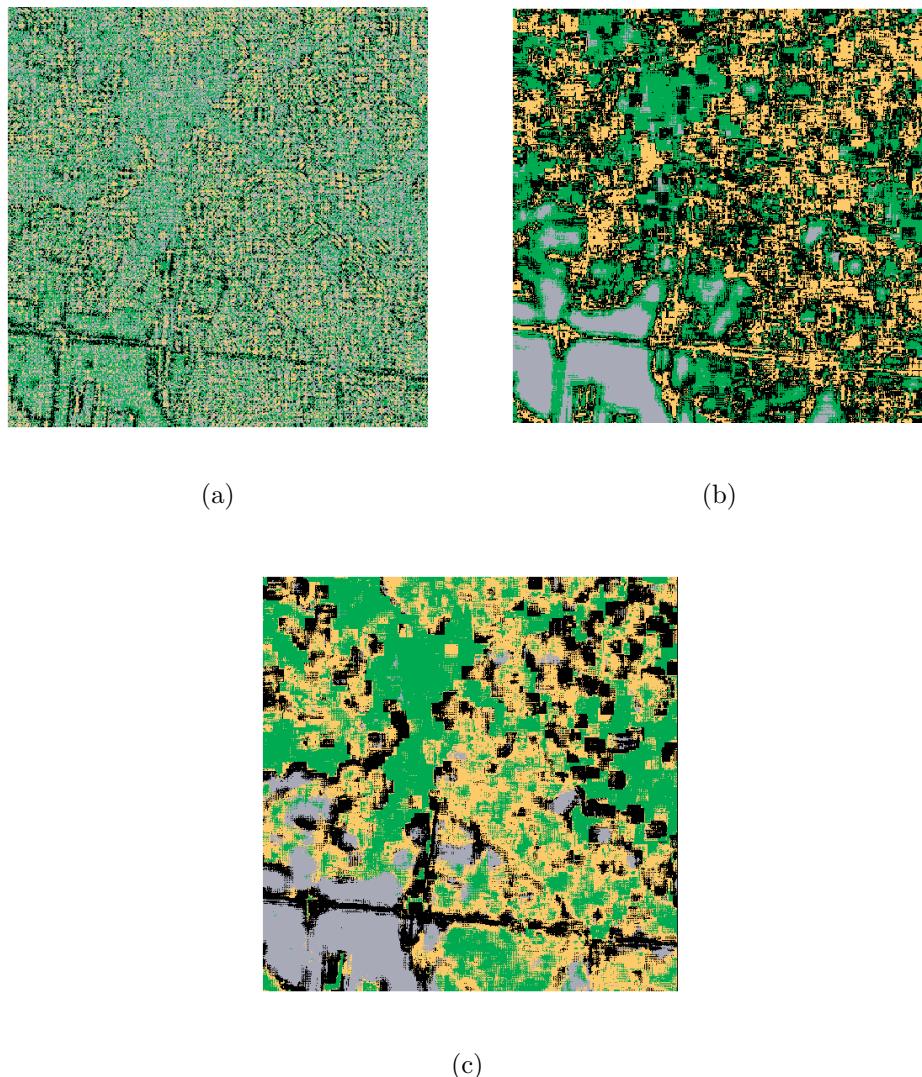


Figura 5.7: Imágenes clasificadas en 4 clases, por medio del algoritmo K-means, color verde (zonas verdes, lotes sin construcción), color gris (zonas de construcciones mixtas y residenciales, color naranja (zonas industriales), color negro representa otros. (a) Imagen DF método TPSA, (b) Imagen DF método DBC mejorado de Liu et al., (c) Imagen DMF método DBC mejorado de Liu et al.

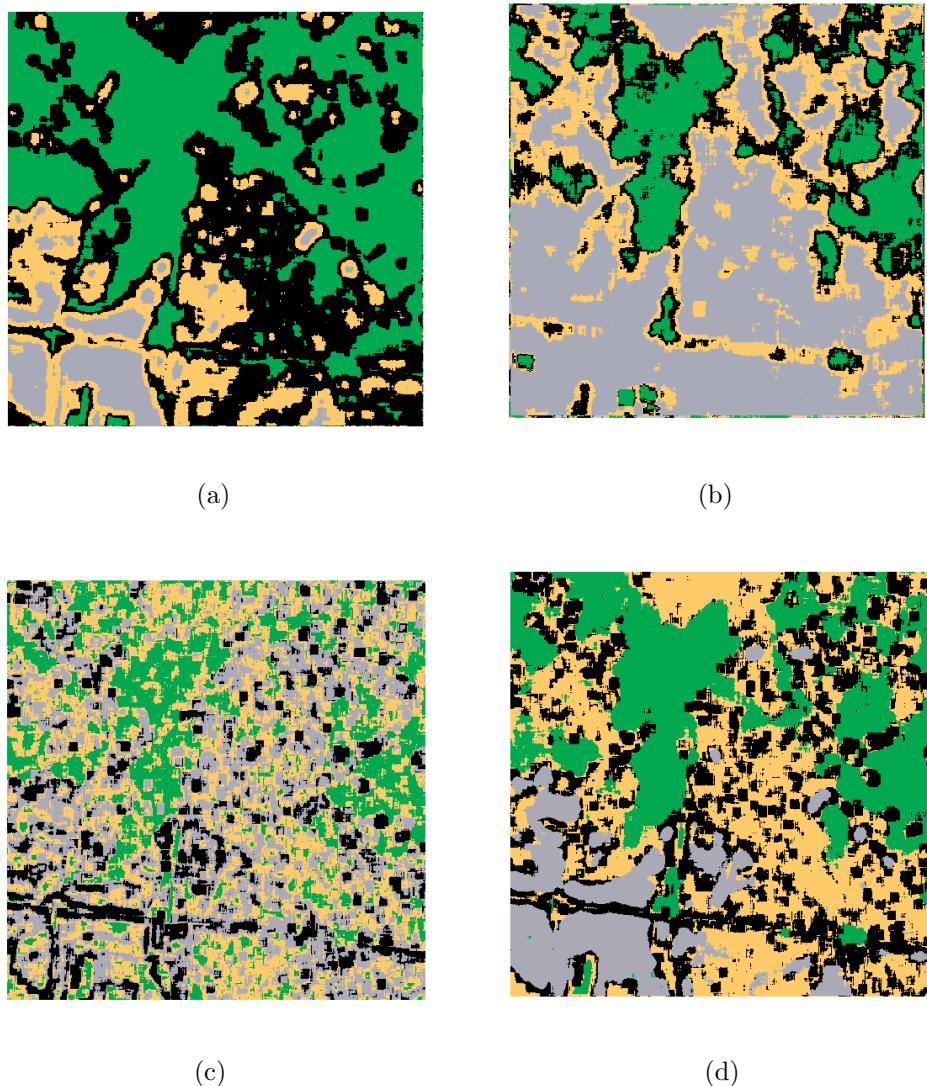


Figura 5.8: Imágenes clasificadas en 4 clases, por medio del algoritmo K-means, color verde (zonas verdes, lotes sin construcción), color gris (zonas de construcciones mixtas y residenciales, color naranja (zonas industriales), color negro representa otros. (a) Imagen textura estadística Contraste, (b) Imagen textura por estadística ASM, (c) Imagen textura por estadística Correlación e (d) Imagen de textura multivariada utilizando los parámetros ASM, Contraste y Correlación.

Como se puede observar, visualmente las imágenes con multiples variables de textura obtuvieron una buena discriminación de clases en la clasificación, tanto la imagen multifractal DBC como la imagen con varias variables estadísticas del método GLCM se comportaron mejor que si solo se utilizara una variable de textura en la clasificación.

5.3.1. Evaluación de la Precisión de la clasificación:

Se realizó un proceso para evaluar la precisión de la clasificación resultante, utilizando para esto el cálculo de la matriz de error y el cálculo del coeficiente Kappa. Como fuente de información para comparar la precisión se utilizó el mapa de la cartografía base de la zona que se ilustra en la Figura 4.6. Como herramienta para realizar dicho proceso se utilizó el complemento de GRASS instalado en el software Qgis. La Tabla 5.5 muestra los resultados de la matriz de error para la clasificación a partir del algoritmo multifractal basado en el método DBC mejorado por Liu et al..

MATRIZ DE ERROR - DIMENSIÓN MULTIFRACTAL DBC					
Categoría	Zona Residencial Mixta	Zona Industrial	Zona Grama	Zona Otros	Suma Filas
Zona Residencial mixta	325	206	34	6	571
Zona Industrial	42	496	28	120	686
Zona con Grama	58	311	412	53	834
Zona Otros	2	50	43	73	168
Suma Columnas	427	1063	517	252	2259

Tabla 5.5: Matriz de errores de la clasificación utilizando el método DBC, con un coeficiente Kappa de 0.411238.

La Tabla 5.6 muestra el número total de observaciones y el porcentaje de aciertos dentro de la clasificación no supervisada, realizada para el mapa de texturas obtenido con el método de geometría fractal DBC:

Porcentaje de aciertos		
Observaciones Correctas	Total Observaciones	% Observaciones Correctas
1306	2259	57.813192

Tabla 5.6: Porcentaje de aciertos dentro de la clasificación por DBC multifractal.

La Tabla 5.7 muestra la matriz de error para la clasificación resultante del algoritmo GLCM utilizando las estadísticas de contraste, ASM y correlación, que como se supuso en los resultados visuales de la imagen generada, el resultado es más preciso que el presentado utilizando el algoritmo de geometría multifractal.

MATRIZ DE ERROR - GLCM					
Categoría	Zona Residencial Mixta	Zona Industrial	Zona Grama	Zona Otros	Suma Filas
Zona Residencial mixta	338	217	39	3	597
Zona Industrial	76	697	2	40	815
Zona con Grama	1	0	464	55	520
Zona con Otros	12	149	12	154	327
Suma Columnas	427	1063	517	252	2259

Tabla 5.7: Matriz de errores de la clasificación utilizando el método GLCM, con un coeficiente Kappa de 0.622937.

La Tabla 5.8 muestra el número total de observaciones y el porcentaje de aciertos dentro de la clasificación no supervisada, realizada para el mapa de texturas obtenido con el método GLCM:

Porcentaje de aciertos		
Observaciones Correctas	Total Observaciones	% Observaciones Correctas
1653	2259	73.173971

Tabla 5.8: Porcentaje de aciertos dentro de la clasificación GLCM.

Los resultados obtenidos dentro de la evaluación de la precisión no son del todo óptimos para realizar una clasificación por texturas utilizando únicamente un parámetro de evaluación de intensidad, como en el caso de utilizar exclusivamente un método de estimación de dimensión fractal o los métodos de las estadísticas de matriz de co-ocurrencias de forma independiente, que en definitiva resulta en una clasificación de un único parámetro de textura. Por lo cual se ve la necesidad de alternar o realizar una clasificación con múltiples bandas que contengan diversos estimadores de texturas o realizar algún tipo de sinergismo con imágenes procedentes de otros sensores, que en definitiva resultaría en una clasificación de múltiples variables.

5.4. Análisis de los resultados:

Como se aprecia en la Figura 5.7, la imagen fractal por medio del método TPSA no es un buen analizador de texturas, en cambio el método DBC para generar la imagen fractal mejora un poco en cuanto la agrupación de zonas con características de rugosidad similar, aún así este método presenta inconsistencias ya que la dimensión fractal de objetos con texturas diferentes en algunos casos resulta ser la misma, entonces se tiene la dimensión multifractal la cual resulta ser un método mas óptimo a la hora de extraer y analizar texturas, en este método se supera la dificultad que presenta la dimensión monofractal anteriormente explicada. Los métodos fractales comparados con los estadísticos generados a partir de la matriz de co-Ocurrencias GLCM, son deficientes en cuanto a agrupación de clases, ya que la discriminación de zonas con textura similar para el caso de las estadísticas ASM, correlación y contraste es muy superior al ser comparado visualmente con respecto a las imágenes de textura generada con el algoritmo multifractal, luego de haber realizado la clasificación no supervisada con el algoritmo K-Means, esto también se puede comprobar en los resultados obtenidos en la evaluación de la precisión con la matriz de error, en donde la precisión de clasificación por medio del método GLCM alcanza aproximadamente un 73,2 % de precisión contra un 57,8 % alcanzado por el algoritmo multifractal.

En cuanto a los tiempos de ejecución del algoritmo, independientemente de la forma como se implementaron dentro del lenguaje de programación, el algoritmo que lleva más tiempo en ejecutarse es el TPSA, seguido de los algoritmos GLCM y en último el más rápido es el algoritmo fractal DBC. Para la extracción de texturas por medio del concepto multivariado de texturas con el método multifractal aumenta excesivamente el tiempo de proceso al aumentar la cantidad de cálculos a realizar en la imagen.

6. CONCLUSIONES

En este proyecto se realizó una clasificación no supervisada de una imagen SAR dentro de la zona urbana de la ciudad de Bogotá D.C. teniendo en cuenta las características texturales dentro de la imagen, utilizando como herramientas de extracción de texturas los algoritmos de geometría fractal TPSA, DBC y DBC multifractal, además del algoritmo de extracción de texturas por medio del método GLCM para realizar comparaciones. Ya en el ámbito del desarrollo, proceso y análisis del proyecto se concluye:

- La clasificación de una imagen, tanto supervisada como no supervisada, por medio de análisis de texturas es una herramienta útil tanto en imágenes multiespectrales como en imágenes unibanda como el caso de las imágenes SAR, ya que permite extraer información estructural de los objetos para así poder agruparlos por sus características similares en cuanto a texturas se trata.
- El software de programación Python facilitó en gran medida la implementación de los algoritmos de geometría fractal para extracción de texturas, debido a que es un lenguaje de programación muy fácil de aprender y a que existen múltiples librerías para el manejo de datos raster de teledetección, lo cual agilizó el desarrollo del proyecto. De acuerdo a lo investigado no existen librerías en este lenguaje de programación que utilice algoritmos fractales para el procesamiento de datos de teledetección en cuanto a análisis y extracción de texturas. La principal desventaja en cuanto a la implementación de estos algoritmos y de utilizar este lenguaje de programación es la lentitud en cuanto al tiempo de procesamiento, debido a que el algoritmo de geometría fractal consume muchos recursos computacionales. A pesar de esto es una alternativa buena para los profesionales del campo del procesamiento de imágenes de teledetección y de imágenes SAR que necesiten realizar análisis de texturas de datos raster utilizando conceptos de geometría fractal.
- A pesar de que el algoritmo de estimación de dimension fractal por medio del método TPSA es una técnica comúnmente utilizada en el campo del análisis de la complejidad de una imagen total de teledetección, no es un buen discriminador de texturas de forma local ya que su capacidad de extracción de texturas y de agrupación de zonas con comportamiento estructural similar es pobre como se observa visualmente en la imagen procesada en el presente proyecto, comparándolo con el algoritmo fractal DBC y los algoritmos del método GLCM. El algoritmo de estimación de la dimensión fractal por medio del método DBC es una técnica comúnmente utilizada en cuanto a extracción de texturas a nivel local, caracterizándose por presentar alta precision, el algoritmo es rápido en cuanto a tiempos

de ejecución comparado con la técnica TPSA. Pero debido a la naturaleza diferencial del algoritmo, este presenta conteo erróneo en cuanto a la cantidad de cajas para cubrir la imagen, razón por la cual la estimación de la dimensión fractal no es del todo correcta, el mejoramiento hecho por Liu et al. a este algoritmo optimiza el proceso aún así este no es del todo bueno. La implementación del algoritmo de estimación de dimensión Multi-fractal con el método DBC es un procedimiento mucho mas complejo debido a que aumentan los cálculos a realizar en la imagen, aun así se realizo la implementación con fines informativos y para obtener una mayor precisión en cuanto a la extracción de texturas en una imagen. Para este caso el algoritmo consume recursos computacionales a un nivel critico lo cual dificulta su utilización. En cuanto a lo concerniente a la obtención de la dimensión multifractal, se tiene que esta maneja la distribución de puntos en cada caja, permitiendo así obtener mayor precisión. Ademas el hecho de obtener varias dimensiones fractales permite realizar una clasificación de la imagen de forma multivariada al obtener diversas texturas. Ya realizando la comparación de los algoritmos fractales y los algoritmos de extracción de texturas con el método GLCM, se obtuvo mayor precisión y agrupación de características texturales con el método GLCM, de esta forma se tiene mayor precisión en la clasificación no supervisada resultante, con respecto a la clasificación no supervisada obtenida utilizando el análisis de texturas con los algoritmos de estimación de dimensión fractal y multifractal.

- En cuanto a lo que tiene que ver a los parámetros de entrada para la obtención de imágenes de textura por medio de los algoritmos disponibles, según la bibliografía consultada y los resultados obtenidos, se tiene que la elección del tamaño de ventana móvil es una tarea complicada ya que se debe realizar el proceso de forma mecánica probando uno a uno los tamaños de ventana para escoger el tamaño más preciso e indicado. Esto hace necesario evaluar primero la imagen original y los objetos que se desean analizar para así no escoger un tamaño de ventana que no discrimine correctamente la textura de los elementos que se desean capturar en la clasificación.
- Los términos y conceptos matemáticos necesarios para el entendimiento de los algoritmos de extracción de texturas tanto del método GLCM como de los métodos de estimación de dimensión fractal fueron de vital importancia ya que a pesar de su aparente simplicidad, fue necesario tener claridad referente a estos para poder implementarlos eficientemente en el lenguaje de programación.
- Al compartir públicamente la implementación del código de programación (librerías creadas en Python) de los algoritmos implementados en el presente proyecto, hace posible incentivar la utilización y el conocimiento de los algoritmos fractales en el análisis de texturas por medio de estas técnicas fractales. Esto se hizo a través de un repositorio de datos de libre acceso presente en la nube

(Ver Anexo 2) desde donde los usuarios del campo de la teledetección pueden descargarlo, probarlo e interactuar con las librerías creadas.

- Finalmente, a pesar de las desventajas presentadas dentro del análisis de texturas por medio de algoritmos fractales, estos se convierten en alternativa a los algoritmos comúnmente utilizados, además de que continuamente surgen mejoras y nuevas propuestas desde el campo de la geometría fractal para el procesamiento de imágenes de teledetección.

7. RECOMENDACIONES Y TRABAJO FUTURO

En cuanto a recomendaciones se tienen las siguientes:

- La extracción de textura de imágenes digitales es una técnica no tan reciente, pero si es poco utilizada, al igual que los métodos comúnmente utilizados en el análisis de texturas para la clasificación de imágenes digitales. A pesar de que las técnicas de extracción de texturas por medio de la dimensión fractal no es un buen discriminador de texturas se aconseja utilizarlo junto con otros algoritmos de extracción de textura comunes, para obtener una mayor precision en extracción de texturas y por ende mejorar la clasificación de la imagen.
- Se debe tener en cuenta que debido a la técnica de ventana móvil que se utiliza para la obtención de las imágenes de textura, va a haber una reducción en el tamaño con respecto al tamaño original, lo cual podría dificultar o hacer inviable la comparación entre los resultados presentados con otros algoritmos de extracción de texturas.
- Han surgido infinidad de algoritmos y mejoras a algoritmos de dimensión fractal analizados en el presente proyecto, lo que permite tener una gran cantidad de alternativas a evaluar en el campo de obtención y análisis de texturas en imágenes digitales tanto por el método DBC como con el método TPSA. Sería bueno comparar todas estas mejoras que han surgido aplicándolas a la extracción de texturas en zonas urbanas. De igual forma sería ideal postular nuevas mejoras a estos algoritmos. Además sería ideal probar el mismo procedimiento propuesto en el presente proyecto para realizar la clasificación de la imagen con un enfoque supervisado.
- Las librerías creadas en Python para la extracción de texturas por medio de geometría fractal analizadas e implementadas en el presente proyecto, solo permite procesar imágenes de una banda o canal, como trabajo a futuro se podrían incluir la opción de procesar imágenes multibanda, ademas de diseñar una interfaz gráfica de usuario que sea mas amigable y no obligue al usuario a tener que familiarizarse con el lenguaje de programación. De igual forma seria importante poder utilizar esta librería con los diversos sistemas de información geográfica y programas de procesamiento digital de imágenes que soportan el lenguaje de programación Python.

- En cuanto a la herramienta de programación python, es una alternativa muy buena para ser utilizada en el área de las ingenierías y las ciencias, permitiendo implementar de forma muy fácil y rápida cualquier operación matemática. Además para el campo de las geociencias facilita el manejo de datos raster y vector geográficos, optimizando los procesos gracias a la posibilidad de integrar herramientas para el manejo de información geoespacial.

8. ANEXOS

Anexo 1: Requisitos para utilizar las librerías de los algoritmos implementados.

Para poder utilizar las librerías (el código implementado en python) creado en este proyecto para extracción de texturas de imágenes de teledetección, es necesario descargar e instalar los siguientes programas:

- Python 2.7 [47].
- Numpy y Scipy [41,57].
- GDAL [21]
- Matplotlib [39]
- Scikit-Image [58]
- Un entorno de desarrollo Integrado (IDE por sus siglas en inglés)

Se recomienda instalar el paquete Anaconda [12] de distribución libre de Python el cual trae por defecto las librerías anteriormente citadas a excepción de la librería GDAL, y el IDE Spyder. Para utilizar Python y sus librerías, desde cualquier lugar del disco duro, se recomienda configurar el acceso directo desde las variables de entorno de sistema (PATH) en sistemas operativos Windows.

Anexo 2: Descarga y utilización de las librerías de los algoritmos implementados.

La librería implementada fue almacenada en el repositorio de datos Bitbucket, a continuación se describe como descargar los archivos de las librerías y como utilizarlas:

1. Primero se debe ir al siguiente enlace https://bitbucket.org/GeomatiCol/texture_glcmlfr del repositorio, donde está almacenado los archivos, allí se ubica en la parte inferior izquierda en la sección “Downloads”, como se ve en la Figura 8.1.

The screenshot shows the Bitbucket repository overview for 'Texture_GLCM_FR'. The left sidebar includes actions like Clone, Compare, and Fork, and navigation links for Overview, Source, Commits, Branches, Pull requests, and Downloads. The main content area displays the repository's details: last updated 23 seconds ago, language Python, access level Read, and metrics: 1 Branch, 0 Tags, 0 Forks, and 1 Watcher. Below this is the README section, which describes the repository as a serial of libraries for calculating texture images from remote sensing images using fractal methods and GLCM. It also lists what the repository is for and who to contact.

Figura 8.1: Repositorio donde se ubican los archivos de la librería.

2. En la sección “Downloads”, aparecerá el enlace “Downloads Repository” donde se ubica el repositorio al cual se debe realizar clic y el archivo del repositorio se descargará como muestra la Figura 8.2. Luego se descarga el paquete de archivos y se guarda en el disco duro en un archivo comprimido.

The screenshot shows the Bitbucket repository downloads page for 'Texture_GLCM_FR'. The left sidebar includes actions like Clone, Compare, and Fork, and navigation links for Overview, Source, Commits, Branches, Pull requests, and Downloads. The main content area shows a table with one row for 'Download repository', which is 400.8 KB in size and was uploaded by the repository owner. The table has columns for Name, Size, Uploaded by, and Download. At the bottom, there are links to various Atlassian products: Blog, Support, Plans & pricing, Documentation, API, Site status, Version info, Terms, JIRA, Confluence, Bamboo, SourceTree, and HipChat.

Figura 8.2: Descarga de los archivos.

Se debe descomprimir el archivo en el lugar que deseé en su computadora.

3. El paquete se compone de una carpeta nombrada “GeomatiColtexture_glcmlfr”, la cual contiene las subcarpetas “Algs_Text”, la carpeta “Prep_Img” los archivos con extensión python “testDF_DBC.py”, “testDMF_DBC.py”, “testDF_TPSA.py”, “testGLCM.py”, “testImg.py”, como se ilustra en la Figura 8.3. A continuación se detalla la función de las carpetas y de cada archivo.

Algs_Text	07/02/2016 06:44 ...	Carpeta de archivos
Prep_Img	07/02/2016 06:44 ...	Carpeta de archivos
testDF_DBC.py	07/02/2016 06:44 ...	Archivo PY
testDF_TPSA.py	07/02/2016 06:44 ...	Archivo PY
testDMF_DBC.py	07/02/2016 06:44 ...	Archivo PY
testGLCM.py	07/02/2016 06:44 ...	Archivo PY
testImg.py	07/02/2016 06:44 ...	Archivo PY

Figura 8.3: Archivos dentro de la carpeta principal.

4. Debe almacenar las imágenes a procesar dentro de la carpeta principal “GeomatiColtexture_glcmlfr” para el presente ejemplo tenemos una imagen GEOTIFF nombrada Clip.tif como muestra la Figura 8.4.

Nombre	Fecha de modifica...	Tipo
Algs_Text	07/02/2016 06:44 ...	Carpeta de archivos
Prep_Img	07/02/2016 06:44 ...	Carpeta de archivos
Clip.tif	19/08/2015 12:50 ...	Imagen TIFF
testDF_DBC.py	07/02/2016 06:44 ...	Archivo PY
testDF_TPSA.py	07/02/2016 06:44 ...	Archivo PY
testDMF_DBC.py	07/02/2016 06:44 ...	Archivo PY
testGLCM.py	07/02/2016 06:44 ...	Archivo PY
testImg.py	07/02/2016 06:44 ...	Archivo PY

Figura 8.4: Imagen Geotif ubicada en la carpeta principal.

5. Luego puede abrir cualquiera de los archivos de test para generar la imagen de texturas. Por ejemplo en la siguiente Tabla 8.1 se puede ver el fragmento de código presente en el script testDF_DBC.py el cual genera la imagen fractal.

```

1 from Algs_Text.DBC.ImgFrac import ImgFrac, FracGlob
2
3 img="Clip.tif"
4
5 TextFrac=ImgFrac(img,w=16,outimg="ClipImp16x16_q0.tif")

```

Tabla 8.1: Fragmento de código del script testDF_DBC.py

En este caso se debe modificar únicamente las líneas 3 y 5, donde en la línea 3 se definirá el nombre del archivo de la imagen como img. Y la línea 5 se definirá la función TextFrac que genera la imagen monofractal por el método DBC mejorado por Liu et al. Como se observa la función se llama ImgFrac, y entre paréntesis están los parámetros a ingresar que son en su orden la imagen, el tamaño de ventana w y el nombre del archivo de salida que será en este caso la imagen fractal. Al finalizar el proceso se tendrá la imagen fractal en la carpeta principal. Este procedimiento es el mismo para los demás scripts de test presentes en la carpeta general “GeomatiColtexture_glcmlfr”, como se ve en la Figura 8.5.

Nombre	Fecha de modifica...	Tipo
Algs_Text	07/02/2016 06:44 ...	Carpeta de archivo
Prep_Img	07/02/2016 06:44 ...	Carpeta de archivo
Clip.tif	19/08/2015 12:50 ...	Imagen TIFF
ClipImpl16x16_q0.tif	07/02/2016 08:54 a...	Imagen TIFF
testDF_DBC.py	07/02/2016 06:44 ...	Archivo PY
testDF_TPSA.py	07/02/2016 06:44 ...	Archivo PY
testDMF_DBC.py	07/02/2016 06:44 ...	Archivo PY
testGLCM.py	07/02/2016 06:44 ...	Archivo PY
testImg.py	07/02/2016 06:44 ...	Archivo PY

Figura 8.5: Imagen fractal generada almacenada en el archivo general.

Se recomienda no utilizar imágenes de tamaños superiores a 720x720 píxeles, ya que por su tamaño aumentaría el tiempo de proceso de los algoritmos consumiendo demasiados recursos computacionales. La utilización de los scripts debe ser con fines académicos.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] BRESSERT E., “*SciPy and NumPy*”, 2013.
- [2] CANADA CENTER FOR REMOTE SENSING ©CCRS/CCT., “*Educational Resources for Radar Remote Sensing*”.
- [3] CANADA CENTER FOR REMOTE SENSING ©CCRS/CCT., “*Fundamentals of Remote Sensing*”.
- [4] CANER O, “*Inverse Syntgetic Aperture Radar Imaging with Matlab Algorithms*”, 2012.
- [5] CHaabane F., “*Remote Sensing Image Fusion For Unsupervised Land Cover Classification*”, Túnez, 2011.
- [6] CHUVIECO E., “*Fundamentos de Teledetección Espacial Segunda Edición*”, Madrid, 1995.
- [7] CHENG Q., ‘*The gliding box method for multifractal modeling*”, 1999.
- [8] CHEN W.S.; YUAN S.Y.; HSIEH C.M., ‘*Two algorithms to estimate fractal dimension of gray-level images*”, 2003.
- [9] CIENCIAEXPLORA, “http://www.cienciaexplora.com/divulgacion/fractales-concepto-matematico-que-describio-mirando-mar_2014081400040.html”, 2014.
- [10] CLARKE C.K., “*Computation of the fractal dimension of topographic surfaces using the triangular prism surface area method*”, 1986.
- [11] CENTRO NACIONAL DE ESTUDIOS ESPACIALES, “<https://www.cnes.fr/>”, 2015.
- [12] CONTINUUM ANALYTICS., “<https://www.continuum.io/why-anaconda>”, 2015.
- [13] DAUBEN J., “*Georg Cantor and The Battle for Transfinite set theory*”, Nueva York, 1993.
- [14] DU G.; YEO T.S., “*A Novel Multifractal Estimation Method and Its Application to Remote Image Segmentation* ”, Singapore, 2001.
- [15] DUEKER K.; KJEME D., “*Multipropose Cadastre: Terms and Definitions, American Congress on Surveying and Mapping*”, Technical Papers ASRPS/ACSM Annual Convention , 1989.

- [16] EDGAR G., “*Measure, Topology, and Fractal Geometry*”Second Edition , San Francisco, 2008.
- [17] EMERSON C. W.; LAM N. S.; QUATTROCHI D. A., “*A comparison of local variance, fractal dimension, and Moran’s I as aids to multispectral image classification*”, Louisiana, 2004.
- [18] EUROPEAN SPACE AGENCY, “<https://earth.esa.int/handbooks/asar/CNTR1-1-5.html>”, 2015.
- [19] TENG H.T.; EWE H.T.; TAN S.L., “*A Multifractal approach for classification of SAR image*”, Malasya, 2004.
- [20] FALCONER K., ‘*Fractal Geometry, Mathematical Foundations and Applications*”, Second Edition ,U.K., 2003.
- [21] GDAL, <https://trac.osgeo.org/gdal/wiki/GdalOgrInPython>
- [22] HEARN D.; BAKER M.P., “*Graficos por computadora con OpenGL*”, Ed. Pearson Educacion S.A. , 2006.
- [23] HARALICK R.M.; SHANMUGAN K.; DINSTEIN I., “*Textural Feautres For Image Clasification*”, *IEEE Transaction on System, Man and Cybernetics*, 1973.
- [24] INSTITUTO GEOGRÁFICO AGUSTÍN CODAZZI-IGAC, “*Principios Básicos de Cartografía Temática*”, Bogotá, 1998.
- [25] JIN X.C.; ONG S.H.; JAYASOORIAH, “*A practical method for estimating fractal dimension*”, 1995.
- [26] JENSEN J., “*Introductory Digital Image Processing 2 Ed.*”, Ed. Prentice Hall , 1996.
- [27] LAM N.; QIU H.; QUATTROCHI D.; EMERSON W., “*An evaluation of fractal methods for characterizing image complexity.* ”, *Cartography and Geographic Information Science* , 2002.
- [28] LAN G.; JIANQIANG Z.; LING L.; WENWU S. , “*Segmentation of SAR image in electromagnetic based on fractal theory* ”, , Hangzhou, China, 2003.
- [29] LAWHEAD J., “*Learning Geospatial Analysis with Python*”, Birmingham, 2013.
- [30] LI J.; DU Q.; SUN C. , “*An improved box-counting method for image fractal dimension estimation* ”, , 2009.
- [31] LIU YU; CHEN LINGYU;HEMING WANG; LANLAN JIANG; YI ZHANG; JIAFEI ZHAO; DAYONG WANG; YUECHAO ZHAO; YONGCHEN SONG, “*An improved differential box-counting method to estimate fractal dimensions of gray-level images*”, 2014.

- [32] LOPES R.; BETROUNI N., “*Fractal and multifractal analysis: A review*”, 2009.
- [33] MANDELBROT BB, “*THE FRACTAL GEOMETRY OF NATURE*”, Londres, 1977.
- [34] MANDELBROT BB, “*How long is the coast of Britain? Statisticall self-similarity and fractional dimension*”, Londres, 1967.
- [35] MANDELBROT BB, “*Fractals: Form, chance and dimension*”, San Francisco, CA, 1977.
- [36] MARRÓN B., “*Matriz de co-ocurrencia y dimensión fractal en segmentación de imágenes*”, Buenos Aires, 2011.
- [37] MATTER PAUL; TSO BRANDT, “*Classification Methods for Remotely Sensed Data 2 ed.*”, 2009.
- [38] MATTER PAUL; TSO BRANDT; KOCH MAGALY, “*An Evaluation of Landsat TM spectral data and SAR-derived textural information for lithological discrimination in the Red Sea Hills, Sudan*”, 1998.
- [39] MATPLOTLIB, “<http://matplotlib.org/>”, 2015.
- [40] MELO L., CAMACHO M., “*Interpretación Visual de Imágenes de Sensores Remotos y su Aplicación en Levantamientos de Cobertura y Uso de la Tierra, Primera Edición.*”, Centro de Investigación y Desarrollo de Información Geográfica, CIAF , 2005.
- [41] NUMPY, “<http://www.numpy.org/>”, 2015.
- [42] ORFEO TOOLBOX, “<https://www.orfeo-toolbox.org/>”, 2015.
- [43] PANT T.; SINGH D. ; SRIVASTAVA T., “*Advanced fractal approach for unsupervised classification of SAR images*”.
- [44] PANT T.; SINGH D. ; SRIVASTAVA T., “*Multifractal Analysis of SAR Images for Unsupervised Classification*”.
- [45] PENTLAND A.P., “*Fractal based description of natural scenes. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*”, 1984.
- [46] PRESUTI, MIRIAM., “*La Matriz de Co-Ocurrencia en la clasificación multiespectral: Tutorial para la enseñanza de medidas texturales en cursos de grado universitario*”, La Plata, Buenos Aires, Argentina, 2004.
- [47] PYTHON, “<https://www.python.org/>”, 2015.
- [48] QGIS, “<http://www.qgis.org/>”, 2015.

- [49] QUINTERO O.; RUIZ J., ‘ESTIMACIÓN DEL EXPONENTE DE HURST Y LA DIMENSIÓN FRACTAL DE UNA SUPERFICIE TOPOGRÁFICA A TRAVÉS DE LA EXTRACCIÓN DE PERFILES”, Bogotá, 2011.
- [50] RADARSAT INTERNATIONAL., “*Radarsat Geology Handbook*”, 1996.
- [51] RADARSAT INTERNATIONAL., “*Turning the Scientifically Possible into the Operationally Practical: RADARSAT-2 Polarimetry Applications*”, Buenos Aires, 2002.
- [52] RICHARDS J.; JIA XIUPING., “*Remote Sensing Digital Image Analysis An Introduction, 4th Edition*”, 2006.
- [53] RUBIANO G., “*Iteración y fractales con Mathematica*”, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias , Bogotá, 2008.
- [54] SARMAP, “*Synthetic Aperture Radar and SARscape*, www.sarmap.ch/pdf/SAR-Guidebook.pdf”, 2009.
- [55] SARKAR; CHAUDHURI, “*Multifractal and generalized dimensions of gray-tone digital images*”, Calcuta, 1995.
- [56] SARKAR; CHAUDHURI, “*An Efficient Approach to Estimate Fractal Dimension of Textural Images*”, Calcuta, 1992.
- [57] SCIPY, “<http://www.scipy.org/>”, 2015.
- [58] SCIKIT-IMAGE, “<http://scikit-image.org/>”, 2015.
- [59] SCIKIT-IMAGE MÓDULO GLCM, “http://scikit-image.org/docs/dev/auto_examples/plot_glcms.html”, 2015.
- [60] SUN W.; XU G.; GONG P.; LIANG S., “*Fractal analysis of remotely sensed images: A review of methods and applications*”, 2006.
- [61] THEERA NIPON, “*Fractal Dimension Estimation using Modified Differential Box-Counting and Its Application to MSTAR Target Classification*”, 2002.
- [62] TZENG Y.C.; FAN K.T.; CHEN K. S., “*A parallel Differential Box-Counting Algorithm Applied to Hyperspectral Image Classification*”, 2011.
- [63] WESTRA E., “*Python Geospatial Development, Second edition*”, 2013.
- [64] CLIMATE SCIENCE INVESTIGATIONS, “<http://www.ces.fau.edu/nasa/module-2/radiation-sun.php>”, 2015.
- [65] ZENG Y.; ZHANG J.; LI H., “*Fractal Characteristics of Very High Resolution Satellite Imagery*”, 2007.