

# DAA

JOSÉ LUIS LEIVA FLEITAS- 412\* & EDUARDO GARCÍA MALETA-411<sup>1</sup>

## CONTENTS

1	Corrupción	2
1.1	Modelacion del problema	2
1.2	Solución 1: Utilizando el algoritmo de Dijkstra	2
1.3	Análisis de Correctitud	3
1.4	Análisis de Complejidad Temporal	3
2	Banco	4
2.1	Paragraphs	4
2.2	Math	4
3	Rompiendo Amistades	5
3.1	Modelación del problema	5
3.2	Figure Composed of Subfigures	7

## LIST OF FIGURES

Figure 1	A number of pictures.	8
----------	-----------------------	---

## LIST OF TABLES

Table 1	Table of Grades	7
---------	-----------------	---

## ABSTRACT

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

---

\* Department of Biology, University of Examples, London, United Kingdom

<sup>1</sup> Department of Chemistry, University of Examples, London, United Kingdom

# 1 CORRUPCIÓN

Problema:

Han pasado 20 años desde que Lidier se graduó de Ciencias de la Computación (haciendo una muy buena tesis) y las vueltas de la vida lo llevaron a convertirse en el presidente del Partido Comunista de Cuba. Una de sus muchas responsabilidades consiste en visitar zonas remotas. En esta ocasión debe visitar una ciudad campestre de Pinar del Río.

También han pasado 20 años desde que Marié consiguió su título en MATCOM. Tras años de viaje por las grandes metrópolis del mundo, en algún punto decidió que prefería vivir una vida tranquila, aislada de la urbanización, en una tranquila ciudad de Pinar del Río. Las vueltas de la vida quisieron que precisamente Marié fuera la única universitaria habitando la ciudad que Lidier se dispone a visitar.

Los habitantes de la zona entraron en pánico ante la visita de una figura tan importante y decidieron reparar las calles de la ciudad por las que transitaría Lidier. El problema está en que nadie sabía qué ruta tomaría el presidente y decidieron pedirle ayuda a Marié.

La ciudad tiene  $n$  puntos importantes, unidos entre sí por calles cuyos tamaños se conoce. Se sabe que Lidier comenzará en alguno de esos puntos ( $s$ ) y terminará el viaje en otro ( $t$ ). Los ciudadanos quieren saber, para cada par  $s, t$ , cuántas calles participan en algún camino de distancia mínima entre  $s$  y  $t$ .

## 1.1 Modelacion del problema

Representaremos la ciudad como un grafo dirigido  $G = V, E$ , donde los  $n$  puntos importantes de la ciudad estarán representados por  $n$  vértices ( $V$ ) del grafo  $G$  y las calles que unen estos puntos estarán representadas por las aristas de dicho grafo ( $E$ ). Entonces el problema lo analizaremos de la siguiente manera:

Sea  $G = V, E$  un grafo, se quiere, para todo par de vértices  $s$  y  $t$  del grafo, determinar cuántas aristas participan en algún camino de distancia mínima entre  $s$  y  $t$ .

## 1.2 Solución 1: Utilizando el algoritmo de Dijkstra

Se le realiza la siguiente modificación al algoritmo de Dijkstra : se le añade un diccionario caminos cuyas llaves son los vértices del grafo y el valor de cada llave será el padre de cada vértice en el camino de distancia mínima entre el vértice de inicio y él. Mediante este diccionario podremos reconstruir luego los caminos de distancia mínima entre el vértice de inicio y los restantes.

Tenemos la función `reconstruir_camino` que se encarga de devolver el camino entre 2 vértices. Esto lo utilizamos en nuestro algoritmo ya sabiendo que el camino entre estos dos vértices es un camino de distancia mínima.

Luego, para darle solución al problema, tenemos la función `solver` que calcula la cardinalidad de algún camino de distancia mínima entre todos los pares de vértices del grafo.

### 1.3 Análisis de Correctitud

La función `solver` se basa en el algoritmo de Dijkstra para calcular las distancias mínimas desde cada vértice a todos los demás vértices en el grafo. A continuación se desglosan los pasos que se realizan:

- Inicialización :

Se crea un diccionario `longdecaminos` que almacenará la longitud de los caminos mínimos entre cada par de vértices.

- Iteración sobre cada vértice :

Para cada vértice  $v$  del grafo, se ejecuta el algoritmo de Dijkstra, obteniendo las distancias y los caminos desde  $v$  a todos los demás vértices.

Uso del diccionario de caminos. Este se utiliza para rastrear el camino más corto desde el vértice inicial hasta cada vértice en el grafo. Cada vez que se realiza una operación de relajación en el algoritmo, se actualiza el padre del vértice que está siendo relajado. Esto asegura que, al final del algoritmo, podemos reconstruir el camino más corto desde el vértice inicial hasta cualquier otro vértice utilizando este diccionario.

- Reconstrucción del camino :

Para cada par de vértices  $v$  y  $w$ , si estos son distintos, se reconstruye el camino mínimo utilizando la función `reconstruircamino`. Luego, si existe un camino, se almacenará la longitud de este en el diccionario

Correctitud :

El algoritmo de Dijkstra garantiza que las distancias calculadas son las mínimas desde el vértice inicial  $v$ . Por lo tanto, cualquier camino reconstruido utilizando esas distancias es correcto. Luego, después de reconstruir los caminos con la función `reconstruircamino`, lo que se almacena en el diccionario `longdecaminos` son las longitudes de los caminos de distancia mínima entre todo par de vértices.

### 1.4 Análisis de Complejidad Temporal

#### 1. Complejidad de Dijkstra:

La complejidad temporal del algoritmo Dijkstra utilizando una cola de prioridad (heap) es  $O((V + E)\log(V))$ , donde  $V$  es el número de vértices y  $E$  es el número de aristas en el grafo.

#### 2. Llamadas a Dijkstra:

En nuestra función `Solver`, se llama a Dijkstra desde cada vértice, lo que implica que se ejecuta  $V$  veces. Por lo tanto, la complejidad total por esta parte es  $O(V * (V + E)\log(V))$ .

#### 3. Reconstrucción del camino:

La reconstrucción del camino tiene una complejidad lineal en función del número de vértices en el camino, que en el peor de los casos es  $O(V)$ . Sin embargo, esta función se llama para cada par de vértices, lo que significa que se invoca una vez por cada combinación de vértices diferentes  $(v, w)$ . Por tanto, son un total de  $V * (V - 1)$  invocaciones. Esto implica que la complejidad total derivada de la reconstrucción es  $O(V^3)$ .

Sumando todo, la complejidad total del algoritmo `solver` es:  $O(V^2 * \log(V) + V * E * \log(V)) + O(V^3)$ .

En un grafo denso donde  $E$  puede ser aproximadamente  $V^2$ , el caso peor sería  $O(V^3)$

A statement requiring citation [?].

## 2 BANCO

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

1. First item in a list
2. Second item in a list
3. Third item in a list

### 2.1 Paragraphs

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

**PARAGRAPH DESCRIPTION** Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

**DIFFERENT PARAGRAPH DESCRIPTION** Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Donec odio elit, dictum in, hendrerit sit amet, egestas sed, leo. Praesent feugiat sapien aliquet odio. Integer vitae justo. Aliquam vestibulum fringilla lorem. Sed neque lectus, consectetur at, consectetur sed, eleifend ac, lectus. Nulla facilisi. Pellentesque eget lectus. Proin eu metus. Sed porttitor. In hac habitasse platea dictumst. Suspendisse eu lectus. Ut mi mi, lacinia sit amet, placerat et, mollis vitae, dui. Sed ante tellus, tristique ut, iaculis eu, malesuada ac, dui. Mauris nibh leo, facilisis non, adipiscing quis, ultrices a, dui.

### 2.2 Math

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc

elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

$$\cos^3 \theta = \frac{1}{4} \cos \theta + \frac{3}{4} \cos 3\theta \quad (1)$$

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

**Definition 1** (Gauss). To a mathematician it is obvious that  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$ .

**Theorem 1** (Pythagoras). *The square of the hypotenuse (the side opposite the right angle) is equal to the sum of the squares of the other two sides.*

*Proof.* We have that  $\log(1)^2 = 2\log(1)$ . But we also have that  $\log(-1)^2 = \log(1) = 0$ . Then  $2\log(-1) = 0$ , from which the proof.  $\square$

### 3 ROMPIENDO AMISTADES

Por algún motivo, a José no le gustaba la paz y le irritaba que sus compañeros de aula se llevaran tan bien. Él quería ver el mundo arder. Un día un demonio se le acercó y le propuso un trato: "A cambio de un cachito de tu alma, te voy a dar el poder para romper relaciones de amistad de tus compañeros, con la única condición de que no puedes romperlas todas". Sin pensarlo mucho (Qué más da un pequeño trocito de alma), José aceptó y se puso a trabajar. Él conocía, dados sus  $k$  compañeros de aula, quiénes eran mutuamente amigos.

Como no podía eliminar todas las relaciones de amistad, pensó en qué era lo siguiente que podía hacer más daño. Si una persona quedaba con uno o dos amigos, podría hacer proyectos en parejas o tríos (casi todos los de la carrera son así), pero si tenía exactamente tres amigos, cuando llegara un proyecto de tres personas, uno de sus amigos debería quedar afuera y se formaría el caos.

Ayude a José a saber si puede sembrar la discordia en su aula eliminando relaciones de amistad entre sus compañeros de forma que todos queden, o bien sin amigos, o con exactamente tres amigos.

#### 3.1 Modelación del problema

Representaremos los  $k$  compañeros de José como los vértices de un grafo no dirigido  $G = V, E$  de tamaño  $k$ , donde las relaciones de amistad entre ellos están representadas por las aristas entre los vértices del grafo. Entonces analizaremos el problema de la siguiente forma :

Es posible eliminar aristas del grafo  $G$  (sin eliminarlas todas) de manera tal que todos los vértices queden, o bien aislados, o con exactamente 3 vecinos.

También podemos verlo de la siguiente manera:

Dado un grafo  $G$  determinar si existe un subgrafo  $G'$  de  $G$  tal que  $G'$  es regular de grado 3.

### 3.1.1 *Np-Compleitud*

Para demostrar que un problema es NP – Completo hay que demostrar que:

1. El problema está en NP.
2. Se puede reducir un problema conocido como NP – Completo a este problema en tiempo polinómico.

**Paso1: Probar que el problema de encontrar un subgrafo regular de grado 3 (SR<sub>3</sub>) está NP**

Dado un grafo  $G$  y un conjunto de aristas que supuestamente forman un subgrafo regular de grado 3, podemos verificar en tiempo polinomial si este subgrafo es regular de grado 3. Para ello, recorremos todas las aristas del subgrafo y contamos el grado de cada vértice. Si todos los vértices tienen grado 3, entonces el subgrafo es regular de grado 3. Este procedimiento tiene un costo de  $O(|V| + |E|)$ , siendo  $|V|$  la cantidad de vértices y  $|E|$  la cantidad de aristas.

**Paso2: Demostrar que SR<sub>3</sub> es NP-Completo**

Para demostrar que el problema CSP es NP-completo, se necesita realizar una reducción desde un problema conocido como NP-completo. En este caso, se utilizará el problema de 3-coloración.

**Problema de 3-coloración**

Dado un grafo no dirigido  $G = (V, E)$  determinar si existe una partición del conjunto de vértices  $V$ , de la forma  $V_1, V_2, V_3$  tal que no existen aristas entre los vértices que pertenecen a la misma partición  $V_i$ .

Definiciones:

- $G$  : Grafo de entrada del problema de 3-coloración.
- $V(G)$  : Conjunto de vértices del grafo  $G$ .
- $E(G)$  : Conjunto de aristas del grafo  $G$ .
- $d(v_i)$  : Grado del vértice  $i$ .
- $K'_n$  : Grafo completo de  $n$  vértices al que se le quita una arista (este grafo tiene todos los vértices con grado  $n-1$ , excepto dos vértices que tienen grado  $n-2$ ).
- 3-partición : Dividir el conjunto de vértices en 3 conjuntos disjuntos.

**Paso3: Transformación de la entrada**

### 3.1.2 *Solución*

Etiam euismod. Fusce facilisis lacinia dui. Suspendisse potenti. In mi erat, cursus id, nonummy sed, ullamcorper eget, sapien. Praesent pretium, magna in eleifend egestas, pede pede pretium lorem, quis consectetur tortor sapien facilisis magna. Mauris quis magna varius nulla scelerisque imperdiet. Aliquam non quam. Aliquam porttitor quam a lacus. Praesent vel arcu ut tortor cursus volutpat. In vitae pede quis diam bibendum placerat. Fusce elementum convallis neque. Sed dolor orci, scelerisque ac, dapibus nec, ultricies ut, mi. Duis nec dui quis leo sagittis commodo.

**WORD** Definition

**CONCEPT** Explanation

IDEA Text

Etiam euismod. Fusce facilisis lacinia dui. Suspendisse potenti. In mi erat, cursus id, nonummy sed, ullamcorper eget, sapien. Praesent pretium, magna in eleifend egestas, pede pede pretium lorem, quis consectetuer tortor sapien facilisis magna. Mauris quis magna varius nulla scelerisque imperdiet. Aliquam non quam. Aliquam porttitor quam a lacus. Praesent vel arcu ut tortor cursus volutpat. In vitae pede quis diam bibendum placerat. Fusce elementum convallis neque. Sed dolor orci, scelerisque ac, dapibus nec, ultricies ut, mi. Duis nec dui quis leo sagittis commodo.

- First item in a list
- Second item in a list
- Third item in a list

3.1.3 Table

Aliquam lectus. Vivamus leo. Quisque ornare tellus ullamcorper nulla. Mauris porttitor pharetra tortor. Sed fringilla justo sed mauris. Mauris tellus. Sed non leo. Nullam elementum, magna in cursus sodales, augue est scelerisque sapien, venenatis congue nulla arcu et pede. Ut suscipit enim vel sapien. Donec congue. Maecenas urna mi, suscipit in, placerat ut, vestibulum ut, massa. Fusce ultrices nulla et nisl.

Table 1: Table of Grades		
Name		
First name	Last Name	Grade
John	Doe	7.5
Richard	Miles	2

Reference to [Table 1](#).

3.2 Figure Composed of Subfigures

Reference the figure composed of multiple subfigures as [Figure 1 on the next page](#). Reference one of the subfigures as [Figure 1b on the following page](#).

Nulla in ipsum. Praesent eros nulla, congue vitae, euismod ut, commodo a, wisi. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Aenean nonummy magna non leo. Sed felis erat, ullamcorper in, dictum non, ultricies ut, lectus. Proin vel arcu a odio lobortis euismod. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Proin ut est. Aliquam odio. Pellentesque massa turpis, cursus eu, euismod nec, tempor congue, nulla. Duis viverra gravida mauris. Cras tincidunt. Curabitur eros ligula, varius ut, pulvinar in, cursus faucibus, augue.

Nulla mattis luctus nulla. Duis commodo velit at leo. Aliquam vulputate magna et leo. Nam vestibulum ullamcorper leo. Vestibulum condimentum rutrum mauris. Donec id mauris. Morbi molestie justo et pede. Vivamus eget turpis sed nisl cursus tempor. Curabitur mollis sapien condimentum nunc. In wisi nisl, malesuada at, dignissim sit amet, lobortis in, odio. Aenean consequat arcu a ante. Pellentesque porta elit sit amet orci. Etiam at turpis nec elit ultricies imperdiet. Nulla facilisi. In hac habitasse platea dictumst. Suspendisse viverra aliquam risus. Nullam pede justo, molestie nonummy, scelerisque eu, facilisis vel, arcu.

Curabitur tellus magna, porttitor a, commodo a, commodo in, tortor. Donec interdum. Praesent scelerisque. Maecenas posuere sodales odio. Vivamus metus lacus, varius quis, imperdiet quis, rhoncus a, turpis. Etiam ligula arcu, elementum



(a) A city market.



(b) Forest landscape.



(c) Mountain landscape.



(d) A tile decoration.

**Figure 1:** A number of pictures with no common theme.

a, venenatis quis, sollicitudin sed, metus. Donec nunc pede, tincidunt in, venenatis vitae, faucibus vel, nibh. Pellentesque wisi. Nullam malesuada. Morbi ut tellus ut pede tincidunt porta. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam congue neque id dolor.

Donec et nisl at wisi luctus bibendum. Nam interdum tellus ac libero. Sed sem justo, laoreet vitae, fringilla at, adipiscing ut, nibh. Maecenas non sem quis tortor eleifend fermentum. Etiam id tortor ac mauris porta vulputate. Integer porta neque vitae massa. Maecenas tempus libero a libero posuere dictum. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Aenean quis mauris sed elit commodo placerat. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Vivamus rhoncus tincidunt libero. Etiam elementum pretium justo. Vivamus est. Morbi a tellus eget pede tristique commodo. Nulla nisl. Vestibulum sed nisl eu sapien cursus rutrum.