

Тепловой анализ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ (МФТИ)

Оглавление

1.	Введение. Тепловые свойства твердых тел	3
2.	Тепловое удлинение балки.	6
3.	Распределение температуры вдоль тонкого стержня.	8
4.	Моделирование в SolidWorks Simulation.	10
5.	Самостоятельная работа.	24

1. Введение. Тепловые свойства твердых тел

Как известно, любому физически малому объему вещества на основе положений молекулярно-кинетической теории можно приписать величину, характеризующую степень нагретости этого объема, называемую *температурой*. Существует несколько температурных шкал, используемых для измерения температуры, самые распространенные из них – относительные шкалы Цельсия и Фаренгейта, а также абсолютная шкала Кельвина. Значения температуры в разных шкалах можно легко конвертировать друг в друга, зная соответствующие формулы:

$$T(^{\circ}\text{C}) = T(\text{K}) - 273,15$$

$$T(^{\circ}\text{C}) = 5/9 \cdot (T(^{\circ}\text{F}) - 32)$$

Термическое состояние тела (и любого другого объекта) полностью характеризуется пространственным распределением температур в его объеме (а также в определенный момент времени, если речь идет об описании нестационарных процессов).

Другой важной величиной **тепломеханики** является *градиент температуры*. Поскольку установлено, что тепловая энергия в равновесных системах перетекает от более нагретого тела к менее нагретому, то градиент температуры является мерой *теплогового потока* (тепловой энергии, проходящей через выделенную единичную площадку в единицу времени). В *уравнении теплопроводности*, описывающим процесс теплопереноса,

$\mathbf{j} = -q \frac{dT}{dx}$	1.1
---------------------------------	-----

эти величины в первом (линейном) приближении пропорциональны друг другу с коэффициентом пропорциональности q , называемом *коэффициентом теплопроводности*.

Уравнение теплопроводности можно переписать и в более удобном для нахождения решения (распределения температур) виде, связав тепловые потоки с изменением внутренней энергии вещества через теплоемкость, получив при этом уравнение *температуропроводности*:

$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{q}{\rho c_V} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$	1.2
--	-----

При наличии источников (или стоков) тепла в уравнение должны добавиться члены, соответствующие этим источникам (тепловые потоки или мощности).

Основной задачей **тепломеханики** является решение задачи о поиске пространственного распределения температуры (в нестационарных задачах – также в зависимости от времени) в среде с заданными параметрами при условии задания *источников* тепловой энергии и механизмов ее *переноса*.

При моделировании тепловых процессов в среде SolidWorks Simulation источник энергии задается в виде выделяемой в некотором элементе (твердом теле или объеме, грани, кромке или вершине) заданной тепловой мощности (знак соответствует выделению или поглощению тепла). При этом конкретный физический механизм не принимается во внимание. Также можно задать тепловой поток, проходящий через выбранную грань или поверхность тела.

Кроме этого, можно специально указать характеристики *механизмов переноса тепловой энергии* (от тела к телу или от тела к внешней по отношению к объектам расчета среде).

К ним относятся:

- теплоперенос (теплопроводность за счет переноса энергии от молекулы к молекуле), обчисляется по умолчанию за счет присутствия в уравнении теплопроводности соответствующего коэффициента, характеризующего материал вещества,
- конвекция (перемешивание холодных и теплых масс «газа» или «жидкости» - среды, окружающей объект расчета),
- лучистый перенос – перенос тепловой энергии за счет излучения и поглощения инфракрасного (теплого) излучения согласно закону Стефана-Больцмана.

После задания тепловых мощностей и потоков, действующих на объект, материала объекта (содержащего физические величины или свойства,

необходимые для расчета), механизмов переноса тепла в заданной системе, а также, возможно, граничных условий в виде назначения определенной фиксированной температуры граням, кромкам или точкам, можно создать сетку с требуемой мелкостью и решить задачу методом конечных элементов.

2. Тепловое удлинение балки.

Как известно, в пределах малых удлинений для подавляющего большинства материалов справедлив закон Гука, который устанавливает прямую пропорциональность между напряжениями и деформациям:

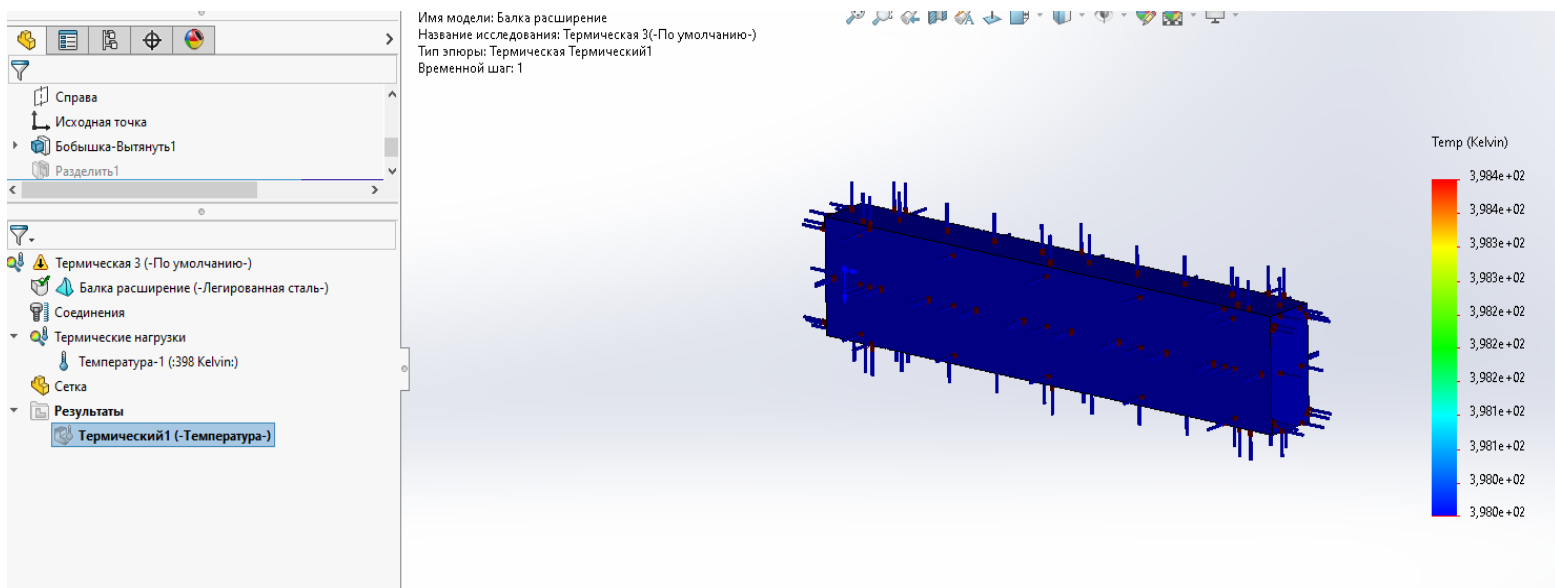
$$\sigma = E\varepsilon$$

Для однородного стержня, нагруженного по концам и равномерно нагретого, удлинение стержня

$$\Delta l = \frac{Pl}{ES} + l\alpha T$$

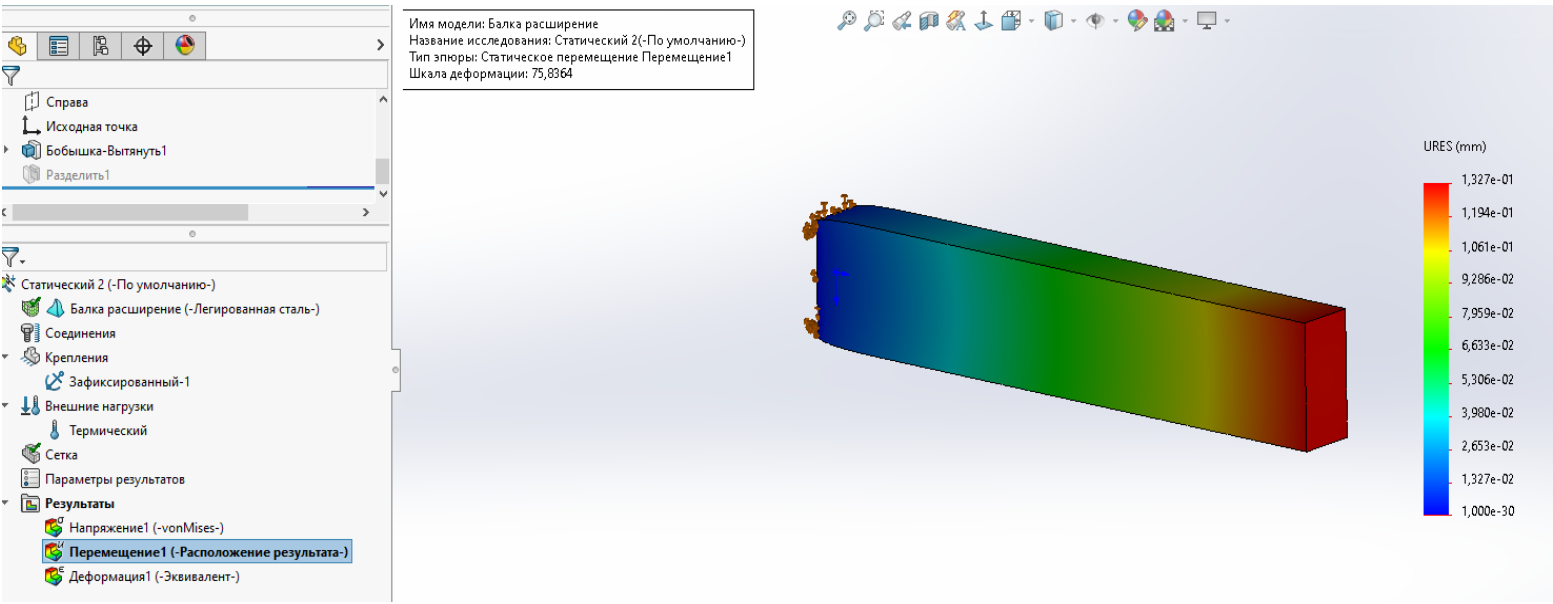
В этом случае, силовая и температурная деформации рассматриваются как независимые. Основанием этому служит экспериментально установленный факт, что модуль упругости E при умеренном нагреве слабо меняется с температурой, точно так же, как и величина α . Для стали это имеет место до температуры порядка 300-400 °С.

Для модели балки длиной $l = 100$ мм прямоугольного сечения ($a = 10$ мм, $b = 20$ мм; материал – Легированная сталь). Создать термическое исследование балки в стационарном режиме с температурной нагрузкой на все грани балки. Нагрузку растяжения не применять



Затем создать статическое исследование балки с термическим воздействием из смоделированного термического исследования. Установить

справочную температуру при нулевой деформации равной 298 К. Результаты моделирования сравнить с аналитическим значением.



3. Распределение температуры вдоль тонкого стержня.

Постановка задачи состоит в следующем. Задан тонкий однородный стержень, концы которого поддерживаются при постоянных температурах T_1 и T_2 . Окружающая стержень среда имеет температуру T_0 (постоянна), при этом тепловая передача «на воздух» характеризуется коэффициентом конвекции B . Требуется найти установившееся (стационарное) распределение температуры в стержне.

Вывод аналитического решения (из «Сивухина»):

$$\chi = \frac{\kappa}{\rho c_v}. \quad (52.7)$$

Постоянная χ называется *температуропроводностью среды*.

2. Допустим теперь, что тело имеет форму тонкого бесконечно длинного стержня, ориентированного в направлении оси X . Поперечное сечение стержня может быть каким угодно, однако одним и тем же при любых x . Теплопроводность материала стержня κ должна быть достаточно большой, а сам стержень тонким, чтобы его температура T не менялась с координатами y и z . Она может зависеть только от времени t и координаты x . От тех же аргументов может зависеть и температура T_0 окружающей среды на поверхности стержня.

В этих предположениях выведем уравнение теплопроводности с учетом внешней теплопередачи.

Рассуждения будут такими же, что и при выводе уравнения (52.4). Только в балансе теплоты необходимо учесть дополнительный тепловой поток через боковую поверхность стержня. Для бесконечно малого элемента AB стержня (см. рис. 40) этот дополнительный тепловой поток, направленный к окружающей среде, равен $\alpha p(T - T_0)dx$, где p — периметр поперечного сечения стержня. Поэтому вместо уравнения (52.4) получится

$$\rho c_v S \frac{\partial T}{\partial t} = S \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \alpha p(T - T_0), \quad (57.2)$$

где S — площадь поперечного сечения стержня. Предполагая κ постоянным и вводя обозначение

$$b^2 = \frac{\alpha p}{\rho c_v S}, \quad (57.3)$$

получим

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - b^2(T - T_0). \quad (57.4)$$

1. Найти стационарное распределение температуры в тонком однородном стержне, концы которого поддерживаются при постоянных температурах T_1 и T_2 , а температура окружающей среды T_0 также постоянна.

Решение. Удобно за нуль температуры принять температуру T_0 окружающей среды. В таком случае уравнение (57.4) переходит в

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \beta^2 T = 0, \quad (57.5)$$

где β — положительная постоянная, определяемая выражением

$$\beta = b/\sqrt{\chi}. \quad (57.6)$$

Общее решение уравнения (57.5) есть

$$T = Ae^{\beta x} + Be^{-\beta x}. \quad (57.7)$$

Постоянные интегрирования A и B определяются из граничных условий: $T = T_1$ при $x = 0$, $T = T_2$ при $x = l$. (Длина стержня обозначена через l , начало координат помещено на конце стержня.) После элементарных вычислений получим

$$T = \frac{T_1 \operatorname{sh}[\beta(l-x)] + T_2 \operatorname{sh}(\beta x)}{\operatorname{sh}(\beta l)}. \quad (57.8)$$


Таким образом, температура в стержне распределена по закону:

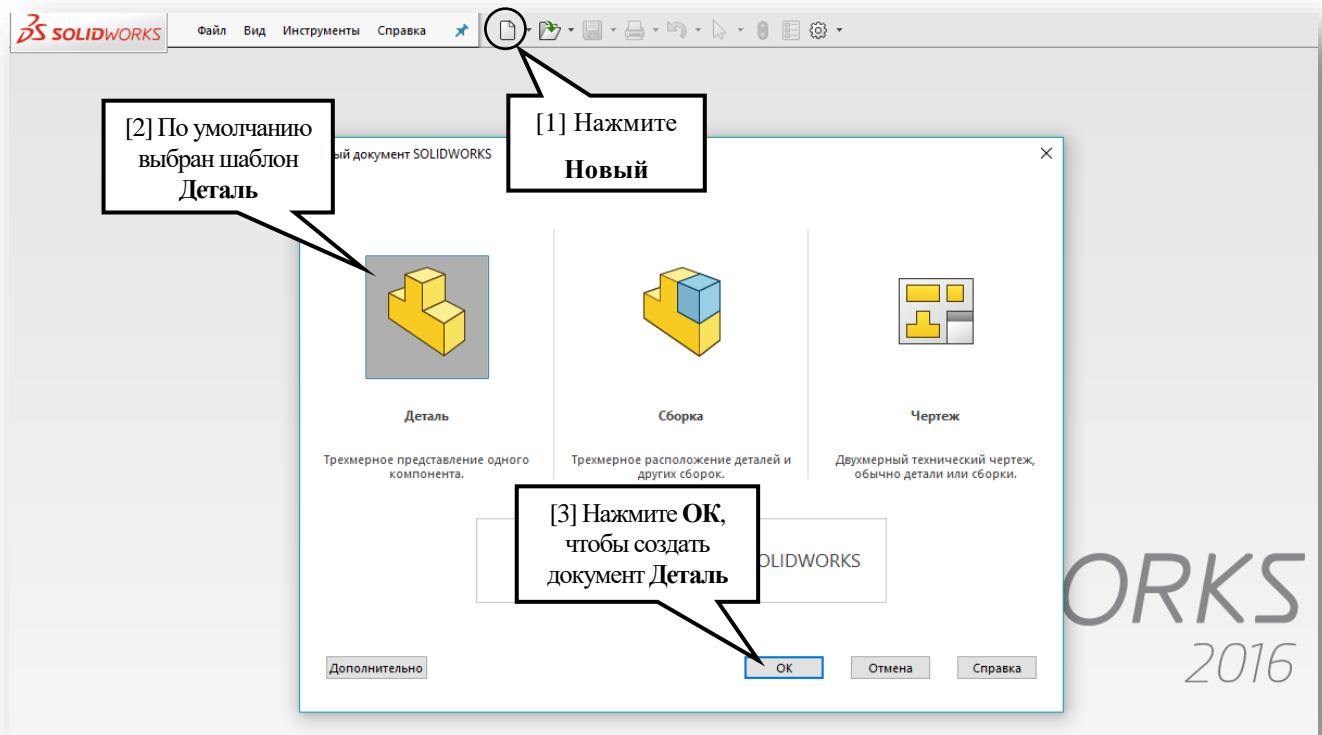
$T - T_0 = \frac{(T_1 - T_0) \operatorname{sh}(\beta(l-x)) + (T_2 - T_0) \operatorname{sh}(\beta x)}{\operatorname{sh}(\beta l)}$	
---	--

Для значений $l = 1000$ мм; $\varnothing = 10$ мм; $T_1 = 0^\circ\text{C}$; $T_2 = 100^\circ\text{C}$, $T_0 = 300$ К; $\alpha = 50$ Вт/(м² · К) постройте график распределения температуры с учётом, что материал стержня – алюминиевый сплав 1060.

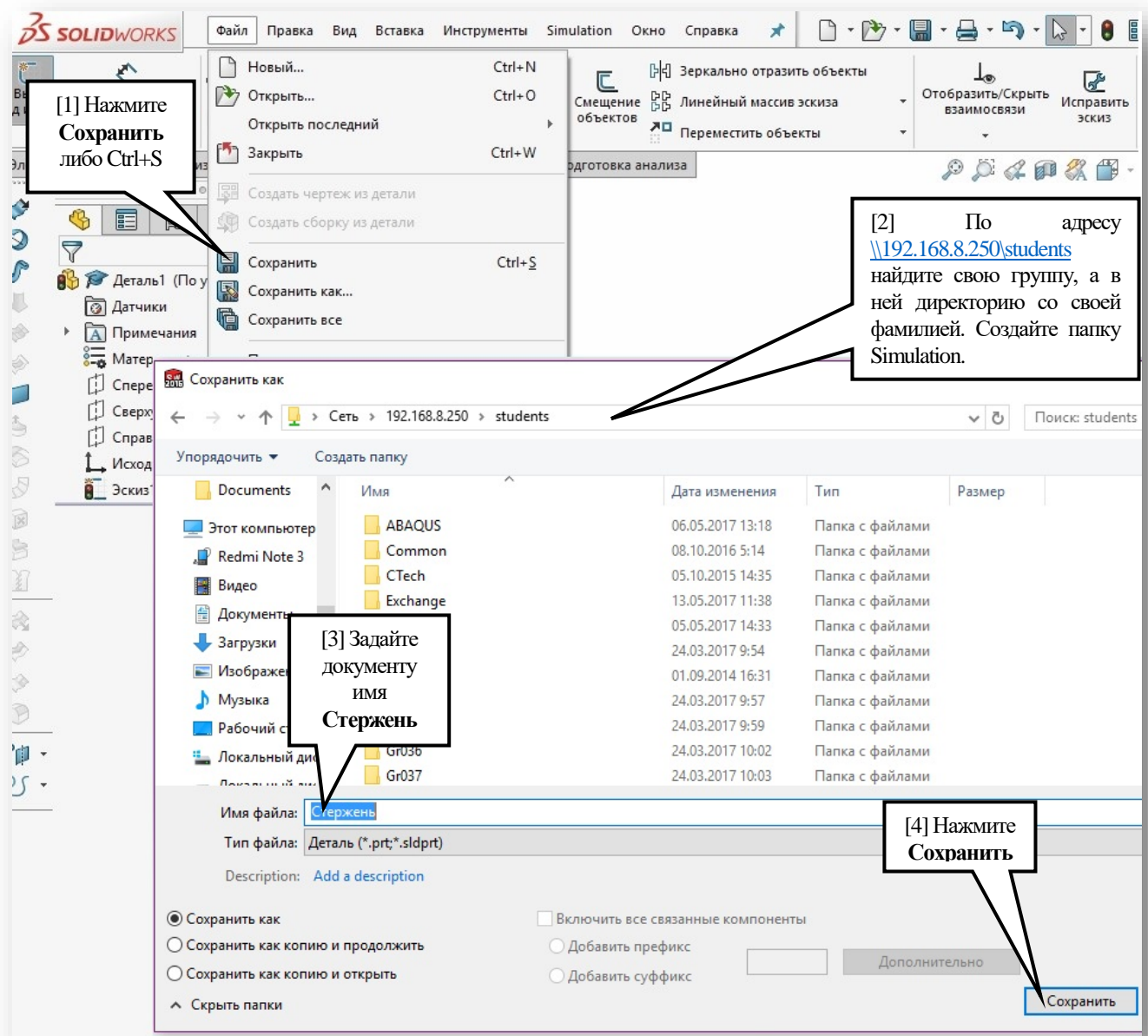
4. Моделирование в SolidWorks Simulation

Произведём анализ распределения температуры в тонком однородном стержне при условии поддержания его концов при постоянных температурах и теплообменом с окружающей средой через боковую поверхность.

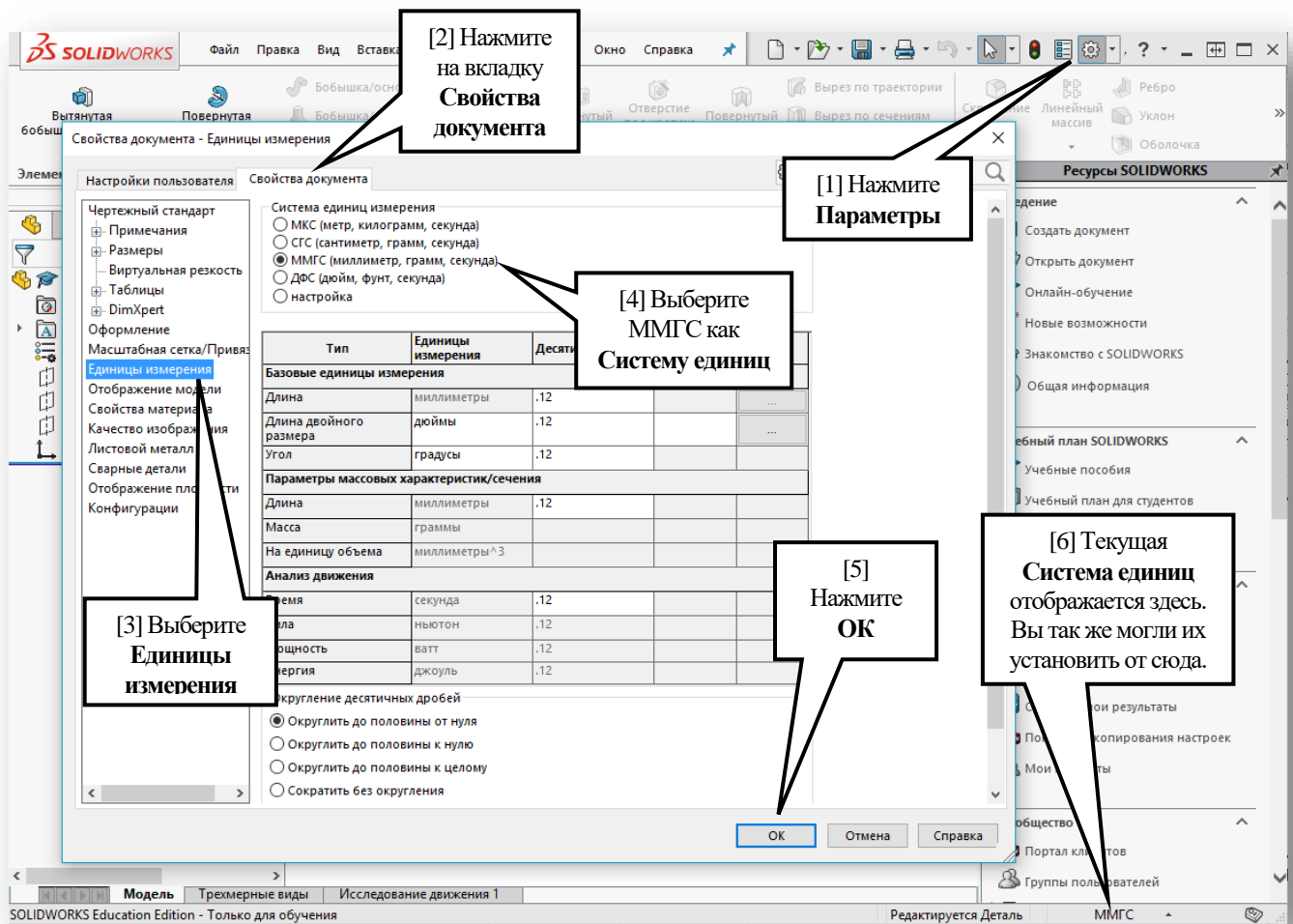
- Запустите **SolidWorks** и создайте **Новый**  документ **Деталь**.



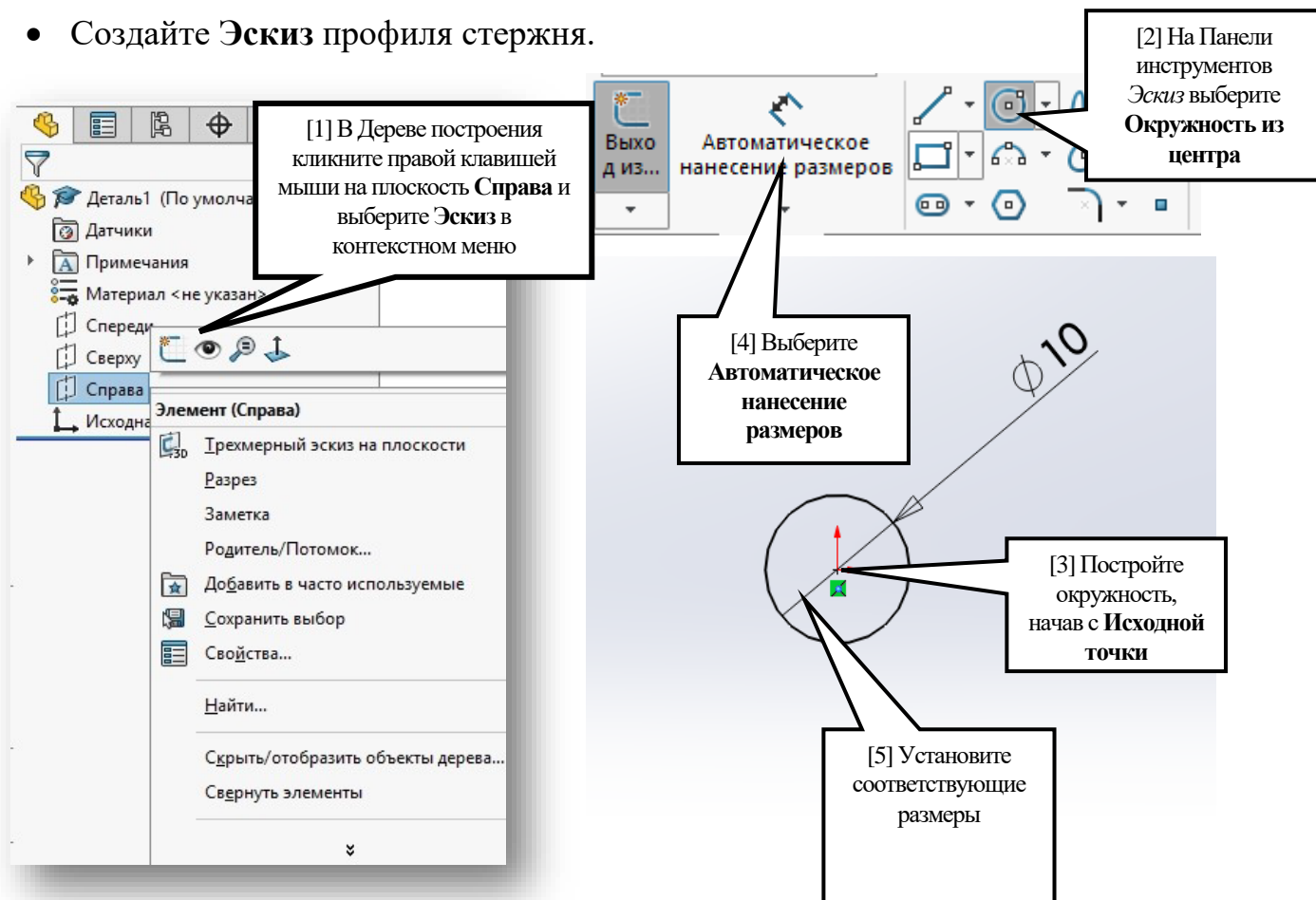
- Сохраните файл.



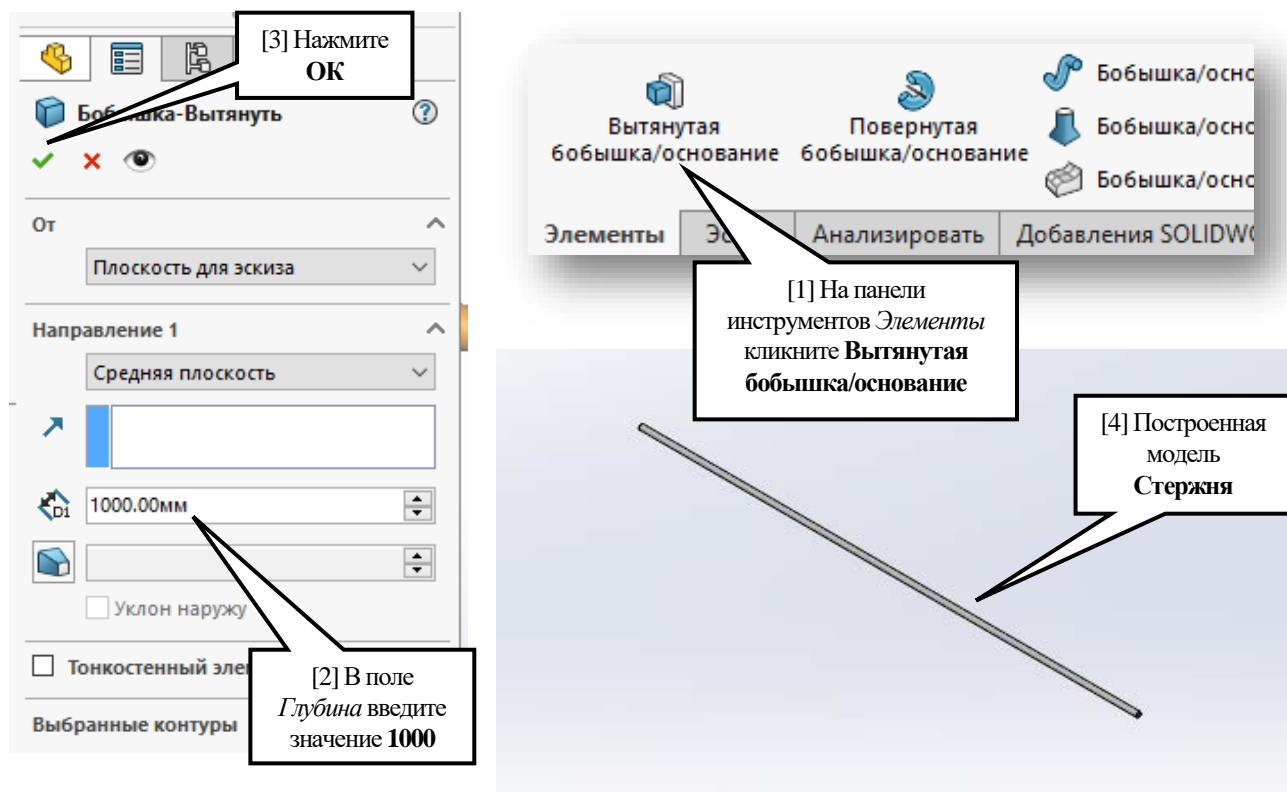
- Установите Систему единиц.



- Создайте Эскиз профиля стержня.



- Создайте Твёрдое тело стержня



- Разделите стержень на четыре сектора при помощи команды **Разделить**. Это нужно, чтобы получить доступ к оси цилиндра, как к кромке, способной нести на себе узлы сетки.

[1] Нажмите в меню **Вставка-Элементы-Разделить**

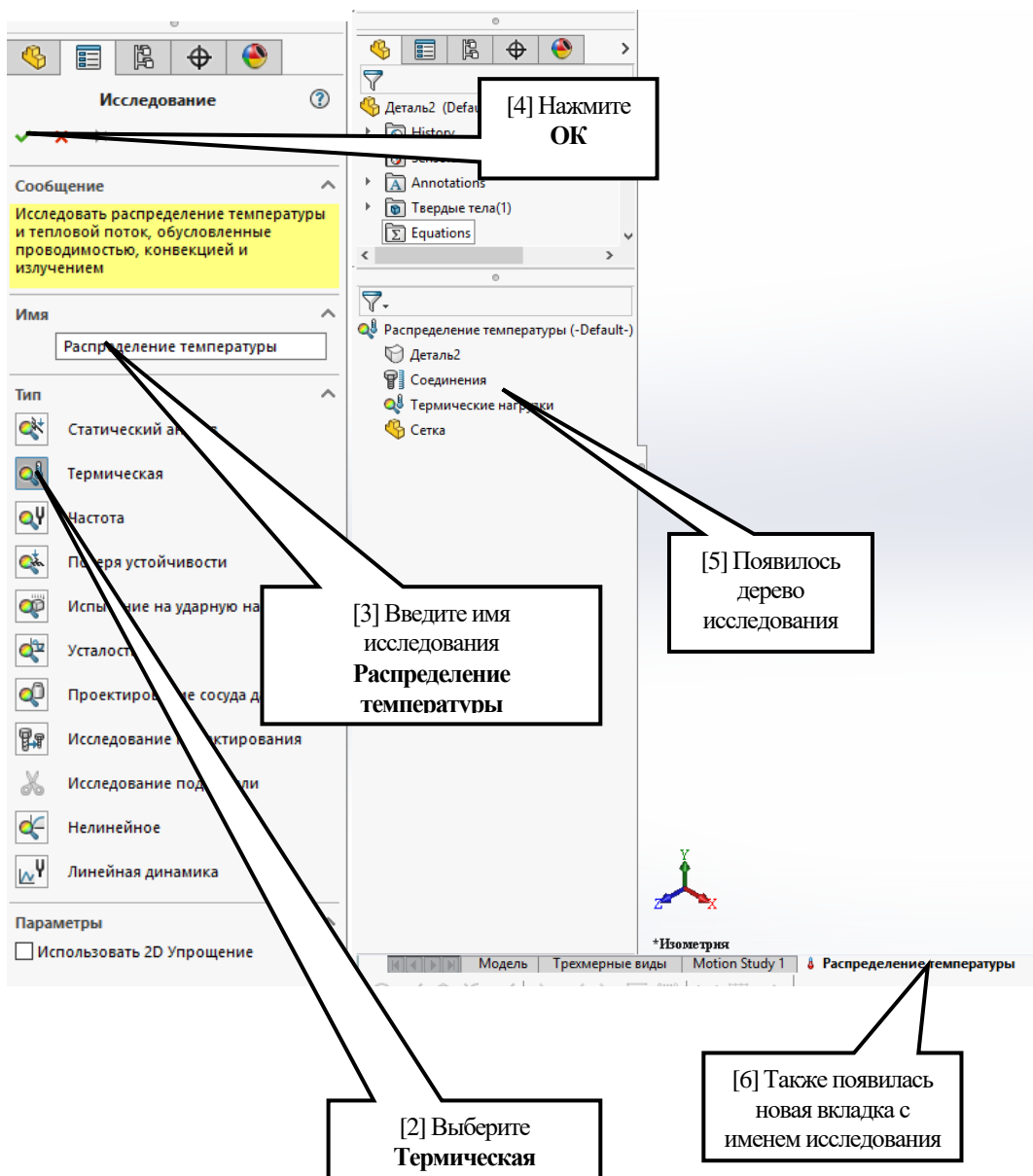
[2] В Дереве конструирования выберите с нажатой клавишей **Ctrl** основные плоскости **Спереди** и **Сверху**

[3] Нажмите кнопку **Разделить деталь**. Выбранные плоскости используются как инструменты рассечения.

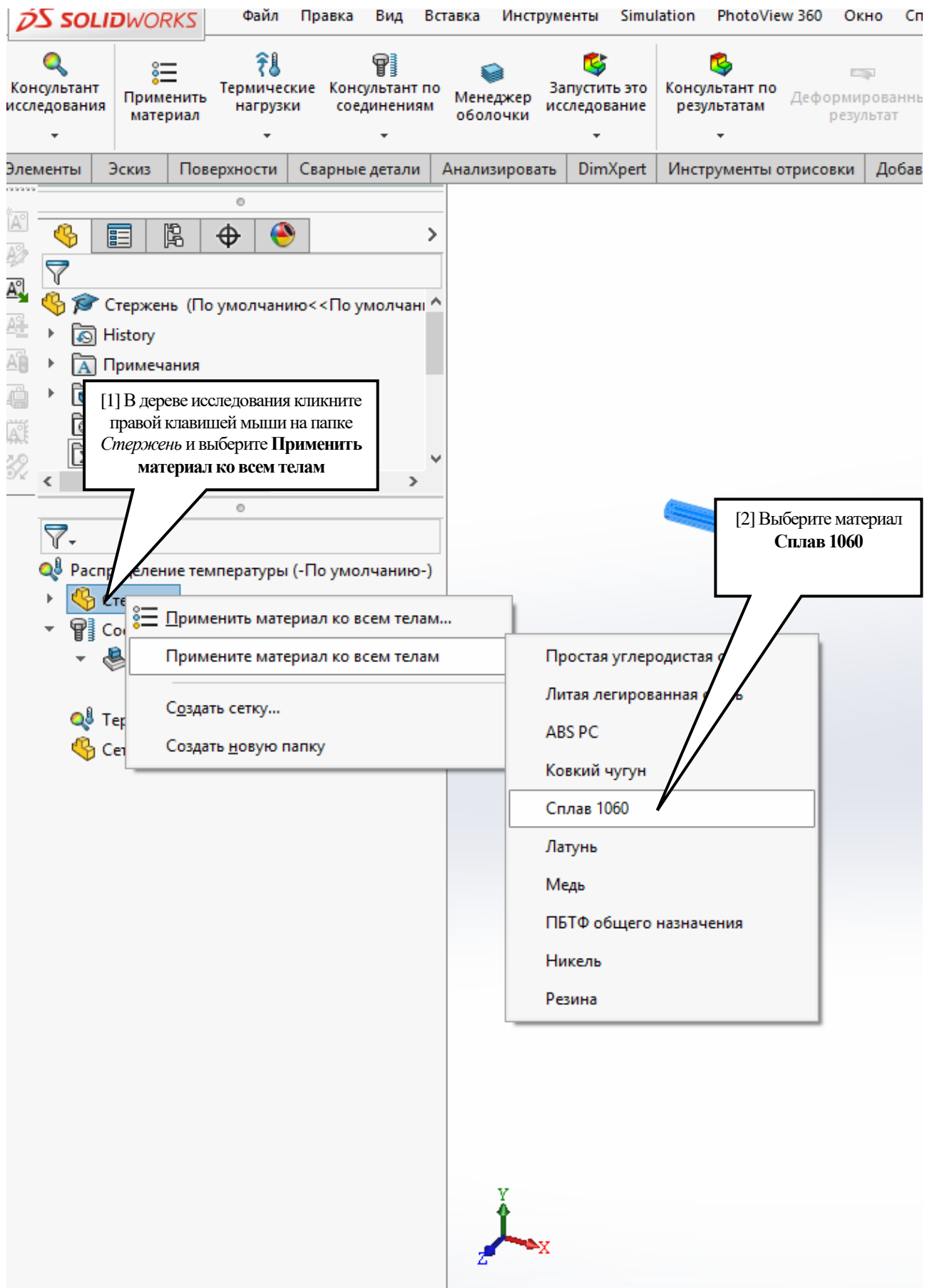
[4] Отметьте флажками все четыре полученных

[5] Нажмите **ОК**

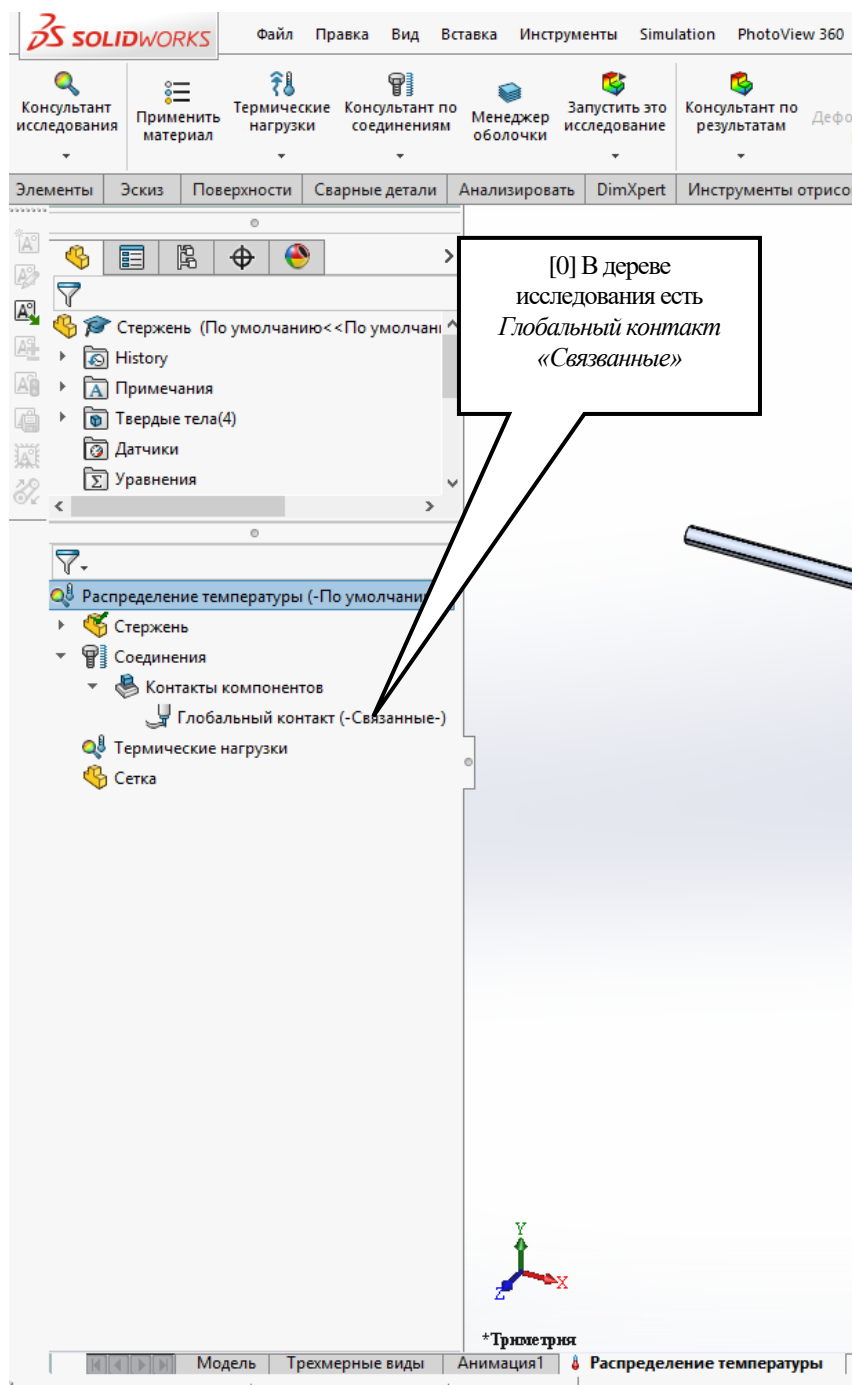
- Обратите внимание на то, что в дереве конструирования появилась папка *Твердые тела*, в которой отображаются четыре твердых тела (секторы стержня), из которых состоит модель
- Создайте новое исследование, выбрав пункт **Термическая** (Если модуль **SolidWorks Simulation** не подключен, подключите его, выбрав **Инструменты-Добавления** и отметив нужный пункт флажком
[1] Во вкладке **Simulation** выберите **Новое исследование**



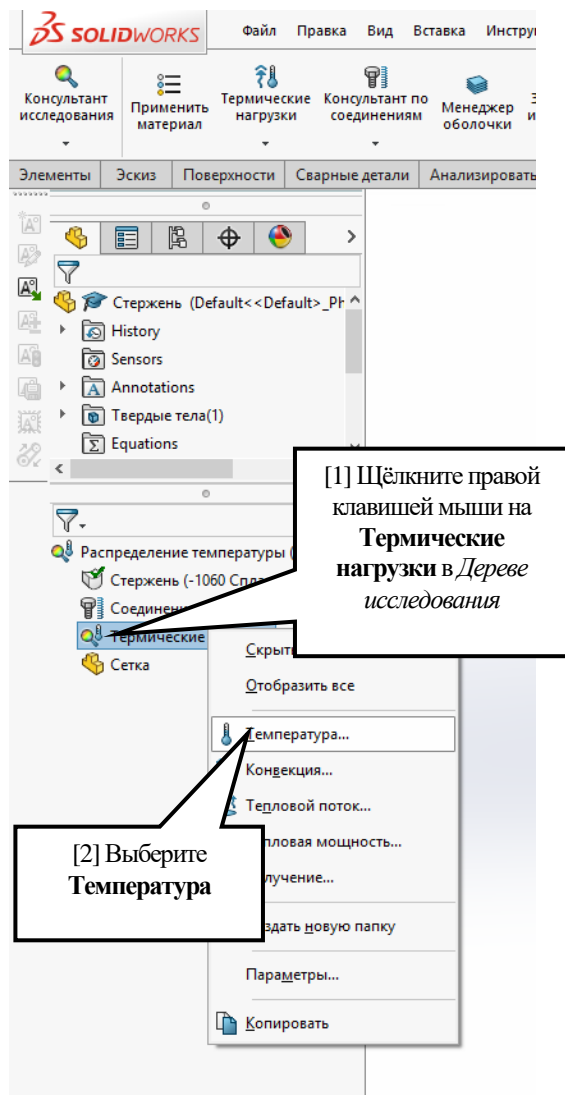
- Установка материала

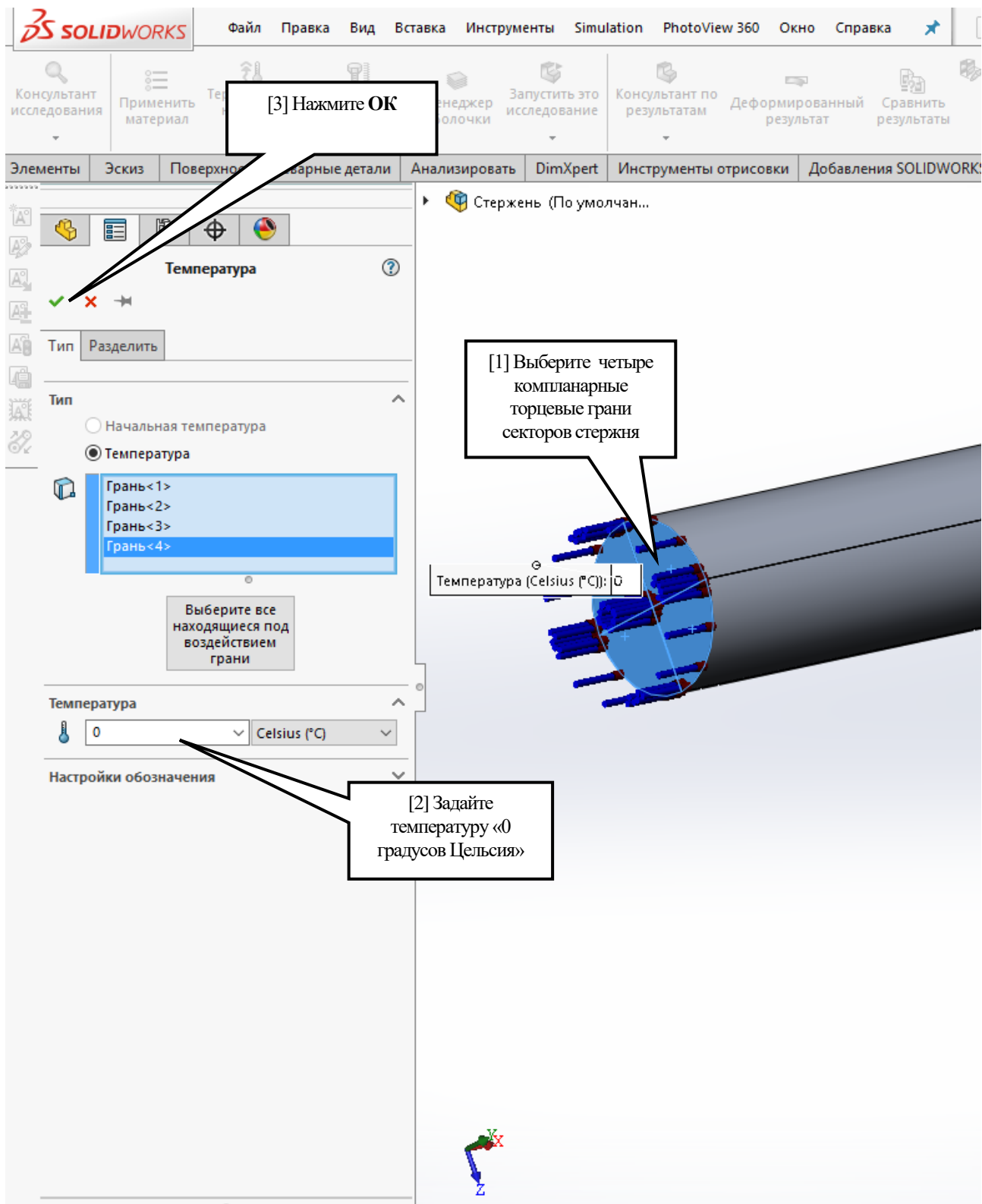


- Обратите внимание, что по умолчанию отдельные твердые тела, составляющие модель одной детали, связаны так называемым *Глобальным контактом «Связанные»*. Это означает, что для каждого твердого тела будет создана своя сетка, но узлы, принадлежащие общим поверхностям/кромкам/вершинам разных тел, будут совпадать. Кроме этого, в этих узлах будет совпадать и решение. Поэтому, в силу симметричности модели и граничных условий, моделирование такой многотельной детали физически идентично моделированию однетельной.

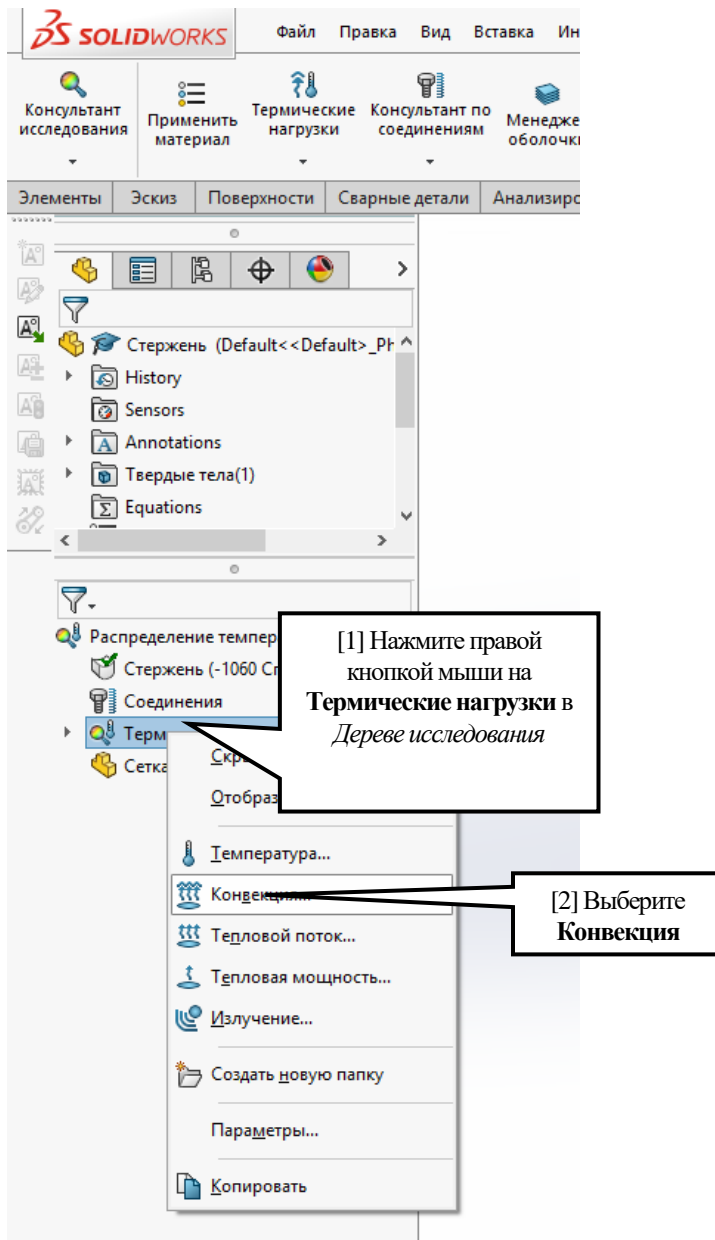


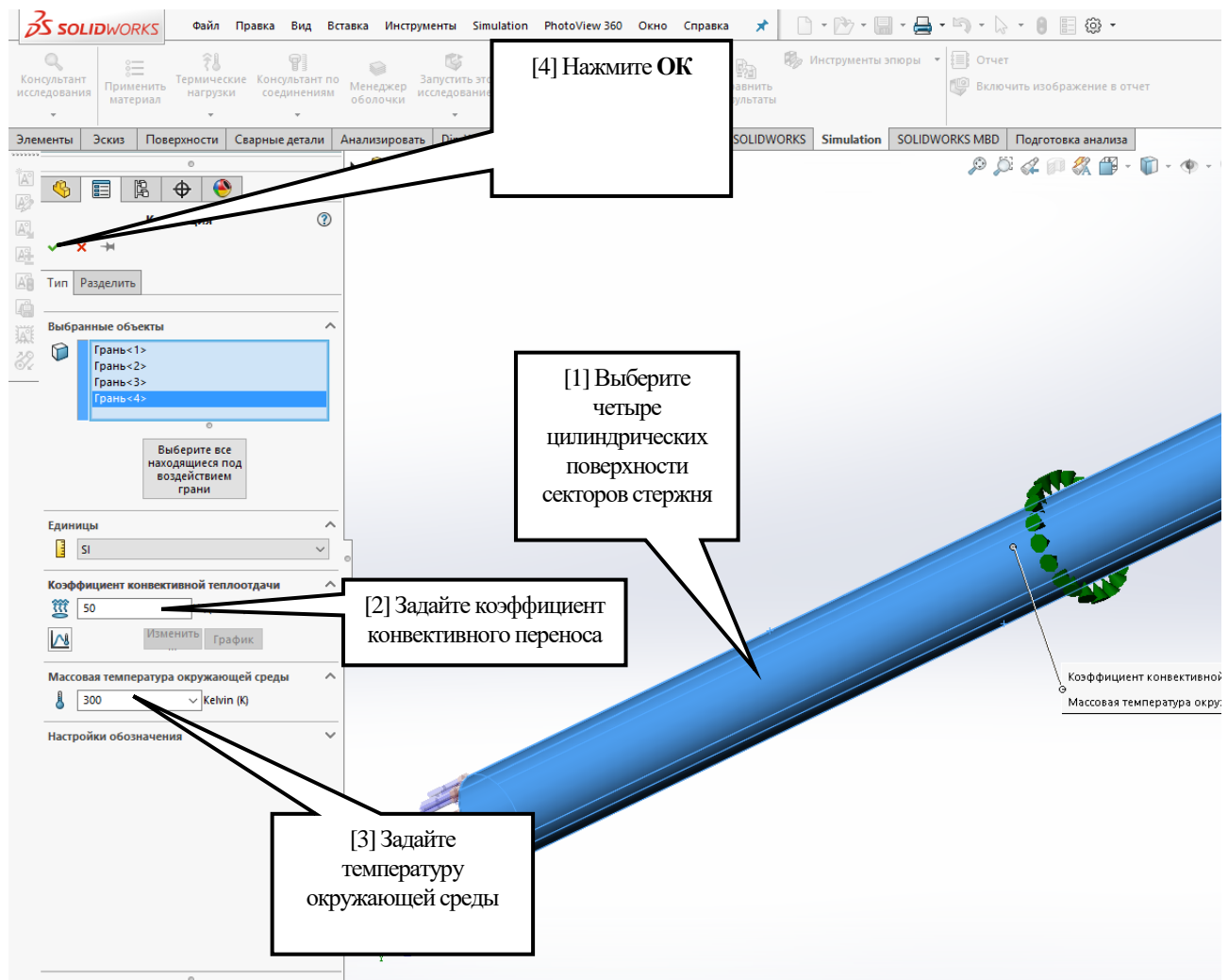
- Задание температуры на границах



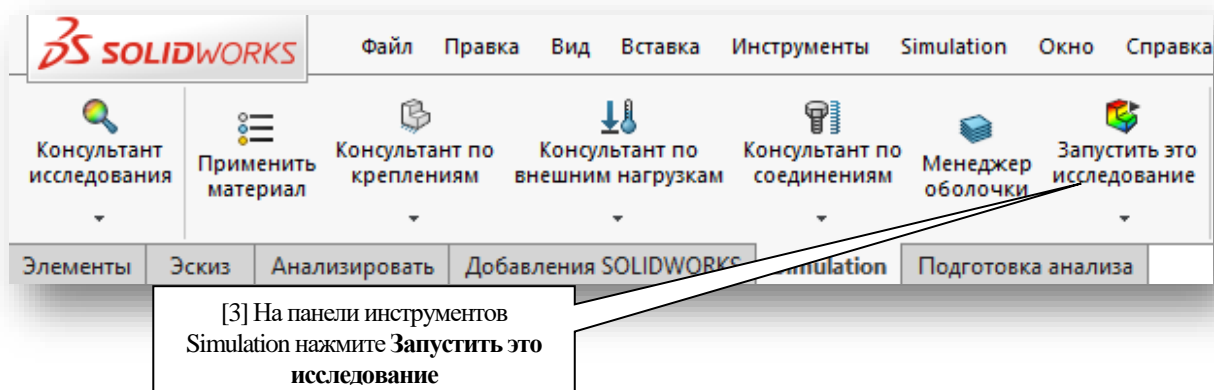
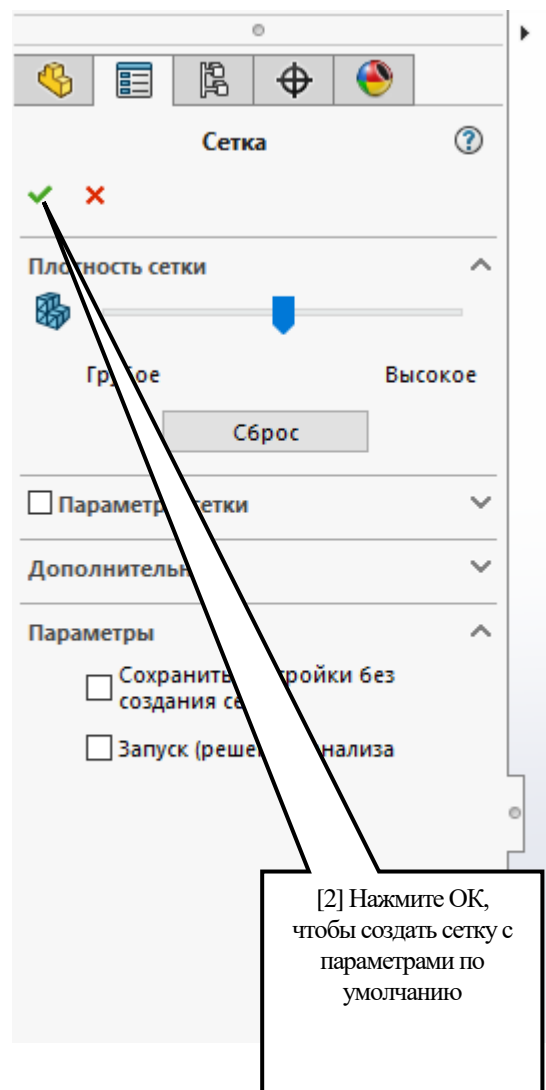
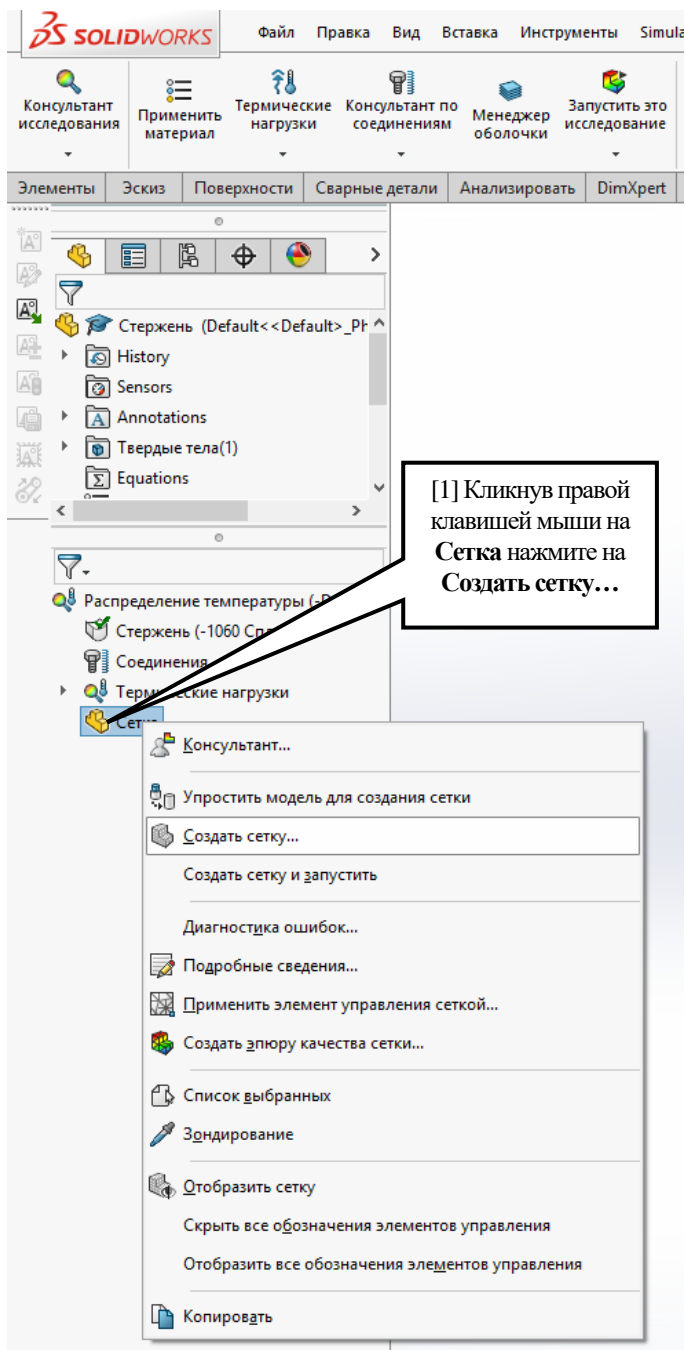


- Повторите процедуру для торцевых граней противоположного конца стержня, задав температуру 100 градусов по Цельсию
- Задание конвекционных потерь на боковых гранях.

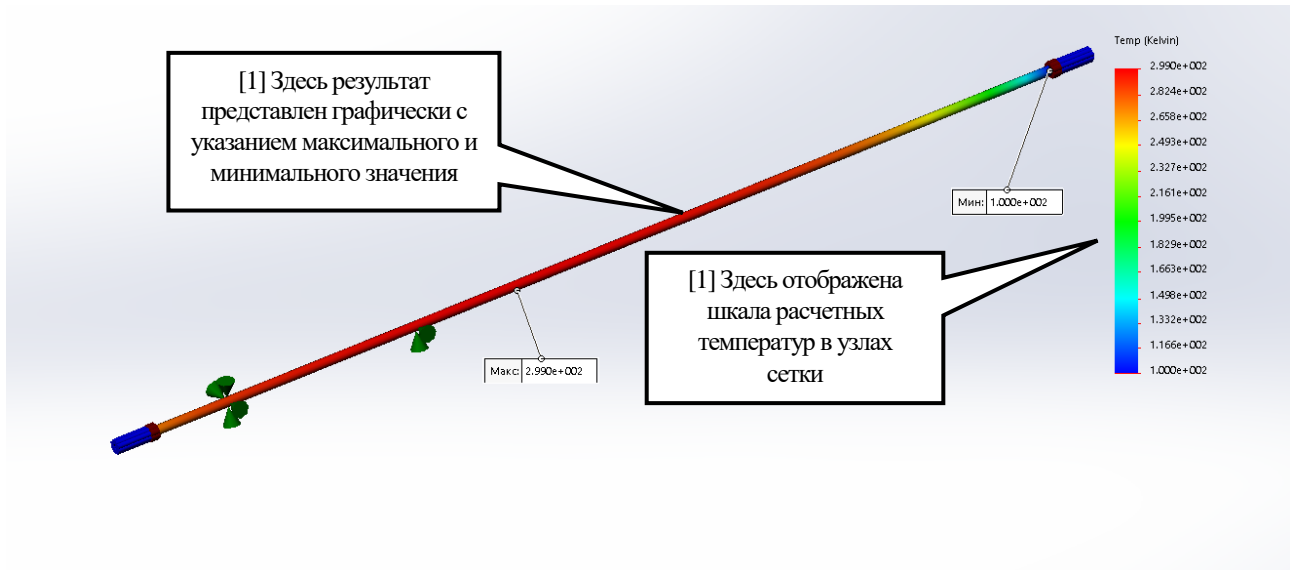




- Создание Сетки и запуск решения



- Решение модели. В графической области отображается эпюра распределения температур по модели стержня.



- Произведите зондирование эпюры распределения температур по оси стержня, используя кромку, общую для всех четырех секторов стержня. Постройте график распределения температур. Сравните его вид с поведением аналитического решения.
- Варьирование сетки. Изменяя мелкость сетки ползунком в окне настройки сетки, проведите исследование при грубой, нормальной и мелкой сетке. Сравните результаты.

5. Самостоятельная работа

Проведите расчет распределения температуры внутри стержня с заданным профилем сечения и размерами, применив термические нагрузки

В рамках самостоятельной работы студенту необходимо:

- создать модель стержня в SolidWorks (не забудьте разделить модель на несколько твердых тел);
- создать сетку с высокой точностью;
- задать необходимые термические нагрузки
- произвести расчет поля температур в стержне.
- получить график распределения температур вдоль оси стержня.
- уменьшите отношение длины стержня к поперечному размеру до 5, повторите моделирование и постройте графики распределения температур вдоль оси стержня и вдоль любой кромки на боковой поверхности. Объясните отличия.

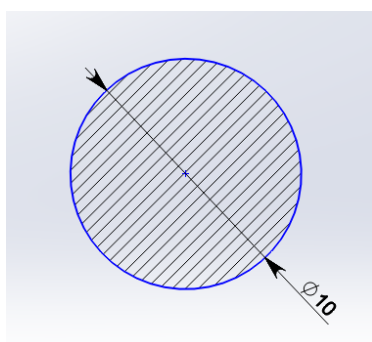
Типы термических нагрузок (осмысленные численные значения задайте самостоятельно)

1. Левый торец – постоянная температура, правый торец – тепловой поток, боковая поверхность – конвективные потери.
2. Левый торец – постоянная температура, правый торец – тепловой поток, боковая поверхность – радиационные потери.
3. Все поверхности – конвективные потери, в объеме стержня выделяется постоянная тепловая мощность.
4. Все поверхности – радиационные потери, в объеме стержня выделяется постоянная тепловая мощность.
5. Левый и правый торец – постоянные температуры, радиационные тепловые потери через боковую поверхность.
6. Левый торец- постоянная температура, правый торец – тепловой поток внутрь, боковая поверхность – тепловой поток наружу.

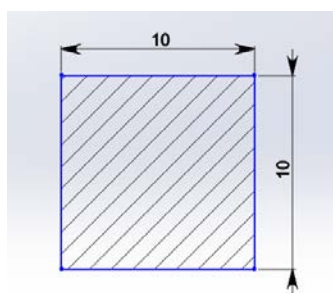
7. Левый и правый торец – тепловой поток внутрь, боковая поверхность – радиационные потери
8. Левый и правый торец – тепловой поток внутрь, боковая поверхность – конвективные потери
9. Боковая поверхность – конвективные потери, торцы при постоянной температуре, в объеме выделяется постоянная мощность

2. Типы сечения профиля. Отношение длины стержня к поперечному размеру равно 100

А.



Б



В

