

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА

по курсу "Гармонический анализ"

2 курс, 4 семестр, 2022-23 уч.г.

(кроме ЛФИ(модерн.) и ФПМИ)

1. Теорема (лемма) Римана. Стремление к нулю коэффициентов Фурье абсолютно интегрируемой функции.
2. Представление частичной суммы ряда Фурье интегралом с ядром Дирихле. Принцип локализации.
3. Достаточные условия сходимости ряда Фурье в точке.
4. Дифференцирование и интегрирование рядов Фурье. Порядок убывания коэффициентов Фурье.
5. Теорема о равномерной сходимости ряда Фурье.  
*Для потока А.И. Тюленева: признак Гельдера.*
6. Равномерная сходимость сумм Фейера для непрерывной функции.
7. Теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций тригонометрическими и алгебраическими многочленами.
8. Минимальное свойство коэффициентов Фурье по ортогональной системе. Неравенство Бесселя.
9. Полнота ортогональной системы функций, ортонормированный базис и равенство Парсеваля.
10. Полнота тригонометрической системы в пространстве функций, интегрируемых с квадратом. Сходимость ряда Фурье в среднем квадратичном, равенство Парсеваля для тригонометрической системы.
11. Теорема Рисса-Фишера.
12. Полнота и замкнутость ортогональной системы, их связь.
13. Полнота пространства  $C[a, b]$ , неполнота пространств непрерывных на отрезке функций с интегральными нормами.
14. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость собственных интегралов, зависящих от параметра.
15. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Критерий Коши, признаки Вейерштрасса и Дирихле.
16. Непрерывность и интегрируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
17. Дифференцирование несобственных интегралов по параметру.
18. Достаточные условия сходимости интеграла Фурье в точке.
19. Преобразование Фурье. Обратное преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье абсолютно интегрируемой функции. Формулы обращения.
20. Преобразование Фурье производной и производная преобразования Фурье.
21. Пространства основных и обобщенных функций. Дифференцирование обобщенных функций.  $\delta$ -функция.
22. *Для потока А.И. Тюленева: каноническая процедура введения нормы в полунормированном пространстве через факторизацию. Пространства  $RL_1$ ,  $RL_2$ , их неполнота.*