

C. IMO

Tehtävän nimi	IMO
Aikaraja	6 sekuntia
Muistiraja	1 gigatavu

Kansainväliset matematiikkaolympialaiset (The International Mathematics Olympiad eli IMO) on vuosittain järjestettävä matematiikkakilpailu lukiolaisille. Vuoden 2025 IMO-kilpailu on yhtäaikaan EGOIn kanssa. Lukiessasi tätä IMO:n molemmat kilpailupäivät ovat ohi ja tehtävien arviointi on todennäköisesti myös lähes valmis. Toisin kuin EGOIn kaltaisissa ohjelmointikilpailuissa, arviointi tehdään käsin, mikä on pitkä ja työläs urakka.

Tämä vuonna IMOssa oli M tehtävää (numeroituna $0 - M - 1$) ja jokainen tehtävä on K :n pisteen arvoinen. N kilpailijaa osallistui kilpailuun. Kilpailija i sai $a_{i,j}$ pistettä tehtävästä j , missä $a_{i,j}$ on kokonaisluku suljetulla välillä $0-K$. Kilpailijoiden saamat kokonaispisteet määrittävät tulosjärjestyksen, ja tasapelit ratkaistaan kilpailijoiden indeksien perusteella. Tarkemmin sanottuna kilpailija x sijoittuu kilpailijaa y korkeammalle, jos:

- joko kilpailijan x kokonaispisteet ovat suuremmat kuin kilpailijan y kokonaispisteet
- tai heidän kokonaispisteensä ovat samat ja $x < y$.

Paljastaakseen lopullisen tulosjärjestyksen järjestäjien tulee julkaista osa luvuista $a_{i,j}$. Jos lukua ei julkaista, tiedetään vain, että se on kokonaisluku suljetulla välillä $0-K$.

Järjestäjät haluavat paljastaa niin vähän lukuja $a_{i,j}$ kuin mahdollista.

Heidän on samalla varmistettava, että kaikki saavat tietää oikean tulosjärjestyksen. Toisin sanoen heidän on paljastettava osa luvuista siten, että ainoa niihin sopiva järjestys on oikea tulosjärjestys.

Löydä pienin sellainen S , että on mahdollista paljastaa S lukua $a_{i,j}$ tavalla, joka määrittää yksiselitteisesti kilpailijoiden täyden tulosjärjestyksen.

Syöte

Syötteen ensimmäisellä rivillä on kolme kokonaislukua N , M ja K , jotka ovat vastaavasti kilpailijoiden lukumäärä, tehtävien lukumäärä ja tehtävien maksimipistemäärä.

Seuraavaksi on N riviä, missä rivillä i on $a_{i,j}$. Toisin sanoen ensimmäisellä rivillä on $a_{0,0}, a_{0,1}, \dots, a_{0,M-1}$, toisella $a_{1,0}, a_{1,1}, \dots, a_{1,M-1}$ ja niin edelleen.

Tuloste

Tulosta yksi kokonaisluku S , pienin mahdollinen paljastettavien tulosten lukumäärä, jotta tulosjärjestys määräytyy yksiselitteisesti.

Rajoitukset ja pisteytys

- $2 \leq N \leq 20\,000$.
- $1 \leq M \leq 100$.
- $1 \leq K \leq 100$.
- $0 \leq a_{i,j} \leq K$ kaikilla pareilla i, j , joilla $0 \leq i \leq N-1$ ja $0 \leq j \leq M-1$.

Ratkaisuasi testataan useisiin osatehtäviin, joista jokainen on tietyn pistemäärän arvoinen. Kukin osatehtävä sisältää useita testejä. Saadaksesi osatehtävästä pisteet sinun on läpäistävä kaikki kyseisen osatehtävän testit.

Osatehtävä	Pisteet	Rajoitukset
1	10	$N = M = 2$ ja $K = 1$
2	13	$N = 2$
3	10	$N \cdot M \leq 16$
4	18	$K = 1$
5	21	$N \leq 10\,000$ ja $M, K \leq 10$
6	28	Ei lisärajoituksia

Esimerkkejä

Ensimmäisessä esimerkissä 20 tulosta voidaan paljastaa seuraavalla tavalla:

7	7	0	•	7	•
7	3	0	7	2	1
•	0	0	•	0	0
7	7	7	7	7	1

Tässä kolmannen kilpailijan tiedetään saavan kokonaispistemäärä 0 ja 14 välillä, mikä on varmasti alhaisempi kuin mikään muu pistemäärä. Voidaan osoittaa, että on mahdotonta paljastaa alle 20 tulosta. Jos esimerkiksi piilottaisimme yhden kolmannen kilpailijan nolista, tämän

kokonaispistemäärä voisi olla jopa 21. Tämä on ongelma, koska toisen kilpailijan kokonaispistemäärä on 20, ja hänen tulisi sijoittua korkeammalle kuin kolmannen kilpailijan.

Ensimmäinen esimerkki täyttää osatehtävien 5 ja 6 vaatimukset.

Toisessa esimerkissä voimme joko paljastaa vain ensimmäisen kilpailijan ainoan tuloksen tai vain toisen kilpailijan ainoan tuloksen (mutta emme molempia). Jos paljastamme vain ensimmäisen kilpailijan tuloksen, tiedämme, että ensimmäisen kilpailijan kokonaispistemäärä on 1. Tämä tarkoittaa, että vaikka toisen kilpailijan kokonaispistemäärä olisi myös 1, ensimmäinen kilpailija sijoittuu korkeammalle, koska hänen indeksinsä on pienempi. Vastaavasti, jos paljastamme vain toisen kilpailijan kokonaispistemäärän, tiedämme hänen pistemääränsä olevan nolla, mikä tarkoittaa, että ensimmäinen kilpailija sijoittuu korkeammalle riippumatta tämän pistemäärästä.

Toinen esimerkki täyttää osatehtävien 2, 3, 4, 5 ja 6 vaatimukset.

Kolmas esimerkki täyttää osatehtävien 2, 3, 5 ja 6 vaatimukset.

Neljäs esimerkki täyttää kaikkien osatehtävien vaatimukset.

Syöte	Tuloste
4 6 7 7 7 0 2 7 0 7 3 0 7 2 1 7 0 0 7 0 0 7 7 7 7 7 1	20
2 1 1 1 0	1
2 2 7 7 4 7 0	2
2 2 1 0 1 1 0	2