Ejercicios

Matrices

Ejercicio 1

Demostrar que se cumple la igualdad $AI_3 = A$ donde

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2

Calcular la matriz escalonada reducida de B, donde

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3

Proposicion. Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$ dos matrices cualesquiera. Entonces, se cumple que

$$\mathrm{rg}(A) = \mathrm{rg}(kA) \qquad 0 \neq \mathrm{k} \in \mathbb{K}$$

Demostrar la igualdad para dos matrices diferentes y dos escalares distintos.

Ejercicio 4

Proposicion. Sean $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dos matrices cuadradas cualesquiera. Entonces, se verifica:

$$\mathrm{tr}(A + B) = \mathrm{tr}(A) + \mathrm{tr}(B) \qquad 0 \neq \mathrm{k} \in \mathbb{K}$$

$$\mathrm{tr}(kA) = k\mathrm{tr}(A) \qquad \mathrm{k} \in \mathbb{K}$$

Demostrar que se cumplen las dos igualdades con dos ejemplos (uno por cada igualdad).

Ejercicio 5

Proposicion. Sean $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dos matrices cuadradas cualesquiera. Entonces, se verifica:

$$\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$$

Demostrar que se cumple la igualdad con un ejemplo.

Ejercicio 6

Calcular el rango de A siendo,

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -5 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

y comprobar que coincide con el rango de su equivalente matriz escalonada.

Ejercicio 7

Sea A la matriz cuadrada $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dada por

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Razonar mediante la equivalencia 3 del teorema de caracterización si A es invertible o no, y en caso de que sí lo sea calcular su inversa.

Ejercicio 8

Calcular A^4 y A^6 siendo A la matriz del anterior ejercicio.

Ejercicio 9

Determinar con notación matemática los pivotes (por filas) de cada matriz y decidir si las siguientes matrices son escalonadas reducidas por filas:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 10

Crear una matriz de 3 filas y 4 columnas de un solo elemento no nulo, y calcular la suma y el producto de todos los elementos de la matriz.

Ejercicio 11

Crear la matriz I_4 de dos maneras diferentes.

Ejercicio 12

Demostrar mediante un ejemplo que la multiplicación de matrices no es conmutativa.

Ejercicio 13

Sea A la matriz cuadrada $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dada por

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Razonar mediante la equivalencia 2 del teorema de caracterización si A es invertible o no, y en caso de que sí lo sea calcular su inversa.

Ejercicio 14

Sea B la matriz cuadrada $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dada por

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Razonar mediante la propiedad del determinante si B es invertible o no, y en caso de que sí lo sea calcular su inversa.