

# Ejercicios de v.a. continua

## Introducción a la estadística

Más ejercicios: Herramientas: Definimos una función a trozos y su gráfica en R usando: **function(x)** , **Vectorize()**, **plot()** También puede ser de ayuda para el cálculo de integrales definidas: **integrate()**. Esto se puede encontrar en `plotear.funciones.R`

**Problema 1.** Considera la función:

$$f(x)=\begin{cases} 6x(1-x) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

- a) ¿Cumple las propiedades para una función de densidad? Haz un sketch de su gráfica.
- b) Supón que la v.a. continua  $X$  tiene esa función de densidad. Obten las siguientes probabilidades sin emplear cálculos.
- c) A través de la gráfica, ¿cuál es el valor de  $P(0,4 \leq X \leq 0,7)$ ? Luego calculala formalmente y mira si has acertado.

**Problema 2.** Dada la variable aleatoria  $X$  con la siguiente funcion de densidad :

- a) Comprueba que es una función de densidad válida.
- b) Calcula :  $P(X < 1)$ ,  $P(X > 0)$ ,  $P(X = 1/4)$  y  $P(1/2 < X < 3/2)$
- c) Calcula la función de probabilidad acumulada.

**Problema 3.** Dada la siguiente función de densidad:

$$f(x)=\begin{cases} 1/4 & 0 \leq x \leq 1 \\ x^3/5 & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Grafica la función y calcula su funcion de probabilidad acumulada (pdf).

**Problema 4.** Un trabajador puede llegar a su trabajo en cualquier momento entre las 6 y las 7 de la mañana con la misma probabilidad. Considerando a  $X$ : "hora de llegada", se pide:

- a) Calcula su función de densidad y grafica.
- b) Calcula su función de probabilidad acumulada
- c) Calcula la probabilidad de que llegue antes de las 6 y 15
- d) Calcula la probabilidad de que llegue después de las 6 y 30
- e) Calcula la esperanza

**Problema 5.** Sea  $X$  un número aleatorio con distribución uniforme en  $(0,5)$  y por tanto con una pdf de:  $f(x) = 1/5$ . Calcula  $P(2 \leq X \leq 4.5)$

**Problema 6.** Teniendo el dial que se muestra en la imagen. Suponga que lo usamos para generar números aleatorios. Modele la situación como una pdf y calcule:

- a)  $P(5 \leq X \leq 30)$
- b)  $P(0 \leq X \leq 90)$
- c)  $P(0 \leq X \leq 90)$
- d)  $P(0 \leq X \leq 180)$
- e)  $P(0 \leq X \leq 270)$
- f)  $P(0 \leq X \leq 120)$

**Problema 7.** Sea  $X$  una v.a. continua con la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

- a) Verifica que  $f(x)$  es una función de densidad válida
- b) Calcula  $P(x > 2)$
- c) Calcula  $P(1/2 < x < 1)$
- d) Calcula la función de densidad acumulada,  $F(x)$
- e) ¿Cuál es la esperanza de  $X$ ,  $E(X)$ ?
- f) ¿y su varianza,  $\text{Var}(X)$ ?

**Problema 8.** Dada la siguiente función de densidad de  $X$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ x + 1 & -1 < x < 0 \\ 1 - x & 0 < x < 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}$$

- a) Grafica la pdf.
- b) Verifica si es válida
- c) Calcula su función de densidad acumulada,  $F(x)$
- d) Grafica esta última

**Problema 9.** Siendo  $X$  una variable aleatoria continua con la siguiente  $f(x)$ , se pide calcular la su esperanza.

$$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

**Problema 10.** Teniendo la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Calcular su esperanza,  $E(X)$  y su varianza,  $\text{Var}(X)$ .

**Problema 11.** La cantidad de arena (en toneladas) vendidas por una proveedora de materiales de construcción en una semana es una variable aleatoria continua  $X$  con la siguiente pdf:  $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}(1-x^2) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$

- ¿Cuál es la función de probabilidad acumulada,  $F(x)$ , de las ventas para cualquier  $x$ ?
- Usar la anterior para el cálculo de:  $P(x \leq 0.25)$ ,  $P(x \geq 0.75)$  y  $P(0.25 \leq x \leq 0.75)$
- ¿Cuál es el percentil 40? ¿Y el 50? ¿Y la mediana?
- Calcular la media.

**Problema 12.** Suponga que el tiempo entre las llamadas de emergencia a una pequeña estación de bomberos suburbana sigue una distribución exponencial con una tasa promedio de 1.8 llamadas por día.

- Un bombero acaba de llamar, ¿cuál es la posibilidad de una llamada en los próximos 15 minutos?
- Lucas casi ha terminado su turno: 15 minutos. No ha habido lugar en sus turnos hasta ahora. ¿Qué posibilidades hay de llamar en los 15 minutos siguientes?
- Julia trabaja un turno de 10 horas, de lunes a jueves. ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga llamadas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que no haya llamadas en cuatro días consecutivos?

**Problema 13.** \* En un bar se reompen, de media, 60 vasos al mes. Nos interesa el tiempo que tardará en romperse el siguiente vaso.

- ¿Por qué no estamos ante una variable distribuida a la Poisson?
- Calcula su función de densidad
- Calcula la media, la varianza y la desviación.
- Calcula su función de probabilidad acumulada y la probabilidad de que el tiempo esté entre un día y tres días.
- Ha pasado medio día sin que se rompa ningún vaso, ¿cuál es la  $p$  de que pase otro medio día sin que se rompa ninguno?
- Calcula el percentil 40%.

**Problema 14.** \* Nos interesa el tiempo que tarda en producirse una determinada reacción química. Sabemos que en media sule producirse a los dos segundos.

- Calcula su función de densidad
- Calcula la media, la varianza y la desviación.
- Ha pasado un segundo sin que se produzca, ¿cuál es la probabilidad de que ocurra antes de otro segundo?
- Calcula el percentil 60%.

**Problema 15.** Supongamos que el tiempo medio que tarda en despachar al cliente un cajero en el supermercado es de 3 minutos. Encuentra la probabilidad de que al despachar un cliente tarde menos de dos minutos.  $pexp(2, \text{rate}=1/3)$