

3. Ejercicios de v.a. discreta

Introducción a la estadística

Problema 1. Estas jugando un juego que consiste en retirar una carta de una baraja con reemplazo. Si la carta es cara, ganas 30 euros y si no, tienes que pagar 2. Hay doce cartas caras en la baraja de 52 cartas. ¿Cuál es tu valor esperado al jugar este juego?

Problema 2. Imagina que te ofrecen el siguiente acuerdo: lanzas un dado, si sacas un 6, ganas 10 euros; si sacas un 5, ganas 5 euros y si sacas un 1,2 o un 3 pagas 6 euros.

- a) ¿Cuál es la variable aleatoria X ?
- b) ¿Qué valores puede tomar?
- c) ¿Cuáles es su función de densidad?
- d) A largo plazo, ¿cual es el valor esperado de las ganancias según el acuerdo?
- e) ¿Deberías acceder al acuerdo?

Problema 3. * Un inversor quiere invertir un capital de 1 000 000 euros y tiene tres posibles destinos para este. La primera opción es una empresa de software con un 10% de probabilidades de resultar en unas ganancias de 5 millones de euros, un 30% de que estas ganancias resulten en un millón de euros y un 60% de posibilidades de que resulten pérdidas del capital invertido. La segunda opción es una compañía de hardware que tiene un 20% de posibilidades de resultar en ganancias de 3 millones, un 40% de probabilidades de resultar en ganancias de un millón y un 40% de probabilidad de resultar en pérdidas del capital invertido. La tercera opción es una empresa de bio tecnología que tiene un 10% de probabilidades de resultar en ganancias de 6 millones un 70% de resultar en ganancias igual a cero 20% resultar en pérdidas del capital invertido. Se pregunta :

- a) ¿Cuál es la función de densidad para cada inversión posible?
- b) ¿Cuál es el valor esperado de cada una de estas inversiones?
- c) ¿Cuál es la inversión más segura y por qué piensas esto?
- d) ¿Qué inversión tiene las mayores ganancias esperadas de media?

Problema 4. Según un artículo reciente, el número medio de bebés que nacen con una condición auditiva severa es de aproximadamente 2 por cada 1000 bebés. Imagina que se hace una encuesta y se evalúa la condición de 1000 bebés. Encuentra la probabilidad de que exactamente dos bebés nazcan sordos.

Problema 5. Recientemente, una enfermera comentó que cuando un paciente llama a la línea de asesoramiento médico alegando tener gripe, la probabilidad de que él o ella realmente tenga gripe (y no solo un resfriado desagradable) es solo del 4%. De los siguientes 25 pacientes que llaman para reclamar tener gripe, estamos interesados en saber cuántos realmente tienen gripe.

- a) Define la variable aleatoria y sus posibles valores.
- b) ¿Cuáles es la distribución de la v.a. X ?
- c) Encuentra la probabilidad de que por lo menos 4 de los 25 pacientes realmente tengan la gripe.

d) De media, ¿por cada 25 pacientes que llaman, cuántos se espera que tengan la gripe?

Problema 6. Las personas que visitan las tiendas de alquiler de videos a menudo alquilan más de un DVD a la vez. La distribución de probabilidad para alquileres de DVD por cliente en Blockbuster se muestra a continuación. Hay un límite de cinco videos por cliente en esta tienda, por lo que nadie alquila más de cinco DVD.

X	f(x)
0	0.03
1	0.50
2	0.24
3	?
4	0.07
5	0.04

- a) Describa la variable aleatoria.
- b) Encuentre la probabilidad de que un cliente alquile tres DVD.
- c) Encuentre la probabilidad de que un cliente alquile al menos cuatro DVD.
- d) Encuentre la probabilidad de que un cliente rente como máximo dos DVD.

Problema 7. La probabilidad de que Osasuna ganen cualquier juego dado es 0.36, basado en un historial de victorias en 13 años de 382 victorias de 1,034 partidos jugados. El próximo calendario mensual contiene 12 juegos

- a) ¿Cuál es el número de victorias esperadas el proximo mes?
- b) ¿Cual es la probabilidad de que Osasuna gane 6 partidos el mes que viene?
- c) ¿Cual es la probabilidad de que Osasuna gane por lo menos 5 partidos en el siguiente mes?

Problema 8 U. n estudiante se presenta a un examen tipo test con 32 preguntas pero no ha estudiado y responde aleatoriamente. Cada pregunta tiene 3 posibles respuestas a-b-c. ¿Cuál es la probabilidad del que el estudiante responda correctamente a más del 75% de las preguntas? ¿Cuál sería tu respuesta si las preguntas del exmane solo tuvieran dos posibles soluciones a-b?

Problema 9. * Diez individuos, cada uno de ellos propenso a la tuberculosis, entran en contacto con un portador de la enfermedad. La probabilidad de que la enfermedad se contagie del portador a un sujeto cualquiera es de 0.1.

- a) ¿Cuántos se espera que contraigan la enfermedad?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el 80% contraigan la enfermedad? ¿Y que la contraigan al menos la mitad?
- c) Esboza la gráfica.

Problema 10. La posibilidad de una auditoría para una declaración de impuestos para rentas de más de 25 000 euros es de aproximadamente 2% por año. . Suponga que cada año es independiente.

- a) ¿Cuál es el número esperado de auditorías que una persona con ese ingreso tiene en un período de 20 años?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que a una persona no la auditen?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que a una persona la auditen más de dos veces?

Problema 11. * Una centralita en una oficina de abogados recibe un promedio de 5.5 llamadas telefónicas entrantes durante la hora del mediodía los lunes. La experiencia muestra que el personal existente puede manejar hasta seis llamadas en una hora. Siendo X: "número de llamadas recibidas al mediodía", encuentre:

- a) La media y la desviación estándar de x .
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que la oficina reciba como máximo seis llamadas al mediodía del lunes?
- c) Encuentre la probabilidad de que la oficina de abogados reciba seis llamadas al mediodía. ¿Qué significa esto para el personal de la oficina legal que recibe, en promedio, 5.5 llamadas telefónicas entrantes al mediodía?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que la oficina reciba más de ocho llamadas al mediodía?

Problema 12. Un fabricante de bombillas de árboles de Navidad sabe que el 3% de sus bombillas están defectuosas. Encuentre la probabilidad de que una cadena de 100 luces contenga como máximo cuatro bombillas defectuosas utilizando las distribuciones binomial y Poisson.

Problema 13. El número promedio de hijos que una mujer española tiene en su vida es 1.47. Supongamos que una mujer española es elegida al azar.

- a) Defina la variable aleatoria X y enumere los valores que puede asumir.
- b) ¿Cuál es la distribución de X ? Incluya sus parámetros.
- c) Encuentre la probabilidad de que la mujer seleccionada no tenga hijos.
- d) Encuentre la probabilidad de que tenga menos hijos que el promedio español.
- e) Encuentre la probabilidad de que tenga más hijos que el promedio español.

Problema 14. Dada $X \rightarrow B(40, 0.3)$, calcule :

- a) La probabilidad de que X sea igual a 10.
- b) La probabilidad de que X sea como mucho igual a 10.
- c) La probabilidad de que X sea inferior a 15.
- d) La probabilidad de que X sea superior a 8.
- e) El valor del percentil 95.

Problema 15. Usa la formula de Poisson para resolver las siguientes cuestiones:

- a) Si $\lambda = 1.25$, ¿cuál es la probabilidad de que $x=4$?
- b) Si $\lambda = 6.37$, ¿cuál es la probabilidad de que $x \leq 1$?
- c) Si $\lambda = 2.4$, ¿cuál es la probabilidad de que $x > 5$?

Problema 16. La posibilidad de tener una galleta extra en una galleta de la fortuna es de aproximadamente el 3%. Dado un cuenco con 144 galletas de la fortuna, estamos interesados en la cantidad de galletas que dan una galleta extra. Se pueden usar dos distribuciones para resolver este problema, pero solo use una distribución para resolver el problema.

- a) Define la variable aleatoria y sus valores.
- b) Indica su distribución especificando el valor de sus parámetros.
- c) ¿Cuántas galletas esperamos que impliquen otra galleta?
- d) Encuentre la probabilidad de que ninguna de las cookies tenga una galleta extra.
- e) Encuentre la probabilidad de que más de tres tengan una fortuna extra.
- f) Conforme n aumenta, ¿qué sucede con las probabilidades usando las dos distribuciones?

Problema 17. Diez refrigeradores de cierto tipo han sido devueltos a un distribuidor debido a la presencia de un ruido oscilante agudo cuando el refrigerador está funcionando. Supongamos que 4 de estos 10 refrigeradores tienen compresores defectuosos y los otros 6 tienen problemas más leves. Si se examinan al azar 5 de estos 10 refrigeradores, y se define la variable aleatoria X : “el número entre los 5 examinados que tienen un compresor defectuoso”. Indicar:

- a) La distribución de la variable aleatoria X
- b) La probabilidad de que no todos tengan fallos leves
- c) La probabilidad de que como máximo cuatro tengan compresores defectuosos

Problema 18. Si 7 de 14 maletas contienen artículos de contrabando:

- a) Determina la probabilidad de que exactamente 4 de 6 maletas seleccionadas al azar en la inspección de pasajero contengan artículos de contrabando.
- b) ¿Cuál es la media y la varianza de la v.a.?

Problema 19. Para evitar que lo descubran en la aduana, un viajero ha colocado 6 tabletas de narcótico en una botella que contiene 9 píldoras de vitamina que son similares en apariencia. Si el oficial de la aduana selecciona 3 tabletas aleatoriamente para analizarlas, ¿Cuál es la probabilidad de que el viajero sea arrestado por posesión de narcóticos?

Problema 20. Se debe seleccionar 2 miembros de un comité, entre 5, para que asistan a una convención. Suponga que el comité está formado por 3 mujeres y 2 hombres. Determine la probabilidad de seleccionar 2 mujeres al azar.

Problema 21. Cinco fabricantes producen un determinado dispositivo cuya calidad varía de un fabricante a otro. Si usted elige 3 fabricantes al azar, hallar la probabilidad de que la selección contenga 2 de los 3 mejores.

Problema 22. Una empresa suministra microprocesadores a un fabricante de equipos electrónicos. Los microprocesadores se suministran en lotes de 50. El consumidor considera que un lote es aceptable siempre que no haya más de 5 microprocesadores defectuosos en el lote. En lugar de probar todos los microprocesadores en el lote, 10 se seleccionan al azar y se prueban.

- (a) Encuentre la probabilidad de que de una muestra de 10, $d = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ sean defectuosas cuando en realidad hay 5 microprocesadores defectuosos en el lote.
- (b) El fabricante aceptará el lote siempre que no haya más de x defectuosos. En este caso, ¿cuál es la probabilidad de que acepte el lote?

¹La mayoría de estos problemas están basados en el libro libre de Barbara Illowsky y Susan Dean "Introductory Statistics" by OpenStax.