Pregunta 1

Disponemos de una baraja española de 40 cartas. Se pide:

1. Calcular la probabilidad de sacar un oro.
2. Calcular la probabilidad de sacar una figura.
3. Calcular la probabilidad de sacar dos caballos de forma consecutiva. Esto se debe hacer tanto con remplazo como sin remplazo.
4. Calcular la probabilidad de que, al sacar dos cartas, sin remplazo, una sea un cinco y la otra un as.

Baraja Española de 40 Cartas

La baraja española de 40 cartas se compone de 4 palos:

- **Oros**
- **Copas**
- **Espadas**
- **Bastos**

Cada palo tiene 10 cartas, que generalmente son:

- Numeradas: del 1 al 7.
- Figuras: Sota (10), Caballo (11) y Rey (12).

1. Calcular la probabilidad de sacar un oro.
   P(Oro) = Número de Cartas de Oros / Total de Cartas = 10/40 = ¼ = **0.25** o **25%**

2. Calcular la probabilidad de sacar una figura.
   P(Figura) = Número de Figuras / Total de Cartas = 12/40 = 3/10 = **0.30** o **30%**

3. Calcular la probabilidad de sacar dos caballos de forma consecutiva. Esto se debe hacer tanto con remplazo como sin remplazo.

   Opción A (con reemplazo, es decir después de sacar una carta se devuelve a la baraja)

   Sacamos la primera carta:
   P(caballo_1) = 4 / 40 = 1/10 = **0.10** o **10%**

   Sacamos la segunda carta:
   P(caballo_2) = 4 / 40 = 1/10 = **0.10** o **10%**

   Probabilidad conjunta:
   P(Dos caballos con reemplazo) = P(caballo_1) * P(caballo_2) = 0.10 * 0.10 = **0.01** o **1%**

   La probabilidad de sacar dos caballos consecutivos con reemplazo es **1%**

Opción B (sin reemplazo, la carta que se saca de la baraja no se devuelve)

Sacamos la primera carta:
P(caballo_1) = 4 / 40 = 1/10 = **0.10** o **10%**

Sacamos la segunda carta:
P(caballo_2) = 3 / 39 = 1/13 = 0.077 o 7.7%

Probabilidad conjunta:
P(Dos caballos con reemplazo) = P(caballo_1) * P(caballo_2) = 0.10 * 0.077 = 0.0077 o 0.77%

La probabilidad de sacar dos caballos consecutivos sin reemplazo es **0.77%**

4. Calcular la probabilidad de que, al sacar dos cartas, sin remplazo, una sea un cinco y la otra un as.

   Sacamos la primera carta (cinco):
   P(cinco) = 4 / 40 = 1/10 = **0.10** o **10%**

   Sacamos la segunda carta (As):

   P(as|cico) = 4/39 = 0.1026 o 10.26%

   Probabilidad conjunta:
   P(cinco y as) = 0.10 * 0.1026 = 0.01026 + 0.01026 = 0.02052 o 2.052%

   La probabilidad de sacar dos cartas un una sea un cinco y la otra un as (o viceversa) es 2.052%

<u>Pregunta 2</u>

Una empresa se dedica a la fabricación de tornillos. Un cliente le plantea el siguiente contrato: Cada día le entregará 1.800 tornillos, de estos se seleccionará una muestra de 10 tornillos y en caso de que se encuentren dos o más defectos el lote le será devuelto. Si de media un 1% de los tornillos son defectuosos, se pide:

1. **Calcular la probabilidad de que un lote le sea devuelto.**
2. **Calcula probabilidad de que en una semana (5 días) ningún lote le sea devuelto.**

Contexto:

- Producción diaria: 1.800 tornillos.
- Muestra diaria: 10 tornillos.
- Criterio para devolver un lote: Si en la muestra se encuentran dos o más defectos, el lote es devuelto.
- Tasa media de defectos: 1% (p = 0.01).

1. **Calcular la probabilidad de que un lote le sea devuelto.**
   P(Deveoución) = P(≥2 defectos en la muestra)

Parámetros de la Binomial

Número de ensayos (n): 10

Probabilidad de éxito (p): 0.01 (defecto)

Calculamos P(X≥2):

$P(X \geq 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)]$

Calcular P(X=0):

$P(X = 0) = C(10,0) \times (0.01)^0 \times (0.99)^{10} = 1 \times 1 \times 0.904 = 0.904$

Calcular P(X=1):

$P(X = 1) = C(10,1) \times (0.01)^1 \times (0.99)^9 = 10 \times 0.01 \times 0.914 = 0.0914$

Por lo tanto:

$P(X \geq 2) = 1 - (0.904 + 0.0914) = 0.0046 = 0.46\%$

2. **Calcula probabilidad de que en una semana (5 días) ningún lote le sea devuelto.**

Necesitamos que esto ocurra durante 5 días consecutivos

P(ninguna devolución en 5 días) = P(no devolución)^5

P(no devolución) = 1 - 0.0046 = 0.9954

Por lo tanto:

P(ninguna devolución en 5 días) = (0.9954)^5 = 0.977 = 97.7%

Pregunta 3

Supongamos que hemos estimado un modelo de regresión y hemos calculado la desviación (errores) que se producen al realizar las predicciones:

1. **¿Si el modelo está bien estimado cual es media esperada de estas desviaciones?**
2. **¿Qué distribución se espera que sigan estos residuos?**
3. **Una empresa va a utilizar el presente sistema predictivo y pretende conocer los siguientes datos:**
   a. **Cuál es la probabilidad de que al realizar una predicción se equivoque en más de 3 unidades si la desviación típica del error en las predicciones es de 4 unidades.**
   b. **Cuál es el error máximo que espera cometer en el 95% de las predicciones que realice, es decir, cual es el intervalo de confianza de estas predicciones al**

95% de confianza, asumiendo la misma desviación típica que en el apartado a.

1. **¿Si el modelo está bien estimado cual es media esperada de estas desviaciones?**

Los modelos de regresión buscan minimizar la suma de los cuadrados de los errores, por lo que la media esperada de los errores o desviaciones entre los valores predichos y los valores reales **debería ser aproximadamente cero**.

2. **¿Qué distribución se espera que sigan estos residuos?**

Cuando un modelo de regresión está bien especificado, los residuos o errores de predicción se espera que sigan una **distribución normal**.

3. **Una empresa va a utilizar el presente sistema predictivo y pretende conocer los siguientes datos:**
   a. **Cuál es la probabilidad de que al realizar una predicción se equivoque en más de 3 unidades si la desviación típica del error en las predicciones es de 4 unidades.**

Dado que:

- Desviación estándar (σ) = 4 unidades
- Error máximo aceptable = 3 unidades

Lo que queremos calcular:

$P(|error| > 3 \mid \sigma = 4)$

Lo reescribimos:

$P(Z > |3/4|) = P(Z > 0.75) + P(Z < -0.75)$

Z como variable aleatoria estándar (desviación 1 ; media 0)

Utilizando la tabla de distribución normal obtenemos:

$P(Z > 0.75) = 1 - \Phi(0.75) = 1 - 0.7734 = 0.2266$

Probabilidad total:

$P(|error| > 3 \mid \sigma = 4) = 0.2266 + 0.2266 = 0.4532 = 45.32\%$

Probabilidad de que el error en una predicción sea mayor a 3 unidades es del **45.32%**

   b. **Cuál es el error máximo que espera cometer en el 95% de las predicciones que realice, es decir, cual es el intervalo de confianza de estas predicciones al 95% de confianza, asumiendo la misma desviación típica que en el apartado a.**

Cálculo del intervalo de confianza al 95%:

Intervalo de confianza = Media ± 1.96 * Desviación estándar

1.96 es el valor Z correspondiente al 95% de nivel de confianza en una distribución normal estándar.

Dado que:

- Desviación estándar (σ) = 4 unidades

intervalo de confianza al 95%:

Intervalo de confianza = 0 ± 1.96 * 4

Intervalo de confianza = ± 7.84 unidades

El error máximo esperado en el 95% de las predicciones es de ±7.84 unidades.

Pregunta 4

Se ha aprobado una ley para proteger a los consumidores. Dicha ley establece que, si se demuestra que una empresa, en promedio, introduce menos de la cantidad indicada en el envase será sancionada con 1.000€ de multa.

Para realizar esta comprobación se dispone de 12 unidades del producto que fabrica una determinada empresa. Dentro del envase figura que la cantidad de producto es de 200 gramos por unidad, sin embargo, la media que se ha obtenido en estos 12 productos es de 196 gramos. La compañía sabe que la desviación típica es de 10 gramos. Se pide:

a. **Calcular la probabilidad de que la empresa sea sancionada si se exige un 95% de seguridad para aplicar una sanción.**
b. **Calcular la probabilidad de que la empresa sea sancionada si la desviación típica fuese de 3 gramos por envase.**

a. **Calcular la probabilidad de que la empresa sea sancionada si se exige un 95% de seguridad para aplicar una sanción.**

Datos:

- Cantidad nominal por envase: 200 gramos
- Media muestral: 196 gramos
- Desviación típica: 10 gramos
- Tamaño de la muestra (n): 12
- Nivel de confianza: 95% (α = 0.05)

Prueba de Hipótesis:

- Hipótesis Nula (H_0): $\mu \geq 200$ gramos

- Hipótesis Alternativa (H_1): $\mu < 200$ gramos

Cálculo del estadístico de prueba (z):

z = (196 - 200) / (10 / sqrt(12)) ≈ -1.385

Valor crítico para una prueba unilateral izquierda con $\alpha = 0.05$:

z crítico ≈ -1.645

Decisión:

- Como -1.385 > -1.645, no se rechaza H_0.

Conclusión:

- La probabilidad de que la empresa sea sancionada es aproximadamente 8.3%, lo cual es mayor que el nivel de significancia del 5%. Por lo tanto, la empresa no será sancionada con un 95% de seguridad.

b. Calcular la probabilidad de que la empresa sea sancionada si la desviación típica fuese de 3 gramos por envase.

Datos:

- Cantidad nominal por envase: 200 gramos
- Media muestral: 196 gramos
- Desviación típica: 3 gramos
- Tamaño de la muestra (n): 12
- Nivel de confianza: 95% ($\alpha = 0.05$)

Prueba de Hipótesis:

- Hipótesis Nula (H_0): $\mu \geq 200$ gramos
- Hipótesis Alternativa (H_1): $\mu < 200$ gramos

Cálculo del estadístico de prueba (z):

z = (196 - 200) / (3 / sqrt(12)) ≈ -4.618

Valor crítico para una prueba unilateral izquierda con $\alpha = 0.05$:

z crítico ≈ -1.645

Decisión:

- Como -4.618 < -1.645, se rechaza H_0.

Conclusión:

- La probabilidad de que la empresa sea sancionada es aproximadamente 0.026%, lo cual es menor que el nivel de significancia del 5%. Por lo tanto, la empresa será sancionada con un 95% de seguridad.