Una posible solución a la tarea 1

9 de septiembre de 2015

Ejercicio. Consideremos una base de datos relacional pero interpretada en el marco de la teoría de conjuntos. Sea entonces A un conjunto de números naturales en donde cada elemento representa un cliente, sea también B un conjunto de números naturales en el cada elemento representa un producto que vende la tienda y finalmente, sea R un subconjunto de $A \times \mathcal{P}(B)$ que representa una compra realizada en la tienda. Los conjuntos A, B y R son las tablas de la base de datos, nótese sin embargo que R es en realidad una relación.

- Establezca una relación entre un cliente y un producto.

  Solución. Podemos resolver esto de manera muy ingeniosa y presentar alguna de las relaciones triviales, i.e., la relación $\varnothing$ y la relación $A \times B$, ambas subconjunto de $A \times B$.

  Sin embargo, y quizá lo más natural de alguna forma era interpretar la forma en que los clientes realizan compras usando el conjunto R. El conjunto R consiste en parejas (a, P) donde a es un número que representa a un cliente y P es un subconjunto de números naturales que están relacionados con un producto. Lo más natural resulta entonces en definir una relación entre un cliente y un producto comprado por éste. Podemos proponer entonces el conjunto

  $$S = \{(x, y) \in A \times B \mid \text{existe } Z \in \mathcal{P}(B) \text{ tal que } y \in Z \text{ y } (x, Z) \in R\}$$

  Esta relación S vincula un cliente con un producto preguntando si podemos encontrar una compra realizada por el cliente donde el producto en cuestión está incluido. $\square$

- ¿Se podrá describir un conjunto de forma tal que sus elementos sean los productos que jamás han sido adquiridos?

  Solución. No debe ser complicado ver que la imagen del conjunto de todos los clientes sobre la relación R es un subconjunto de $\mathcal{P}(B)$. Entonces bastará unir este conjunto para obtener el conjunto de los productos que han sido comprados al menos una vez. Entonces podemos simplemente tomar su complemento con respecto a B esto es:

$$B \backslash \left(\bigcup R[A] \right).$$

$\square$

- ¿Qué significado se le podrá dar al dominio de R?

  Solución. Podemos interpretar el enunciado del dominio de una relación en nuestro contexto afirmando que: el dominio de R son todos los clientes a los que corresponde al menos un un subconjunto de productos. O en otras palabras, interpretando R como el conjunto de compras, los clientes que han realizado al menos una compra. $\square$

- Nótese que la imagen de R es un subconjunto del conjunto potencia de B, por lo que ésta es una familia de conjuntos. Qué significado podrá tener el conjunto

  $$\bigcup \mathrm{im}(R).$$

  Solución. Muy parecido al caso anterior podemos interpretar la definición de la imagen en contexto. La imagen de R será entonces cualquier combinación de productos asociada a un cliente en particular. O en otras palabras, todas las combinaciones de productos formadas por algún cliente y adquiridas. Es de notar que de manera técnica tenemos

  $$\mathrm{im}(R) \subset \mathcal{P}(B),$$

  por lo unir este conjunto tiene sentido. No sólo eso, al unirlo la información de las colecciones se pierde y tenemos que

  $$\bigcup \mathrm{im}(R) \subset B.$$

  Podemos convencernos ahora que la imagen no es más que el conjunto de productos adquiridos al menos una vez. $\square$

- Suponga que n, m y l son elementos de A. ¿Qué conjunto describiría los productos adquiridos por cualquiera de estos tres clientes?

  Solución. No es complicado de verificar que el conjunto

  $$R[\{n, m, l\}] \subset \mathcal{P}(B)$$

  es el conjunto de todas las combinaciones de productos alguna vez adquiridas por los usuarios n m o l. Entonces bastará unir dicho conjunto para encontrar el conjunto deseado. $\square$