

Semana 1: Lógica proposicional

Estos ejercicios, aunque algunos se han tomado prestados de otros textos, están basados en los temas expuestos en los capítulos 1 y 2 del libro [SH92].

Ejercicios

Ejercicio 1.1. Determina cuales de las siguientes oraciones son proposiciones.

- En 1990, George Bush era el presidente de Estados Unidos.
- $x + 3$ es un entero positivo.
- ¡Si todas las mañanas fueran soleadas y despejadas como ésta!
- Quince es un número par.
- Si José tarda en llegar, su primo podría enojarse.
- ¿Qué hora es?
- De la corte de Moctezuma a las playas de Trípoli.

Ejercicio 1.2. Identificar las siguientes proposiciones como atómicas o moleculares

- El tiempo atmosférico es la situación de la atmósfera en un momento particular y el clima es la variación de la situación del tiempo atmosférico en un periodo largo de tiempo.
- Las bacterias en el agua o se destruyen hirviendo el agua o se destruyen por cloración.
- Este libro tiene más páginas que el otro.
- Si la sentencia es contra el defensor, él apelará el caso.
- La guerra no puede explicarse totalmente por una causa.
- Un elemento tiene propiedades físicas y propiedades químicas.

Ejercicio 1.3. Simboliza los enunciados del ejercicio anterior.

Ejercicio 1.4. Considérense las siguientes proposiciones:

- P = Terminé de escribir mi programa de computadora antes de la comida.
- Q = Jugaré fútbol en la tarde.

- R = El sol está brillando.
- R = La humedad es baja.

Simboliza las siguientes proposiciones.

- Para jugar fútbol esta tarde, es necesario que termine mis programa de computadora antes de la comida.
- La humedad baja y el sol brillante son suficientes para que juegue fútbol esta tarde.
- Si el sol está brillando, jugaré fútbol esta tarde.

Ejercicio 1.5. Considérense las siguientes proposiciones:

- P = El triángulo A es isósceles.
- Q = El triángulo A es equilátero.
- R = El triángulo A es equiángulo.

Escribe las siguientes proposiciones como una frase en español.

- $Q \wedge P$.
- $\neg P \rightarrow \neg Q$.
- $P \vee \neg Q$.
- $R \wedge \neg P$.

Ejercicio 1.6. Vuelva a escribir cada una la siguientes proposiciones como implicaciones.

- La práctica diaria de su servicio es una condición suficiente para que Daniela tenga una buena posibilidad de ganar el torneo.
- Arregle mi aire acondicionado o no pagaré la renta.
- María puede subir a la motocicleta de Luis sólo si usa el casco.

Ejercicio 1.7. Sean P y Q proposiciones. Determina cuales de las siguientes proposiciones pueden derivarse como conclusión de la premisa $\neg(P \rightarrow Q)$.

- $P \wedge Q$.
- $Q \rightarrow P$.
- $\neg P \vee Q$.
- $\neg Q \wedge P$.

Ejercicio 1.8. Para cada uno de los siguientes argumentos, simboliza las proposiciones e indica las reglas de inferencia necesarias para dar por válido el argumento (una por línea).

- Si no nos despedimos ahora, entonces no cumpliremos nuestro plan. Si dedicamos tiempo al trabajo, entonces cumpliremos nuestro plan. Dedicamos tiempo al trabajo.
- Si el reloj está adelantado, entonces Juan llegó antes de las diez y vio partir el coche de Andrés. Si Andrés dice la verdad, entonces Juan no vio partir el coche de Andrés. O Andrés dice la verdad o estaba en el edificio en el momento del crimen. El reloj está adelantado. Por lo tanto, Andrés estaba en el edificio en el momento del crimen.

- Esta ley será aprobada en esta sesión si y sólo si es apoyada por la mayoría. O es apoyada por la mayoría o el gobernador se opone a ella. Si el gobernador se opone a ella, entonces será pospuesta en las deliberaciones del comité. Por tanto, o esa ley será aprobada en sesión o será pospuesta en las deliberaciones del comité.
- Si no ocurre que si un objeto flota en el agua entonces es menos denso que el agua, entonces se puede caminar sobre el agua. Pero no se puede caminar sobre el agua. Si un objeto es menos denso que el agua, entonces puede desplazar una cantidad de agua igual a su propio peso. Si puede desplazar una cantidad de agua igual a su propio peso, entonces el objeto flotará en el agua. Por tanto, un objeto flotará en el agua si y sólo si es menos denso que el agua.

Ejercicio 1.9. Simbolizando cada una de las siguientes listas de proposiciones, encuentra una conclusión que se derive de éstas usando los métodos de inferencia vistos.

- Si el número de representantes en el Senado está en relación con la población, entonces la ciudad de México tiene más senadores que Colima. Si la ciudad de México tiene más senadores que Colima, entonces la ciudad tiene más de dos senadores.
- Si dos es mayor que uno, entonces tres es mayor que uno. Si tres es mayor que uno, entonces tres es mayor que cero. Dos es mayor que uno
- O la planta es una planta verde o es una planta no verde. Si es una planta verde, entonces fabrica su propio alimento. Si es una planta no verde, entonces depende de las materias de otras plantas para su alimento.
- Si esa figura tiene tres lados, entonces es un triángulo. Si esa figura tiene tres ángulos, entonces es un triángulo. Esa figura cerrada tiene o tres lado o tiene tres ángulos.
- O la energía interna de un átomo puede cambiar con continuidad o cambia sólo a saltos. La energía interna de un átomo no puede cambiar con continuidad.
- Si la luz fuera simplemente un movimiento ondulatorio continuo, entonces la luz más brillante daría lugar siempre a una emisión de electrones con mayor energía que los originados por la luz más tenue. La luz más brillante no siempre emite electrones con mayor energía que los originados por la luz más tenue.

Ejercicio 1.10. Considerando las listas de premisas, infiere la proposición indicada en cada caso, listando paso a paso los métodos usados para llegar a ésta.

1. Demostrar $x = 3$ usando las premisas

- $x - 2 = 1 \wedge 2 - x \neq 1$
- $x = 1 \rightarrow 2 - x = 1$
- $x = 1 \vee x + 2 = 5$
- $x + 2 = 5 \vee x - 2 = 1 \rightarrow x = 3$

2. Demostrar $y = 1$ usando las premisas

- $2x + y = 7 \rightarrow 2x = 4$

- $2x + y = 5 \rightarrow y = 1$
- $2x + y = 7 \vee 2x + y = 5$
- $2x \neq 4$

3. Demostrar $x - y \neq 2$ usando las premisas

- $\neg(x > y \wedge x + y > 7)$
- $x \not> y \rightarrow x < 4$
- $x + y \not> 7 \rightarrow x < 4$
- $x - y = 2 \rightarrow x \not< 4$

4. Demostrar $x > 6$ usando las premisas

- $x > 5 \rightarrow x = 6 \vee x > 6$
- $x \neq 5 \wedge x \not< 5 \rightarrow x > 5$
- $x < 5 \rightarrow x \neq 3 + 4$
- $x = 3 + 4 \wedge x \neq 6$
- $x = 3 + 4 \rightarrow x \neq 5$

Para entregar: Ejercicio 1.10, inciso 4.

Referencias

- [Gri97] Grimaldi, Ralph P.: *Matemáticas discreta y combinatoria*. Addison Wesley Iberoamericana, 3ª edición, 1997.
- [SH92] Suppes, Patrick y Hill, Shirley: *Introducción a la Lógica Matemática*. Editorial Reverté, 1992.