

Leonel Exequiel Gómez

August 22, 2016

## 1 Introducción

Implementaremos un experimento basado en el paper de Alexander et al. [2014] y Ning et al. [2016]. El objetivo del experimento es dado un conjunto de imágenes de difusión de alta calidad, usar la información presente en las mismas para mejorar la resolución de imágenes de difusión de menor calidad. Esto es conocido como transferencia de calidad de imágenes (o *image quality transfer* del término en ingles).

Usaremos el conjunto de datos de seis sujetos de la base de datos *Human Connectome Project* como nuestra imagen de alta calidad. Los mismos tiene una resolución espacial de  $x \times x \times x \text{ mm}^3$  con 288 direcciones gradientes y 17 b-valores diferentes. En nuestro caso usaremos solo los gradientes con  $b = 2000 \text{ s/mm}^2$ . Artificialmente generaremos (utilizando el método *reslice* de Dipy que hace una interpolación cubica) una imagen de difusión de baja calidad por cada uno de los sujetos. Luego mejoraremos la resolución de las misma y la compararemos con la original (figura 1).

Figure 1: Corte coronal del sujeto 180937 conjunto de datos  $S_0$ . A la izquierda la imagen original de  $12 \times 12 \times 12$  y a la derecha su equivalente disminuida en resolución de  $6 \times 6 \times 6$ .

## 2 Experimento

Dada una imagen en baja resolución prediremos su equivalente en alta resolución. Para ello denotaremos como  $Y^{LR}$  a la imagen en baja resolución representada como un vector columna de dimensión  $N^{vlrb}$  con  $N^{vlrb}$  la cantidad de voxels por la cantidad de gradientes de la imagen. Denotaremos como  $Y^{HR}$  a la imagen en alta resolución representada como un vector columna de dimensión  $N^{vhrb}$  con  $N^{vhrb}$  la cantidad de voxels por la cantidad de gradientes de la imagen. Al igual que [Ning et al., 2016] consideramos a las imágenes en baja resolución como la versión sub muestreada de su equivalente en alta resolución. Luego el modelo de adquisición de la imagen de alta resolución lo podemos expresar como

$$Y^{LR} = GY^{HR}$$

Donde  $G$  es la matriz de sub muestreo de la resolución espacial. En nuestra implementación obtendremos  $G$  entrenando un algoritmo de aprendizaje automático ( *machine learning* en ingles) con pares de volúmenes en baja resolución con su correspondiente en alta resolución. Para eso construiremos el conjunto de entrenamiento  $T = \{x_i, y_i\}_i^{|T|}$ , donde cada  $x_i$  tiene dimensión  $N^{vlrb}$  y los  $y_i$  dimensión  $N^{vhrb}$ . Utilizaremos la técnica de validación cruzada dejando uno afuera para evaluar los resultados de nuestro análisis y tratar de garantizar que sean independientes al conjunto de entrenamiento utilizado. Para entrenar usaremos el algoritmo *LinearRegression* de *machine learning*, provisto por la librería *Scikit Learn*.

Con el algoritmo *machine learning* computaremos la transformación lineal  $G = YX^\dagger$  donde  $Y$  tiene como columnas los  $y_i$ ,  $X$  tiene como columnas los  $x_i$  y  $X^\dagger$  es la pseudo inversa de  $X$ . Luego de obtener  $G$ , planteamos el siguiente problema de optimización convexa para obtener la imagen en alta calidad buscada

$$\min_{Y^{HR}} \{ \|GY^{HR} - Y^{LR}\|^2 \}$$

Dicha optimización la calculamos usando la librería *CVXPY*. Adicionalmente, forzaremos al algoritmo de optimización a que la señal reconstruida tenga suavidad espacial agregándole la semi norma total variación (TV).

$$\|Y^{HR}\|_{TV} = \sum_{x_{ij} \in Y^{HR}} \left\| \begin{bmatrix} x_{i+1,j} & -x_{i,j} \\ x_{i,j+1} & -x_{i,j} \end{bmatrix} \right\|$$

En la sección de resultados compararemos la imagen original con la reconstruida por el experimento. Luego compararemos los resultados según la iteración de la validación cruzada sobre el conjunto de entrenamiento con el que estimamos  $G$ . De esta manera veremos como se comporta nuestro método cuando el conjunto de datos con el que contamos para hacer la transferencia de calidad no es tan bueno.

### 3 Resultados

Comparamos la imagen original con la reconstruida usando las siguientes métricas:

- Error cuadrático medio por voxel: Tomamos la imagen en su representación DWI y calculamos el error cuadrático medio (*ECM*) por cada voxel del volumen.
- Error cuadrático medio por gradiente: Tomamos la imagen en su representación DWI y calculamos el error cuadrático medio de todos los voxels por cada gradiente. Esta métrica nos permite observar cuanto dista la imagen reconstruida con la original según el gradiente.
- Coeficiente de determinación: El Coeficiente de Determinación, es el cuadrado del coeficiente de correlación de Pearson. Nos da la proporción de variación de la variable a predecir. Si la proporción es igual a 0, quiere decir que el modelo no es bueno. Si esta cerca de uno quiere decir que el modelo es bueno y para valores negativos significa que nuestro conjunto de datos no se comporta de manera lineal.

En la figura 2 se ve el resultado del algoritmo de optimización con la regularización de la norma TV.

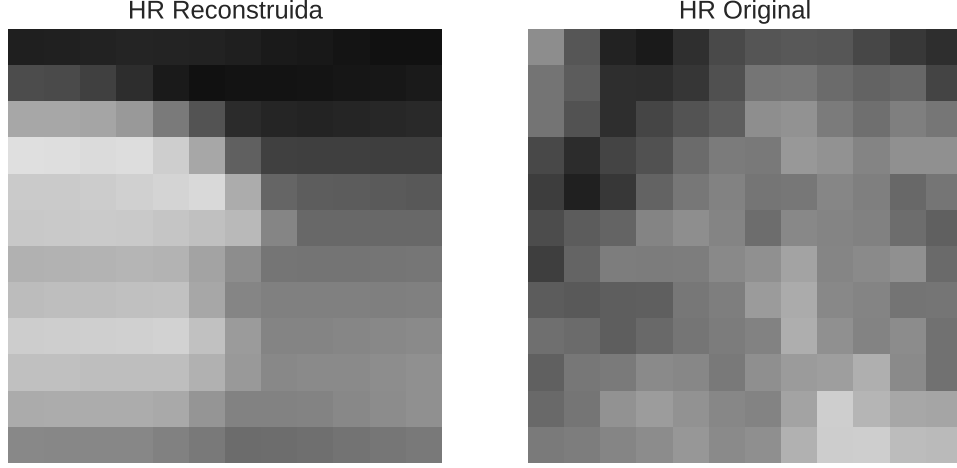


Figure 2: Resultado de la reconstrucción usando la norma TV.

Además probamos el resultado del algoritmo de *machine learning* reconstruyendo el volumen de baja resolución de la siguiente manera

$$\widehat{Y^{LR}} = GY^{HR}$$

En la tabla 1 podemos ver el valor mínimo alcanzado por el algoritmo de minimización, el tiempo de ejecución del mismo, y las normas de la imagen estimada y la diferencia entre la estimada y la original.

tv	$\ \widehat{Y^{HR}}\ $	$\ Y^{HR}\ $	$\ \widehat{Y^{LR}}\ $	$\ Y^{LR}\ $	$\ \widehat{Y^{HR}} - Y^{HR}\ $	$\ \widehat{Y^{LR}} - Y^{LR}\ $
si	$100050 \pm 17750$	$13164 \pm 3057$	$48974 \pm 12775$	$48974 \pm 12775$	$48974 \pm 12775$	$48974 \pm 12775$
no	$17926 \pm 20$	$6433 \pm 15$	$811 \pm 3$	$48974 \pm 12775$	$48974 \pm 12775$	$48974 \pm 12775$

Table 1: La norma de la imagen estimada, la original y la norma de la diferencia entre la estima y la original, de la imagen con alta resolución y baja resolución.

tv	Valor Óptimo	tiempo
si	$226618 \pm 75970$	$0'24''$
no	$3058 \pm 530$	$5'02''$

Table 2: El valor alcanzado por el algoritmo de minimización y el tiempo de ejecución.

La figura 3 muestra una rebanada coronal de la imagen de difusión original, la producida por el método y el error cuadrático medio entre las últimas dos. Como podemos apreciar solo algunos voxels toman valores relativamente altos en la imagen *ECM*.

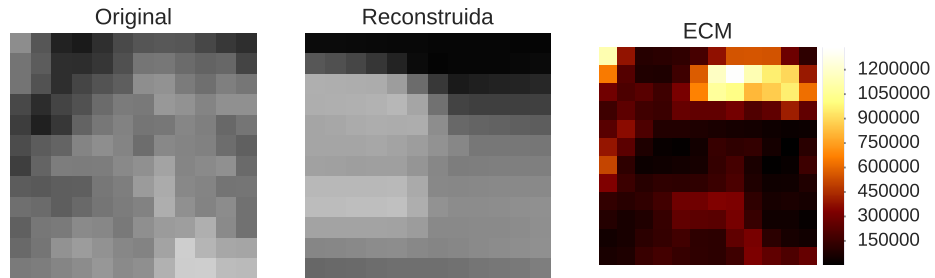


Figure 3: De izquierda a derecha una rebanada coronal de la imagen original, la producida por el método y el error cuadrático medio por voxel de la representación DWI de la imagen. La imagen fue resultado de la iteración que dejó afuera al sujeto 180937.

La figura 4 muestra también una rebanada coronal de la imagen original, la producida por el método y el coeficiente de determinación entre las últimas dos. Dicho coeficiente nos aporta información de cuán bueno fue el modelo que utilizamos para ajustar los datos. En nuestro caso el modelo usado fue lineal y gran parte de los voxels presentan un coeficiente de determinación negativo. Esto significa que el modelo elegido no se comporta de manera lineal.

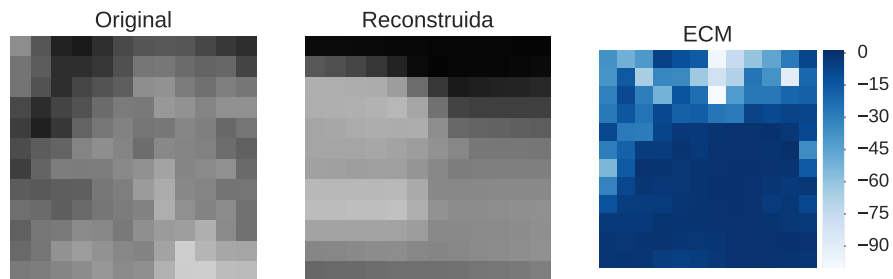


Figure 4: De izquierda a derecha una rebanada coronal de un gradiente arbitrario de la imagen original, la producida por el método y el coeficiente de determinación por voxel de la representación DWI de la imagen. La imagen fue resultado de la iteración que dejó afuera al sujeto 180937.

En la figura 5 graficamos la norma del error cometido en la reconstrucción tanto del volumen con alta resolución y con baja resolución.

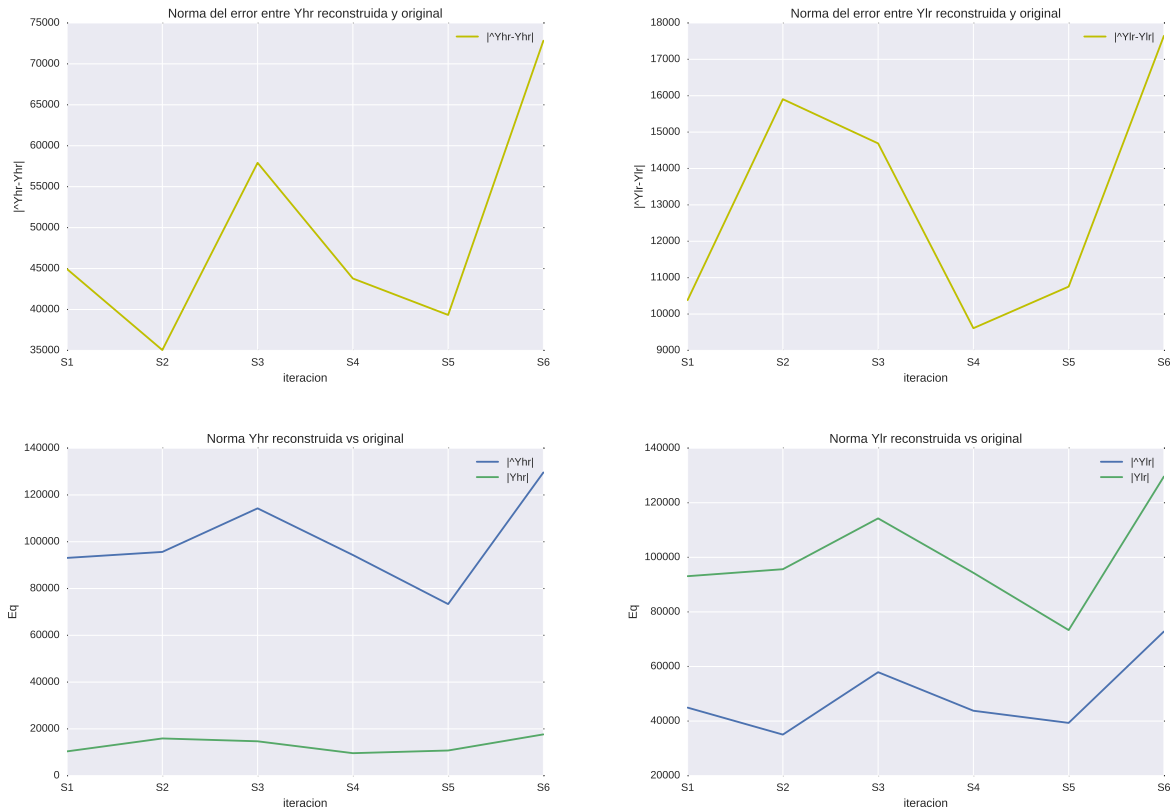


Figure 5: Arriba la norma de la diferencia entre los volúmenes reconstruidos y los originales. Abajo la comparación entre el valor de sus normas por cada iteración realizada.

Finalmente en la figura 6 vemos el mínimo valor encontrado por el algoritmo para nuestra expresión.

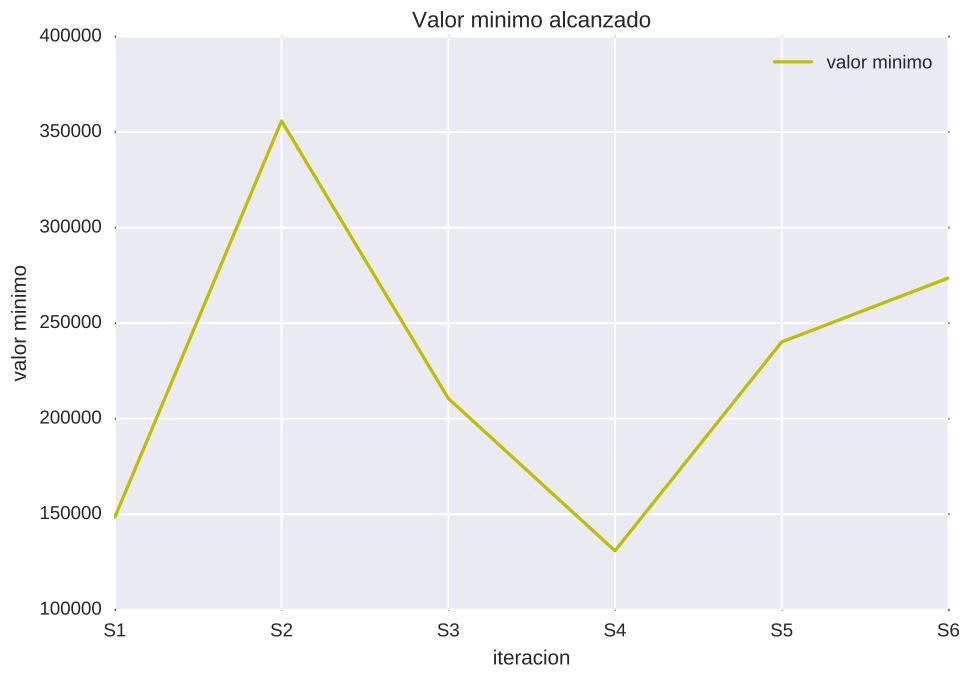
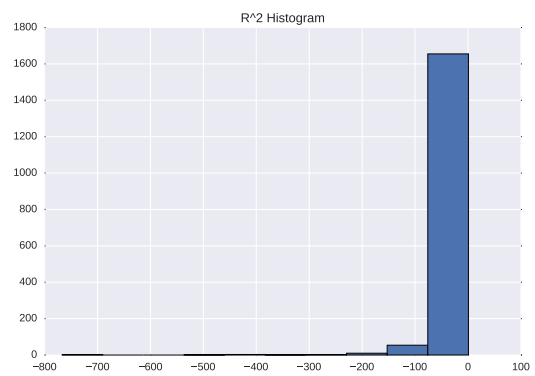
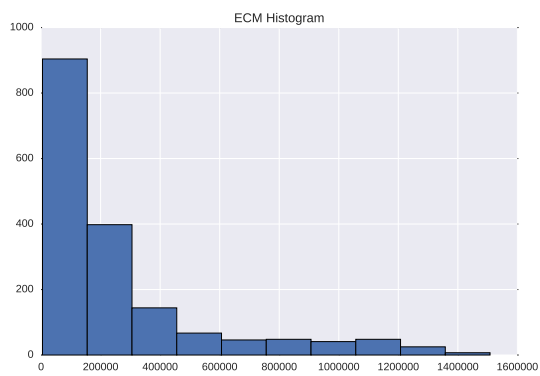


Figure 6: El valor mínimo alcanzado por el algoritmo de optimización en cada iteración realizada.



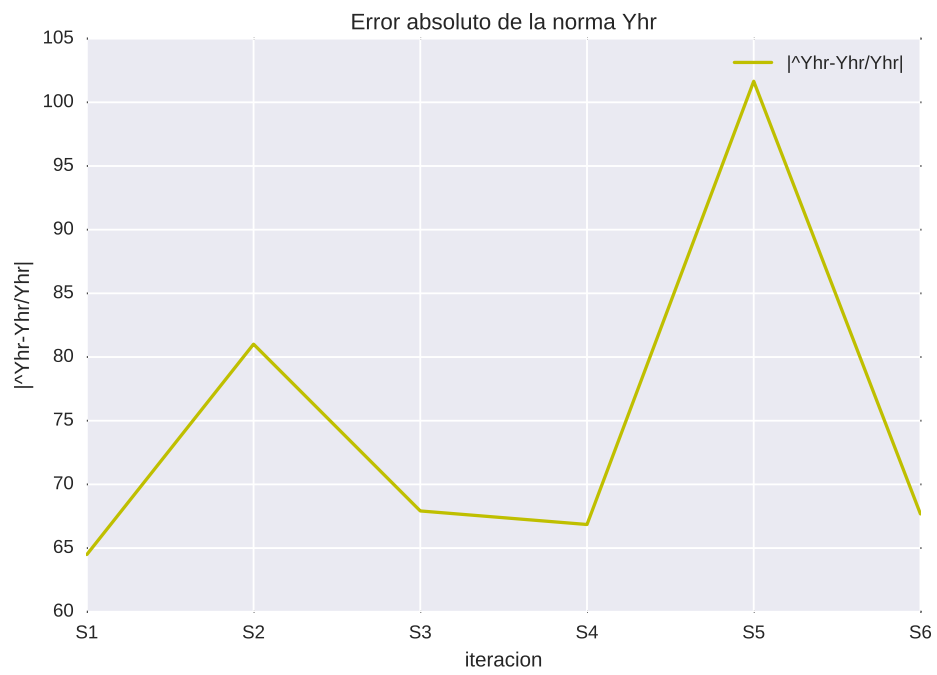


Figure 7: Error relativo de la imagen en alta resolución reconstruida.



## 4 Conclusiones

El modelo propuesto se comporta bien para valores no tan altos de relación señal ruido. Como se ve en la figura ?? cuando la relación señal ruido es inferior a 50 el error del método crece abruptamente.

A simple vista (incluso los resultados con  $SNR = 25$ ) el modelo aproxima bien la imagen en cuanto a graficar la señal de difusión. Es decir, que respeta bastante bien el contraste entre voxeles. Más allá de que las magnitudes de los mismos difieran con las de la original y eso cause diferencias sensibles al calcular el *ECM*. Habría que probar estos resultados al intentar usar los datos para hacer cosas mas complejas como por ejemplo un tractograma.

## References

- Daniel C. Alexander, Darko Zikic, Jiaying Zhang, Hui Zhang, and Antonio Criminisi. Image quality transfer via random forest regression: Applications in diffusion MRI. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 8675 LNCS(PART 3):225–232, 2014. ISSN 16113349. doi: 10.1007/978 – 3 – 319 – 10443 – 0<sub>2</sub>9.
- Lipeng Ning, Kawin Setsompop, Oleg Michailovich, Nikos Makris, Martha E. Shenton, Carl Fredrik Westin, and Yogesh Rathi. A joint compressed-sensing and super-resolution approach for very high-resolution diffusion imaging. *NeuroImage*, 125:386–400, 2016. ISSN 10959572. doi: 10.1016/j.neuroimage.2015.10.061. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.neuroimage.2015.10.061>.