

## Solución propuesta Actividad 2

### Ejercicio 1

(10 pts) Obtén los valores de cierre (Close) de cada archivo de los días hábiles entre el 1 de enero 2021 y el 31 de diciembre 2022. (Hint: utiliza el operador %in% y las fechas obtenidas del enlace de Apple).

```
# Extrayendo fechas
data <- read.csv('https://raw.githubusercontent.com/egonzalez1989/MA2012_PortfolioOptimization/main/data.csv')
dates <- as.Date(data$Date)
dates <- subset(dates, dates>="2021-01-01" & dates<="2022-12-31")

# AAPL
aplPrice <- subset(data$Close, as.Date(data$Date) %in% dates)

# BTC
data <- read.csv('https://raw.githubusercontent.com/egonzalez1989/MA2012_PortfolioOptimization/main/data.csv')
amzPrice <- subset(data$Close, as.Date(data$Date) %in% dates)

# BTC
data <- read.csv('https://raw.githubusercontent.com/egonzalez1989/MA2012_PortfolioOptimization/main/data.csv')
btcPrice <- subset(data$Close, as.Date(data$Date) %in% dates)

# CSCO
data <- read.csv('https://raw.githubusercontent.com/egonzalez1989/MA2012_PortfolioOptimization/main/data.csv')
cscPrice <- subset(data$Close, as.Date(data$Date) %in% dates)

# ETH
data <- read.csv('https://raw.githubusercontent.com/egonzalez1989/MA2012_PortfolioOptimization/main/data.csv')
ethPrice <- subset(data$Close, as.Date(data$Date) %in% dates)

# MSFT
data <- read.csv('https://raw.githubusercontent.com/egonzalez1989/MA2012_PortfolioOptimization/main/data.csv')
msfPrice <- subset(data$Close, as.Date(data$Date) %in% dates)

# Crearemos una dataframe con los precios de cierre de cada activo
dfPrices <- data.frame(
  "AAPL" = aplPrice,
  "AMZN" = amzPrice,
  "BTC" = btcPrice,
  "CSCO" = cscPrice,
  "ETH" = ethPrice,
  "MSFT" = msfPrice
)
n<-length(aplPrice)
```

(10 pts) Calcula las tasas de rendimiento diario de cada activo y sus respectivas varianzas. Consideraremos la “varianza del activo X” como la varianza de sus tasas de rendimiento.

```
# Calculo de tasas de rendimiento
dfReturns <- 100 * (dfPrices[2:n,] - dfPrices[1:n-1,]) / dfPrices[1:n-1,]

# Varianzas de las tasas: se recuperan de la matriz de covarianzas
dfCovReturns <- cov(dfReturns)
print(round(dfCovReturns, 2))
```

```
##      AAPL AMZN  BTC CSCO  ETH MSFT
## AAPL 3.78 3.18  2.71 1.69  3.64 2.78
## AMZN 3.18 6.13  3.77 1.53  4.88 3.19
## BTC  2.71 3.77 20.17 1.41 21.40 3.13
## CSCO 1.69 1.53  1.41 2.45  1.85 1.57
## ETH  3.64 4.88 21.40 1.85 35.51 3.95
## MSFT 2.78 3.19  3.13 1.57  3.95 3.37
```

(10 pts) Identifica el activo con mayor y menor varianza. Utiliza las propiedades de la esperanza y varianza para calcular la esperanza y varianza de un portafolio compuesto por los dos de activos con pesos  $w_1=0.6$  para el activo con mayor varianza, y  $w_2=0.4$  para el activo con menor varianza.

Se identifica una mayor varianza para ETH: 35.505326 y un menor varianza para para CSCO: 2.449284

```
# Pesos
w1 <- .6
w2 <- .4

# Calculamos la esperanza (media) utilizand los rendimientos promedio de cada activo
portExp <- w1 * mean(dfReturns$ETH) + w2 * mean(dfReturns$CSCO)

# Calculamos la esperanza (media) utilizand los rendimientos promedio de cada activo
etVar <- dfCovReturns["ETH", "ETH"]
csVar <- dfCovReturns["CSCO", "CSCO"]
etCsCov <- dfCovReturns["ETH", "CSCO"]
portVar <- w1^2*etVar + w2^2*csVar + 2*w1*w2*etCsCov

sprintf("Valor esperado para la tasa de rendimiento del portafolio: %s", round(portExp, 2))

## [1] "Valor esperado para la tasa de rendimiento del portafolio: 0.14"

sprintf("Varianza del portafolio (tasas de rendimiento): %s", round(portVar, 2))
```

```
## [1] "Varianza del portafolio (tasas de rendimiento): 14.06"
```

(10 pts) La tasa de rendimiento que has calculado corresponde a un calculo diario. Para calcular una tasa de rendimiento anualizada debes multiplicar las tasas por 252. ¿Cuál sería la tasa de rendimiento esperada anualizada de este portafolio?.

```
portAnnExp <- 252 * portExp
sprintf("La tasa anualizada para el portafolio es : %s", round(portAnnExp, 2))
```

```
## [1] "La tasa anualizada para el portafolio es : 34.38"
```

(10 pts) Calcula la contribución de cada activo en la varianza total de la cartera y los valores  $\beta_1$  y  $\beta_2$

```
# Calculamos los retornos diarios del portafolio para calcular la covarianza con cada activo
portReturns <- w1*dfReturns$ETH + w2*dfReturns$CSCO

contrEt <- w1 * cov(dfReturns$ETH, portReturns)
contrCs <- w2 * cov(dfReturns$CSCO, portReturns)

# Verificando contribuciones y si es correcto las imprimo
if(portVar == contrEt + contrCs) {
  sprintf("Los valores obtenidos para las contribuciones: contr1=%s, contr2=%s", round(contrEt, 2), round(contrCs, 2))
}
```

```
## [1] "Los valores obtenidos para las contribuciones: contr1=13.23, contr2=0.84"
sprintf("El porcentaje de contribución de cada activo a la volatilidad del portafolio es: contr1=%s, contr2=%s", round(contr1, 2), round(contr2, 2))

## [1] "El porcentaje de contribución de cada activo a la volatilidad del portafolio es: contr1=94.05, contr2=0.95"
# Puede aplicarse la fórmula directamente o utilizarse las contribuciones calculadas
betaEt <- contrEt / (w1 * portVar)
betaCs <- contrCs / (w2 * portVar)
sprintf("Los valores obtenidos para las betas: beta1=%s, beta2=%s", round(betaEt, 2), round(betaCs, 2))

## [1] "Los valores obtenidos para las betas: beta1=1.57, beta2=0.15"
```

Es posible observar una contribución muy amplia de Ethereum, es decir, gran parte de la varianza o volatilidad (un 94.05) es introducida por el monto empleado de Ethereum. En relación a los betas (1.57 y .15) también se observa un cambio significativo, obteniendo un valor más grande para ETH.

## Ejercicio 2

(10 pts) Utilizando la pareja del ejercicio anterior, utiliza los pesos para calcular las esperanzas y varianzas de las carteras con los pesos mencionados.

```
# Se utilizan diversos pesos para examinar los cambios en el portafolio
w1 <- seq(0, 1, .1)
w2 <- 1-w1

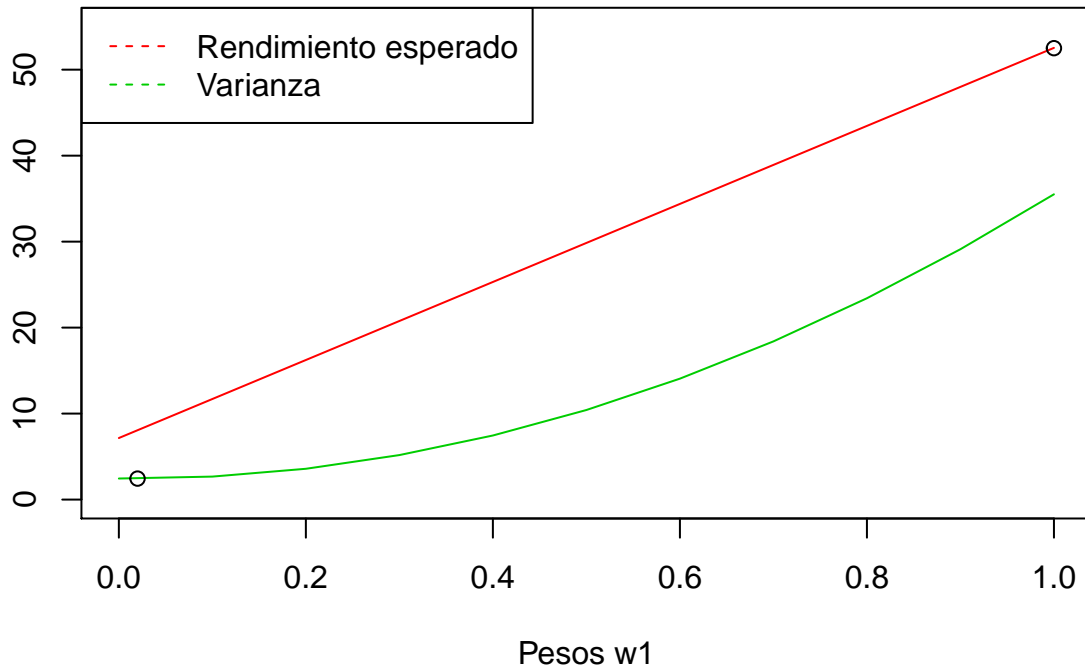
# Utilizamos los valores esperados de las tasas de rendimiento anualizadas de cada activo
etExp <- mean(dfReturns$ETH) * 252
csExp <- mean(dfReturns$CSCO) * 252

dfWtPorts <- data.frame(
  "W1" = w1,
  "Exp>Returns" = w1*etExp + w2*csExp,
  "Port.Var" = w1^2*etVar + w2^2*csVar + 2*w1*w2*etCsCov
)

print(dfWtPorts)

##      W1 Exp>Returns Port.Var
## 1  0.0   7.157536  2.449284
## 2  0.1  11.695290  2.672703
## 3  0.2  16.233044  3.581052
## 4  0.3  20.770798  5.174331
## 5  0.4  25.308552  7.452540
## 6  0.5  29.846306 10.415679
## 7  0.6  34.384060 14.063748
## 8  0.7  38.921814 18.396748
## 9  0.8  43.459568 23.414677
## 10 0.9  47.997322 29.117537
## 11 1.0  52.535076 35.505326

plot(dfWtPorts$W1, dfWtPorts$Exp>Returns, type="l", col=2, xlab="Pesos w1", ylab=" ", ylim = c(0, 55))
lines(dfWtPorts$W1, dfWtPorts$Port.Var, type="l", col=3)
points(c(.02, 1), c(2.44, 52.5), type = "p")
legend("topleft", c("Rendimiento esperado", "Varianza"), lty = 2, col = c(2, 3))
```



(10 pts) Encuentra el valor de  $w_1$  que minimizan la varianza del cartera.

Con esta serie de valores, la mínima varianza se alcanza con  $w_1=0$ , es decir, emplear la inversión total en activos de CSCO.

Empleando una serie más fina, se puede observar que el mínimo se aproxima a  $w_1=.02$  (en este ejercicio esto no era necesario).

*# Es posible concontrar un valor más preciso utilizando una partición más fina para  $w_1$ , o con el método*  
*# Por ahora sabemos que el valor que minimiza estpa entre 0 y .1*

```
w1 <- seq(0, .1, .01)
w2 <- 1-w1
cbind(w1, w1^2*etVar + w2^2*csVar + 2*w1*w2*etCsCov)
```

```
##      w1
## [1,] 0.00 2.449284
## [2,] 0.01 2.440804
## [3,] 0.02 2.439173
## [4,] 0.03 2.444392
## [5,] 0.04 2.456460
## [6,] 0.05 2.475377
## [7,] 0.06 2.501144
## [8,] 0.07 2.533759
## [9,] 0.08 2.573225
## [10,] 0.09 2.619539
## [11,] 0.10 2.672703
```

(10 pts) Verifica, utilizando lo obtenido en el inciso 1, cuales serían los pesos para los cuales se obtiene una esperanza de la tasa de rendimiento anualizada de al menos 15% y determina la desviación estándar de la cartera.

Es posible observar con una simple inspección visual, que se obtiene un 16.42% de rendimiento anualizado con el peso  $w_1=.2$ .

Podemos conseguir un valor más preciso si realizamos una partición fina entre .1 y .2 (o un valor exacto utilizando la ecuación de la recta). Para un precisión a dos decimales, obtenemos  $w_1=0.18$ , es decir, empleando

el 18% de una inversión para ETH es posible obtener una tasa esperada anual del 15%.

```
w1 <- seq(.1, .2, .01)
w2 <- 1-w1
cbind(w1, w1*etExp + w2*csExp)
```

```
##           w1
## [1,] 0.10 11.69529
## [2,] 0.11 12.14907
## [3,] 0.12 12.60284
## [4,] 0.13 13.05662
## [5,] 0.14 13.51039
## [6,] 0.15 13.96417
## [7,] 0.16 14.41794
## [8,] 0.17 14.87172
## [9,] 0.18 15.32549
## [10,] 0.19 15.77927
## [11,] 0.20 16.23304
```

\*\*(10 pts) Calcula la contribución de cada activo en la varianza total de la cartera utilizando el valor encontrado en el inciso 2.

(10 pts) Calcula los coeficientes beta1 y beta2 .\*\*

```
# Asignamos los pesos encontrados en el inciso 2
```

```
w1 <- .02
w2 <- 1-w1
```

```
# Calculamos los retornos diarios del portafolio para calcular la covarianza con cada activo
portReturns <- w1*dfReturns$ETH + w2*dfReturns$CSCO
portVar <- var(portReturns)
```

```
contrEt <- w1 * cov(dfReturns$ETH, portReturns)
contrCs <- w2 * cov(dfReturns$CSCO, portReturns)
```

```
# Verificando contribuciones y si es correcto las imprimo
```

```
if(portVar == contrEt + contrCs) {
  sprintf("Los valores obtenidos para las contribuciones: contr1=%s, contr2=%s", round(contrEt, 2), round(contrCs, 2))
}
```

```
## [1] "Los valores obtenidos para las contribuciones: contr1=0.05, contr2=2.39"
```

```
sprintf("El porcentaje de contribución de cada activo a la volatilidad del portafolio es: contr1=%s, contr2=%s", round(contrEt, 2), round(contrCs, 2))
```

```
## [1] "El porcentaje de contribución de cada activo a la volatilidad del portafolio es: contr1=2.07, contr2=0.05"
```

```
# Puede aplicarse la fórmula directamente o utilizarse las contribuciones calculadas
```

```
betaEt <- contrEt / (w1 * portVar)
betaCs <- contrCs / (w2 * portVar)
```

```
sprintf("Los valores obtenidos para las betas: beta1=%s, beta2=%s", round(betaEt, 2), round(betaCs, 2))
```

```
## [1] "Los valores obtenidos para las betas: beta1=1.04, beta2=1"
```

Se observa una reducción considerable en los valores de contribución para Ethereum, derivado del peso menor que se ha empleado para este portafolio de varianza mínima.