Лабораторная работа №5

Модель хищник-жертва

Абакумов Егор

Содержание

List of Tables

List of Figures

Теоретическое введение

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, ñ - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

Математический анализ этой (жесткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние. Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке: $x_0 = \frac{c}{d}, y_0 = \frac{a}{b}$. Если начальные значения задать в стационарном состоянии $x(0) = x_0, y(0) = y_0$, то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей $x(0), y(0)$. Колебания совершаются в противофазе.

Задание

Вариант 50

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.71x(t) + 0.046x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.64y(t) - 0.017x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 9, y_0 = 19$. Найдите стационарное состояние системы.

Выполнение лабораторной работы

1. Стационарное состояние будет выражено двумя координатами, где $x_c = \frac{0.64}{0.017} = 37.65, y_c = \frac{0.71}{0.046} = 15.43$
2. Таким образом, получив стационарное состояние, пишем программу на Julia (Figure 0.1). Здесь u0 - начальные условия, t - время воспроизведения модели, функция foo моделирует систему дифференциальных уравнений, tmp - переменная для хранения ввычисленной функции, getX и getY - функции для вызова параметра из массива.

```
using Plots
using DifferentialEquations

u0 = [4, 12]
t = (0, 20)

function foo(du, u, p, t)
    du[1] = -0.71u[1] + 0.046u[1]*u[2]
    du[2] = 0.64u[2] - 0.017u[1]*u[2]
end

tmp = solve(ODEProblem(foo, u0, t), saveat = 0.1)

getX(u) = u[1]
getY(u) = u[2]

plot(tmp)
```

Figure 0.1: Программный код

3. В результате запуска получим следующий график популяций хищников (голубой) и жертв (красный) (Figure 0.2).

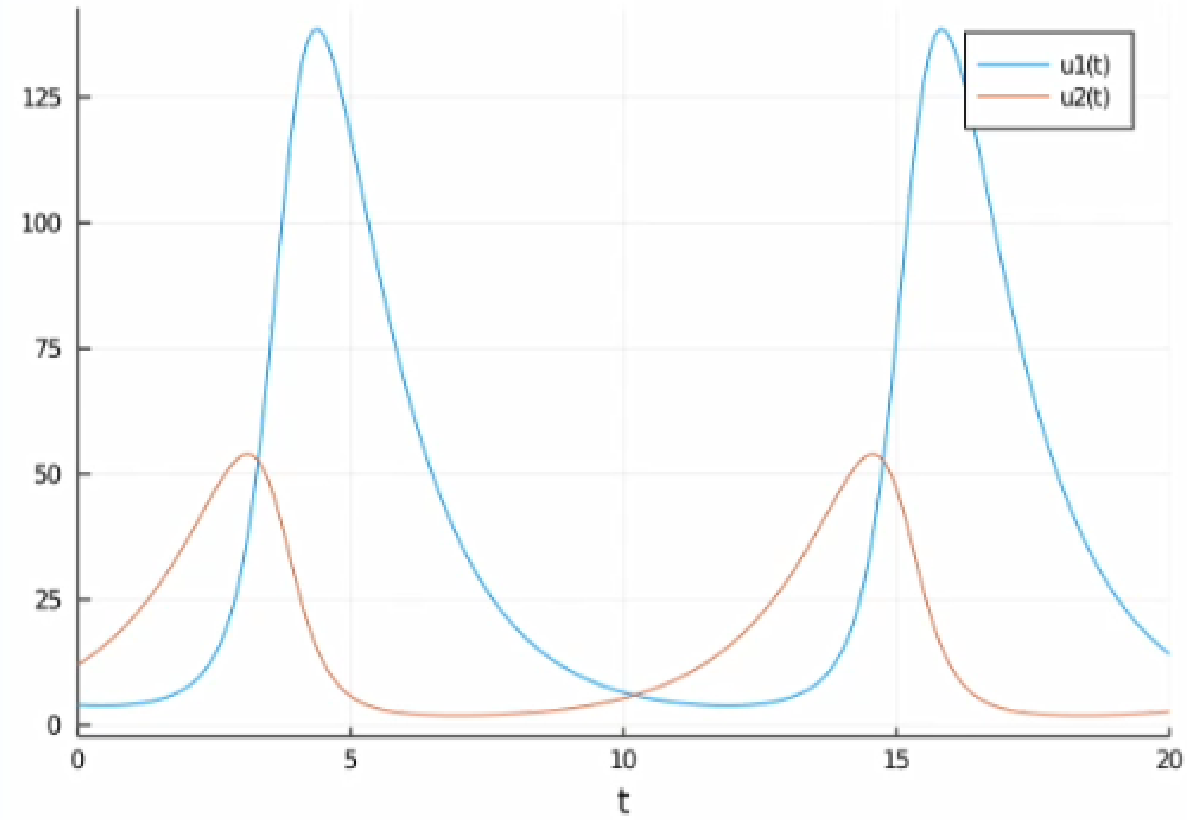

Figure 0.2: Раздельные графики

4. Для получения совместного графика зависимости изменим вывод, заменив его на следующий вид (Figure 0.3).

```
16
17    plot(getX.(tmp.u), getY.(tmp.u))
18
```

Figure 0.3: Изменение кода

5. Таким образом получим новый график зависимости x от y (Figure 0.4).

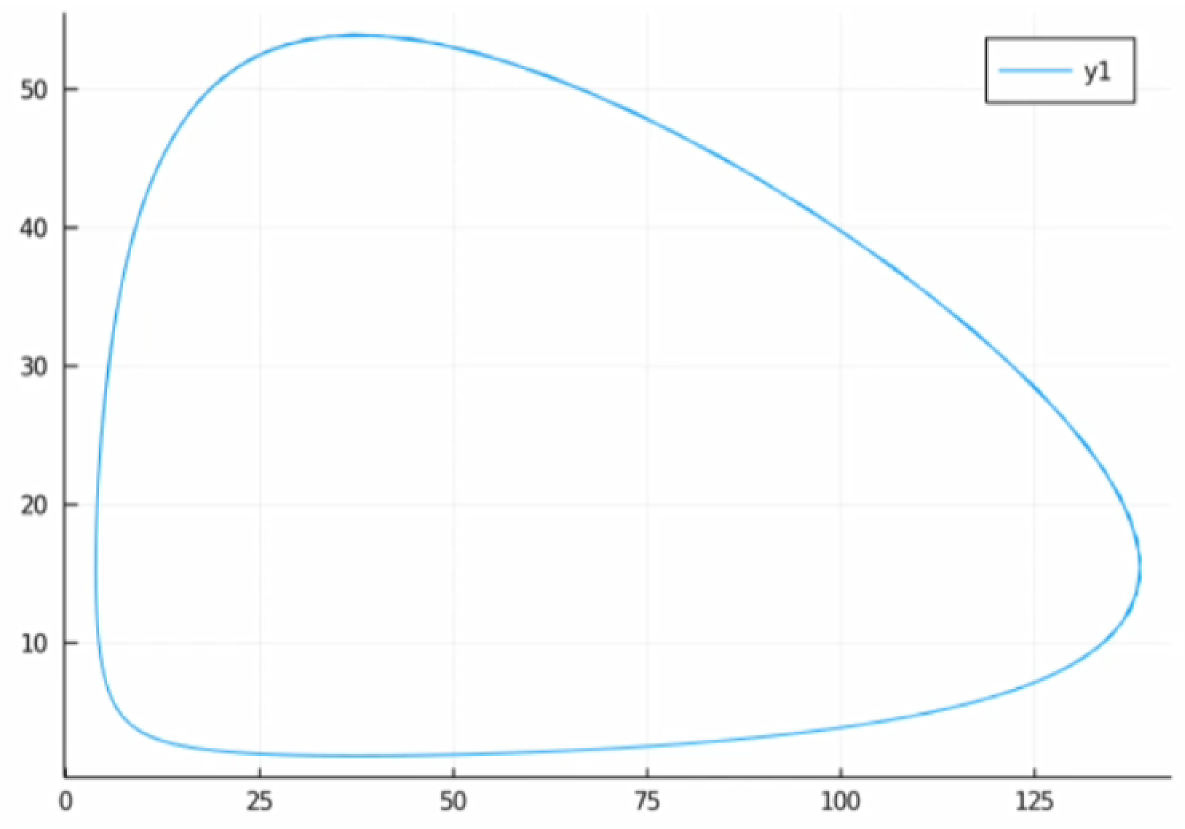

Figure 0.4: Совместный график

Вывод

В ходе работы мы успешно промоделировали систему «хищник — жертва» и получили графики зависимости.