Отчёт по лабораторной работе №3

Модель боевых действий

Абакумов Егор Александрович

Содержание

Цель работы

Промоделировать ход боевых действий между двумя армиями. Отработать навыки моделирования систем дифференциальных уравнений.

Теоретическое введение

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Рассмотрим два случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

- скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
- скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связанно с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
- скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом (fig. 1)

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Figure 1: Система для регулярных войск

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены -a(t)x(t) и -h(t)y(t) , члены -b(t)y(t) и -c(t)x(t) отражают потери на поле боя. Коэффициенты b(t) и c(t) указывают на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно, a(t), h(t) - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции R(t), Q(t) учитывают возможность подхода подкрепления к войскам X и У в течение одного дня.

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает следующий вид (fig. 2)

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Figure 2: Система для партизан и регулярных

В этой системе все величины имеют тот же смысл, что и в первой системе.

Задание

Вариант 50

Между страной Х и страной У идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями x(t) и y(t). В начальный момент времени страна Х имеет армию численностью 61100 человек, а в распоряжении страны У армия численностью в 45400 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем P(t) и Q(t) непрерывными функциями.

Постройте графики изменения численности войск армии Х и армии У для двух случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками (fig. 3)

$$\frac{dx}{dt} = -0,41x(t) - 0,89y(t) + \sin(t+7) + 1$$
$$\frac{dy}{dt} = -0,52x(t) - 0,61y(t) + \cos(t+6) + 1$$

Figure 3: Система для регулярных войск

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов (fig. 4)

$$\frac{dx}{dt} = -0,37x(t) - 0,675y(t) + \left|2\sin(t)\right|$$
$$\frac{dy}{dt} = -0,432x(t)y(t) - 0,42y(t) + \cos(t) + 2$$

Figure 4: Система для партизан и регулярных

Выполнение лабораторной работы

На основе полученного варианта пишем код (fig. 5). Здесь forces - начальная численность войск, t - временной интервал, функции regular и mixed обозначают системы уравнений для битвы регулярных и для смешанных войс соответственно, а graph1 и graph2 - переменные для графиков.

```
using Plots
using DifferentialEquations

forces = [61100, 45400]
t = (0, 1.5)

function regular(du, u, p, t)
    du[1] = -0.41 * u[1] - 0.89 * u[2] + sin(t + 7) + 1
    du[2] = -0.52 * u[1] - 0.61 * u[2] + cos(t + 6) + 1
end
function mixed(du, u, p, t)
    du[1] = -0.37 * u[1] - 0.675 * u[2] + abs(2 * sin(t))
    du[2] = -0.432 * u[1] * u[2] - 0.42 * u[2] + cos(t) + 2
end

graph1 = plot(solve(ODEProblem(regular, forces, t)))
graph2 = plot(solve(ODEProblem(mixed, forces, t), saveat = 0.15))

plot(graph1, graph2)
```

Figure 5: Код программы

Полученные графики представленны на иллюстрации (fig. 6).

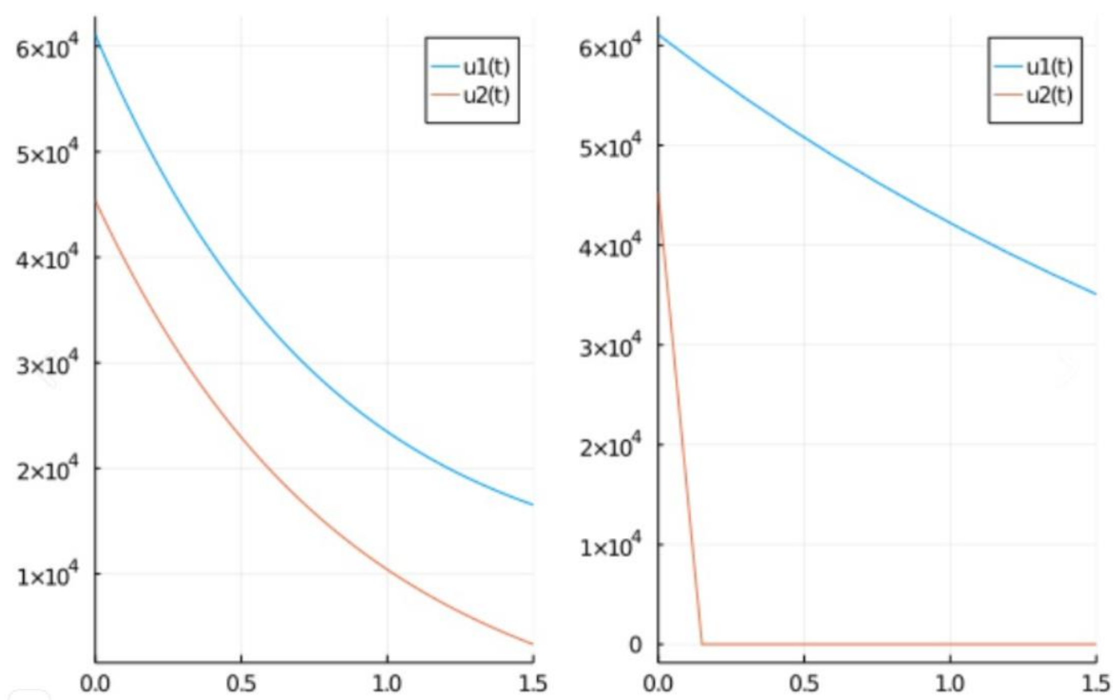

Figure 6: Графики

Выводы

В ходе работы был успешно промоделирован ход боевых действий, отработаны навыки моделирования систем дифференциальных уравнений.