

## 1 Общие положения

Рабочая тетрадь по начертательной геометрии предназначена для студентов (бакалавров, специалистов и магистров) всех факультетов. Материал данной рабочей тетради скомпонован по блочному принципу и предназначен для самостоятельной работы. Максимальное количество блоков равно десяти. Каждый студент в зависимости от количества часов, выделенных в семестровом плане на изучение предмета, обязан изучить определённое количество блоков (последнее определяется программой курса). Знания теоретического материала и решение задач, включённых в блок, контролируется преподавателем на семинарских занятиях и оцениваются по пятибалльной системе. Студент, не освоивший материал конкретного блока, направляется на дополнительные занятия. В конце семестрового периода по результатам изучения всех блоков выставляется средняя оценка. Знания студента, не сдавшего хотя бы один блок, не оцениваются, и до ликвидации задолженности этот студент не допускается ни к зачёту, ни к экзамену. Преподаватель, выставивший среднюю оценку учащемуся, имеет право, с согласия студента, засчитать её как зачётную или экзаменационную.

### 1.1 Блоки рабочей тетради

## 2 Предисловие

Задачи данного учебного пособия составлены в соответствии с программой курса начертательной геометрии. Преподаватель, ведущий практические занятия в группе студентов, имеет право уменьшить или увеличить количество решаемых задач. Теоретический материал, изложенный в тетради, является базой для подготовки студентов к решению задач.

Решение каждой задачи состоит из двух этапов:

1. пространственное (стереометрическое) решение, при котором определяется последовательность действий для получения искомого геометрического ответа;
2. выполнение составленного плана решения задачи на чертеже с учётом закономерностей метода проекций начертательной геометрии. Решение пространственной задачи с помощью плоскостного (планиметрического) чертежа является главным в начертательной геометрии.

**Для успешного решения задач студенту необходимы твёрдые знания основных теорем элементарной геометрии — планиметрии и стереометрии.**

В данной рабочей тетради все чертежи должны быть выполнены максимально аккуратно и точно, с соблюдением всех требований **Государственных стандартов ЕСКД** по оформлению чертежа (типы линий, шрифт и т. п.)

Все построения (вспомогательные линии, линии связи) следует выполнять тонкими линиями простым карандашом. Результаты решения задач рекомендуется обводить основной линией чертежа.

Все заданные и получаемые элементы чертежа необходимо обозначать следующим образом:

- точки** — прописными буквами латинского алфавита —  $A, B, C, D, \dots$ , или арабскими цифрами — 1, 2, 3, 4, ... (для вспомогательных построений);
- линии** — строчными буквами латинского алфавита —  $a, b, c, d, \dots$ ;
- прямые уровня** — горизонталь —  $h$ , фронталь —  $f$ , профиль —  $p$ ;
- поверхности и плоскости** — прописными буквами греческого алфавита —  $\Gamma, \Delta, \Theta, \Lambda, \Sigma, \Phi, \Psi, \Omega, \dots$ ;
- углы** — строчными буквами греческого алфавита —  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \phi, \dots$ ;
- плоскости проекций** — прописной буквой греческого алфавита  $\Pi$  (пи) с соответствующим нижним индексом:  $\Pi_1$  — горизонтальная,  $\Pi_2$  — фронтальная,  $\Pi_3$  — профильная плоскости проекций;
- дополнительные плоскости проекций** — прописной буквой греческого алфавита  $\Pi$  (пи) с соответствующим нижним индексом —  $\Pi_4, \Pi_5, \dots$ ;
- проекции точек, линий и поверхностей** — следует обозначать теми же буквами с добавлением индекса плоскости проекций, на которую спроецирован объект. Так, проекции точки  $A$ , прямой  $a$  и плоскости  $\Gamma$  соответственно надо обозначать: на плоскости  $\Pi_1$  —  $A_1, a_1, \Gamma_1$ , на плоскости  $\Pi_2$  —  $A_2, a_2, \Gamma_2$ , на плоскости  $\Pi_3$  —  $A_3, a_3, \Gamma_3$ ;
- знак =** — следует применять при совпадении проекций двух элементов (например,  $A_2 = B_2$ );

**знак  $\in$**  — для обозначения принадлежности одного, как правило, более простого элемента, более сложному;

**знак  $\cap$**  — для обозначения пересечения двух элементов;

**знак  $\cup$**  — для обозначения объединения двух элементов;

### 3 Свойства ортогонального проектирования

1. Проекция точки — всегда точка.
2. Проекция прямой в общем случае — прямая.
3. Если прямая параллельна направлению проектирования, то она проецируется в точку. Такая проекция прямой обладает собирательным свойством: все точки прямой проецируются в одну точку.
4. Проекция точки, принадлежащей некоторой прямой, принадлежит проекции этой прямой.
5. Точка пересечения прямых проецируется в точки пересечения проекций этих прямых, как принадлежащая им обеим, согласно предыдущему свойству.
6. Проекция прямой, принадлежащей какой-либо поверхности, принадлежит проекции этой поверхности. В свою очередь, проекция точки, лежащей на поверхности, принадлежит проекции хотя бы одной прямой этой поверхности.
7. Параллельные прямые пространства проецируются в параллельные.
8. Если плоская фигура принадлежит плоскости, параллельной плоскости проекций, то проекция этой фигуры конгруэнтна (равна) самой фигуре.
9. Проекция точки на отрезке делит проекцию отрезка в том же отношении, в каком точка делит отрезок.

# 1 Комплексный чертёж точки, прямой, плоскости

## 1.1 Теоретические положения

Три взаимно перпендикулярных плоскости  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ ,  $\Pi_3$  делят пространство на восемь частей — октантов.

Рассмотрим первый октант. Он представлен на рис. ???.  $\Pi_1$  — горизонтальная,  $\Pi_2$  — фронтальная и  $\Pi_3$  — профильная плоскости проекций. Оси  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  являются осями проекций (осями координат). Осям присваивают индексы плоскостей, по ним пересекающихся:  $X_{12}$ ,  $Y_{13}$ ,  $Z_{23}$ . Для получения плоского комплексного чертежа (он может быть двухкартинным или трёхкартинным) плоскость  $\Pi_1$  поворачивают вокруг оси  $X$ , а плоскость  $\Pi_3$  — вокруг оси  $Z$  до совмещения с плоскостью  $\Pi_2$ . Ось  $Y_{13}$  раздваивается на  $Y_1$ , уходящую вниз вместе с  $\Pi_1$ , и на  $Y_3$ , уходящую вправо вместе с  $\Pi_3$ .

### 1.1.1 Комплексный чертёж точки

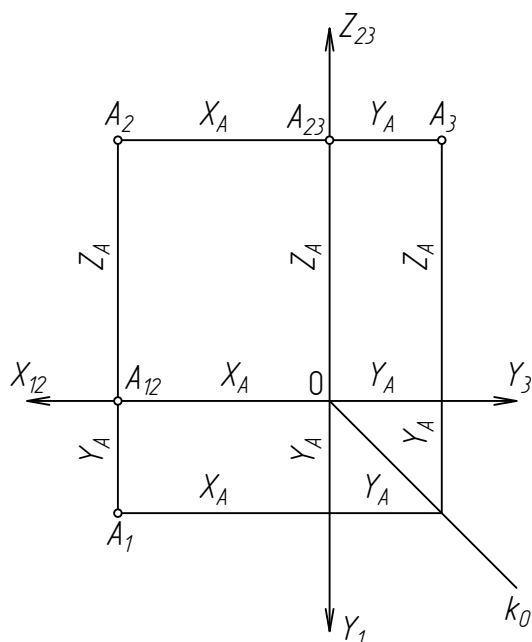
Точку  $A$ , расположенную в пространстве первого октанта, проецируем ортогонально на каждую из плоскостей проекций (рис. ???):

$A_1$  — горизонтальная,  $A_2$  — фронтальная,  $A_3$  — профильная проекции точки  $A$ .  $AA_1$  — высота точки  $A$  (координата  $Z$ ),  $AA_2$  — глубина точки  $A$  (координата  $Y$ ),  $AA_3$  — широта точки  $A$  (координата  $X$ ).

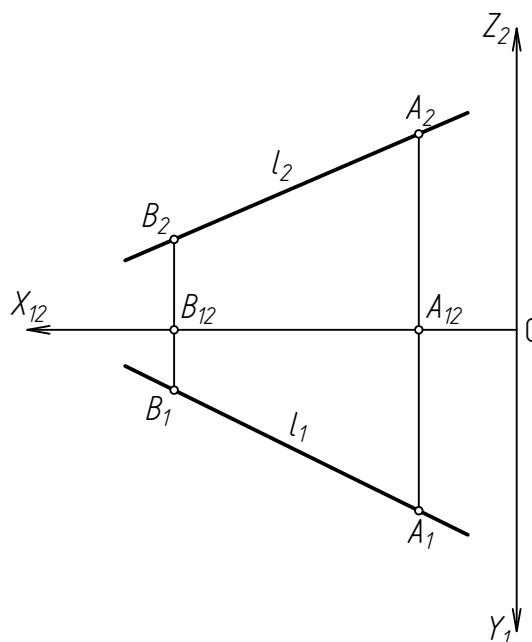
На комплексном чертеже прямые  $A_1A_2$  и  $A_2A_3$  связывают соответствующие проекции и передают координаты  $X$  и  $Z$ . Они называются *вертикальной и горизонтальной линиями связи*. Для графической трансляции координаты  $Y$  используют *ломаную линию связи*, которая преломляется под прямым углом на *постоянной прямой чертежа*  $k_0$ , проведённой под углом  $45^\circ$  к оси  $Y$  (рис. 1.1).

### 1.1.2 Комплексный чертёж прямой

Прямая линия бесконечна. Две точки прямой определяют её положение в пространстве. Положение прямой можно задать также одной точкой и направлением (рис. 1.2).



**Рисунок 1.1** Комплексный чертёж точки



**Рисунок 1.2** Комплексный чертёж прямой

### 1.1.3 Комплексный чертёж плоскости

Плоскость в пространстве определяется тремя точками, не лежащими на одной прямой —  $\Sigma(A, B, C)$ . Ту же плоскость можно задать точкой и прямой —  $\Sigma(a, C)$ , двумя пересекающимися прямыми —  $\Sigma(a \cap b)$ , двумя параллельными прямыми —  $\Sigma(a \parallel b)$ . Наиболее наглядно задание плоскости представляется тремя точками, соединёнными отрезками прямых, то есть треугольником. На комплексном чертеже любая плоскость может быть задана проекциями элементов, определяющих её положение в пространстве (рис. ??). В ходе решения задачи иногда приходится переходить от одного задания плоскости к другому.

## 1.2 Контрольные вопросы

1. В чём состоит метод проецирования?
2. Почему чертежи называются проекционными?
3. Перечислите свойства ортогонального проецирования.

4. Какой проекционный чертёж является обратимым?
5. Как образуется эпюр Монжа? Дайте определение комплексного чертежа.
6. Как образуется трёхкартинный комплексный чертёж?
7. Что представляет собой постоянная прямая чертежа  $k_0$ ?
8. Что на комплексном чертеже является характерным признаком параллельности прямых в пространстве?
9. Что на комплексном чертеже является характерным признаком пересекающихся в пространстве прямых?
10. Что на комплексном чертеже является характерным признаком скрещивающихся в пространстве прямых?
11. Перечислите варианты взаимного положения точки и прямой.

### 1.3 Задачи

1. Построить комплексный чертёж точек  $A(70, 20, 0)$  и  $B(20, 40, 30)$ . Обозначить высоту и глубину точек. Через точки  $A$  и  $B$  провести прямую  $a(a_1, a_2)$  и представить её положение в пространстве.
2. Определить положение точек  $A, B, C, D, E$  относительно прямой  $l$ . Ответ записать в таблице.
3. На комплексном чертеже задать плоскости общего положения:
4. Определить взаимное положение двух прямых.