11.03.2023

Задача 2

Для сетки Чебышёва: $|f(x) - L_{n-1}(x)| \leqslant \dfrac{\max_{\xi\in(0,\,1)} f'''(\xi)}{2^{n-1} n!} \cdot \dfrac{1}{2^n} = \dfrac{e}{2^{2n-1} n!} \leqslant 10^{-3} \;\Rightarrow\; n = 4.$

Тогда сетка на $[0, 1]$: $x_i = \dfrac{1 + x_i'}{2}$, где $x_i' = \cos\left(\dfrac{2i+1}{2n}\pi\right)$, $i = \overline{0, n}$.

По теореме 12.5.1:

$$\|f(x) - L_3(x)\|_{max} = \frac{\|f^{(4)}(\xi(x))\|_{max}}{4!}\|w(x)\|_{max} \leqslant \frac{\|e^{\xi(x)}\|_{max}}{4!}\|w(x)\|_{max} \leqslant \frac{e}{4! \cdot 2^7} < 10^{-3}.$$

Задача 3

По теореме 12.5.1: $|f(x) - L_2(x)| = \dfrac{f'''(\xi(x))}{3!}w(x) \leqslant \dfrac{\max_{\xi\in(0,\,0.2)} f'''(\xi)}{3!}x(x-0.1)(x-0.2).$

Тогда:

$$|f(0.05) - L_2(0.05)| \leqslant \left|\frac{e^{0.2}}{3!}0.05(0.05 - 0.1)(0.05 - 0.2)\right| \approx 7,63 \cdot 10^{-5},$$

$$|f(0.15) - L_2(0.15)| \leqslant \left|\frac{e^{0.2}}{3!}0.15(0.15 - 0.1)(0.15 - 0.2)\right| \approx 7,63 \cdot 10^{-5}.$$