Санкт–Петербургский государственный университет

Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Гусев Егор Игоревич

Вычислительный практикум

Отчет по заданию №5

Преподователь:
Т.О. Евдокимова

Санкт-Петербург
2021 г.

Содержание

1. Ссылка на код

Код доступен по ссылке на github.

2. Постановка задачи

1. Реализовать степенной метод и метод скалярных произведений для нахождения максимального по модулю собственного числа матрицы и соответствующего ему собственного вектора.

2. Сравнить количество итераций в методах.

3. Варьируя точность, установить закономерность между точностью и количеством итераций.

3. Теория

Часто бывает важно найти не все собственные числа, а только максимальное или минимальное. Метод Якоби требует много ресурсов, поэтому предпочтительней в таких ситуациях пользоваться либо степенным методом, либо методом скалярных произведений. Оба метода являются итерационными. В степенном методе вычисляем очередной x по формуле $x_k = A^k x_0$. При достаточно большом k этот вектор будет близок к собственному вектору A, соответствующему максимальному по модулю собственному числу. Собственное число λ в таком случае вычисляется по формуле $= \frac{A^{k+1}x_0}{A^k x_0}$. В методе скалярных произведений вычисляем максимальное собственное число λ по формуле $\frac{A^k x_0, A^{Tk} y_0}{A^{k-1} x_0, A^{Tk} y_0}$, где y$_0$˘A^T. Если матрица симметричная, формула принимает вид $\frac{{}^k x_0, A^k x_0}{A^{k-1} x_0, A^k x_0}$.

4. Численный эксперимент

4.1 Описание

1. Реализуем степенной метод. Будем варьировать и следить за количеством итераций.

2. Реализуем степенной метод. Будем варьировать и следить за количеством итераций. Для удобства напишем ту его версию, которая подходит только для симметричных матриц.

3. Протестируем методы на матрицах Гильберта размерностей 2, 3, 6, 10.

4. Установим зависимость между точностью и количеством итераций.

4.2 Результаты

	eps	Степенной метод (К-во итераций)	Степенной метод |lambda_acc - lambda|	Метод скалярных произведений (К-во итераций)	Метод скалярных произведений |lambda_acc - lambda|
0	0.000001	8	1.242102e-08	4	7.340026e-09
1	0.000010	7	1.430000e-07	4	7.340026e-09
2	0.000100	6	1.646322e-06	4	7.340026e-09
3	0.001000	5	1.895393e-05	3	9.728686e-07
4	0.010000	4	2.182452e-04	3	9.728686e-07

Рис. 1: Матрица Гильберта 3*3

	eps	Степенной метод (К-во итераций)	Степенной метод |lambda_acc - lambda|	Метод скалярных произведений (К-во итераций)	Метод скалярных произведений |lambda_acc - lambda|
0	0.000001	8	1.010466e-07	5	7.807632e-10
1	0.000010	7	8.962432e-07	4	6.142240e-08
2	0.000100	6	7.949358e-06	4	6.142240e-08
3	0.001000	5	7.051089e-05	3	4.832066e-06
4	0.010000	4	6.256611e-04	3	4.832066e-06

Рис. 2: Матрица Гильберта 4*4

	eps	Степенной метод (К-во итераций)	Степенной метод |lambda_acc - lambda|	Метод скалярных произведений (К-во итераций)	Метод скалярных произведений |lambda_acc - lambda|
0	0.000001	9	5.092551e-08	5	4.204326e-09
1	0.000010	8	3.826848e-07	5	4.204326e-09
2	0.000100	7	2.875727e-06	4	2.374148e-07
3	0.001000	6	2.161023e-05	3	1.340649e-05
4	0.010000	4	1.221369e-03	3	1.340649e-05

Рис. 3: Матрица Гильберта 5*5