

Санкт–Петербургский государственный университет

Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем

Гусев Егор Игоревич

Вычислительный практикум

Отчет по заданию №3

Преподаватель:
Т.О. Евдокимова

Санкт-Петербург
2021 г.

Содержание

1. Ссылка на код	3
2. Постановка задачи	3
3. Теория	3
4. Численный эксперимент	3
4.1. Описание	3
4.2. Результаты	4

1. Ссылка на код

Код доступен по ссылке на [github](#).

2. Постановка задачи

1. Решить СЛАУ с помощью метода вращения.
2. Реализовать метод регуляризации для нескольких плохо обусловленных матриц и понять, какое значение будет наилучшим для каждой матрицы.
3. Сравнить полученные результаты с результатами, полученными разложением методом квадратного корня.

3. Теория

При LU-разложении у матрицы могут увеличиться числа обусловленности, т.к. преобразования соответствуют умножению матрицы на некоторую матрицу P (совокупность элементарных преобразований). Для того, чтобы этого избежать, можем использовать унитарные матрицы (в вещественном случае - ортогональные). Получим разложение $A=QR$, $Q = \sum P_i^{-1}$. Здесь Q – ортогональная, а R – верхняя треугольная. Для QR разложения будем использовать метод вращения, заключающийся в повороте матрицы на определённый угол путём умножения её на матрицы $T_{12} \dots T_{1n} \dots T_{(n-1,n)}$, где T_{ij} – матрица, где на позициях ii , ij , ji , jj стоят соответственно \cos , $-\sin$, \sin , \cos , что приведёт к обнулению нижней части матрицы.

4. Численный эксперимент

4.1 Описание

Мы будем рассматривать данный метод на Гильбертовых матрицах размерностей 3×3 , 5×5 и 7×7 , как в задании 2.

1. Реализуем метод поворота (найдем матрицы Q, R)
2. Сравним величину погрешности и чисел обусловленности с методом квадратного корня

4.2 Результаты

Матрица Гильберта 3 порядка:
Метод вращений:
 $||x - x_{rot}|| = 1.1294947886988695e-12$
Метод квадратного корня:
 $||x - x_{sqrt}|| = 9.534652216788915e-13$

Рис. 1: Матрица Гильберта 3*3

Матрица Гильберта 5 порядка:
Метод вращений:
 $||x - x_{rot}|| = 2.137419809119381e-09$
Метод квадратного корня:
 $||x - x_{sqrt}|| = 1.260076336595603e-09$

Рис. 2: Матрица Гильберта 5*5

Матрица Гильберта 7 порядка:
Метод вращений:
 $||x - x_{rot}|| = 2.3491692014153707e-07$
Метод квадратного корня:
 $||x - x_{sqrt}|| = 1.3747772130289027e-06$

Рис. 3: Матрица Гильберта 7*7