

Санкт–Петербургский государственный университет

Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем

Гусев Егор Игоревич

Вычислительный практикум

Отчет по заданию №4

Преподаватель:
Т.О. Евдокимова

Санкт-Петербург
2021 г.

Содержание

1. Ссылка на код	3
2. Постановка задачи	3
3. Теория	3
4. Численный эксперимент	3
4.1. Описание	3
4.2. Результаты	4

1. Ссылка на код

Код доступен по ссылке на github.

2. Постановка задачи

1. Решить СЛАУ методом простой итерации и методом Зейделя.
2. Сравнить погрешности решений и количество итераций в методе простой итерации и в методе Зейделя.

3. Теория

Итерационные методы заключаются в последовательном уточнении решения до тех пор, пока погрешность не станет приемлемой. Каждый последующий вектор x получают по рекуррентной формуле $x_{k+1} = F_k(x_0 \dots x_k)$. Простейшими итерационными методами являются метод простой итерации и метод Зейделя. В общем виде метод простой итерации выглядит следующим образом: $x_{k+1} = B_k x_k + c_k$. В общем виде метод Зейделя выглядит следующим образом: $x_{k+1} = -(D + L)^{-1} R x_k + (D + L)^{-1} b$, где D , L , R – соответственно диагональная матрица, полученная из исходной, нижняя и верхняя треугольные матрицы с нулями на главной диагонали, полученные из исходной.

4. Численный эксперимент

4.1 Описание

Мы будем рассматривать данный метод на Гильбертовых матрицах размерностей 2×2 , 3×3 и 4×4 и матрицы из методички Пакулиной.

1. Реализуем методы простой итерации и Зейделя.
2. Будем варьировать $\epsilon = |x_k - x_{k+1}|$
3. Сравним количество итераций в методах и погрешности

4.2 Результаты

	eps	Метод ПИ (К-во итераций)	Метод ПИ $ x - x_a $
\			
0	1.000000e-10	196	3.204989e-11
1	1.000000e-09	180	3.201108e-10
2	1.000000e-08	164	3.197484e-09
3	1.000000e-07	148	3.193877e-08
4	1.000000e-06	132	3.190275e-07
5	1.000000e-05	116	3.186677e-06
6	1.000000e-04	100	3.183083e-05
7	1.000000e-03	84	3.179493e-04
8	1.000000e-02	68	3.175907e-03
9	1.000000e-01	52	3.172325e-02

	Метод Зейделя (К-во итераций)	Метод Зейделя $ x - x_a $
0	93	2.344472e-10
1	85	2.342121e-09
2	77	2.339495e-08
3	69	2.336858e-07
4	61	2.334223e-06
5	53	2.331590e-05
6	45	2.328960e-04
7	37	2.326333e-03
8	29	2.323710e-02
9	21	2.321089e-01

Рис. 1: Матрица Гильберта 2*2

	eps	Метод ПИ (К-во итераций)	Метод ПИ $ x - x_a $
\			
0	1.000000e-10	500	2.746722e+120
1	1.000000e-09	500	2.746722e+120
2	1.000000e-08	500	2.746722e+120
3	1.000000e-07	500	2.746722e+120
4	1.000000e-06	500	2.746722e+120
5	1.000000e-05	500	2.746722e+120
6	1.000000e-04	500	2.746722e+120
7	1.000000e-03	500	2.746722e+120
8	1.000000e-02	500	2.746722e+120
9	1.000000e-01	500	2.746722e+120

	Метод Зейделя (К-во итераций)	Метод Зейделя $ x - x_a $
0	1177	5.082412e-09
1	1058	5.067862e-08
2	939	5.054045e-07
3	820	5.040329e-06
4	701	5.026657e-05
5	581	5.110850e-04
6	462	5.096988e-03
7	343	5.083163e-02
8	224	5.069376e-01
9	105	5.055626e+00

Рис. 2: Матрица Гильберта 3*3

Видно, что метод Зейделя достигает заданной точности за меньшее число итераций.

eps	Метод ПИ (К-во итераций)	Метод ПИ x - x_a
1.000000e-10	500	inf
1.000000e-09	500	inf
1.000000e-08	500	inf
1.000000e-07	500	inf
1.000000e-06	500	inf
1.000000e-05	500	inf
1.000000e-04	500	inf
1.000000e-03	500	inf
1.000000e-02	500	inf
1.000000e-01	500	inf
Метод Зейделя (К-во итераций)	Метод Зейделя x - x_a	
19718	1.029257e-07	
17346	1.028972e-06	
14974	1.028818e-05	
12601	1.029676e-04	
10229	1.029536e-03	
7857	1.029396e-02	
5485	1.029257e-01	
3113	1.029117e+00	
741	1.028978e+01	
68	1.921986e+01	

Рис. 3: Матрица Гильберта 4*4

	eps	Метод ПИ (К-во итераций)	Метод ПИ x - x_a
\			
0	1.000000e-10	500	59.385291
1	1.000000e-09	500	59.385291
2	1.000000e-08	500	59.385291
3	1.000000e-07	500	59.385291
4	1.000000e-06	500	59.385291
5	1.000000e-05	500	59.385291
6	1.000000e-04	500	59.385291
7	1.000000e-03	500	59.385291
8	1.000000e-02	500	59.385291
9	1.000000e-01	500	59.385291
	Метод Зейделя (К-во итераций)	Метод Зейделя x - x_a	
0	5329	2.394337e-08	
1	4777	2.387655e-07	
2	4224	2.390972e-06	
3	3671	2.394298e-05	
4	3119	2.387662e-04	
5	2566	2.390984e-03	
6	2013	2.394312e-02	
7	1461	2.387675e-01	
8	908	2.390997e+00	

Рис. 4: Матрица из методички Пакулиной