

Санкт–Петербургский государственный университет

Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем

Гусев Егор Игоревич

Вычислительный практикум

Отчет по заданию №1

Преподаватель:
Т.О. Евдокимова

Санкт-Петербург
2021 г.

Содержание

1. Ссылка на код	3
2. Постановка задачи	3
3. Теория	3
4. Численный эксперимент	3
4.1. Описание	3
4.2. Результаты	4
5. Код	4

1. Ссылка на код

2. Постановка задачи

Задача: определение влияния ошибок округления на решения системы линейных алгебраических уравнений (далее – СЛАУ). Поиск зависимости между величиной числа обусловленности матрицы левой части и погрешностью решения СЛАУ.

3. Теория

Поиск решения СЛАУ вида $Ax=b$. Для измерения влияния изменения матриц уравнения на изменения решения используют качественные критерии – числа обусловленности матрицы левой части. Качественные критерии:

1. Спектральный критерий: $cond_s = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$, $cond_s > 10^4$ – признак плохой обусловленности.
2. Объемный критерий (критерий Ортеги): $cond_v = \frac{\det A}{\prod_{i=1}^N \sqrt{\sum_{n=1}^N a_{ni}^2}}$
3. Угловой критерий: $cond_a = \max \|a_n\| \cdot \|c_n\|$, где a_n – n-я строка матрицы A , c_m – m-й вектор-столбец матрицы $C = A^1$.

4. Численный эксперимент

4.1 Описание

Берутся несколько различных матриц левых частей (хорошо и плохо обусловленные). Вычисляются числа обусловленности с помощью качественных критериев из теоретической части. Затем варьируются правые и левые части СЛАУ и вычисляются нормы ошибок решений и числа обусловленности. При $cond > 10^4$ считается, что матрица является плохо обусловленной и решение будет сильно меняться при возмущении.

4.2 Результаты

Matrix:
[[-400.6 199.8]
[1198.8 -600.4]]
Vector:
[200 -600]
Exact solution:
[-0.2 0.6]
Spectral criterion: 1998.00200000000195
VolumetricCriterion: 0.0016661112044730382
AngleCriterion: 600.2000330561862

variation	norm(x - x*)	cond(A)
0.01	0.010478989513561266	1951.1736846629044
1e-05	1.073018588235677e-05	1997.9540491426708
1e-08	1.073047538708476e-08	1998.0019520479627

Рис. 1: Матрица из методички А.Н.Пакулиной

5. Код

Код доступен по ссылке на github.

```

Matrix:
[[1.          0.5          0.33333333]
 [0.5         0.33333333 0.25        ]
 [0.33333333 0.25         0.2         ]]
Vector:
[0.41184867 0.19223475 0.90926948]
Exact solution:
[ 24.06427165 -141.5859877  141.42171261]
Spectral criterion: 526.1588210797212
VolumetricCriterion: 0.0013191794224663115
AngleCriterion: 172.88724649319923

```

variation	norm(x - x*)	cond(A)
0.01	9.697443359612954	538.6850883228569
1e-05	0.008825467749557383	526.1696828723801
1e-08	8.824674027303618e-06	526.1588319399983

Рис. 2: Матрица Гильберта 3*3

```

Matrix:
[[1.          0.5          0.33333333 0.25          0.2          ]
 [0.5         0.33333333 0.25          0.2          0.16666667]
 [0.33333333 0.25         0.2          0.16666667 0.14285714]
 [0.25        0.2         0.16666667 0.14285714 0.125         ]
 [0.2         0.16666667 0.14285714 0.125         0.11111111]]
Vector:
[0.8123261 0.0977013 0.33143265 0.60980399 0.55963896]
Exact solution:
[ -162.15098641  3301.27149731 -14665.90781301  22429.1923141
 -11031.67288499]
Spectral criterion: 480849.11699433636
VolumetricCriterion: 6.216691887968004e-11
AngleCriterion: 95157.69988922618

```

variation	norm(x - x*)	cond(A)
0.01	2494.51544566115	510496.3211696472
1e-05	1.871354498291915	480868.9960750305
1e-08	0.0018708011060359143	480849.13686465035

Рис. 3: Матрица Гильберта 5*5

```

Matrix:
[[1.      0.      0.      ]
 [0.      0.5     0.      ]
 [0.      0.      0.3333333]]
Vector:
[0.42918657 0.59702354 0.22874515]
Exact solution:
[0.42918657 1.19404709 0.68623545]
Spectral criterion: 4.365266951236265
VolumetricCriterion: 1.0000000000000002
AngleCriterion: 1.0

```

variation	norm(x - x*)	cond(A)
0.01	0.052123242210675276	4.427118525259783
1e-05	4.899878760528646e-05	4.365320411367884
1e-08	4.899585071319146e-08	4.365267004688521

Рис. 4: Диагональная матрица

```

Matrix:
[[1.  0.99]
 [0.99 0.98]]
Vector:
[1.99 1.97]
Exact solution:
[1 1]
Spectral criterion: 39205.99999999993
VolumetricCriterion: -5.1015202463969356e-05
AngleCriterion: 19602.000025507565

```

variation	norm(x - x*)	cond(A)
0.01	1.414213562371577	38417.99999997942
1e-05	0.0014142135627274663	39205.2080040103
1e-08	1.4142136804847146e-06	39205.999208002555

Рис. 5: Пример из презентации