

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт космических и информационных технологий
институт
Программная инженерия
кафедра

ОТЧЕТ О ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ

Автоматы с магазинной памятью,
контекстно-свободные грамматики и языки

тема

Преподаватель

А. С. Кузнецов

инициалы, фамилия

подпись, дата

Студент КИ23-16/16, 032322546

номер группы, зачётной книжки

Е. А. Гуртякин

инициалы, фамилия

подпись, дата

Красноярск 2025

СОДЕРЖАНИЕ

1 ВВЕДЕНИЕ.....	3
1.1 Цель работы.....	3
1.2 Задачи.....	3
2 ХОД РАБОТЫ.....	4
2.1 Задание 1	4
2.2 Задание 2	4
2.3 Задание 3	5
3 ЗАКЛЮЧЕНИЕ	7

1 ВВЕДЕНИЕ

1.1 Цель работы

Исследование автоматов с магазинной памятью, контекстно-свободных грамматик и свойств контекстно-свободных языков, а также доказательство принадлежности языков к классу контекстно-свободных.

1.2 Задачи

Задание 1.

Необходимо с использованием системы JFLAP, построить МПА, предназначенный для распознавания заданного языка, либо формально доказать невозможность этого. Если не оговорено особо, то алфавитом является набор $\{a, b, c\}$. Запись $n_s(w)$ означает количество символов s в цепочке w . Предложить программную реализацию МПА.

Вариант 2 Язык $L_2 = \{ww^R : w \text{ принадлежит } \{a,b\}^*, |ww^R| - \text{нечетное число}\}$

Задание 2

Необходимо с использованием системы JFLAP, построить контекстно свободную грамматику, описывающую заданный язык, который может быть распознан алгоритмом перебора или управляемым пользователем, или формально доказать невозможность этого.

Вариант 16. Язык $L_{32} = \{uvwv^R : u, v, w \text{ принадлежат } \{a, b\}^+, |u| = |v| = 2\}$

Задание 3.

Доказать формально контекстно-свободность либо ее отсутствие заданных языков. Для доказательства рекомендуется использовать лемму о разрастании контекстно-свободных языков.

Вариант 14. Язык $L_{46} = \{a^n b^n c^j : n \leq j\}$ на алфавите $\{a, b, c\}$.

2 ХОД РАБОТЫ

2.1 Задание 1

Языку $L_2 = \{ww^R : w \text{ принадлежит } \{a,b\}^*, |ww^R| - \text{нечетное число}\}$ соответствует только пустое множество. Стока w состоящая из элементов множества $\{a,b\}$, w^R – зеркальное отображение данной строки. Длина строки ww^R всегда будет чётной. Следовательно только пустое множество решений соответствует языку L_2 . Для отображения пустого множества будет использоваться автомат, не принимающий любую строку, например пустой автомат.

2.2 Задание 2

Контекстно-свободная грамматика (КСГ) и тесты нескольких строчек для неё представлены на рисунке 1.

The screenshot shows the JFLAP software interface with the following components:

- Menu Bar:** File, Input, Test, Convert, Help.
- Toolbar:** Editor, Multiple Run (selected), Start, Pause, Step, Noninverted Tree.
- Input Field:** Input ababaaabba.
- Table Text Size:** A slider for adjusting table text size.
- Table:** Shows test results for various inputs.

Input	Result
abbaaabab	Accept
abbaaabba	Reject
abaaaabba	Reject
ababaaaabba	Accept
aabbaaabbb	Accept
- Grammar Editor:** Displays the CFG rules:

LHS	RHS
S	→ AaaBaa
S	→ AabBba
S	→ AbaBab
S	→ AbbBbb
A	→ aa
A	→ ab
A	→ ba
A	→ bb
B	→ aB
B	→ bB
B	→ a
- Buttons:** Load Inputs, Run Inputs, Clear, Enter Lambda.

Рисунок 5 – КСГ для языка

2.3 Задание 3

Вариант задания указан на рисунке 9.

Предположим, что язык L_{46} является контекстно-свободным. Тогда существует константа p из леммы о разрастании.

Рассмотрим слово:

$$s = a^p b^p c^p$$

Проверим, что $s \in L_{46}$: $n = p, j = p, n \leq j: p \leq p$ выполняется

Следовательно, s действительно принадлежит языку L_{46} . По лемме о разрастании, слово s можно разбить на пять частей:

$$s = u v w x y$$

с выполнением условий:

$$|vwx| \leq p$$

$$|vx| \geq 1$$

$$\forall i \geq 0: u v^i w x^i y \in L_{46}$$

Анализ возможных случаев:

Случай 1: vwx целиком лежит в блоке a . Тогда v и x состоят только из символов ' a '. При $i = 2$ получим слово $u v^2 w x^2 y$, в котором количество a увеличится (станет больше p), количество b останется p , количество c останется p .

Проверим условия языка:

$$n \leq j: (n > p) > p \text{ не выполняется}$$

Слово $u v^2 w x^2 y \notin L_{46}$ - противоречие с условием леммы!

Случай 2: vwx целиком лежит в блоке b . Тогда v и x состоят только из символов ' b '. При $i = 2$ получим слово $u v^2 w x^2 y$, в котором количество a останется p , количество b увеличится (станет больше p), количество c останется p .

Проверим условия языка:

$n \leq j: p \leq p$ выполняется, но нарушена структура $a^n b^n c^j$ - количество a и b не равно.

Слово $u v^2 w x^2 y \notin L_{46}$ – противоречие с условием леммы!

Случай 3: vwx целиком лежит в блоке c . Тогда v и x состоят только из символов ' c '. При $i = 0$ получим слово $u w y$, в котором количество a останется p , количество b останется p , количество c уменьшится (станет меньше p).

Проверим условия языка:

$n \leq j: p > (j < p)$ не выполняется

Слово $u w y \notin L_{46}$ - противоречие с условием леммы!

Случай 4: vwx пересекает границу между a и b . Поскольку $|vwx| \leq p$, эта подстрока не может содержать символы из блока c . При $i = 2$ получим слово $u v^2 w x^2 y$, в котором количество a и/или b увеличится. Если увеличится только количество a , то нарушится структура $a^n b^n$. Если увеличится только количество b , то также нарушится структура $a^n b^n$. Если увеличится и a , и b , то количество a и b станет больше p , а количество c останется p .

Проверим условия языка:

$n \leq j: (n > p) > p$ не выполняется

Слово $u v^2 w x^2 y \notin L_{46}$ - противоречие с условием леммы!

Случай 5: vwx пересекает границу между b и c . Поскольку $|vwx| \leq p$, эта подстрока может содержать символы из блоков b и c . При $i = 2$ получим слово $u v^2 w x^2 y$, в котором количество b и/или c увеличится. Если увеличится количество b , то нарушится структура $a^n b^n$. Если vwx содержит символы b и c , то при накачке нарушится порядок символов - блоки b и c перемешаются.

Слово $u v^2 w x^2 y \notin L_{46}$ - противоречие с условием леммы!

Заключение:

Во всех возможных случаях мы получили противоречие с условием леммы о разрастании. Следовательно, наше исходное предположение неверно.

Язык $L_{46} = \{a^n b^n c^j: n \leq j\}$ не является контекстно-свободным.

3 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам работы был изучен теоретический материал по теме «Автоматы с магазинной памятью, контекстно-свободные грамматики и языки». Все поставленные цели и задачи были выполнены. Задания были выполнены и помогли лучше усвоить пройденный материал.