

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт космических и информационных технологий
институт
Программная инженерия
кафедра

ОТЧЕТ О ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ №3

Автоматы с магазинной памятью, контекстно-свободные грамматики и языки
тема

Преподаватель

подпись, дата

А. С. Кузнецов

инициалы, фамилия

Студент КИ23-16/16, 032318988
номер группы, зачётной книжки

подпись, дата

Е. А. Александров

инициалы, фамилия

Красноярск 2025

1.1 Цель

Исследование автоматов с магазинной памятью, контекстно-свободных грамматик и свойств контекстно-свободных языков, а также доказательство принадлежности языков к классу контекстно-свободных.

1.2 Задачи

В рамках данной практической работы необходимо выполнить следующие задачи:

1 Ознакомиться со сведениями по теории автоматов с магазинной памятью (МПА) и контекстно-свободных грамматики (КСГ) и языков (КСЯ);

2 Получить у преподавателя собственный вариант задания, в котором должны быть указаны цепочки или наборы цепочек символов для распознавания МПА и КСЯ, которые должны быть описаны создаваемыми КСГ, а также языки, для которых требуется доказать принадлежность или непринадлежность к классу КСЯ;

3 Используя изученные механизмы, разработать в системе JFLAP согласно постановке задачи МПА. В случае невозможности создания МПА это должно доказываться формально. Используя изученные механизмы, разработать в системе JFLAP согласно постановке задачи соответствующие КСГ. В случае невозможности создания КСГ это должно доказываться формально;

4 Используя реализацию леммы о разрастании, предлагаемую системой JFLAP в качестве тренажера, ознакомиться с примерами доказательства принадлежности или непринадлежности языков к классу КСЯ;

5 На основе любого доступного формального механизма, доказать принадлежность заданного языка классу КСЯ. Рекомендуется использование леммы о разрастании;

6 Написать отчет и представить его к защите вместе с полученными JFF-файлами.

1.3 Задание

В рамках практической даны следующие задания:

1 Необходимо с использованием системы JFLAP, построить МПА, предназначенный для распознавания заданного языка, либо формально доказать невозможность этого. Если не оговорено особо, то алфавитом является набор $\{a, b, c\}$. Запись $n_s(w)$ означает количество символов s в цепочке w . Предложить программную реализацию МПА;

2 Необходимо с использованием системы JFLAP, построить контекстно-свободную грамматику, описывающую заданный язык, который может быть распознан алгоритмом перебора или управляемым пользователем, или формально доказать невозможность этого;

3 Доказать формально контекстно-свободность либо ее отсутствие заданных языков. Для доказательства рекомендуется использовать лемму о разрастании контекстно-свободных языков.

Вариант задания представлен в таблице 1.

Таблица 1 – Вариант задания

Пункт задания	Данные
1	Язык $L_{11} = \{w: n_a(w) < n_b(w)\}$
2	Язык $L_{25} = \{a^n b^m c^k : n = m \text{ или } n \neq m, m \geq 0, n \geq 0, k \geq 0\}$
3	Язык $L_{39} = \{a^n b^j c^k : k > j, k > n\}$ на алфавите $\{a, b, c\}$

2 ХОД РАБОТЫ

2.1 Задание 1

Построим автомат с магазинной памятью. Граф переходов представлен на рисунке 1.

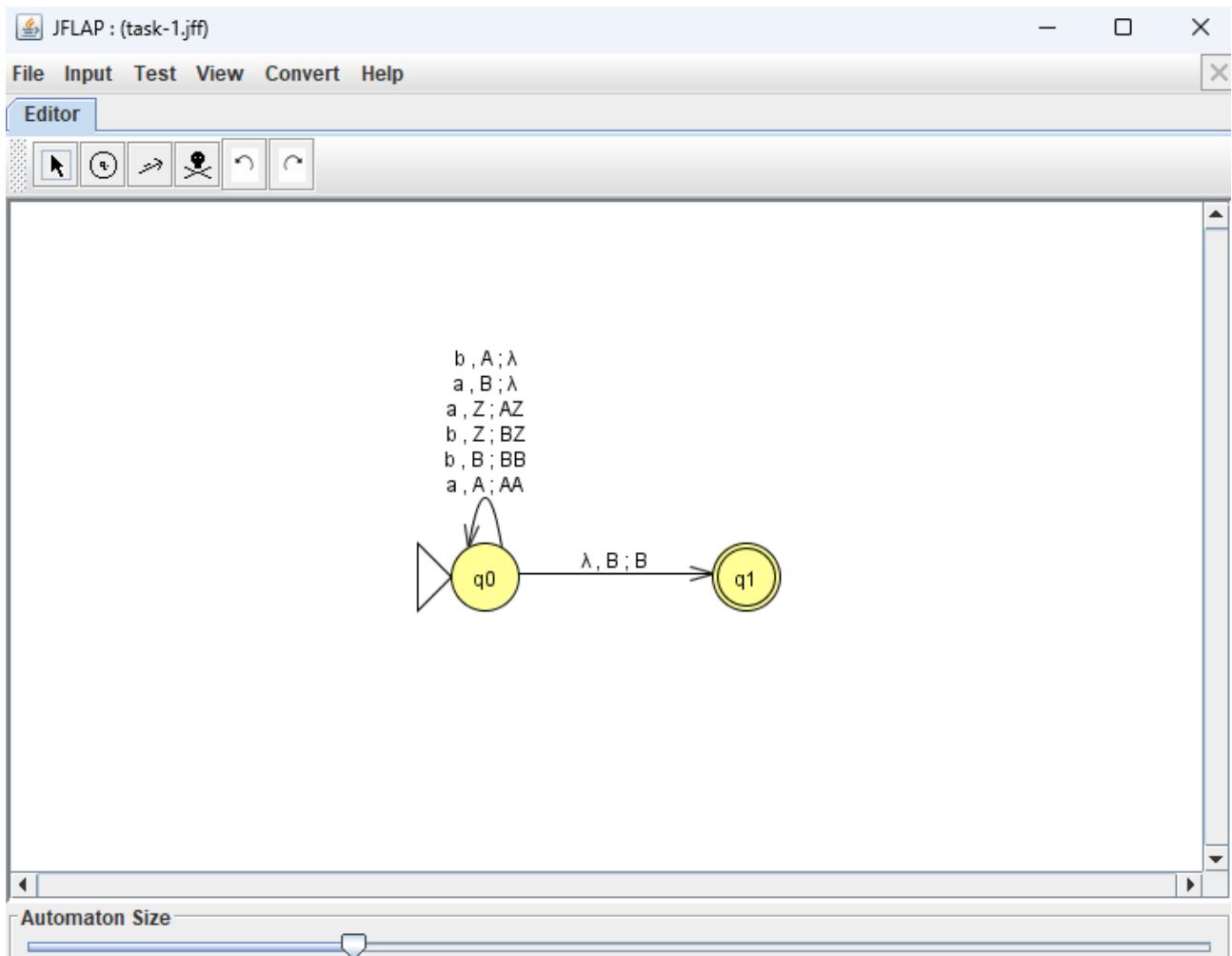


Рисунок 1 – Граф переходов

Пошаговое выполнение МПА для цепочки «abb». Процесс пошагового выполнения показан на рисунках 2-6.

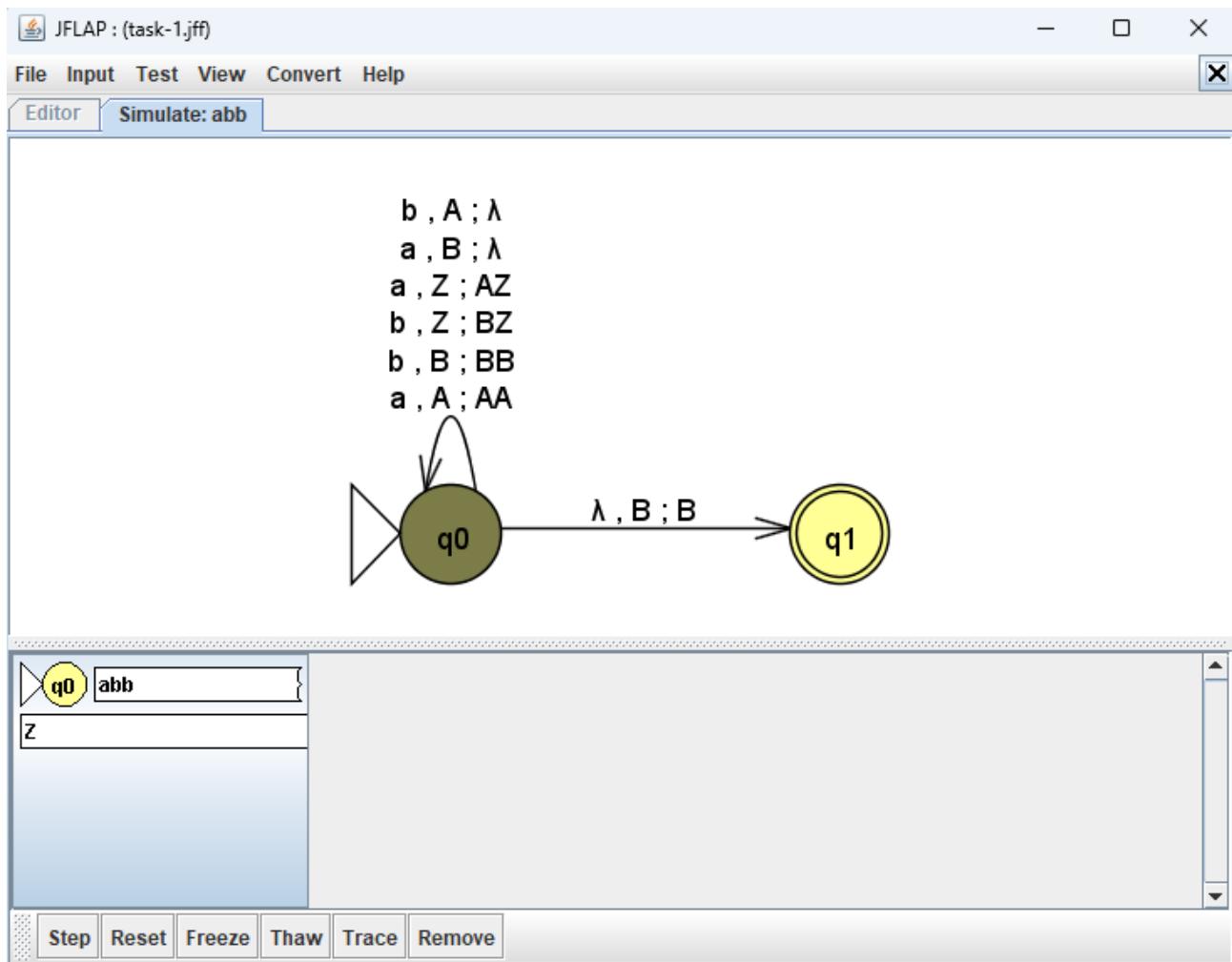


Рисунок 2 – Пошаговое выполнение МПА для цепочки «abb», часть 1

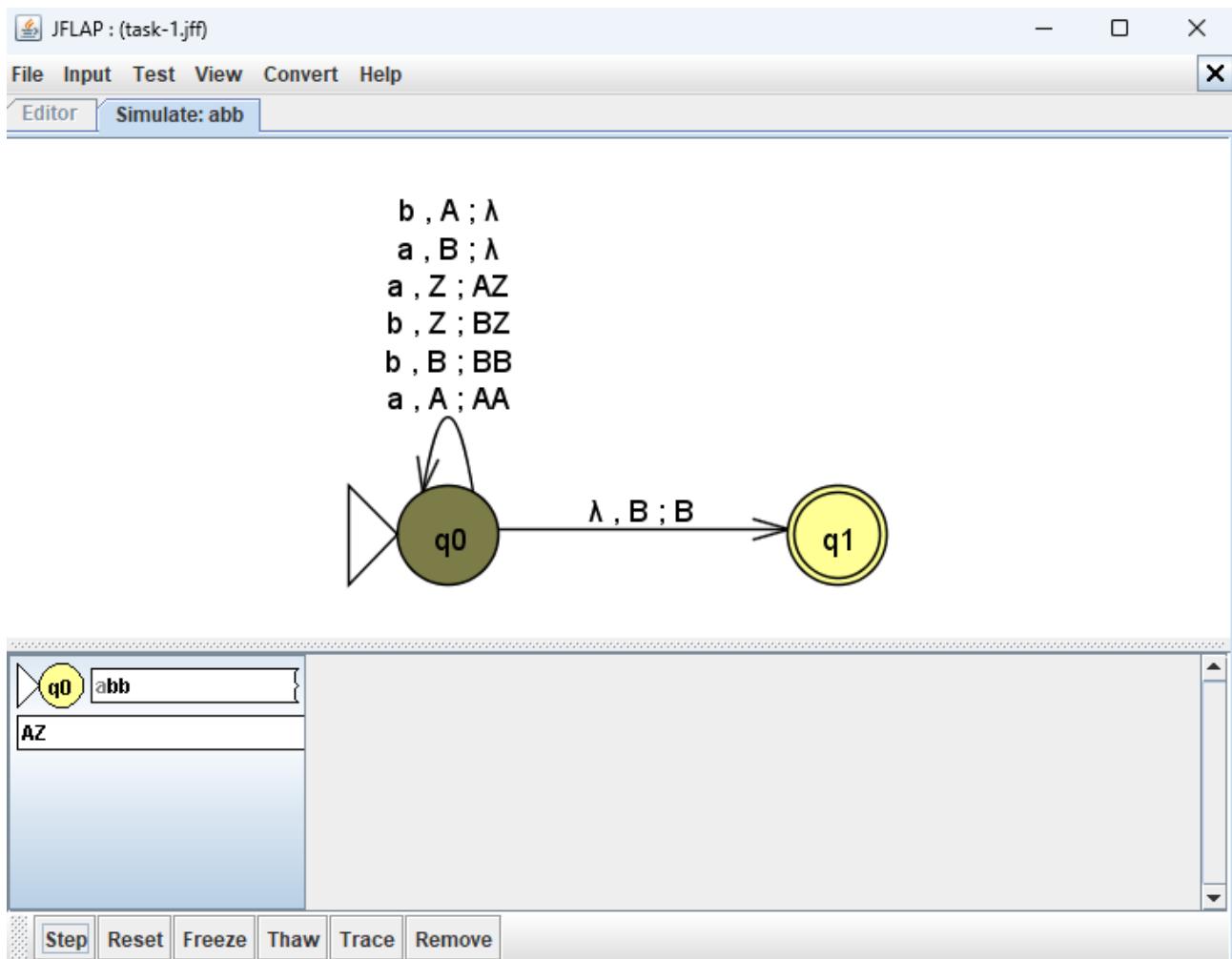


Рисунок 3 – Пошаговое выполнение МПА для цепочки «abb», часть 2

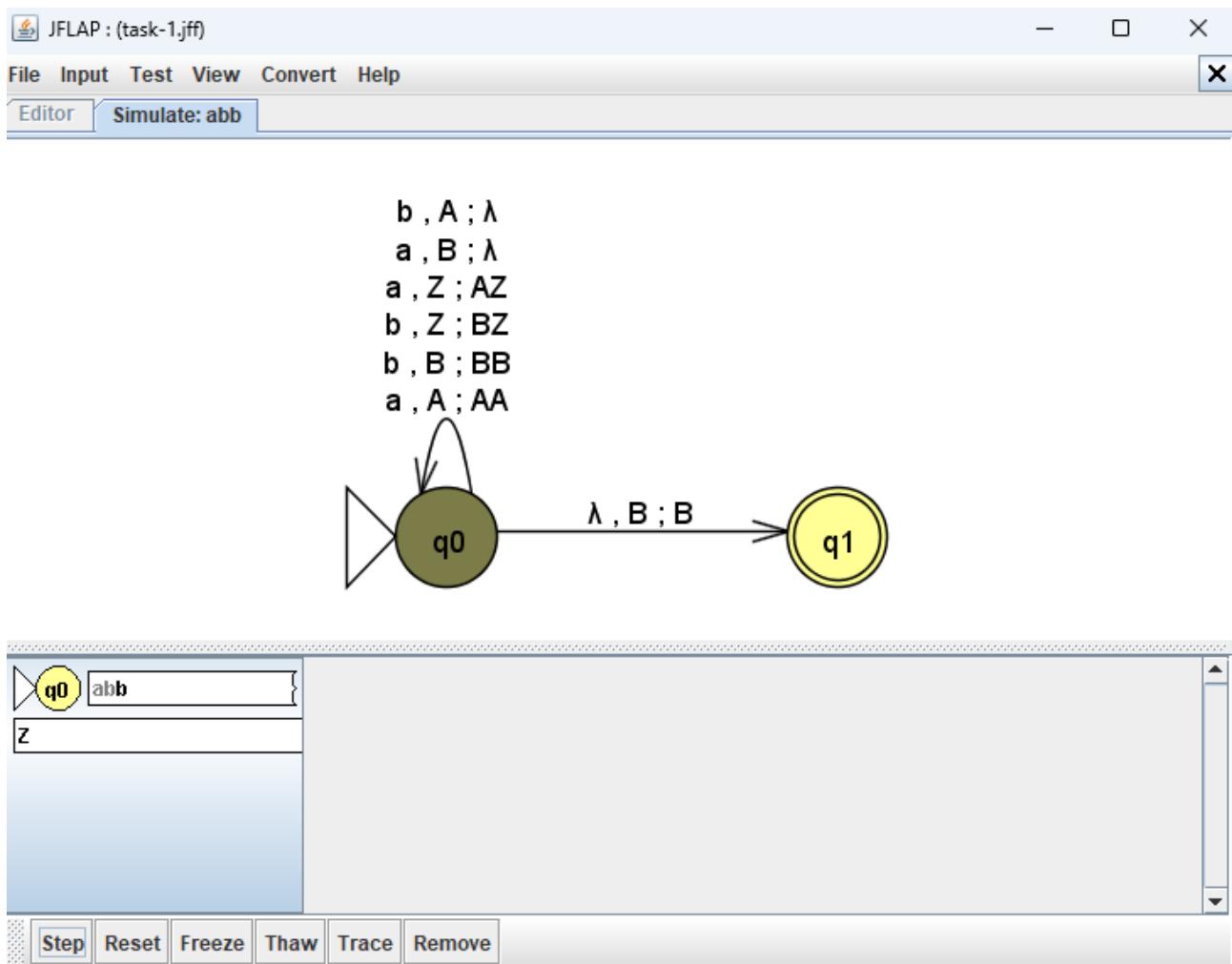


Рисунок 4 – Пошаговое выполнение МПА для цепочки «abb», часть 3

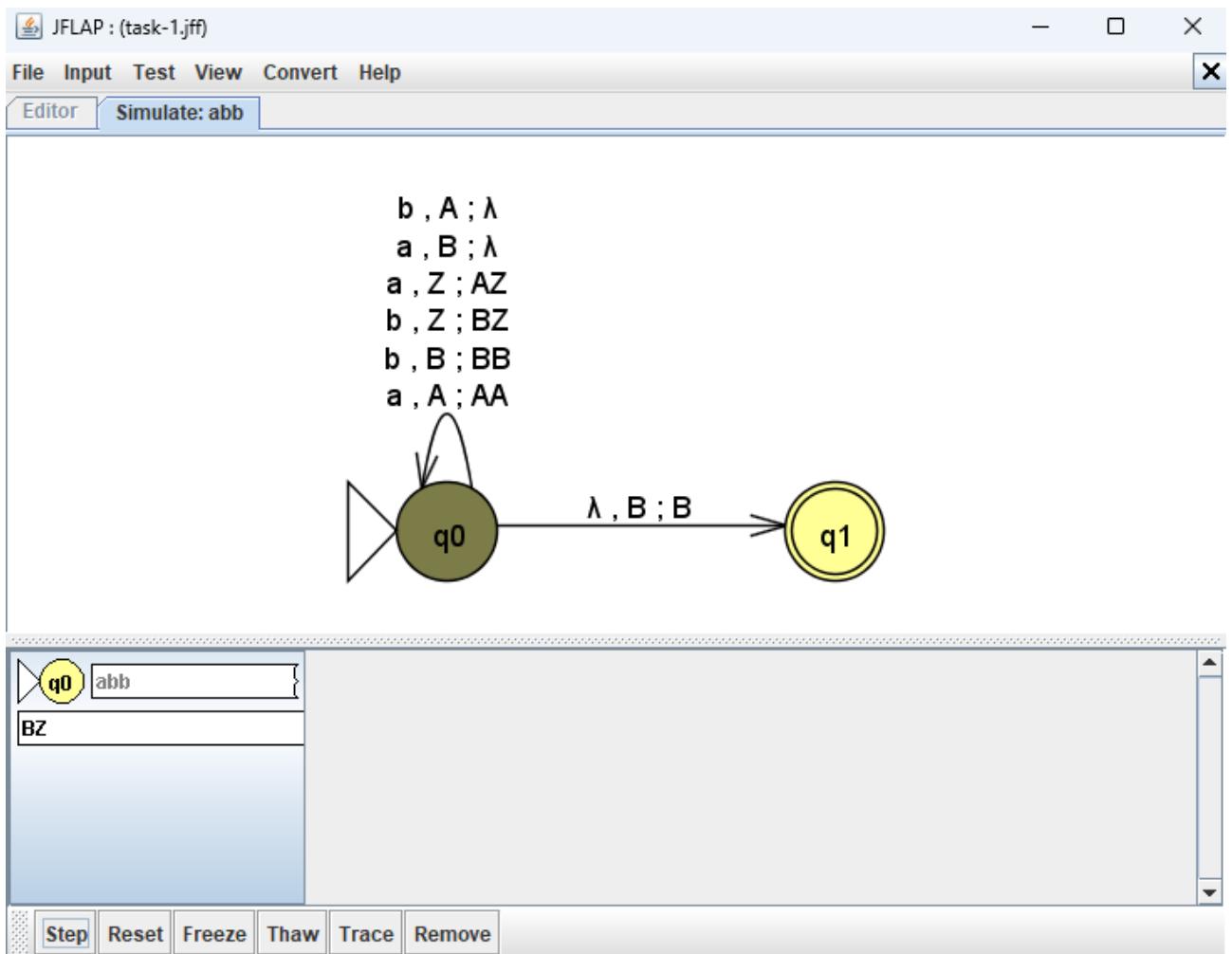


Рисунок 5 – Пошаговое выполнение МПА для цепочки «abb», часть 4

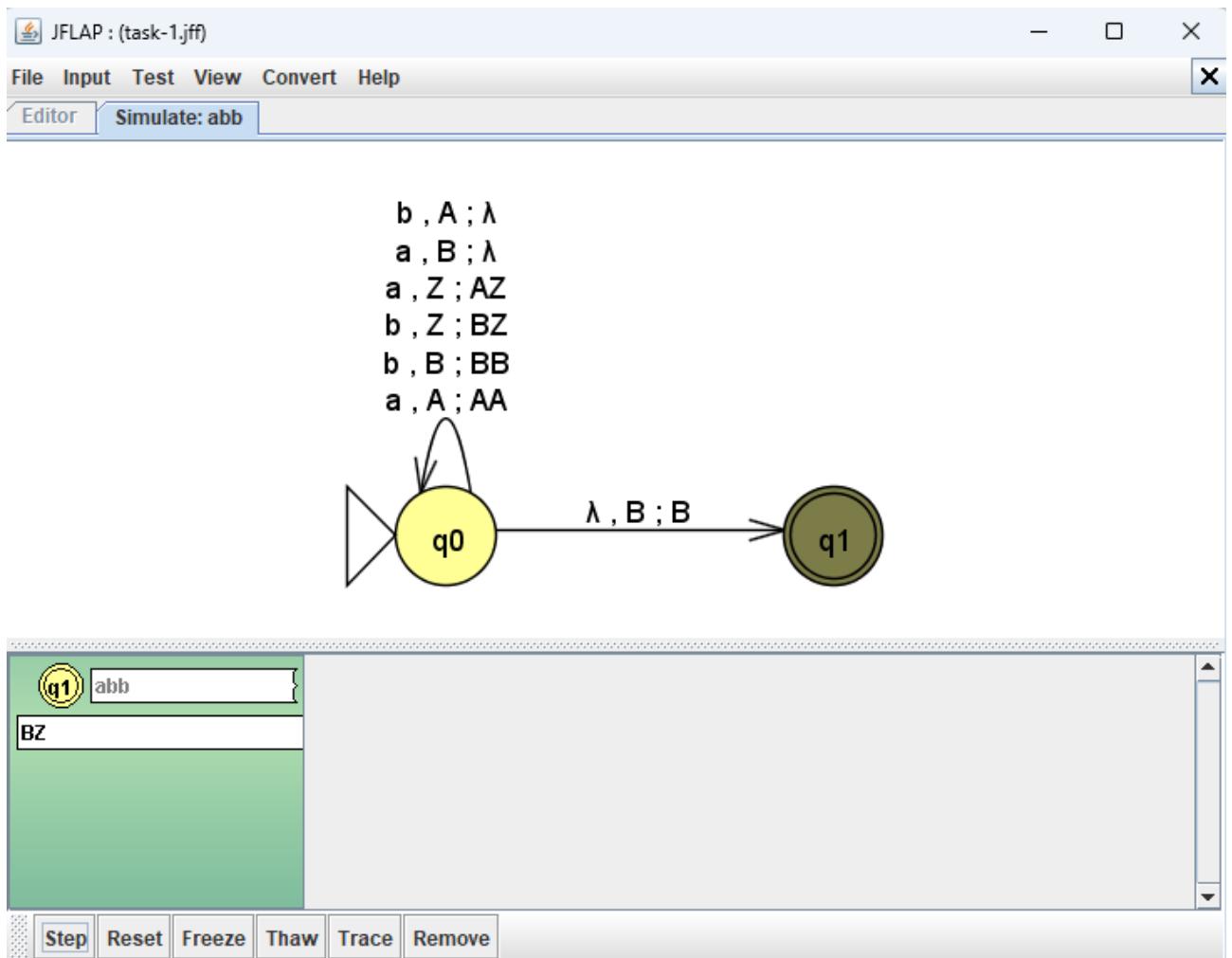


Рисунок 6 – Пошаговое выполнение МПА для цепочки «abb», часть 5

Пошаговое выполнение МПА для цепочки «баа» Процесс пошагового выполнения показан на рисунках 7-10.

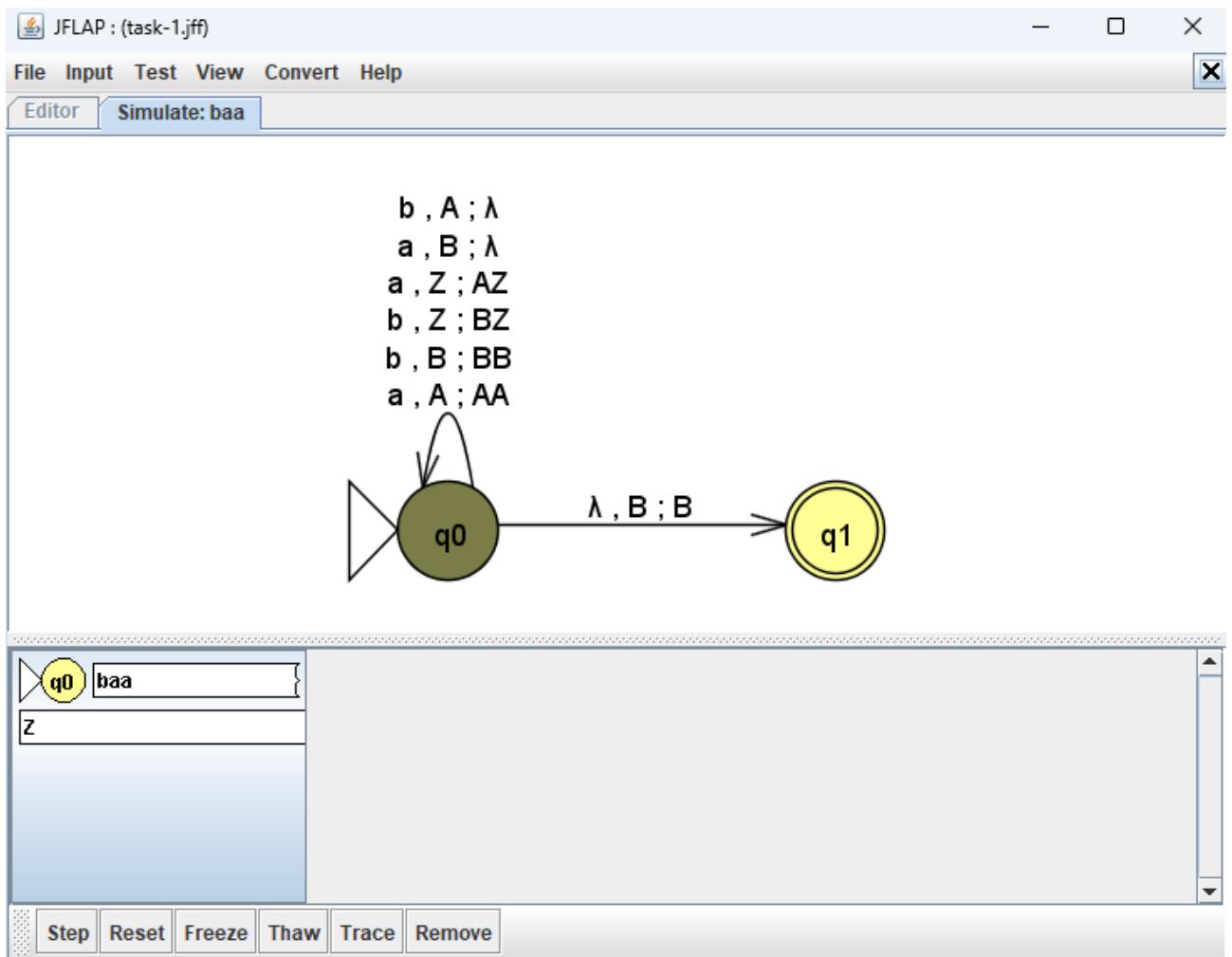


Рисунок 7 – Пошаговое выполнение МПА для цепочки «баа», часть 1

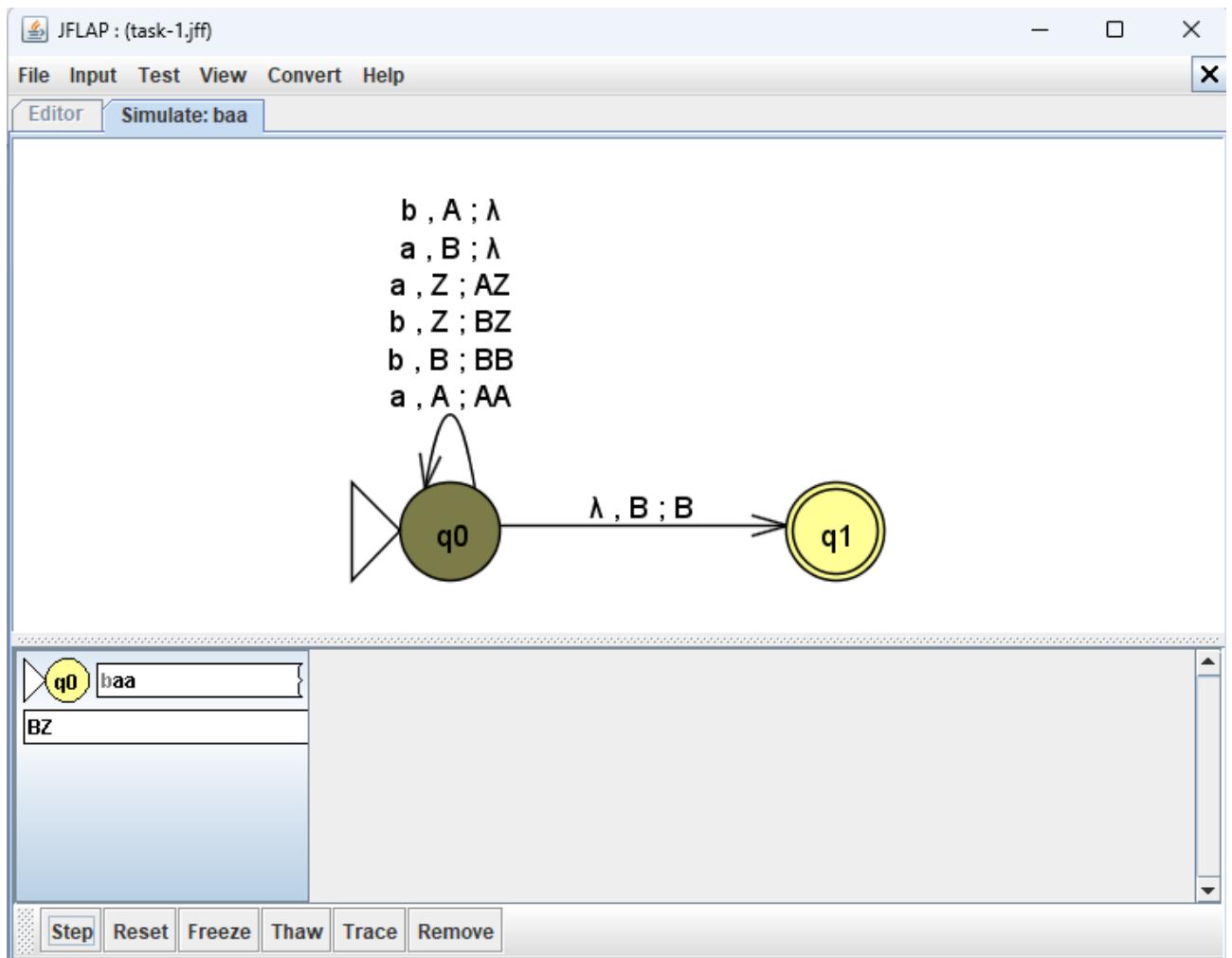


Рисунок 8 – Пошаговое выполнение МПА для цепочки «баа», часть 2

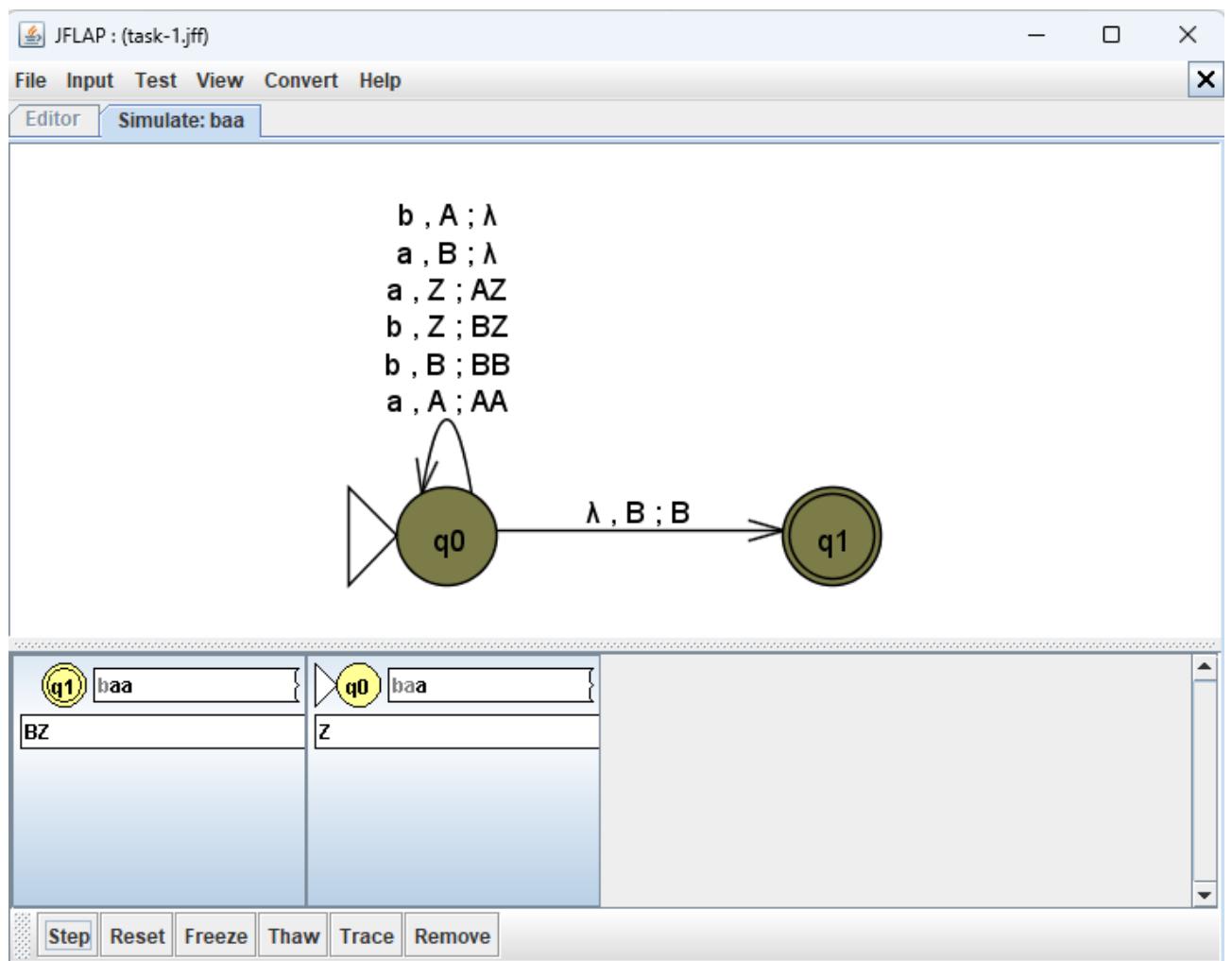


Рисунок 9 – Пошаговое выполнение МПА для цепочки «баа», часть 3

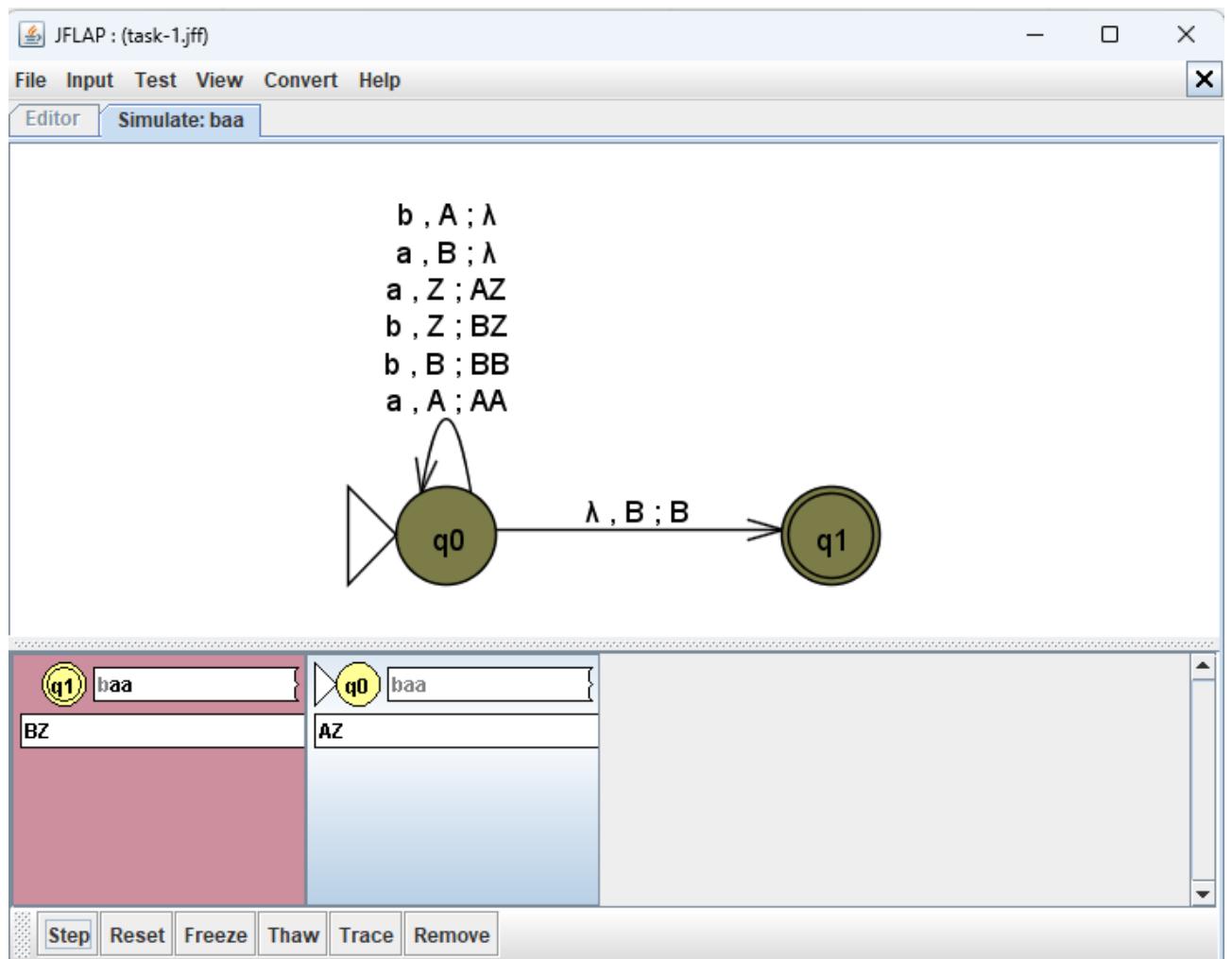


Рисунок 10 – Пошаговое выполнение МПА для цепочки «baa», часть 4

2.2 Задание 2

Контекстно-свободная грамматика (КСГ) представлена на рисунке 11.

LHS	RHS
S	$\rightarrow AC$
S	$\rightarrow BD$
A	$\rightarrow aAb$
A	$\rightarrow \lambda$
C	$\rightarrow cC$
C	$\rightarrow \lambda$
B	$\rightarrow aB$
B	$\rightarrow \lambda$
D	$\rightarrow bDc$
D	$\rightarrow bM$
D	$\rightarrow cN$
M	$\rightarrow bM$
M	$\rightarrow \lambda$
N	$\rightarrow cN$
N	$\rightarrow \lambda$

Рисунок 11 – КСГ

Результат распознавания цепочки «abc» представлены на рисунке 12

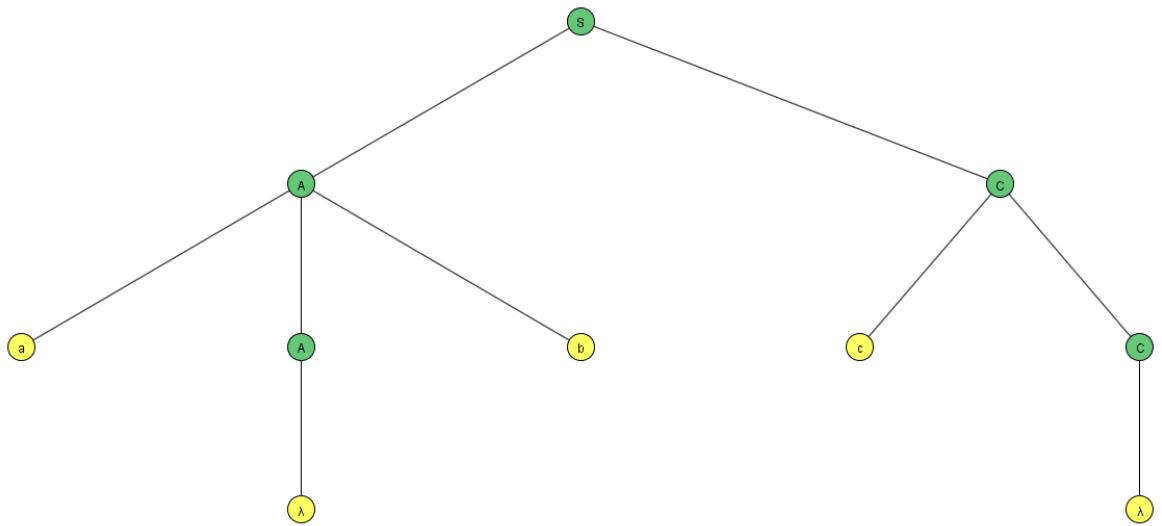


Рисунок 12 - Результат распознавания цепочки «abc»

Результат распознавания цепочки «abbc» представлены на рисунке 13.

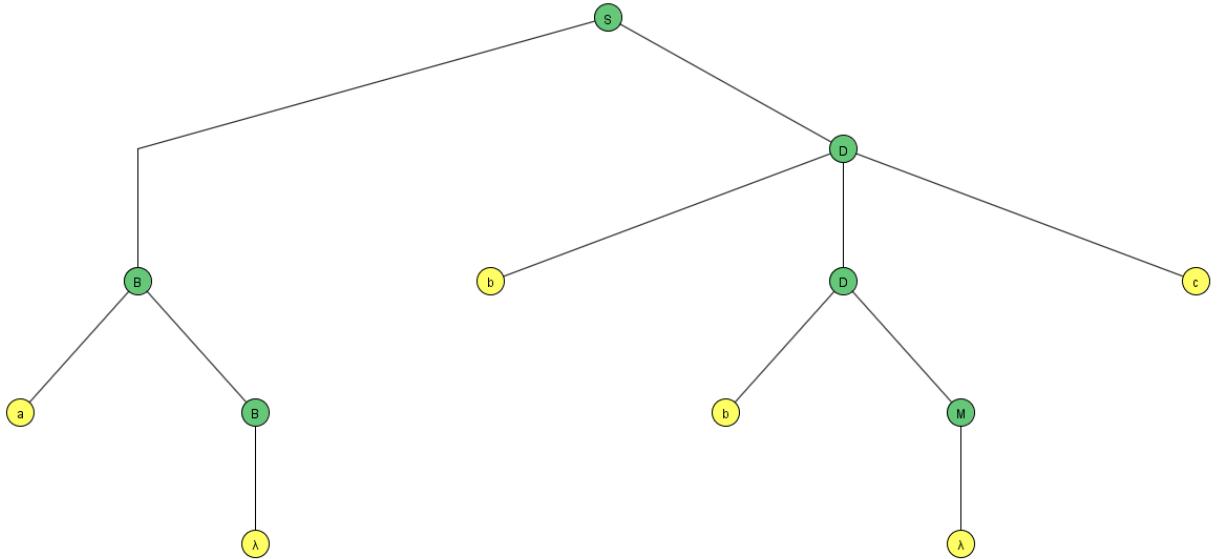


Рисунок 13 - Результат распознавания цепочки «abbc»

2.3 Задание 3

Предположим, что язык L_{39} является контекстно-свободным. Тогда существует константа p из леммы о разрастании.

Рассмотрим слово:

$$s = a^p b^p c^{p+1}$$

Проверим, что $s \in L_{39}$:

$$\begin{aligned} n &= p, j = p, k = p + 1 \\ k > j: p + 1 &> p \text{ выполняется} \\ k > n: p + 1 &> p \text{ выполняется} \end{aligned}$$

Следовательно, s действительно принадлежит языку L_{39} .

По лемме о разрастании, слово s можно разбить на пять частей:

$$s = u v x y z$$

с выполнением условий:

$$\begin{aligned} |vxy| &\leq p \\ |vy| &\geq 1 \\ \forall i \geq 0: uv^i xy^i z &\in L_{39} \end{aligned}$$

Анализ возможных случаев:

Случай 1: vxy целиком лежит в блоке a . Тогда v и y состоят только из символов 'a'. При $i = 0$ получим слово uxz , в котором количество a уменьшится (станет меньше p), количество b останется p , количество c останется $p + 1$

Проверим условия языка:

$$\begin{aligned} k > j: p + 1 &> p \text{ выполняется} \\ k > n: p + 1 &> (n < p) \text{ выполняется} \end{aligned}$$

Слово $uxz \in L_{39}$ - противоречия нет.

Случай 2: vxy целиком лежит в блоке b . Тогда v и y состоят только из символов ' b '. При $i = 0$ получим слово uxz , в котором количество a останется p , количество b уменьшится (станет меньше p), количество c останется $p + 1$

Проверим условия языка:

$$k > j: p + 1 > (j < p) \text{ выполняется}$$

$$k > n: p + 1 > p \text{ выполняется}$$

Слово $uxz \in L_{39}$ - противоречия нет.

Случай 3: vxy целиком лежит в блоке c . Тогда v и y состоят только из символов ' c '. При $i = 0$ получим слово uxz , в котором количество a останется p , количество b останется p , количество c уменьшится (станет $\leq p$)

Проверим условия языка:

$$k > j: (k \leq p) > p \text{ не выполняется}$$

$$k > n: (k \leq p) > p \text{ не выполняется}$$

Слово $uxz \notin L_{39}$ - ПРОТИВОРЕЧИЕ с условием леммы!

Случай 4: vxy пересекает границу между a и b . Поскольку $|vxy| \leq p$, эта подстрока не может содержать символы из блока c . При $i = 0$ получим слово uxz , в котором количество a и b уменьшится (оба станут меньше p), количество c останется $p + 1$.

Проверим условия языка:

$$k > j: p + 1 > (j < p) \text{ выполняется}$$

$$k > n: p + 1 > (n < p) \text{ выполняется}$$

Слово $uxz \in L_{39}$ - противоречия нет.

Случай 5: vxy пересекает границу между b и c . Поскольку $|vxy| \leq p$, эта подстрока может содержать символы из блоков b и c . При $i = 0$ получим слово uxz , в котором количество a останется p , количество b и c уменьшится.

Рассмотрим подслучай, когда в vy есть хотя бы один символ ' c '. Тогда количество c станет $\leq p$. Количество b может стать меньше p .

Проверим условия языка:

$k > j: (k \leq p) > (j \leq p)$ - может выполняться, если j уменьшилось сильно

$$k > n: (k \leq p) > p \text{ не выполняется}$$

Слово $uxz \notin L_{39}$ - ПРОТИВОРЕЧИЕ с условием леммы!

Заключение:

В Случае 3 и Случае 5 мы получили противоречие с условием леммы о разрастании. Следовательно, наше исходное предположение неверно.

Язык $L_{39} = \{a^n b^j c^k : k > j, k > n\}$ не является контекстно-свободным.

3 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам работы был изучен теоретический материал по теме «Автоматы с магазинной памятью, контекстно-свободные грамматики и языки». Все поставленные цели и задачи были выполнены. Задания были выполнены и помогли лучше усвоить пройденный материал.