

Санкт-Петербургский Политехнический Университет

Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики, ФизМех

01.03.02 Прикладная математика и информатика

## Лабораторная работа №1

Дисциплина “Дискретная математика”

Тема “Кодирование информации”

Вариант “Алгоритм Фано”

## Поставленная задача

Реализовать алгоритм кодирования (и декодирования) Фано, добавить возможность взаимодействия пользователя с алгоритмом.

## Используемый язык программирования

Python 3.10.6

## Описание алгоритма

Кодирование Фано:

Вход:  $b$  — индекс начала обрабатываемой части массива вероятностей  $prob$ ,  
 $e$  — индекс конца обрабатываемой части массива вероятностей  $prob$ ,  
 $k$  — количество разрядов кода символа  
Массив  $prob$  - массив кортежей вида  $(sym, p)$ , где  $sym$  - символ из сообщения,  $p$  - вероятность (частота) его появления в сообщении

Выход: заполненный массив кодов  $encoding$ .

```
Fano(b, e, k):  
    if e > b then  
        m := Med(b, e) //деление массива на две части  
        k := k + 1  
        for i from b to e do  
            encoding[i, k] := i > m  
        end for  
        Fano(b, m, k) //обработка первой части  
        Fano(m + 1, e, k) //обработка второй части  
    end if
```

Функция Med - поиск медианы массива

Вход:  $b$  — индекс начала обрабатываемой части массива  $probs$ ,  
 $e$  — индекс конца обрабатываемой части массива  $probs$ .

Выход:  $m$  — индекс медианы

```
Med(b,e):  
    Sb := 0 //сумма элементов первой части  
    for i from b to e - 1 do  
        Sb := Sb + probs[i] //вначале все, кроме последнего  
    end for  
    Se := probs[e] //сумма элементов второй части  
    m := e //начинаем искать медиану с конца  
    repeat d := |Sb - Se| //разность сумм первой и второй частей  
        m := m - 1 //сдвигаем границу медианы вниз  
        Sb := Sb - probs[m]; Se := Se + probs[m] //перевычисляем суммы  
    until |Sb - Se| ≥ d  
    return m
```

## Пример работы алгоритма

probs	Шаг 1	Шаг 2	Шаг 3	Коды
0.5	0.5			0
0.3	0.5	0.3		10
0.15		0.3	0.15	110
0.05			0.05	111

Цветаи обозначил полученные разделения массива медианой: за каждую желтую ячейку строки добавляем 0 в конец кода, за красную - 1

## Область применения реализованного алгоритма

Алгоритм кодирования работает с сообщениями любого содержания, алгоритм декодирования на вход ожидает файл с сообщением из нулей и единиц, а также корректный список кодов (формат строки файла кодов: `sym code`, где `sym` - кодируемый символ, `code` - его код)

## Вывод

1. Эффективность кодирования: Кодировка Фано продемонстрировала свою эффективность в уменьшении средней длины кодовых слов по сравнению с фиксированными кодами. Это позволяет сократить объем передаваемой информации, что особенно важно в задачах с ограниченными ресурсами.
2. Алгоритм построения: Процесс создания кодов Фано, основанный на частотах символов, показал, что правильный выбор порядка символов и их распределение существенно влияют на качество кодирования. Алгоритм, использующий рекурсивное деление, обеспечивает оптимальное решение для данной задачи.
3. Оптимальность: Кодировка Фано является одним из примеров недвусмысленного кодирования, которое гарантирует уникальное декодирование. Это свойство делает его подходящим для применения в системах передачи данных, где важна точность и надежность.