1 – Множество?

Понятие не определяемое... Но всё же, множество - это любое собрание определенных и различимых между собой объектов, мыслимых как единое целое. Объекты, из которых состоит множество, называются его элементами. Два множества равны, если они состоят из одних и тех же элементов.

2 - Операции над множествами.

Бинарные:

Пересечение. Результатом пересечения будет множество, которому принадлежат те и только те элементы, которые одновременно принадлежат двум данным множествам. Результатом пересечения с пустым множеством будет пустое множество.

Пример: A={1,2,3,4}, B={3,4,5,6}, A∩ B={3,4}.

Объединение. Результатом объединения будет множество, содержащее в себе все элементы исходных множеств. Результатом объединения пустого множества с непустым будет равно второму.

Пример: A={1,2,3,4}, B={3,4,5,6}, A∪ B={1,2,3,4,5,6}.

Разность – это теоретико-множественная операция, результатом которой является множество, в которое входят все элементы первого множества, не входящие во второе множество.

Пример: A={1,2,3,4}, B={3,4,5,6}, A\B={1,2}, B\A={5,6}.

Симметрическая разность – это теоретико-множественная операция результатом, которой является множество, в которое входят все те элементы обоих множеств, которые не являются общими для двух заданных множеств.

Пример: A={1,2,3,4}, B={3,4,5,6}, A – B={1,2,5,6}.

Декартово произведение множеств — множество, элементами которого являются всевозможные упорядоченные пары элементов исходных двух множеств.

Пример: A={1,2,3}, B={n,m}, AxB={<1,n>, <1,m>, <2,n>, <2,m>, <3,n>, <3,m>}.

Унарные:

Абсолютное дополнение: $\overline{A} := \{x \mid x \notin A\}.$ Операция дополнения подразумевает некоторый универсум (универсальное множество **U**, которое содержит **A**): $\overline{A} = U \setminus A.$

Множество всех подмножеств (булеан).

Мощность множества.

Свойства операций над множествами:

1). если $A \subset B$ и $B \subset C$, то $A \subset C$ (транзитивность),

2). если $A \subset B$ и $B \subset A$, то $A = B$,

3). $A \cup A = A$,

4). $A \cup \varnothing = A$,

5). $A \cap A = A$,

6). $A \cap \varnothing = \varnothing$,

7). $A - A = \varnothing$,

8). $A \cup B = B \cup A$ (коммутативность сложения),

9). $A \cap B = B \cap A$ (коммутативность умножения),

10). $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ (ассоциативность сложения),

11). $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ (ассоциативность умножения),

12). $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (дистрибутивность умножения относительно сложения),

13). $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$ (дистрибутивность умножения относительно вычитания),

14). $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (дистрибутивность сложения относительно умножения).

3 – Мощность множества.
Мощностью любого конечного множества можно считать число его элементов.

4 – Классификация множеств.

Конечное множество состоит из конечного числа элементов. (например, множество страниц в книге);

Пустое множество не содержит ни одного элемента. (например, множество корней уравнения sin x = 2); Пустое множество является конечным.

Бесконечное множество состоит из бесконечного числа элементов, т.е. это множество, которое не является ни конечным, ни пустым. Примеры: множество действительных чисел, множество точек плоскости, множество атомов во Вселенной и т.д.;

Счётное множество – множество, элементы которого можно пронумеровать. Например, множества натуральных, чётных, нечётных чисел. Счётное множество может быть конечным (множество книг в библиотеке) или бесконечным (множество целых чисел);

Несчётное множество – множество, элементы которого невозможно пронумеровать. Например, множество действительных чисел. Несчётное множество может быть только бесконечным…

Канторовское множество – множество, в котором каждый элемент уникален и не повторяется.

5 – Вектор.
Вектор – это упорядоченный набор элементов (синоним – “кортеж”). Понятие не определяемое. Элементы, образующие вектор называются координатами или компонентами вектора. Нумеруются слева на право. Число координат называется длиной вектора. В отличие от элементов множества координаты вектора могут совпадать.

6 – Отношение.
На самом деле отношение просто обозначает какую-либо связь между предметами или понятиями. Но отвечать нужно так: бинарным отношением между элементами множеств **A** и **B** называется любое подмножество декартова произведения $R \subseteq AxB$. Если **A** = **B**, то **R** – бинарное отношение на **A**, обозначение $< x, y >\in R \Leftrightarrow xRy$. Область определения бинарного отношения **R** есть множество *x*, таких, что существуют *y* и пара <*x,y*> принадлежит **R**. Область значений бинарного отношения **R** есть множество *y*, что существуют *x* и пара <*x,y*> принадлежит R. Дополнение бинарного отношения R между элементами A и B есть множество - **R** = (**A**x**B**)**R**. Обратное отношение для бинарного отношения **R** есть множество точек <*y,x*> таких, что точки <*x,y*> принадлежат **R**. Бинарное отношение **R** на множестве **A** может иметь следующие свойства:

- рефлексивность $\forall x \in A, < x, x >\in R$,
- иррефлексивность $\forall x \in A, < x, x >\notin R$,
- симметричность $\forall x, y \in A, < x, y >\in R \Rightarrow < y, x >\in R$,
- антисимметричность $\forall x, y, < x, y >\in R, < y, x >\in R \Rightarrow x = y$,
- транзитивность $\forall x, y, z \in A, < x, y >\in R, < y, z >\in R \Rightarrow < x, z >\in R$,
- дихотомия $\forall x \neq y$, либо $< x, y >\in R$, либо $< y, x >\in R$.

7 – Рефлексивное отношение.

Бинарное отношение R на множестве X называется рефлексивным, если всякий элемент этого множества находится в отношении R с самим собой. Формально, отношение R рефлексивно, если $\forall a \in X : \ (aRa)$

Примеры рефлексивных отношений:

- отношения эквивалентности:
  - отношение равенства $=$
  - отношение сравнимости по модулю
  - отношение параллельности прямых и плоскостей
- отношения нестрогого порядка:
  - отношение нестрогого неравенства
  - отношение нестрогого подмножества

Примеры антирефлексивных отношений:

- отношение неравенства $\neq$
- отношения строгого порядка:
  - отношение строгого неравенства $<$
  - отношение строгого подмножества $\subset$

8 – Способы задания множеств.

- *Перечисление элементов* или *получение полного списка элементов* (так описываются множество книг в библиотеке, алфавит и т.п.);
- *Описание свойств* множества (например, множество рациональных чисел, семейство кошачьих и т.д.);
- *Порождающая процедура* (например, формула общего члена числовой последовательности).

9 – Универсум.

Множество, содержащее все мыслимые объекты (все значения);

10 - Подмножество.

Множество **A** называется подмножеством множества **B**, если любой элемент множества **A** принадлежит множеству **B**.

Отношение подмножества обладает целым рядом свойств:

- рефлексивность $B \subset B$;
- антисимметричность $(A \subset B \ \wedge \ B \subset A) \Leftrightarrow (A = B)$;
- транзитивность $(A \subset B \ \wedge \ B \subset C) \Rightarrow (A \subset C)$.

11 – Соответствие и функциональное соответствие.

Соответствием между множествами **A** и **B** называется некоторое подмножество **G** их декартова произведения.

Соответствие называется функциональным (однозначным), если любому элементу множества соответствует единственный элемент множества.

Пример: Соответствие между аргументами функции и значениями этой функции является функциональным.

12 - Отношения между множествами:

Два множества **A** и **B** могут вступать друг с другом в различные отношения. Например...

(Включение)

A включено в **B**, если каждый элемент множества **A** принадлежит также и множеству **B**:

$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall a \in A\colon a \in B$.

A включает **B**, если **B** включено в **A**:

$A \supseteq B \Leftrightarrow B \subseteq A$.

(Равенство)

A равно **B**, если **A** и **B** включены друг в друга:

$A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$.

(Строгое включение)

A строго включено в **B**, если **A** включено в **B**, но не равно ему:

$A \subset B \Leftrightarrow (A \subseteq B) \wedge (A \neq B)$.

A строго включает **B**, если **B** строго включено в **A**:

$A \supset B \Leftrightarrow B \subset A$.

A и **B** не пересекаются, если у них нет общих элементов:

A и **B** не пересекаются $\Leftrightarrow \forall a \in A\colon a \notin B$.

13 – Разбиение множеств;

Разбиение множества — это представление его в виде объединения произвольного количества попарно непересекающихся подмножеств.

14 – Домен.

Домен – это объект предметной области, выражающий сущность модели данной предметной области.

15 – Логическая формула (формула алгебры логики).

Типы логических формул:

- Общезначимая (на всех наборах принимает значение 1);
- противоречивая (на всех значениях принимает значение 0);
- нейтральная (на всех наборах принимает значение как 0, так и 1).
    + Формула является *тавтологией*, если она истинна при любом наборе значений входящих в неё переменных;
    + две формулы являются эквивалентными тогда и только тогда, когда на всех наборах принимают одинаковые значения.
- Пропозициональная переменная – это формула!

16 – Логические связки.
Логические операции (логический оператор, логическая связка, пропозициональная связка) — операция над высказываниями, позволяющая составлять новые высказывания путем соединения более простых.
В качестве основных связок обычно называют ***конъюнкцию*** (логическое умножение, обознач. - ^ или **&**), ***дизъюнкцию*** (логическое сложение, обознач. - **V**), ***импликацию*** (смотрится по второму, кроме случая с 0 0 → 1, обознач. - →), ***отрицание*** (логическое “НЕ” обознач. - **¬**), **эквивалентность** (даёт 1 на различии и 0 на сходстве, обознач. - **~**). Все представленные здесь логические операции бинарные за исключение **отрицания.** Это унарная операция.

17 – Ориентированная и неориентированная связь.
Если связь ориентированная, то значит, она имеет направление (то есть, например в графе (**V, E**), где **V** это множество если ты до сих пор учишься на ИИ, то ты а) идиот; б) трус; в) ещё не врубился куда попал; вершин, а **E** множество пар, каждая из которых представляет собой связь (множество рёбер), пары в **E** являются упорядоченными, например пары (**a, b**) и (**b, a**) это две разные связи). В свою очередь в неориентированном графе, связи ненаправленные, и поэтому если существует связь (**a, b**) то значит что существует связь (**b, a**).