

Автоморфизм — Изоморфизм графа с самим собой.

Ациклический граф — граф без циклов.

Валентность вершины — см. степень вершины.

Вершина, узел — базовое понятие: точка, где могут сходиться/выходить рёбра и/или дуги. Множество вершин графа G обозначается $V(G)$.

Вес ребра — значение, поставленное в соответствие данному ребру взвешенного графа. Обычно вес — вещественное число, в таком случае его можно интерпретировать как «длину» ребра.

Взвешенный граф — граф, каждому ребру которого поставлено в соответствие некое значение (вес ребра).

Висячая вершина — вершина, степень которой равна 1 (то есть $d(v)=1$).

Вполне несвязный граф (пустой граф, нуль-граф) — регулярный граф степени 0, то есть граф без рёбер.

Высота дерева — наибольшая длина пути от корня к листу.

Гамильтонов граф — граф, в котором есть гамильтонов цикл.

Гамильтонов путь — простой путь в графе, содержащий все вершины графа ровно по одному разу.

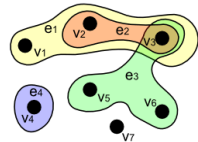
Гамильтонов цикл — простой цикл в графе, содержащий все вершины графа ровно по одному разу.

Геометрическая реализация — фигура, вершинам которой соответствуют вершины графа, рёбрам — рёбра графа и рёбра в фигуре соединяют вершины, соответствующие вершинам в графе.

Геометрический граф — плоская фигура из вершин — точек плоско

Зсти и рёбер — линий, соединяющих некоторые пары вершин. Может представлять многими способами всякий граф.

Гиперграф — совокупность из множества вершин и множества гиперрёбер (подмножество n -й евклидовой степени множества вершин, то есть гиперрёбра соединяют произвольное количество вершин).

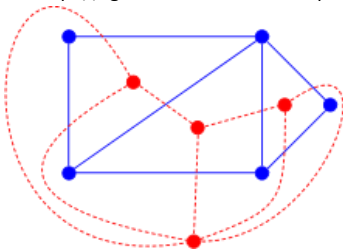


Грань — область, ограниченная рёбрами в плоском графе и не содержащая внутри себя вершин и рёбер графа. Внешняя часть плоскости тоже образует грань.

Граф — базовое понятие. Включает множество вершин и множество рёбер, являющееся подмножеством декартова квадрата множества вершин (то есть каждое ребро соединяет ровно две вершины).

Граф рода g — граф, который можно изобразить без пересечений на поверхности рода g и нельзя изобразить без пересечений ни на одной поверхности рода $g-1$. В частности, планарные графы имеют род 0.

Двойственный граф. Граф A называется двойственным к планарному графу B , если вершины графа A соответствуют граням графа B , и две вершины графа A соединены ребром тогда и только тогда, когда соответствующие грани графа B имеют хотя бы одно общее ребро.



Двудольный граф (или биграф, или чётный граф) — это граф $G(V, E)$, такой, что множество вершин V разбито на два непересекающихся подмножества V_1 и V_2 , причём всякое ребро E инцидентно вершине из V_1 и вершине из V_2 (то есть соединяет вершину из V_1 с вершиной из V_2). То есть правильная раскраска графа двумя цветами. Множества V_1 и V_2 называются «долями» двудольного графа.

Двудольный граф называется «полным», если любые две вершины из V_1 и V_2 являются смежными.

Двусвязный граф — связный граф, в котором нет шарниров.

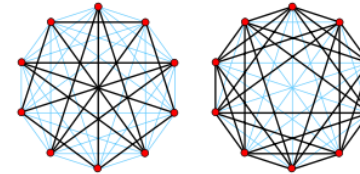
Дерево — связный граф, не содержащий циклов.

Диаметр графа — это максимум расстояния между вершинами для всех пар вершин. **Расстояние между вершинами** — наименьшее число рёбер пути, соединяющего две вершины.

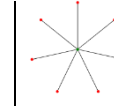
Длина маршрута — количество рёбер в маршруте (с повторениями). **Длина пути** — число дуг пути (или сумма длин его дуг, если последние заданы). Так для пути v_1, v_2, \dots, v_n длина равна $n-1$.

Дуга — это ориентированное ребро.

Дополнение графа — граф над тем же множеством вершин, что и исходный, но вершины соединены ребром тогда и только тогда, когда в исходном графе ребра нет. Граф Петерсена (слева) и его дополнение (справа).



Граф-звезда — это полный двудольный граф $K_{1,k}$: дерево с одним внутренним узлом и k листьями.



Изолированная вершина — вершина, степень которой равна 0 (то есть нет рёбер, инцидентных ей).

Изоморфизм. Два графа называются изоморфными, если существует перестановка вершин, при которой они совпадают. Иначе говоря, два графа называются изоморфными, если существует взаимно-однозначное соответствие между их вершинами и рёбрами, которое сохраняет смежность и инцидентность (графы отличаются только названиями своих вершин).

Инвариант графа — числовая характеристика графа или их упорядоченный вектор, характеризующая структуру графа инвариантно относительно перенумерации вершин.

Интервальный граф — граф, вершины которого могут быть взаимно однозначно поставлены в соответствие отрезкам на действительной оси таким образом, что две вершины инцидентны одному ребру тогда и только тогда, когда отрезки, соответствующие этим вершинам, пересекаются.

Инцидентность — понятие, используемое только в отношении ребра или дуги и вершины: если v_1, v_2 — вершины, а $e=(v_1, v_2)$ — соединяющее их ребро, тогда вершина v_1 и ребро e инцидентны, вершина v_2 и ребро e тоже инцидентны. Две вершины (или два ребра) инцидентными быть не могут. Для обозначения ближайших вершин (рёбер) используется понятие смежности.

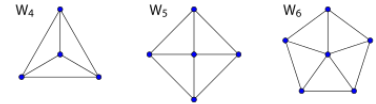
Клетка — регулярный граф наименьшего обхвата для заданной степени вершин. **(г,п)-клетка** — регулярный граф степени г (то есть из каждой вершины которого выходит ровно г рёбер) и обхвата п с наименьшим возможным числом вершин.

Клика — подмножество вершин графа, полностью соединённых друг с другом, то есть подграф, являющийся полным графом.

Кликовое число (англ. clique number) — число (G) вершин в наибольшей клике. Другие названия — густота, плотность.

Максимальная клика — клика с максимально возможным числом вершин среди клик графа.

Колесо (обозначается Wn) — это граф с n вершинами ($n \geq 4$), образованный соединением единственной вершины со всеми вершинами (n-1)-цикла.



Конструктивное перечисление графов — получение полного списка графов в заданном классе.

Компонента связности графа — некоторое подмножество вершин графа, такое, что для любых двух вершин из этого множества существует путь из одной в другую, и не существует пути из вершины этого множества в вершину не из этого множества.



Компонента сильной связности графа, слой — максимальное множество вершин ориентированного графа, такое, что для любых двух вершин из этого множества существует путь как из первой во вторую, так и из второй в первую.

Контур — замкнутый путь в орграфе.

Корень дерева — выбранная вершина дерева; в орграфе — вершина с нулевой степенью захода.

Коцикл — минимальный разрез, минимальное множество ребер, удаление которого делает граф несвязным.

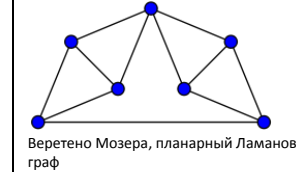
Кратные рёбра — несколько рёбер, инцидентных одной и той же паре вершин. Встречаются в мультиграфах.

Кубический граф — регулярный граф степени 3, то есть граф, в котором каждой вершине инцидентно ровно три ребра.

k-дольный граф — граф G, у которого хроматическое число $\chi(G)=k$

k-связный граф — связный граф, в котором не существует набора V' из k-1 или менее вершин, такого, что удаление всех вершин V' и инцидентных им рёбер нарушает связность графа. В частности, связный граф является 1-связным, а двусвязный — 2-связным.

Ламанов граф с n вершинами — такой граф G, что, во-первых, для каждого k любой подграф графа G, содержащий k вершин, имеет не более, чем $2k - 3$ ребра и, во-вторых, граф G имеет ровно $2n - 3$ ребра.



Лес — неориентированный граф без циклов. Компонентами связности леса являются деревья.

Лист дерева — вершина дерева с единственным ребром или входящей дугой.

Локальная степень вершины — число рёбер, ей инцидентных. Петля дает вклад, равный «2», в степень вершины.

Макси-код {max} — трудновычислимый полный инвариант графа, получаемый путем выписывания двоичных значений матрицы смежности в строчку с последующим переводом полученного двоичного числа в десятичную форму. Макси-коду соответствует такой порядок следования строк и столбцов, при котором полученное значение является максимально возможным.

Максимальное паросочетание в графе. Паросочетание называется максимальным, если любое другое паросочетание содержит меньшее число ребер.

Маршрут в графе — это чередующаяся последовательность вершин и рёбер $v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_k, v_k$, в которой любые два соседних элемента инцидентны. Если $v_0=v_k$, то маршрут замкнут, иначе открыт.

Матрица достижимости орграфа — это матрица, содержащая информацию о существовании путей между вершинами в орграфе.

Матрица инцидентности графа — это матрица, значения элементов которой характеризуется инцидентностью соответствующих вершин графа (по вертикали) и его рёбер (по горизонтали). Для неориентированного графа элемент принимает значение 1, если соответствующие ему вершина и ребро инцидентны. Для ориентированного графа элемент принимает значение 1, если инцидентная вершина является началом ребра, значение -1, если инцидентная вершина является концом ребра; в остальных случаях (в том числе и для петель) значению элемента присваивается 0.

Матрица смежности графа — это матрица, значения элементов которой характеризуются смежностью вершин графа. При этом значению элемента матрицы присваивается количество рёбер, которые соединяют соответствующие вершины (то есть которые инцидентны обоим вершинам). Петля считается сразу двумя соединениями для вершины, то есть к значению элемента матрицы в таком случае следует прибавлять 2.

Мини-код {min} — трудновычислимый полный инвариант графа, получаемый путем выписывания двоичных значений матрицы смежности в строчку с последующим переводом полученного двоичного числа в десятичную форму. Мини-коду соответствует такой порядок следования строк и столбцов, при котором полученное значение является минимально возможным.

Минимальный каркас (или каркас минимального веса, минимальное остовное дерево) графа — ациклическое (не имеющее циклов) множество рёбер в связном, взвешенном и неориентированном графе, соединяющих между собой все вершины данного графа, при этом сумма весов всех рёбер в нём минимальна.

Множество смежности вершины v — множество вершин, смежных с вершиной v.

Минором графа называется граф, который можно получить из исходного путем удаления и стягивания дуг.

Мост — ребро, удаление которого увеличивает количество компонент связности в графе.

Мультиграф — граф, в котором может быть пара вершин, которая соединена более чем одним ребром (ненаправленным), либо более чем двумя дугами противоположных направлений.

Направленный граф — ориентированный граф, в котором две вершины соединяются не более чем одной дугой.

Направленный ациклический граф — ориентированный граф без контуров.

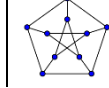
Независимые вершины — попарно несмежные вершины графа.

Неразделимым графом — называется, связный, непустой, не имеющий точек сочленения граф.

Нормированный граф — ориентированный граф без циклов.

Нуль-граф (вполне несвязный граф, пустой граф) — регулярный граф степени 0, то есть граф, не содержащий рёбер.

Обхват — длина наименьшего цикла в графе. Граф Петерсена имеет обхват 5.



Объединение графов (помеченных графов G_1, G_2, \dots, G_n) — граф $G = (V, E)$, множеством вершин которого является $\bigcup_{i=1}^n V_i$, а множеством рёбер — $\bigcup_{i=1}^n E_i$.

Окрестность порядка k — множество вершин на расстоянии k от заданной вершины v ; иногда толкуется расширительно как множество вершин, отстоящих от v на расстоянии не больше k .

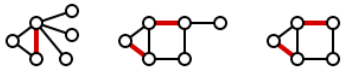
Окружение — множество вершин, смежных с заданной.

Орграф, ориентированный граф $G = (V, E)$ есть пара множеств, где V — множество вершин (узлов), E — множество дуг (ориентированных рёбер). **Дуга** — это упорядоченная пара вершин (v, w) , где вершину v называют началом, а w — концом дуги. Можно сказать, что дуга $v \rightarrow w$ ведёт от вершины v к вершине w , при этом вершина w смежна с вершиной v .

Остовное дерево (остов) (неориентированного) связного графа $G = (V, E)$ — всякий частичный граф $S = (V, T)$, являющийся деревом.

Остовный подграф — подграф, содержащий все вершины.

Паросочетание — это набор попарно несмежных рёбер.



Петля — ребро, начало и конец которого находятся в одной и той же вершине.

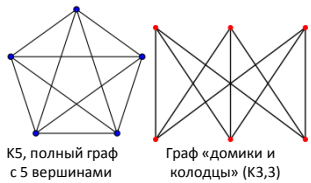
Пересечение графов (помеченных графов G_1, G_2, \dots, G_n) — граф $G = (V, E)$, множеством вершин которого является $\bigcap_{i=1}^n V_i$, а множеством рёбер — $\bigcap_{i=1}^n E_i$.

Перечисление графов — подсчет числа неизоморфных графов в заданном классе (с заданными характеристиками).

Периферийная вершина — вершина, эксцентриситет которой равен диаметру графа.

Планарный граф — граф, который может быть изображён (уложен) на плоскости без пересечения рёбер. Изоморфен плоскому графу, то есть является графом с пересечениями, но допускающий его плоскую укладку, поэтому может отличаться от плоского графа изображением на плоскости. Таким образом, может быть разница между плоским графом и планарным графом при изображении на плоскости.

Два примера непланарных графов



Плоский граф — геометрический граф, в котором никакие два ребра не имеют общих точек, кроме инцидентной им обоим вершины (не пересекаются). Является уложенным графом на плоскости.

Подграф исходного графа — граф, содержащий некое подмножество вершин данного графа и некое подмножество инцидентных им рёбер. По отношению к подграфу исходный граф называется суперграфом.

Полный граф — граф, в котором для каждой пары вершин v_1, v_2 , существует ребро, инцидентное v_1 и v_2 (каждая вершина соединена ребром с любой другой вершиной).

Полный инвариант графа — числовая характеристика графа или их упорядоченный вектор, значения которой необходимо и достаточно для установления изоморфизма графов.

Полным двудольным называется двудольный граф, в котором каждая вершина одного подмножества соединена ребром с каждой вершиной другого подмножества

Помеченный граф — граф, вершинам или дугам которого присвоены какие-либо метки, например, натуральные числа или символы какого-нибудь алфавита.

Порождённый подграф — подграф, порождённый множеством рёбер исходного графа. Содержит не обязательно все вершины графа, но эти вершины соединены такими же ребрами, как в графе.

Порядок графа — количество вершин графа.

Правильная раскраска графа — раскраска, при которой каждый цветной класс является независимым множеством. Иначе говоря, в правильной раскраске любые две смежные вершины должны иметь разные цвета.

Произведение графов — для данных графов G_1, G_2, \dots, G_n произведением называется граф $G = (V, E)$, вершины которого $V(G) = V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$ — декартово произведение множеств вершин исходных графов.

Простая цепь — маршрут, в котором все вершины различны.

Простой граф — граф, в котором нет кратных рёбер и петля.

Простой путь — путь, все рёбра которого попарно различны[4]. Другими словами, простой путь не проходит дважды через одно ребро.

Простой цикл — цикл, не проходящий дважды через одну вершину.

Псевдограф — граф, который может содержать петли и/или кратные рёбра.

Пустой граф (вполне несвязный граф, нуль-граф) — регулярный граф степени 0, то есть граф, не содержащий рёбер.

Путь — последовательность рёбер (в неориентированном графе) и/или дуг (в ориентированном графе), такая, что конец одной дуги (ребра) является началом другой дуги (ребра). Или последовательность вершин и дуг (рёбер), в которой каждый элемент инцидентен предыдущему и последующему[4]. Может рассматриваться как частный случай маршрута.

Путь в орграфе — это последовательность вершин v_1, v_2, \dots, v_n , для которой существуют дуги $v_1 \rightarrow v_2, v_2 \rightarrow v_3, \dots, v_{n-1} \rightarrow v_n$. Говорят, что этот путь начинается в вершине v_1 , проходит через вершины v_2, v_3, \dots, v_{n-1} , и заканчивается в вершине v_n .

Радиус графа — минимальный из эксцентриситетов вершин связного графа; вершина, на которой достигается этот минимум, называется центральной вершиной.

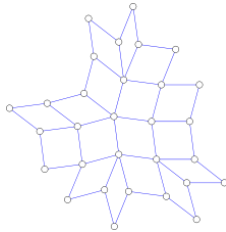
Разбиение графа — представление исходного графа в виде множества подмножеств вершин по определенным правилам.

Разделяющая вершина — то же, что и шарнир и точка сочленения.

Развёртка графа — функция, заданная на вершинах ориентированного графа.

Разрез — множество рёбер, удаление которого делает граф несвязным.

Рамочный граф — граф, который можно нарисовать на плоскости таким способом, что любая ограниченная грань является четырёхугольником и любая вершина с тремя и менее соседями инцидентна неограниченной грани.



Раскраска графа — разбиение вершин на множества (называемые цветами). Если при этом нет двух смежных вершин, принадлежащих одному и тому же множеству (то есть две смежные вершины всегда разного цвета), то такая раскраска называется правильной.

Расстояние между вершинами — длина кратчайшей цепи (в орграфе пути), соединяющей заданные вершины. Если такой цепи (пути) не существует, расстояние полагается равным бесконечности.

Ребро — базовое понятие. Ребро соединяет две вершины графа.

Регулярный граф — граф, степени всех вершин которого равны. Степень регулярности является инвариантом графа и обозначается $r(G)$. Для нерегулярных графов $r(G)$ не определено. Регулярные графы представляют особую сложность для многих алгоритмов.

Регулярный граф степени 0 (вполне несвязный граф, пустой граф, нуль-граф) — граф без рёбер.

Самодвойственный граф — граф, изоморфный своему двойственному графу.

Связность. Две вершины в графе связаны, если существует соединяющая их (простая) цепь.

Связный граф — граф, в котором все вершины связаны.

Сечение графа — множество рёбер, удаление которых делит граф на два изолированных подграфа, один из которых, в частности, может быть тривиальным графом.

Сеть — в принципе, то же, что и граф, хотя сетями обычно называют графы, вершины которых определённым образом помечены.

Ориентированная сеть — ориентированный граф, не содержащий контуров.

Сильная связность. Две вершины в ориентированном графе сильно связаны, если существует путь из первой во вторую и из второй в первую.

Сильно связный орграф — орграф, в котором все вершины сильно связаны.

Смежность — понятие, используемое в отношении только двух рёбер либо только двух вершин: Два ребра, инцидентные одной вершине, называются смежными; две вершины, инцидентные одному ребру, также называются смежными. (ср. Инцидентность.)

Смешанный граф — граф, содержащий как ориентированные, так и неориентированные рёбра.

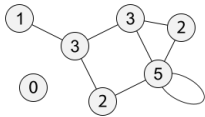
Совершенное паросочетание — паросочетание, содержащее все вершины графа.

Соединением двух графов G и H не имеющих общих вершин, называется граф $G \cup H$. Из определения видно, что соединение графов обладает свойствами коммутативности и ассоциативности

Спектр графа — множество всех собственных значений матрицы смежности с учётом кратных рёбер.

Степень вершины — количество рёбер графа G , инцидентных вершине x .

Граф, на вершинах которого отмечены степени.

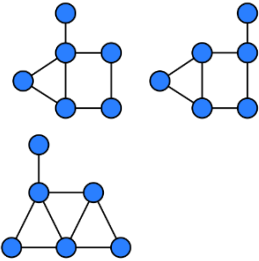


Стягивание ребра графа — замена концов ребра одной вершиной, соседями новой вершины становятся соседи этих концов. Граф G_{-1} стягиваем к G_{-2} , если второй можно получить из первого последовательностью стягиваний рёбер.

Суграф (частичный граф) исходного графа — граф, содержащий все вершины исходного графа и подмножество его рёбер. (ср. Подграф.)

Суперграф — это любой граф, содержащий исходный граф (то есть для которого исходный граф является подграфом).

Тожественный граф — граф, у которого возможен единственный автоморфизм — тождественный. Образно говоря, тождественный граф — это «абсолютно несимметричный» граф. Тожественный граф из одной вершины есть просто одна отдельная вершина. Тожественных графов из 2, 3, 4 и 5 вершин не существует.



Точка сочленения — то же, что и шарнир и разделяющая вершина.

Триангуляция поверхности — укладка графа на поверхность, разбивающая её на треугольные области; частный случай топологической триангуляции.

Тривиальный граф — граф, состоящий из одной вершины.

Турнир — ориентированный граф, в котором каждая пара вершин соединена одним ребром. Таким образом, турнир — это орграф, в котором каждая пара вершин соединена одной направленной дугой.

Узел — точка, где могут сходиться/выходить рёбра и/или дуги.

Укладка: граф укладывается на некоторой поверхности, если его можно нарисовать на этой поверхности так, чтобы рёбра графа при этом не пересекались. (См. Планарный граф, Плоский граф.)

Упорядоченный граф — граф, в котором рёбра, выходящие из каждой вершины, однозначно пронумерованы, начиная с 1. Рёбра считаются упорядоченными в порядке возрастания номеров. При графическом представлении часто рёбра считают упорядоченными в порядке некоторого стандартного обхода (например, против часовой стрелки).

Хроматическое число графа — минимальное количество цветов, требуемое для раскраски вершин графа, при которой любые вершины, соединённые ребром, раскрашены в разные цвета.

Характеристический многочлен графа — это характеристический многочлен его матрицы смежности.

Цепь в графе — маршрут, все рёбра которого различны. Если все вершины (а тем самым и рёбра) различны, то такая цепь называется простой (элементарной). В цепи $v_0, e_1, \dots, e_k, v_k$ вершины v_0 и v_k называются концами цепи. Цепь с концами u и v соединяет вершины u и v .

Цикл — замкнутая цепь. Для орграфов цикл называется контуром.

Цикл (простой цикл) в орграфе — это простой путь длины не менее 1, который начинается и заканчивается в одной и той же вершине.

Цикл Гамильтона — то же, что и Гамильтонов цикл.

Цикломатическое число графа — минимальное число рёбер, которые надо удалить, чтобы граф стал ациклическим. Для связного графа существует соотношение: $p_1(G) = p_0(G) + |E(G)| - |V(G)|$, где $p_1(G)$ — цикломатическое число, p_0 — число компонент связности графа, $|E(G)|$ — число рёбер, а $|V(G)|$ — число вершин.

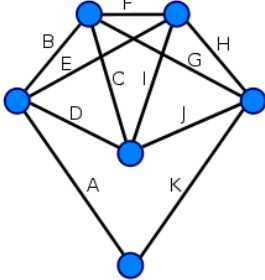
Частичный граф — то же, что и суграф.

Чётный граф — то же, что и двудольный граф.

Шарнир — вершина графа, в результате удаления которой вместе со всеми инцидентными ей рёбрами количество компонент связности в графе возрастает.

Шестерёнка (обозначается G_n) — граф, получаемый из колеса путём размещения дополнительных вершин между каждой парой смежных вершин периметра. Шестерёнки принадлежат семейству рамочных графов и играют важную роль при описании запрещённых подграфов рамочных графов.

Эйлеров граф — это граф, в котором существует цикл, содержащий все рёбра графа по одному разу (вершины могут повторяться). Каждая вершина этого графа имеет чётную степень, поэтому этот граф — эйлеров. Обход рёбер в алфавитном порядке даёт эйлеров цикл.



Эйлерова цепь (или эйлеров цикл) — это цепь (цикл), которая содержит все рёбра графа (вершины могут повторяться).

Эксцентриситет вершины — максимальное расстояние из всех минимальных расстояний от других вершин до данной вершины.

Элементарный путь — путь, вершины которого, за исключением, быть может, первой и последней, различны.

Другими словами, простой путь не проходит дважды через одну вершину, но может начаться и закончиться в одной и той же вершине, в таком случае он называется циклом (элементарным циклом).

Элементарным стягиванием называется такая процедура: берем ребро (вместе с инцидентными ему вершинами, например, u и v) и «стягиваем» его, то есть удаляем ребро и отождествляем вершины u и v . Полученная при этом вершина инцидентна тем ребрам (отличным от), которым первоначально были инцидентны u или v .