

Лабораторная работа №5

Тема: Нахождение области определения модели.

Цель работы: получить навыки нахождения области и псевдообласти определения модели и проведения проверки принадлежности произвольной точки к области определения модели.

Методические указания к выполнению работы

Область определения модели – это область, которая содержит реализации объясняющих признаков модели:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1K} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2K} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{S1} & x_{S2} & \dots & x_{SK} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_S \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

где S – количество реализаций признаков; K – количество объясняющих признаков линейной регрессионной модели.

Псевдообласть определения модели – это участок пространства, описываемые такими условиями:

$$\begin{aligned} a_k &\leq x_{sk} \leq b_k, \\ a_k &= \min_s \{x_{sk}\}, \\ b_k &= \max_s \{x_{sk}\}, \\ k &= \overline{1, K}, \quad s = \overline{1, S}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Для нахождения области определения модели, нужно найти пределы области реализаций объясняющих признаков. Для этой цели необходимо вычислить полюса и ось совокупности.

Полюса определяются выражениями:

$$\begin{aligned} Q &= [y'_{01}, y'_{02}, \dots, y'_{0K}], \\ P &= [y_{01}, y_{02}, \dots, y_{0K}], \end{aligned} \quad (5.3)$$

где $y'_{0k} = \max_s \{x_{sk}\}$; $y_{0k} = \min_s \{x_{sk}\}$.

Параметрическое уравнение оси совокупности имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} y_k &= y_{0k} + a_k t, \\ a_k &= y'_{0k} - y_{0k}, \\ k &= \overline{1, K}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Для нахождения области определения модели нужно знать проекции точек P_s на ось совокупности, причем проекции должны быть перпендикулярные одной из осей системы координат, которая образуется объясняющими признаками. Признак, определяющий эту ось, выбирается на основе содержательного анализа (с наибольшим значением коэффициента вариации или с наибольшим значением показателя размаха вариации).

Проекция оси совокупности выражаются уравнениями:

$$\begin{aligned} y_1 &= y_{0k} + (y'_{01} - y_{01})t, \\ y_k &= y_{0k} + (y'_{01} - y_{0k})t, \\ k &= \overline{1, K}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Координаты проекций точек P_s на соответствующие плоскости OX_1X_k следующие:

$$P'_s = [x_{s1}, x_{sk}]. \quad (5.7)$$

Проекция точек P'_s на проекции оси совокупности имеют координаты:

$$\begin{aligned} W'_s &= [y_{s1}, y_{sk}], \\ y_{sk} &= y_{0k} + (y'_{0k} - y_{0k}) \frac{x_{s1} - y_{01}}{y'_{01} - y_{01}}, \end{aligned} \quad (5.8)$$

где $y_{s1} = x_{s1}$.

Найденные точки P'_s и их проекции W'_s позволяют вычислить размах вариации этих признаков при произвольном значении свободного признака. Рассчитываются величины:

$$\begin{aligned} d_k &= \max_s \{d_{sk}\}, \quad k = \overline{2, K}, \\ d_{sk} &= |x_{sk} - y_{sk}|, \quad s = \overline{1, S}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Пределы условных интервалов вариации объясняющих признаков при заданных значениях свободного признака определяются выражениями:

$$y_{sk} - d_k \leq x_{sk} \leq y_{sk} + d_k. \quad (5.10)$$

Очевидно, что таких областей определения модели можно найти столько же, сколько объясняющих признаков входит в модель, поскольку каждый из них можно рассматривать как свободный признак. Все полученные таким образом решения будут равнозначны.

Порядок проверки принадлежности произвольной точки области определения модели

- 1) Найти псевдообласть определения модели.
- 2) Выбрать в качестве свободного один из объясняющих признаков модели. Сделать его первым $[X_{11}, X_{21}, \dots, X_{S1}]$.
- 3) Найти значение:

$$y_{sk} = y_{0k} + (y'_{0k} - y_{0k}) \frac{x_{s1} - y_{01}}{y'_{01} - y_{01}}.$$

- 4) Найти размах вариации признаков:

$$d_k = \max_s \{d_{sk}\}, \quad k = \overline{2, K}.$$

- 5) Проверить или попадает данная точка в область определения модели.

Задание для индивидуального выполнения

- 1) Построить уравнение регрессии по эмпирическим данным, указанным в таблице 7.1 для всех вариантов (Y – результативный признак).

- 2) Определить псевдообласть определения модели.
- 3) Определить размах вариации признаков d_k и область определения модели.
- 4) Проверить принадлежность указанных в вариантах заданий точек (таблица 7.2) к области определения модели.
- 5) Сделать выводы.

Таблица 7.1

Y	X_1	X_2	X_3	X_4
-30,3335	1,910001	0,503403	2,982421	4,495529
-0,99638	4,423048	4,792322	0,072481	2,037111
2,222002	4,316233	0,692923	1,225166	0,227363
10,43677	0,161901	0,820643	1,098056	0,085452
2,787277	1,425214	1,715445	2,768181	1,786859
4,65285	1,859188	1,778008	4,551531	2,330088
-12,7405	2,130802	1,519517	4,878536	4,033326
16,92042	4,956206	1,28132	4,758446	0,26719
13,17065	3,525193	4,082614	4,862514	2,331614
-12,1587	1,501053	3,75103	1,757408	3,878292
-9,57503	0,371715	0,992157	0,320292	1,791742
-28,9403	2,435224	2,556078	1,867275	4,929502
-36,4927	0,203558	1,1536	0,024873	4,630726
-10,0662	0,501572	1,283456	3,878445	3,398236
7,850167	4,045534	3,621632	0,425275	0,661336
-4,88798	3,780786	3,132572	0,868252	2,023988
18,448	2,76162	3,557543	2,775811	0,905789
-16,7424	4,851375	3,434706	2,643971	3,983428
-37,2181	4,028291	1,311075	0,889767	4,333781
-18,6911	0,574206	0,297555	3,807794	3,691977

Таблица 7.2

	X_1	X_2	X_3	X_4
Вариант 1	1,25	0,26	2,43	1,47
	2,16	3,12	0,25	3,45
	4,85	3,47	2,89	4,62

Варіант 2	2,45	3,65	1,78	2,98
	1,17	0,28	2,87	3,54
	3,12	4,17	2,25	1,76
Варіант 3	0,12	0,15	1,45	1,89
	3,49	2,78	1,98	2,93
	4,82	0,16	4,73	4,89
Варіант 4	2,02	3,48	2,48	3,26
	2,43	3,45	0,02	4
	3,05	2,14	3,63	2,25
Варіант 5	1,35	2,65	3,15	4,57
	2,39	1,87	1,09	3,48
	1,69	3,58	4,56	2,57
Варіант 6	4,85	3,47	2,89	4,62
	1,17	0,28	2,87	3,54
	3,05	2,14	3,63	2,25
Варіант 7	2,36	1,58	0,23	4,12
	2,49	3,11	2,89	1,98
	3,45	0,02	4,56	4,89
Варіант 8	1,17	0,28	2,87	3,54
	3,12	4,17	2,25	1,76
	0,12	0,15	1,45	1,89
Варіант 9	2,39	1,87	1,09	3,48
	1,69	3,58	4,56	2,57
	4,85	3,47	2,89	4,62
Варіант 10	0,23	4,87	3,09	2,48
	2,29	3,48	2,56	1,57
	1,85	2,35	0,26	4,85
Варіант 11	2,16	3,12	0,25	3,45
	4,85	3,47	2,89	4,62
	2,45	3,65	1,78	2,98
Варіант 12	2,43	3,45	0,02	4
	3,05	2,14	3,63	2,25
	1,35	2,65	3,15	4,57
Варіант 13	1,17	0,28	2,87	3,54
	3,05	2,14	3,63	2,25

	2,36	1,58	0,23	4,12
Варіант 14	3,12	4,17	2,25	1,76
	0,12	0,15	1,45	1,89
	2,39	1,87	1,09	3,48
Варіант 15	2,49	3,11	2,89	1,98
	3,45	0,02	4,56	4,89
	1,17	0,28	2,87	3,54

Рекомендуемая литература

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Уч. пособие для втузов. – М.: Высш. школа, 2002. – 479 с.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. Уч. пособие для втузов. – М.: Высш. Школа, 2002. – 400 с.
3. Советов Б.Я. Моделирование систем : учеб. для вузов / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. – М. : Высш. шк., 2001. – 343 с.
4. Советов Б.Я. Моделирование систем: практикум : учеб. пособие для студентов вузов. Изд. 2-е, перераб. и доп. / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. – М.: Высшая школа, 2003. – 295 с.
5. Тарасова П.В. Введение в математическое моделирование: учеб. пособие для вузов / под ред. П.В. Тарасова. – М.: Интермет Инжиниринг, 2000. – 200 с.