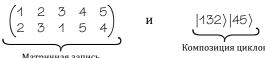
Словарик

о *Перестановка* – это отображение, которое переставляет элементы множества. У одного такого отображения есть несколько записей:



о *Цикловым типом* перестановки называется соответсвующая диаграмма Юнга (квадратики в рядах) или набор чисел. Например, у прошлой перестановки цикловой тип (3, 2). А диаграмма Юнга:



- о Порядок перестановки обозначает минимальное число раз, которое нужно применить перестановку, чтобы получить изначальную расстановку (т.е. тривиальную перестановку). Например, у перестановки выше порядок равен 6.
- о Перестановка называется чётной, если в ней присутствует чётное число циклов чётной длины.
- \circ *Композицией* двух перестановок a и β называется их последоветельное применение. И обозначается $\beta \circ a$ тут вначале применяется перестановка a, потом β .
- \circ *Обратной перестановкой а*⁻¹ называется такая переставнока, что композиция *а*⁻¹ \circ *а* тождественна, т.е. не меняет расстановки.

Задачи

- 1. Возьмите какое-нибудь четырёхбуквенное слово, скажем, прошлое слово УШКА. Покажите, что все варианты (*A сколько, кстати, их?*) тоже разбиваются на две группы, и обмен двух букв местами переводит нас из одной группы в другую.
- 2. Вова сказал своей подруге, что подарит ей доширак, если она в слове КОМАНДА сделает семь попарных обменов и получит исходное слово. В чём просчитался Вова?
- 3. Найти цикловой тип, порядок и четность перестановки

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 5 & 9 & 1 & 3 & 2 & 11 & 10 & 8 & 4 & 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

- 4. Найдите все перестановки трехэлементного множества.
- 5. Сколько существует перестановок слова РЫБА, состоящих ровно из двух циклов? Найдите эти слова.
- 6. Докажите, что любая перестановка имеет обратную.
- 7. Найдите обратную перестановку для:

(a)
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$
; (b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$.

- 8. Верно ли, что композиция двух циклов длины 2 является перестановкой порядка 1 или 2?
- 9. Пусть дана перестановка в виде композиции циклов

$$\sigma = |1, 4, 7\rangle |2, 5\rangle.$$

Напишите ее "матричный вид", ее порядок и обратную ей.

10. Пусть даны две перестановки

$$\sigma = |1, 4, 2\rangle, \quad \tau = |1, 3\rangle |2, 5\rangle.$$

Найдите композиции $\tau \circ \sigma$ и $\sigma \circ \tau$, четность и порядок этих композиций. А также их "матричный вид".

11. Пусть даны две перестановки

$$\sigma = |1, 8, 5, 2\rangle |3, 7\rangle, \quad \tau = |1, 4\rangle |2, 3, 6\rangle |5, 8\rangle.$$

Найдите композиции $\tau \circ \sigma$ и $\sigma \circ \tau$, четность и порядок этих композиций.