

Это точно алгебра?

1. Возьмите какое-нибудь четырёхбуквенное слово, скажем, прошлое слово УШКА. Покажите, что все варианты (А сколько, кстати, их?) тоже разбиваются на две группы, и обмен двух букв местами переводит нас из одной группы в другую.
2. Вова сказал своей подруге, что подарит ей доширак, если она в слове КОМАНДА сделает семь попарных обменов и получит исходное слово. В чём просчитался Вова?
3. Найти цикловой тип, порядок и четность перестановки

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 5 & 9 & 1 & 3 & 2 & 11 & 10 & 8 & 4 & 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

4. Найдите все перестановки трехэлементного множества.
5. Сколько существует перестановок слова РЫБА, состоящих ровно из двух циклов? Найдите эти слова.
6. Докажите, что любая перестановка имеет обратную.
7. Найдите обратную перестановку для:

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}; \quad (b) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

8. Верно ли, что композиция двух циклов длины 2 является перестановкой порядка 1 или 2?
9. Пусть дана перестановка в виде композиции циклов

$$\sigma = |1, 4, 7\rangle |2, 5\rangle.$$

Напишите ее “матричный вид”, ее порядок и обратную ей.

10. Пусть даны две перестановки

$$\sigma = |1, 4, 2\rangle, \quad \tau = |1, 3\rangle |2, 5\rangle.$$

Найдите композиции $\tau \circ \sigma$ и $\sigma \circ \tau$, четность и порядок этих композиций. А также их “матричный вид”.

11. Пусть даны две перестановки

$$\sigma = |1, 8, 5, 2\rangle |3, 7\rangle, \quad \tau = |1, 4\rangle |2, 3, 6\rangle |5, 8\rangle.$$

Найдите композиции $\tau \circ \sigma$ и $\sigma \circ \tau$, четность и порядок этих композиций.