

1. Пусть  $M$  и  $N$  — середины оснований трапеции. Докажите, что если прямая  $MN$  перпендикулярна основаниям, то трапеция равнобедренная.
2. Пусть  $M$  — середина отрезка  $AB$ . Точки  $A'$ ,  $B'$  и  $M'$  — образы точек соответственно  $A$ ,  $B$  и  $M$  при симметрии относительно некоторой точки  $O$ . Докажите, что  $M'$  — середина  $A'B'$ .
3. На противоположных сторонах параллелограмма как на сторонах построены вне параллелограмма два квадрата. Докажите, что прямая, соединяющая их центры, проходит через центр параллелограмма.
4. Докажите, что точки, симметричные произвольной точке относительно середин сторон квадрата, являются вершинами некоторого квадрата.
5. Даны две концентрические окружности  $S_1$  и  $S_2$ . Постройте прямую, на которой эти окружности высекают три равных отрезка.
6. Противоположные стороны выпуклого шестиугольника попарно равны и параллельны. Докажите, что он имеет центр симметрии.
7. Диагонали  $AC$  и  $BD$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что окружности, описанные около треугольников  $AOB$  и  $COD$ , касаются.
8. Фигура имеет две перпендикулярные оси симметрии. Докажите, что она имеет центр симметрии.
9. Точки  $A$  и  $B$  лежат по разные стороны от прямой  $\ell$ . Постройте на этой прямой точку  $M$  так, чтобы прямая  $\ell$  делила угол  $AMB$  пополам.
10. Внутри острого угла даны точки  $M$  и  $N$ . Как из точки  $M$  направить луч света, чтобы он, отразившись последовательно от сторон угла, попал в точку  $N$ ?