

1. Диагонали  $AC$  и  $BD$  вписанного в окружность четырехугольника  $ABCD$  взаимно перпендикулярны и пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $AM = 3$ ,  $BM = 4$  и  $CM = 6$ . Найдите  $CD$ .
2. Через точку  $M$  проведены две прямые. Одна из них касается некоторой окружности в точке  $A$ , а вторая пересекает эту окружность в точках  $B$  и  $C$ , причем  $BC = 7$  и  $BM = 9$ . Найдите  $AM$ .
3. Дана точка  $P$ , удаленная на расстояние, равное 7, от центра окружности, радиус которой равен 11. Через точку  $P$  проведена хорда, равная 18. Найдите отрезки, на которые делится хорда точкой  $P$ .
4. Точка  $M$  лежит внутри окружности радиуса  $R$  и удалена от центра на расстояние  $d$ . Докажите, что для любой хорды  $AB$  этой окружности, проходящей через точку  $M$ , произведение  $AM \cdot BM$  одно и то же. Чему оно равно?
5. В квадрат  $ABCD$  со стороной  $a$  вписана окружность, которая касается стороны  $CD$  в точке  $E$ . Найдите хорду, соединяющую точки, в которых окружность пересекается с прямой  $AE$ .
6. Диагональ  $AC$  вписанного в окружность четырехугольника  $ABCD$  является биссектрисой угла  $BAD$ . Докажите, что прямая  $BD$  отсекает от треугольника  $ABC$  подобный ему треугольник.
7. Две окружности пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Проведены хорды  $AC$  и  $AD$  этих окружностей так, что хорда одной окружности касается другой окружности. Найдите  $AB$ , если  $CB = a$ ,  $DB = b$ .
8. Докажите, что прямая, проходящая через точки пересечения двух окружностей, делит пополам общую касательную к ним.
9. Продолжение медианы треугольника  $ABC$ , проведенной из вершины  $A$ , пересекает описанную окружность в точке  $D$ . Найдите  $BC$ , если  $AC = DC = 1$ .
10. Сторона  $AD$  квадрата  $ABCD$  равна 1 и является хордой некоторой окружности, причем остальные стороны квадрата лежат вне этой окружности. Касательная  $BK$ , проведенная из вершины  $B$  к этой же окружности, равна 2. Найдите диаметр окружности.
11. Точка  $B$  расположена между точками  $A$  и  $C$ . На отрезках  $AB$  и  $AC$  как на диаметрах построены окружности. Прямая, перпендикулярная  $AC$  и проходящая через точку  $B$ , пересекает большую окружность в точке  $D$ . Прямая, проходящая через точку  $C$ , касается меньшей окружности в точке  $K$ . Докажите, что  $CD = CK$ .
12. Постройте окружность, проходящую через две данные точки и касающуюся данной прямой.

13. Докажите, что квадрат биссектрисы треугольника равен произведению сторон, ее заключающих, без произведения отрезков третьей стороны, на которые она разделена биссектрисой.

