

1. Докажите, что высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, делит треугольник на два подобных треугольника.
2. Точка M — середина стороны BC параллелограмма $ABCD$. Найдите отношение, в котором отрезок AM делит диагональ BD .
3. В треугольнике ABC точка K на медиане AM расположена так, что $AK : KM = 1 : 3$. Найдите отношение, в котором прямая, проходящая через точку K параллельно стороне AC , делит сторону BC .
4. Докажите, что медиана AM треугольника ABC делит пополам любой отрезок с концами на AB и AC , параллельный стороне BC .
5. (Замечательное свойство трапеции) Докажите, что точка пересечения диагоналей, точка пересечения продолжений боковых сторон и середины оснований любой трапеции лежат на одной прямой.
6. Через точку пересечения диагоналей трапеции с основаниями a и b проведена прямая, параллельная основаниям. Найдите отрезок этой прямой, заключенный между боковыми сторонами трапеции.
7. AA_1 и BB_1 — высоты остроугольного треугольника ABC . Докажите, что треугольник AA_1C подобен треугольнику BB_1C , а треугольник ABC подобен треугольнику A_1B_1C .
8. В треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Найдите B_1C_1 , если $\angle A = 60^\circ$ и $BC = 6$.
9. Дан треугольник ABC . На продолжении стороны AC за точку C взята точка N так, что $CN = AC$. Точка K середина стороны AB . В каком отношении прямая KN делит сторону BC ?
10. Дан треугольник ABC . На продолжении стороны AC за точку C взята точка N так, что $CN = 3AC$. Точка K лежит на стороне AB , причем $AK : KB = 1 : 3$. В каком отношении прямая KN делит сторону BC ?
11. Точки M и N лежат на сторонах соответственно AB и AD параллелограмма $ABCD$, причем $AM : MB = 1 : 2$, $AN : ND = 3 : 2$. Отрезки DM и CN пересекаются в точке K . Найдите отношения $DK : KM$, $CK : KN$.
12. Точки K и E лежат соответственно на сторонах BC и AB треугольника ABC . Отрезки AK и CE пересекаются в точке M . В каком отношении прямая BM делит сторону AC , если $BK : KC = 1 : 2$, $AE : EB = 2 : 3$?
13. Докажите, что биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам.

14. В треугольнике ABC медиана AD и биссектриса BE перпендикулярны и пересекаются в точке F . Известно, что площадь треугольника DEF равна 5. Найдите площадь треугольника ABC .
15. На сторонах AB , AC и BC правильного треугольника ABC расположены точки соответственно C_1 , B_1 и A_1 , причем треугольник $A_1B_1C_1$ является правильным. Отрезок BB_1 пересекает сторону C_1A_1 в точке O , причем $BO/OB_1 = k$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника $A_1B_1C_1$.